

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FISICA

Fatores de forma em modelos inspirados na Cromodinâmica Quântica

Mateus Broilo da Rocha

Porto Alegre
2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

Fatores de forma em modelos inspirados na Cromodinâmica Quântica^{*}

Mateus Broilo da Rocha

Dissertação de mestrado realizado sob orientação do Prof. Dr. Emerson Gustavo de Souza Luna e apresentado ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento do requisito final para a obtenção do título de Mestre em Física.

Porto Alegre
2015

^{*} Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)

*"Nothing is too wonderful to be true, if it be consistent with the laws of
nature."*

– Michael Faraday.

A todas as pessoas que eu amo.

Glossário

CM *Centro de Massa*

ISR *Intersecting Storage Ring*

TOTEM *TOTal Elastic and diffractive cross section Measurement*

QCD *Quantum Chromodynamics – Cromodinâmica Quântica*

QED *Quantum Electrodynamics – Eletrodinâmica Quântica*

LO *Leading Order – Ordem Dominante*

NLO *Next to Leading Order – Ordem Seguinte à Dominante*

DIS *Deep Inelastic Scattering – Espalhamento Inelástico Profundo*

SLAC *Stanford Linear Accelerator*

DGLAP *Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi*

HERA *Hadron Electron Ring Accelerator*

DPT *Dynamical Perturbation Theory – Teoria Dinâmica de Perturbação*

PDF *Parton Distribution Function – Função de Distribuição Partônica*

OPE *Operator Product Expansion – Expansão em Produto de Operadores*

gl *Graus de Liberdade*

rhs *Right-Hand Side – Lado Direito*

Resumo

Estudamos as contribuições infravermelhas para as interações párton-pártom considerando uma carga efetiva cujo comportamento infravermelho finito é vinculado a uma escala de massa dinâmica. Utilizando um modelo eiconal baseado na Cromodinâmica Quântica (*Quantum Chromodynamics*, QCD) de maneira a conectar a dinâmica de pártons semi-duros com o espalhamento hádron-hádron, obtemos previsões para as seções de choque total próton-próton (pp) e antipróton-próton ($\bar{p}p$), $\sigma_{tot}^{pp,\bar{p}p}$, e a razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento frontal, $\rho^{pp,\bar{p}p}$. Discutimos os aspectos teóricos deste formalismo e consideramos as implicações fenomenológicas de uma classe de fatores de forma dependentes de energia no comportamento das amplitudes frontais em altas energias. Nossos resultados, obtidos usando um conjunto atualizado de funções de distribuição partônicas, são consistentes com os dados recentes do experimento TOTEM.

Abstract

We study infrared contributions to semihard parton-parton interactions by considering an effective charge whose finite infrared behavior is constrained by a dynamical mass scale. Using an eikonal QCD-based model in order to connect this semihard parton-level dynamics to the hadron-hadron scattering, we obtain predictions for the proton-proton (pp) and antiproton-proton ($\bar{p}p$) total cross sections, $\sigma_{tot}^{pp,\bar{p}p}$, and the ratios of the real to imaginary part of the forward scattering amplitude, $\rho^{pp,\bar{p}p}$. We discuss the theoretical aspects of this formalism and consider the phenomenological implications of a class of energy-dependent form factors in the high-energy behavior of the forward amplitude. Our results, obtained using a group of updated sets of parton distribution functions, are consistent with the recent data from the TOTEM experiment.

Conteúdo

1. Introdução	1
2. Representação de parâmetro de impacto e o formalismo eiconal	5
2.1 Introdução	5
2.2 A equação de Lippmann-Schwinger	6
2.2.1 Seção de choque e amplitude de espalhamento	9
2.3 Teoremas	10
2.3.1 Teorema óptico	10
2.3.2 Limite de Froissart-Martin-Lukaszuk	11
2.3.3 Teorema de Pomeranchuk	12
2.4 A expansão em ondas parciais	12
2.5 Cinemática e invariantes de Mandelstam	16
2.6 Limite de altas energias e a descrição semi-clássica	21
2.7 Dados experimentais	25
2.7.1 Grandezas físicas frontais	25
3. O modelo a pártons da cromodinâmica quântica	31
3.1 A Lagrangeana da QCD	32
3.2 Renormalização e a constante de acoplamento efetiva α_s	35
3.3 O modelo a pártons	39
3.3.1 Espalhamento inelástico profundo	40
3.3.2 Modelo a pártons original	44
3.3.3 Modelo a partons da QCD	50
4. O modelo inspirado em QCD com massa dinâmica	57
4.1 Evolução dos modelos	58
4.1.1 Modelo de L’Heureux-Margolis-Valin	58

4.1.2	Modelo de massa dinâmica de glúons	61
4.2	Modelo atual	65
4.2.1	Escala de massa infravermelha e a contribuição dos glúons	70
4.3	As funções de distribuição partônicas	72
4.3.1	A distribuição partônica CTEQ6	73
4.3.2	A distribuição partônica MSTW	75
4.4	Resultados e previsões	76
5.	Conclusão	87
A.	Descrição clássica da difração de ondas	89
A.1	Regime de Fraunhofer	89
A.2	Difração por uma fenda	89
A.3	Difração por um obstáculo	90
A.4	A função de perfil	91
A.5	Seções de choque	92
B.	A densidade de recobrimento	95
C.	Fator de forma: monopolo	97
D.	Fator de forma: dipolo	101
E.	Relação de dispersão integral	103
	Bibliografia	107

Lista de Figuras

2.1	Referencial do centro de massa.	18
2.2	Espalhamento exclusivo de dois corpos (a) canal- s , (b) canal- t e (c) canal- u	20
2.3	Plano de Mandelstam e as respectivas regiões físicas dos canais s , t e u	21
2.4	Dados experimentais de seção de choque total para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$ acima de $\sqrt{10}$ GeV com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura.	28
2.5	Dados experimentais de parâmetro ρ para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$ acima de $\sqrt{10}$ GeV com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura.	29
3.1	Diagrama para o espalhamento inelástico ($W^2 \gg m_p^2$) profundo ($Q^2 \gg m_p^2$) $ep \rightarrow eX$. As quantidades k^μ e k'^μ são os quadrimomenta do elétron, p^μ o quadrimomentum do próton e $q^\mu = k^\mu - k'^\mu$ é o quadrimomentum transferido ($-q = Q^2$). Onde W é a massa invariante do estado hadrônico final X e m_p a massa do próton.	41
3.2	Diagrama do espalhamento inelástico profundo no modelo a pártons. O fóton virtual interage com um dos pártons que compõem o hádron.	44
3.3	Medidas da função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ em grandes valores de x . As medidas em grandes valores de Q^2 foram realizadas pelos experimentos ZEUS e H1. Medidas em pequeno Q^2 foram realizadas pelos experimentos de alvo fixo NMS, BDCMS e E665.	55
4.1	χ^2/gl como um função do corte Q_{min} para os fatores de forma semi duros do tipo monopolo (\bullet) e dipolo (\circ).	82
4.2	Seção de choque total para pp (\bullet) e $\bar{p}p$ (\circ).	83
4.3	Seção de choque total para pp (\bullet) e $\bar{p}p$ (\circ).	84
4.4	Razão entre a parte real e imaginária da amplitude de espalhamento frontal para pp (\bullet) e $\bar{p}p$ (\circ).	85

4.5	Razão entre a parte real e imaginária da amplitude de espalhamento frontal para pp (\bullet) e $\bar{p}p$ (\circ).	86
A.1	Difração de uma onda plana.	90

Lista de Tabelas

2.1	Dados de seção de choque total medidos no LHC nas energias $\sqrt{s} = 7$ TeV e 8 TeV com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura. . .	27
4.1	Valores dos parâmetros do modelo obtidas do ajuste global aos dados dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$. Resultados obtidos no caso de um fator de forma de monopolo no setor semiduro.	79
4.2	Valores dos parâmetros do modelo obtidas do ajuste global aos dados dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$. Resultados obtidos no caso de um fator de forma de dipolo no setor semiduro.	80
4.3	Previsões para as quantidades frontais $\sigma_{tot}^{pp,\bar{p}p}$ e $\rho^{pp,\bar{p}p}$ usando conjuntos diferentes de PDF's.	81

Capítulo 1

Introdução

O estudo das seções de choque em processos de espalhamento hádrônicos tem sido um assunto de grande interesse teórico e experimental. Os dados recentes do LHC obtidos pelo experimento TOTEM para as medidas de seção de choque total, elástica e inelástica para espalhamentos próton-próton (pp) [1, 2, 3, 4] têm ampliado o interesse neste tópico e tornaram-se uma das principais fontes de informação no processo de seleção de modelos e métodos teóricos. Atualmente uma das principais abordagens teóricas utilizada para descrever o crescimento observado nas seções de choque total em espalhamento hádron-hádron é o formalismo inspirado em QCD [5, 6, 7]. Nesta abordagem a dependência com a energia apresentada pela seção de choque total $\sigma_{tot}(s)$ é obtida da QCD usando uma formulação eiconal compatível com os vínculos de analiticidade e unitaridade.

A QCD [8, 9, 10, 11, 12], considerada a teoria padrão das interações fortes, é uma teoria de campo local não Abelian, baseada em uma simetria de calibre exata $SU(3)$. A teoria descreve a interação entre os constituintes dos hádrons, chamados de pártons (quarks e glúon), entretanto a propriedade de confinamento proíbe a existência de estados físicos livres dos pártons. Isso se traduz na impossibilidade de observação isolada de quarks e glúons no laboratório, onde os processos físicos envolvem apenas léptons, bósons vetoriais e hádrons. Contudo, uma ponte entre a dinâmica elementar descrita pela QCD e os processos físicos envolvendo hádrons pode ser estabelecida pelo modelo a pártons da QCD, onde as interações entre hádrons são descritas em termos das interações entre pártons.

No modelo a pártons o espalhamento duro de hádrons é o resultado da soma de todos os espalhamentos possíveis entre os pártons dos hádrons envolvidos na colisão, com cada seção de choque partônica elementar $\hat{\sigma}_{ab}$ ($a, b = q, \bar{q}, g$) sendo convoluída com uma função de distribuição $f_a(x, Q^2)$ adequada, onde x é a fração de momentum transferido do párton provado (também chamada de variável de Bjorken) e Q é uma escala de energia. O modelo emprega cálculos perturbativos ao nível partônico e o seu sucesso na descrição de processos

duros é relacionado à propriedade de liberdade assintótica da QCD, que prevê um valor pequeno para o acoplamento de quarks e glúons em curtas distâncias, de maneira que os quarks assintoticamente se comportem como partículas livres.

O comportamento das grandezas físicas frontais $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$ são derivados do modelo a pártons da QCD utilizando as seções de choque elementares de QCD de espalhamento párton-pártion, conjuntos atualizados de funções de distribuição partônicas e cortes fisicamente motivados que restringem os processos a nível partônico aos semiduros. Os processos semiduros têm origem em espalhamentos duros de pártons que carregam uma pequena fração de momenta do hádron inicial, dando origem ao surgimento de jatos com energia transversa E_T muito menor que a energia total do centro de massa \sqrt{s} na colisão hadrônica. Neste caso o espalhamento de hádrons é visto como uma soma incoerente de todas as configurações de espalhamento entre os pártons e o crescimento das seções de choque total é diretamente associado aos espalhamentos semiduros entre pártons. O comportamento das seções de choque em altas energias é descrito principalmente por processos envolvendo glúons, pois suas funções de desdobramento são singulares do limite de altas energias, i.e., a contribuição dos glúons na região de pequeno x é dominante.

Apesar deste cenário ser qualitativamente entendido no âmbito da QCD perturbativa, o carácter não perturbativo da QCD também é manifestado a nível partônico pois em altas energias as componentes suaves e semiduras da amplitude de espalhamento são correlacionadas [13]. Logo, ao considerarmos a amplitude de espalhamento frontal, torna-se importante distinguirmos os glúons semiduros, que participam em espalhamentos duros de processos pártion-pártion, dos glúons suaves, emitidos por *bremssstrahlung* em qualquer processo partônico de QCD.

Nossa tarefa de descrever observáveis frontais em colisões hádron-hádron, trazendo informação sobre as propriedades infravermelhas da QCD, pode ser realizada de forma apropriada considerando a possibilidade de que a dinâmica não perturbativa da QCD gera uma massa efetiva para o glúon. A massa dinâmica do glúon é intimamente relacionada a uma constante de acoplamento forte infravermelha finita, e sua existência é fortemente indicada tanto por recentes dados de simulações de QCD na rede [14], quanto por resultados fenomenológicos [6]. Mais especificamente, a descrição global de $\sigma_{pp}^{pp,\bar{p}p}$ e ρ^{pp} pode ser bem sucedida através da introdução de uma carga efetiva de QCD não perturbativa no cálculo de processos a nível partônico envolvendo glúons, os quais dominam em altas energias e determinam o comportamento assintótico das seções de choque em espalhamentos hádron-hádron.

O propósito desta dissertação é explorar a dinâmica não perturbativa da QCD de maneira

a descrever as seção de choque total, $\sigma_{tot}(s)$, e a razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento frontal, $\rho(s)$, em ambos canais próton-próton (pp) e antipróton-próton ($\bar{p}p$), assumindo a representação eiconal, a condição de unitaridade da matriz de espalhamento e a existência de uma nova classe de fatores de forma com dependência em energia. Estes fatores de forma representam a densidade de recobrimento dos pártons no parâmetro de impacto b . Nós também exploramos os efeitos nas quantidades frontais de alguns conjuntos atualizados de distribuições partônicas, CTEQ6L, CTEQ6L1 e MSTW, respectivamente.

A organização deste trabalho segue a seguinte estrutura: no próximo capítulo apresentamos alguns tópicos relacionados à teoria do espalhamento. Em especial introduzimos elementos de cinemática relativística, a expansão em ondas parciais, a representação de parâmetro de impacto e o formalismo eiconal. Também apresentamos os dados experimentais relacionados às grandezas físicas frontais a serem analisadas.

No terceiro capítulo fazemos uma breve introdução à QCD, ao modelo a pártons e ao modelo a pártons da QCD. Apresentamos também uma breve dedução para as expressões em LO e NLO para a constante de acoplamento da QCD, um dos parâmetros fundamentais no modelo padrão.

No quarto capítulo descrevemos a evolução da classe dos modelos inspirados em QCD, onde primeiramente fazemos um rápido estudo dos principais aspectos do modelo original de L’Heureux-Margolis-Valin, e na sequência introduzimos e estudamos em detalhes a primeira versão de um modelo inspirado em QCD com massa dinâmica. Em seguida apresentamos o modelo atual proposto nesta dissertação. Também discutimos algumas características da geração moderna de funções de distribuição partônicas adotadas em nossos cálculos.

As observações finais da dissertação estão contidas no quinto e último capítulo.

Capítulo 2

Representação de parâmetro de impacto e o formalismo eiconal

Em física de difração, os observáveis de maior interesse no espalhamento são as seções de choque, visto que representam a probabilidade de ocorrência do espalhamento. Neste capítulo veremos que no limite de altas energias e por meio da aproximação semiclássica, as expressões para os observáveis, obtidas via o formalismo da Mecânica Quântica, passam a ser representadas no plano de parâmetro de impacto através da chamada função eiconal.

2.1 Introdução

Muitos experimentos em Física tem por objetivo estudar os processos de colisão de diferentes tipos de partículas. Em altas energias, entretanto, existe a possibilidade de que o produto final da colisão seja composto por um grande número de novas partículas. Dizemos então que estas *colisões* dão origem à *espalhamentos*, muitas vezes representados na forma

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + 5 + \dots, \quad (2.1)$$

expressando a colisão de partículas do tipo 1 com partículas do tipo 2, tendo como resultado um estado final composto de novas partículas $3 + 4 + 5 + \dots$.

Nesta dissertação estamos especialmente interessados em *espalhamentos difrativos*, onde nenhum número quântico é trocado entre as partículas em colisão. Mais especificamente, interessados em um tipo de espalhamento difrativo, o *espalhamento elástico*, onde todos os números quânticos são conservados durante a colisão,

$$1 + 2 \rightarrow 1' + 2'. \quad (2.2)$$

Apesar de representar o processo cinemático mais simples, a descrição teórica do espalhamento elástico é extremamente difícil [15], como será mostrado nas próximas seções e no terceiro capítulo, pois envolve processos com pequeno momentum transferido q^2 (processos dito *suaves*). O estudo do espalhamento de hádrons em processos com pequeno q^2 é atualmente um dos tópicos mais importantes e desafiadores da Física de altas energias. Ao contrário do que ocorre em processos envolvendo grande q^2 , onde a propriedade de liberdade assintótica da QCD é válida, nos processos suaves o fenômeno de confinamento se faz presente, não permitindo uma abordagem perturbativa e tornando necessário novos esquemas de cálculo.

A seguir iniciamos este capítulo com uma discussão acerca do espalhamento elástico entre duas partículas a partir do formalismo da Mecânica Quântica.

2.2 A equação de Lippmann-Schwinger

Começamos estudando a equação de autovalores do Hamiltoniano

$$H = H_0 + V(\mathbf{r}) \quad (2.3)$$

onde

$$H_0 = \frac{\mathbf{P}^2}{2M}, \quad (2.4)$$

representa a energia cinética, \mathbf{P} é o momentum total do sistema, M é a massa reduzida das partículas e \mathbf{r} é a separação entre elas.

Na ausência de um potencial espalhador, o autoestado de energia seria o de uma partícula livre $|\mathbf{p}\rangle$

$$H_0|\phi\rangle = E|\phi\rangle \quad (2.5)$$

onde $|\phi\rangle$ é o autoket de energia de H_0 . A presença de V simplesmente causa uma diferença na autoenergia do estado de partícula livre. Por outro lado, como estamos considerando um espalhamento do tipo elástico, i.e., um processo em que não há mudança na energia, estamos particularmente interessados em obter a solução estacionária da *equação de Schrödinger*¹ para o Hamiltoniano total (2.3)

$$(H_0 + V)|\psi\rangle = E|\psi\rangle, \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}. \quad (2.6)$$

¹ Ao longo da dissertação adotaremos o sistema natural de unidades $\hbar = c = 1$, no entanto nesta seção escolhemos escrever explicitamente os fatores \hbar .

Em problemas de espalhamento, a descrição da evolução da função de onda regida pela equação (2.6) depende sempre das condições de contorno impostas. A primeira consideração feita é que o estado inicial é um estado livre de interação, i.e., assintoticamente para $r \rightarrow -\infty$ é uma função de onda plana. A segunda consideração feita é que o potencial atue no estado inicial na região de alcance r_0 de $V(\mathbf{r})$ e portanto assintoticamente, $r \rightarrow \infty$, a função de onda do sistema é uma superposição das componentes não espalhadas e das componentes espalhadas, i.e., no limite em que $V \rightarrow 0$ implica em $|\psi\rangle \rightarrow |\phi\rangle$. Partindo dessas condições de contorno, podemos supor que a solução seja algo como [16]

$$|\psi\rangle = |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0} V |\psi\rangle. \quad (2.7)$$

Afim de evitar complicações devido à natureza singular do operador $1/(E - H_0)$, escrevemos a solução considerando a autoenergia com um valor levemente diferente, deslocado de uma quantidade complexa $i\epsilon$.

$$|\psi^\pm\rangle = |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i\epsilon} V |\psi^\pm\rangle. \quad (2.8)$$

Isso não causa problema algum em nossos cálculos, pois o limite $\epsilon \rightarrow 0$ será sempre considerado uma vez que a singularidade tenha sido contornada via teorema dos resíduos. A expressão (2.8) é a chamada *equação de Lippmann-Schwinger* e notemos que é independente da representação utilizada. O significado físico de \pm será discutido logo mais quando estudarmos a amplitude de espalhamento, mas podemos adiantar que $+$ e $-$ está relacionado ao tempo $t \gg t_0$ e $t \ll t_0$, onde t_0 representa o instante da interação.

Na representação de posição, a expressão (2.8) passa a ser escrita como uma equação integral

$$\langle \mathbf{r} | \psi^\pm \rangle = \frac{e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar}}{(2\pi\hbar)^{3/2}} + \frac{2M}{\hbar^2} \int d^3\mathbf{r}' G_\pm(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \langle \mathbf{r}' | V | \psi^\pm \rangle, \quad (2.9)$$

onde $G_\pm(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ é definido como

$$G_\pm(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \equiv \frac{\hbar^2}{2M} \left\langle \mathbf{r} \left| \frac{1}{E - H_0 \pm i\epsilon} \right| \mathbf{r}' \right\rangle. \quad (2.10)$$

A quantidade $G_\pm(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ pode ser facilmente projetada na representação de momentum

$$G_\pm(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{q} \frac{e^{i\mathbf{q}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}}{q^2 - (k \mp i\epsilon)^2}, \quad (k \mp i\epsilon)^2 \simeq k^2 \mp i\epsilon, \quad (2.11)$$

onde H_0 atua em $\langle \mathbf{p}' |$ e $\mathbf{p}' \equiv \hbar \mathbf{q}$. Através do teorema dos resíduos podemos também mostrar que a quantidade $G_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ é nada mais que a *função de Green* da equação de Helmholtz,

$$G_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{\pm ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}. \quad (2.12)$$

Desta forma a expressão (2.9) para a função de onda total é escrita como

$$\langle \mathbf{r} | \psi^{\pm} \rangle = \frac{e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}}{(2\pi\hbar)^{3/2}} - \frac{2M}{\hbar^2} \int d^3\mathbf{r}' \frac{e^{\pm ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}') \langle \mathbf{r}' | \psi^{\pm} \rangle, \quad (2.13)$$

onde $\mathbf{k} \equiv \mathbf{p}/\hbar$. Notemos que a função de onda $\langle \mathbf{r} | \psi^{\pm} \rangle$ na presença de um potencial espalhador é escrita como a soma da função de onda incidente livre de interação e um termo que representa o efeito do espalhamento. Podemos entender mais facilmente o comportamento assintótico de $\langle \mathbf{r} | \psi^{\pm} \rangle$, se considerarmos o caso em que o potencial V seja local, i.e., $\langle \mathbf{r}' | V | \mathbf{r}'' \rangle = V(\mathbf{r}') \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'')$.

Em problemas de espalhamento estamos interessados em estudar o efeito do potencial espalhador fora do seu alcance de interação. Portanto, para o regime assintótico de grandes distâncias podemos considerar $\mathbf{r} \gg \mathbf{r}'$, onde temos

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \simeq r - \mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}. \quad (2.14)$$

Desta forma

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{r} | \psi^+ \rangle &\stackrel{r \rightarrow \infty}{\simeq} \frac{e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}}{(2\pi\hbar)^{3/2}} - \frac{1}{4\pi} \frac{2M}{\hbar^2} \frac{e^{ikr}}{r} \int d^3\mathbf{r}' e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \langle \mathbf{r}' | \psi^+ \rangle \\ &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \left[e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + \frac{e^{ikr}}{r} f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \right]. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Na expressão acima fica claro que $\langle \mathbf{r} | \psi^+ \rangle$, na região longe do alcance do potencial, é composta por uma parte incidente não espalhada (onda plana original) propagando-se na direção \mathbf{k} e uma parte espalhada (frentes de ondas esféricas “*outgoing*”) com amplitude $f(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$. Esta quantidade é chamada de *amplitude de espalhamento* e contém toda a informação dinâmica do processo de colisão. Ela é em geral escrita em termos dos vetores \mathbf{k} e \mathbf{k}' , ou, de maneira análoga, em função de k e dos ângulos de espalhamento de \mathbf{k}' relativos

à \mathbf{k} , logo

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \equiv -\frac{1}{4\pi} \frac{2M}{\hbar^2} (2\pi)^3 \int d^3\mathbf{r}' e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \langle \mathbf{r}' | \psi^+ \rangle = -\frac{4\pi^2 M}{\hbar^2} \langle \mathbf{k}' | V | \psi^+ \rangle. \quad (2.16)$$

O termo $\langle \mathbf{r} | \psi^- \rangle$, por sua vez, representa a função de onda plana original propagando-se na direção \mathbf{k} mais uma onda esférica “*ingoing*” com dependência espacial e^{-ikr}/r e amplitude proporcional à $\langle -\mathbf{k}' | V | \psi^- \rangle$.

2.2.1 Seção de choque e amplitude de espalhamento

A seção de choque diferencial representa a ocorrência de eventos detectáveis por unidade de ângulo sólido [16, 17], i.e.,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r^2 \frac{|\mathbf{j}_{esp}|}{|\mathbf{j}_{inc}|}, \quad (2.17)$$

onde \mathbf{j}_{esp} e \mathbf{j}_{inc} são as densidades de corrente espalhada e incidente. Tais correntes podem ser facilmente encontradas através da relação

$$\mathbf{j} = -\frac{i\hbar}{2M} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*), \quad (2.18)$$

obtida da equação de Schrödinger. Aplicando (2.15) à (2.18) encontramos

$$\mathbf{j}_{esp} = \frac{\hbar k}{r^2 M} |f(\mathbf{k}, \mathbf{k}')|^2, \quad (2.19)$$

$$\mathbf{j}_{inc} = \frac{\hbar k}{M}. \quad (2.20)$$

Substituindo (2.19) e (2.20) em (2.18), encontramos a seção de choque diferencial elástica escrita somente em termos da amplitude de espalhamento

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\mathbf{k}, \mathbf{k}')|^2. \quad (2.21)$$

Integrando-se a seção de choque diferencial em todo ângulo sólido, obtemos a seção de choque elástica total do espalhamento, σ_{el} . No entanto, os processos elásticos de espalhamento representam apenas um canal da reação acessível, de forma que na probabilidade total de interação, devemos levar em conta a possibilidade de processos inelásticos, σ_{in} .

Com isso, a seção de choque total é escrita como

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{in}, \quad (2.22)$$

ou na forma de probabilidade de interação,

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} + \frac{\sigma_{in}}{\sigma_{tot}} = 1. \quad (2.23)$$

Esta relação representa o *princípio de unitaridade*, onde, no contexto da Mecânica Quântica, está vinculado à conservação de probabilidade, e, no contexto da Mecânica Clássica, com a conservação de energia.

A seção de choque total do espalhamento pode também ser obtida através da relação chamada de *teorema óptico*, onde está relacionada com a parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal $f(\mathbf{k}, \mathbf{k}' = \mathbf{k})$,

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k} \text{Im} \{f(\mathbf{k}, \mathbf{k})\}. \quad (2.24)$$

2.3 Teoremas

Reservamos esta seção para fazermos uma breve discussão a respeito de três teoremas de extrema valia para a Física de Partículas.

2.3.1 Teorema óptico

Na abertura deste capítulo, mencionamos que os observáveis de maior interesse em física de difração são as seções de choque, pois estas são associadas a probabilidade de ocorrência de determinado processo de espalhamento. Também apresentamos na expressão (2.15) a quantidade denominada de amplitude de espalhamento $f(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$, onde esta contém toda a informação dinâmica do espalhamento. Existe uma famosa expressão popularmente atribuída a Bohr, Peierls, Placzek e Feenberg que relaciona a parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal com a seção de choque total do processo, denominada de teorema óptico (2.24).

Pela expressão (2.16) podemos escrever a amplitude de espalhamento frontal como

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}) = -\frac{4\pi^2 M}{\hbar^2} \langle \mathbf{k} | V | \psi^+ \rangle, \quad (2.25)$$

onde $f(\mathbf{k}, \mathbf{k}) = f(\theta = 0)$. Utilizando a equação Lippmann-Schwinger podemos mostrar que a parte imaginária da amplitude é escrita na forma

$$\begin{aligned} \text{Im} \langle \mathbf{k} | V | \psi^+ \rangle &= -\pi \langle \mathbf{k} | V \delta(E - H_0) V | \psi^+ \rangle \\ &= -\pi \int d\Omega' \frac{Mk}{\hbar^2} |\langle \mathbf{k}' | V | \psi^+ \rangle|^2. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Assim, pela expressão da seção de choque diferencial (2.21), encontramos

$$\begin{aligned} \text{Im} \{f(\mathbf{k}, \mathbf{k})\} &= -\frac{4\pi^2 M}{\hbar^2} \left(-\frac{\pi Mk}{\hbar^2} \int d\Omega' \frac{Mk}{\hbar^2} |\langle \mathbf{k}' | V | \psi^+ \rangle|^2 \right) \\ &= \frac{k}{4\pi} \sigma_{tot}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

2.3.2 Limite de Froissart-Martin-Lukaszuk

Este teorema, assumindo a propriedade de analiticidade e unitariedade da matriz de espalhamento, impõem um limite superior de crescimento com a energia para qualquer seção de choque total. Partindo da representação assintótica das ondas parciais no canal- s

$$A_l(s) \stackrel{l, s \rightarrow \infty}{\sim} f(s) \exp[-l\zeta(z_0)], \quad (2.28)$$

onde $\zeta(z) = \log[z + (z^2 - 1)^{1/2}]$, $z_0 = 1 + 2t/s$ e $f(s)$ é uma função com comportamento tipo lei de potência de s . A expressão (2.28) pode ser reescrita na forma

$$A_l(s) \sim \exp \left[- \left(\frac{2t}{\sqrt{s}} \right) l + \delta \log s \right]. \quad (2.29)$$

No entanto, para grande s , e para

$$l \gtrsim c\sqrt{s} \log s, \quad (2.30)$$

onde c é uma constante, as ondas parciais tendem a zero e com isso podemos aproximadamente truncar a expansão em série como

$$A(s, t) \stackrel{s \rightarrow \infty}{\simeq} \sum_{l=0}^{c\sqrt{s} \log s} (2l+1) A_l(s) P_l(z) \lesssim 16i\pi \sum_{l=0}^{c\sqrt{s} \log s} (2l+1) \sim iCs \log^2 s, \quad \text{para } s \rightarrow \infty \quad (2.31)$$

onde utilizamos a condição de unitariedade e também que os polinômios de Legendre são

definidos no intervalo $|P_l(z)| \leq 1$ para $-1 \leq z \leq 1$. Pelo teorema óptico podemos finalmente mostrar que a seção de choque total cresce com um comportamento do tipo $\log^2 s$

$$\sigma_{tot} \leq \frac{\pi}{m_\pi^2} \log^2 s, \quad s \rightarrow \infty. \quad (2.32)$$

2.3.3 Teorema de Pomeranchuk

O teorema de Pomeranchuk sugere que em altas energias as seções de choque total para os processos de espalhamento partícula-partícula e antipartícula-partícula se tornem assintoticamente iguais, i.e.,

$$\sigma_{tot}^{ab}(s) \stackrel{s \rightarrow \infty}{\simeq} \sigma_{tot}^{\bar{a}b}. \quad (2.33)$$

Este teorema consiste essencialmente na possibilidade de que as amplitudes de espalhamento sejam escritas em termos de relações de dispersão, e também na suposição de que as amplitudes possuam dependência em energia. Cornille e Martin provaram uma relação similar ao teorema de Pomeranchuk para a quantidade frontal denominada de *slope* B da seção de choque diferencial elástica, definida como

$$B(s, t = 0) = \left[\frac{d}{dt} \left(\log \frac{d\sigma_{el}}{dt} \right) \right] \bigg|_{t=0}. \quad (2.34)$$

Assintoticamente pelo teorema de Cornille-Martin, temos

$$\frac{B_{ab}(s, t = 0)}{B_{\bar{a}b}(s, t = 0)} \stackrel{s \rightarrow \infty}{\rightarrow} 1. \quad (2.35)$$

O teorema óptico é talvez uma das relações mais importantes em Física de difração, entretanto os demais resultados aqui mostrados possuem uma aplicabilidade limitada na análise aos dados experimentais. Porém, pelo fato de serem válidos no limite em que $s \rightarrow \infty$, servem de base para o estudo de propriedades assintóticas e de comportamentos extremos da seção de choque.

2.4 A expansão em ondas parciais

A invariância rotacional do potencial de interação permite que a amplitude de espalhamento elástico seja decomposta como a soma de componentes de momentum angular [15, 17]. Esta decomposição é chamada de expansão em ondas parciais $a_l(k)$, com a dependência angular

dada por

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = f(k, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) a_l(k) P_l(\cos \theta), \quad (2.36)$$

onde a soma é realizada sobre todos os valores possíveis de momentum angular l , P_l é o polinômio de Legendre associado de ordem l contendo a dependência angular θ , e k o momentum no referencial de centro de massa (CM).

Para entendermos o significado físico de $a_l(k)$, vamos estudar o comportamento assintótico de $\langle \mathbf{r} | \psi^+ \rangle$ [16]. Aplicando a expressão (2.36) para a amplitude de espalhamento na expressão (2.15) e utilizando também a expansão da onda plana em termos de ondas esféricas, podemos verificar que

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{r} | \psi^+ \rangle &\stackrel{r \rightarrow \infty}{\sim} \frac{e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}}{(2\pi\hbar)^{3/2}} - \frac{1}{4\pi} \frac{2M}{\hbar^2} \frac{e^{ikr}}{r} \int d^3\mathbf{r}' e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \langle \mathbf{r}' | \psi^+ \rangle \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \frac{P_l(\cos \theta)}{2ik} \left\{ [1 + 2ika_l(k)] \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{-i(kr-l\pi)}}{r} \right\}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Portanto, a presença do potencial espalhador modifica o coeficiente da onda emergente, i.e., $1 \rightarrow 1 + 2ika_l(k)$. Vamos definir uma quantidade $S_l(k)$ tal que

$$S_l(k) \equiv 1 + 2ika_l(k), \quad (2.38)$$

onde $S_l(k)$ representa o l -ésimo elemento da diagonal da matriz de espalhamento S , e como a única mudança na função de onda devido à presença do potencial é uma mudança de fase na onda espalhada, por conservação de probabilidade temos

$$|S_l(k)| = 1, \quad (2.39)$$

onde esta relação é chamada de condição de unitariedade da l -ésima onda parcial ou também como condição de unitariedade da matriz S . Definindo esta mudança de fase como $2\delta_l(k)$, podemos escrever

$$S_l(k) = e^{2i\delta_l(k)}, \quad (2.40)$$

e portanto as amplitudes $a_l(k)$ podem ser reescritas na forma

$$a_l(k) = \frac{e^{2i\delta_l(k)} - 1}{2ik}. \quad (2.41)$$

Pela expressão (2.21) podemos obter a seção de choque elástica total, de tal forma que

$$\begin{aligned}
 \sigma_{el} &= \int d\Omega \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \int d\Omega |f(k, \theta)|^2 = \int d\Omega \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) a_l(k) P_l(\cos \theta) \right|^2 \\
 &= 2\pi \sum_{l, l'=0}^{\infty} (2l+1)(2l'+1) |a_l(k)|^2 \int_{-1}^{+1} d(\cos \theta) P_l(\cos \theta) P_{l'}^*(\cos \theta) \\
 &= 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |a_l(k)|^2,
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

onde usamos $P_l(\cos \theta) = P_l^*(\cos \theta)$ e a propriedade de ortogonalidade dos polinômios de Legendre

$$\int_{-1}^{+1} d(\cos \theta) P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) = \frac{2}{2l+1} \delta_{ll'}. \tag{2.43}$$

Através do teorema óptico (2.24) obtemos a seção de choque total, sendo que $\mathbf{k}' = \mathbf{k}$ implica em $\theta = 0$, desta forma

$$\begin{aligned}
 \sigma_{tot} &= \frac{4\pi}{k} \text{Im}\{f(k, \theta = 0)\} \\
 &= \frac{4\pi}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \text{Im}\{a_l(k)\}.
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

Para o caso em que ocorrem somente colisões elásticas, podemos igualar as expressões (2.42) e (2.44), com isso obtemos a seguinte relação

$$\text{Im}\{a_l(k)\} = k |a_l(k)|^2, \tag{2.45}$$

chamada de condição de unitariedade elástica. Esta condição é obedecida nos casos em que os deslocamentos de fase $\delta_l(k)$ sejam quantidades reais. Isto pode ser verificado a partir da condição de unitariedade da matriz de espalhamento S para colisões elásticas que, em ondas parciais, é escrita na forma da relação (2.40). Assim, é fácil verificar que a condição de unitariedade elástica $|S_l(k)| = 1$ é válida somente quando $\delta_l(k)$ é real.

Em física de altas energias há essencialmente dois tipos de colisões: elásticas, onde ocorre conservação dos números quânticos das partículas incidentes e os estados inicial e final são os mesmos; e inelásticas, onde há mudança dos números quânticos das partículas e os estados inicial e final não são necessariamente os mesmos. Vimos que o efeito do potencial na onda incidente é simplesmente produzir um deslocamento de fase na função

de onda emergente. Pela condição de unitaridade da matriz S , vemos que as funções de onda livre e espalhadas pelo potencial possuem a mesma densidade de probabilidade, e portanto o número de partículas é conservado. No caso mais geral, em que há contribuição inelástica na colisão [15, 18], devemos de alguma forma introduzir efeitos de absorção na região do potencial. A condição de unitaridade implica em $|S_l(k)| \leq 1$, onde no carácter fenomenológico os deslocamentos de fase $\delta_l(k)$ são quantidades complexas. A matriz de espalhamento S , em ondas parciais, é reescrita na forma

$$S_l(k) = \eta_l(k) e^{2i\zeta_l(k)}, \quad (2.46)$$

onde $\eta_l(k) \equiv e^{-2\text{Im}\{\delta_l(k)\}}$, com $\text{Im}\{\delta_l(k)\} \geq 0$ e $\zeta_l(k) \equiv \text{Re}\{\delta_l(k)\}$ sendo quantidades reais. Logo a condição de unitaridade elástica (2.45) no caso mais geral deve ser substituída por

$$\text{Im}\{a_l(k)\} \geq k|a_l(k)|^2. \quad (2.47)$$

Com estas definições, podemos finalmente escrever a condição de unitaridade geral satisfeita pelas amplitudes $a_l(k)$ na forma

$$\text{Im}\{a_l(k)\} - k|a_l(k)|^2 = \frac{1 - \eta_l^2(k)}{4k}, \quad (2.48)$$

onde $0 \leq \eta_l(k) \leq 1$, usualmente chamado de coeficiente de absorção. É imediata a verificação que a condição de unitaridade elástica (2.45) é uma situação particular de (2.48) quando $\eta_l(k) = 1$ conhecido como limite elástico.

Pela abordagem da matriz de espalhamento S , as seções de choque elástica e inelástica são dadas, respectivamente, por [15]:

$$\sigma_{el}(k) = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |S_l(k) - 1|^2, \quad (2.49)$$

$$\sigma_{in}(k) = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - |S_l(k)|^2), \quad (2.50)$$

escrevendo $S_l(k) = \eta_l(k) e^{2i\zeta_l(k)}$, podemos então finalmente escrever as seções de choque

elástica, inelástica e total em termos dos coeficientes $\eta_l(k)$ e $\zeta_l(k)$:

$$\sigma_{el}(k) = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [1 - 2\eta_l(k) \cos 2\zeta_l(k) + \eta_l^2(k)], \quad (2.51)$$

$$\sigma_{in}(k) = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [1 - \eta_l^2(k)], \quad (2.52)$$

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{in} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [1 - \eta_l(k) \cos 2\zeta_l(k)]. \quad (2.53)$$

2.5 Cinemática e invariantes de Mandelstam

Cada processo difrativo possui uma assinatura experimental que consiste em uma determinada configuração cinemática do estado final. No entanto, uma vez que se tem fundamentado o princípio básico de que os observáveis independem da escolha do referencial inercial, necessitamos de grandezas físicas que sejam invariantes de Lorentz [19]. Para que as seções de choque sejam escritas como função de quantidades que sejam invariantes de Lorentz, usualmente são usadas as chamadas variáveis independentes de Mandelstam.

Para o espalhamento exclusivo de dois corpos

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4, \quad (2.54)$$

é necessário apenas duas variáveis cinemáticas independentes² para descrever o processo. Temos, entretanto, um conjunto de possibilidades para estas variáveis, como os 4-momenta P_i das partículas 1, ..., 4 e os produtos escalares $\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2$, $\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_3$, $\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_4$. No entanto, pela conservação de energia-momentum $P_1 + P_2 = P_3 + P_4$ apenas duas destas variáveis são independentes. É conveniente escolher entre os três invariantes de Mandelstam, definidas como [20]

$$s = (P_1 + P_2)^2 = (P_3 + P_4)^2, \quad (2.55)$$

$$t = (P_1 - P_3)^2 = (P_2 - P_4)^2, \quad (2.56)$$

$$u = (P_1 - P_4)^2 = (P_2 - P_3)^2, \quad (2.57)$$

² Em uma reação do tipo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + N$, o número de variáveis independentes por Lorentz é $3N - 10$.

sendo respeitada a seguinte identidade

$$s + t + u = \sum_{i=1}^4 m_i^2, \quad (2.58)$$

resultante da condição de conservação de energia-momentum e das definições (2.55-2.57). Em geral, s e t são os invariantes escolhidos que, na reação (2.54), representam o quadrado da energia total no CM e o quadrado do momentum transferido, respectivamente.

Considerando que os corpos 1 e 2 na reação (2.54) deslocam-se no eixo- z e que o produto 3 e 4 da colisão seja espalhado por uma quantidade θ (Figura 2.1), assim a relação de conservação de momentum no CM é por definição [15, 21]

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0, \quad (2.59)$$

sendo os 4-momenta escritos em termos das respectivas energias E_i , do momentum do centro de massa $|\mathbf{p}| = p_z$ e do momentum transversal \mathbf{p}_\perp

$$\begin{aligned} P_1 &= (E_1, \mathbf{p}) = (E_1, 0, 0, p_z), \quad P_2 = (E_2, -\mathbf{p}) = (E_2, 0, 0, -p_z), \\ P_3 &= (E_3, \mathbf{p}') = (E_3, \mathbf{p}_\perp, p'_z), \quad P_4 = (E_4, -\mathbf{p}') = (E_4, -\mathbf{p}_\perp, -p'_z), \end{aligned} \quad (2.60)$$

onde

$$E_1 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_1^2 - m_2^2), \quad (2.61)$$

$$E_2 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_2^2 - m_1^2), \quad (2.62)$$

$$E_3 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_3^2 - m_4^2), \quad (2.63)$$

$$E_4 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_4^2 - m_3^2). \quad (2.64)$$

As duas variáveis independentes escolhidas são p_z e o ângulo de espalhamento θ do CM relacionadas por $p'_z = |\mathbf{p}'| \cos \theta$ e $p'_\perp = |\mathbf{p}'| \sin \theta$. Em termos dos invariantes de Mandelstam, podemos escrever as seguintes relações entre $|\mathbf{p}|$, \mathbf{p}' e s

$$\mathbf{p}^2 = \frac{1}{4s} \lambda(s, m_1^2, m_2^2), \quad (2.65)$$

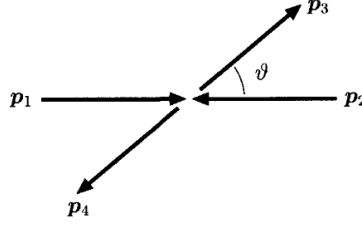


Fig. 2.1: Referencial do centro de massa.

$$\mathbf{p}'^2 = \frac{1}{4s} \lambda(s, m_1^2, m_4^2), \quad (2.66)$$

onde $\lambda(x, y, z)$, chamada de função triangular, é definida como

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2xz. \quad (2.67)$$

Também podemos escrever $\cos \theta$ em termos do invariante t

$$\cos \theta = \frac{s^2 + s(2t - \Sigma_i m_i^2) + (m_1^2 - m_2^2)(m_3^2 - m_4^2)}{\lambda^{1/2}(s, m_1^2, m_2^2) \lambda^{1/2}(s, m_1^2, m_4^2)}. \quad (2.68)$$

Um caso especial do espalhamento de dois corpos, de interesse particular neste trabalho, é o *espalhamento elástico*

$$1 + 2 \rightarrow 1' + 2', \quad (2.69)$$

onde as duas partículas permanecem inalteradas após a colisão, apesar da diferente configuração cinemática. No caso do espalhamento elástico de partículas com mesma massa m podemos escrever as variáveis independentes como

$$|\mathbf{p}| = \frac{1}{2} \sqrt{s - 4m^2}, \quad (2.70)$$

$$\cos \theta = 1 + \frac{2t}{s - 4m^2}, \quad (2.71)$$

invertendo (2.70) e (2.71), obtemos os invariantes de Mandelstam

$$s = (P_1 + P_2)^2 = 4(k^2 + m^2), \quad (2.72)$$

$$t = (P_1 - P_3)^2 = -4k^2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right), \quad (2.73)$$

e ainda pela identidade (2.58) podemos obter também o invariante u

$$u = (P_1 - P_4)^2 = -2k^2(1 + \cos \theta). \quad (2.74)$$

Por conveniência chamaremos k o módulo do momentum no CM. Os domínios físicos de s , t e u são determinados pelos limites cinemáticos de k e θ : para $k \geq 0$, $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ e $0 \leq \sin^2(\theta/2) \leq 1$, temos

$$s \geq 4m^2, \quad t \leq 0, \quad u \leq 0. \quad (2.75)$$

Em um espalhamento de dois corpos contendo apenas uma partícula virtual, é comum descrevermos a partícula estando em um determinado *canal*. O espalhamento (2.54) é definido como um processo de canal- s , uma vez que o invariante $s = (P_1 + P_2)^2$ é o quadrado da energia total no CM. Pela simetria de cruzamento da matriz S , no canal- t a reação (2.54) torna-se

$$1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4, \quad (2.76)$$

sendo $\bar{3}$ e $\bar{2}$ a antipartícula de 3 e 2, com momentum oposto (Figura 2.2). Neste caso, o quadrado da energia total no CM passa a ser escrito como $(P_1 + P_3)^2 = (P_1 - P_3)^2 = t$, e o quadrado do momentum transferido como $(P_1 - P_2)^2 = (P_1 + P_2)^2 = s$. No caso de espalhamento elástico de partículas de mesma massa:

$$t = (P_1 + P_3)^2 = 4(k_t^2 + m^2), \quad (2.77)$$

$$s = (P_1 - P_2)^2 = -4k_t^2 \sin^2 \left(\frac{\theta_t}{2} \right), \quad (2.78)$$

sendo o subscrito t referente ao canal- t , respectivamente. Os domínios físicos de t e s são agora determinados pelos limites cinemáticos de k_t e θ_t , e correspondem a

$$t \geq 4m^2, \quad s \leq 0. \quad (2.79)$$

Os processos nos canais s e t representam diferentes regiões físicas, desconectadas no plano de Mandelstam (Figura 2.3). Entretanto, a simetria de cruzamento permite que os processos sejam descritos pela mesma amplitude de espalhamento, de maneira que

$$F_{1+2 \rightarrow 3+4}(s, t, u) = F_{1+\bar{3} \rightarrow \bar{2}+4}(t, s, u), \quad (2.80)$$

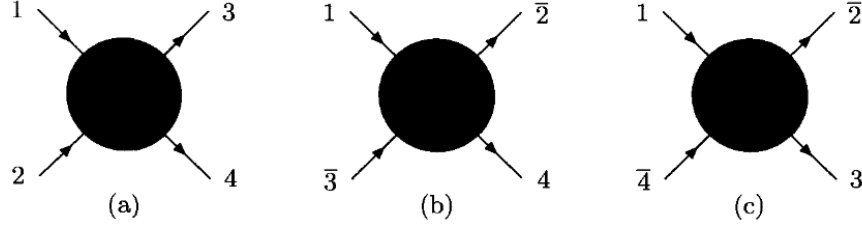


Fig. 2.2: *Espalhamento exclusivo de dois corpos (a) canal-s, (b) canal-t e (c) canal-u.*

e para o processo no canal- u

$$F_{1+2 \rightarrow 3+4}(s, t, u) = F_{1+\bar{4} \rightarrow \bar{2}+3}(u, t, s). \quad (2.81)$$

Portanto, os processos (2.54) e (2.76) estão relacionados simplesmente pela troca das variáveis s e t . Neste trabalho, estamos interessados em estudar os espalhamentos elásticos próton-próton (pp) e antipróton-próton ($\bar{p}p$), descritos nos seguintes canais:

$$\text{canal } s : p + p \rightarrow p + p, \quad (2.82)$$

$$\text{canal } t : \bar{p} + p \rightarrow \bar{p} + p. \quad (2.83)$$

No espalhamento de partículas sem spin e com massas iguais, a amplitude de espalhamento elástico f é uma função das variáveis s e t , sendo a seção de choque diferencial elástica escrita como

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt}(s, t) = \frac{\pi}{k^2} |f(s, t)|^2, \quad (2.84)$$

e a seção de choque total, da mesma forma que (2.24), escrita pelo teorema óptico

$$\sigma_{tot}(s) = \frac{4\pi}{k} \text{Im}\{f(s, t=0)\}, \quad (2.85)$$

uma vez que pela expressão (2.73) $\theta = 0$ implica em $t = 0$.

Vamos definir a relação de normalização para a amplitude de espalhamento como $f = kF$, assegurando a invariância de Lorentz da amplitude $F = F(s, t)$ [17], desta forma a seção de choque diferencial elástica e total passam a ser escritas por

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt}(s, t) = \pi |F(s, t)|^2, \quad (2.86)$$

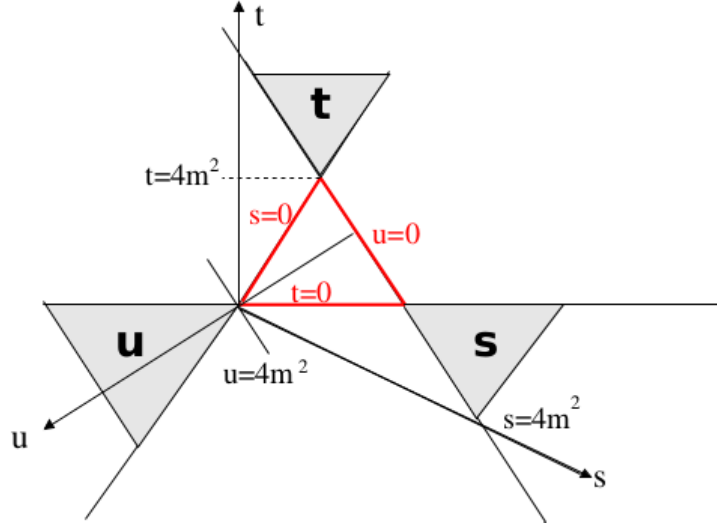


Fig. 2.3: Plano de Mandelstam e as respectivas regiões físicas dos canais s , t e u .

$$\sigma_{tot}(s) = 4\pi \operatorname{Im}\{F(s, t=0)\}. \quad (2.87)$$

Além destes observáveis, seção de choque total e diferencial, outra grandeza física de interesse no estudo de espalhamento elástico hadrônico é o parâmetro que dá a razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento frontal ($t=0$)

$$\rho(s) = \frac{\operatorname{Re}\{F(s, t=0)\}}{\operatorname{Im}\{F(s, t=0)\}}. \quad (2.88)$$

2.6 Limite de altas energias e a descrição semi-clássica

Pela equação (2.53) a contribuição da l -ésima onda parcial limita essa razão por

$$\sigma_l \leq \frac{4\pi(2l+1)}{k^2}, \quad (2.89)$$

onde seu comportamento é o de uma função decrescente com a energia [17]. No regime de altas energias torna-se possível a construção de uma representação geométrica, baseada no espaço de parâmetro de impacto³, muito útil no tratamento de casos em que o número de ondas parciais que contribuem para o espalhamento é muito grande. A amplitude de espalhamento é escrita como a soma sobre todos os valores possíveis de momentum angular

³ Espaço bidimensional ortogonal ao feixe.

l , no entanto no caso de potenciais com alcance finito temos para cada valor de energia um valor máximo l_{max} , aproximadamente $\sqrt{l_{max}(l_{max} + 1)} \simeq kr_0$, onde r_0 é o alcance do potencial. Em altas energias $kr_0 \gg 1$, i.e, quando a energia da partícula é muito maior que o potencial de interação $E \geq |V(\mathbf{r})|$, implica na condição $l_{max} \gg 1$. Neste caso, podemos converter a soma em componentes de l na equação (2.36) em uma integral de elementos dl

$$\sum_{l=0}^{l_{max}} \rightarrow \int_0^{\infty} dl,$$

assim, podemos reescrever a expressão (2.36) na forma integral

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{i}{2k} \int_0^{\infty} dl (2l + 1) [1 - e^{i\chi(k,l)}] P_l(\cos \theta), \quad (2.90)$$

onde as defasagens discretas $2\delta_l$ na expansão de ondas parciais passam a ser expressas de forma contínua pela função $\chi(k, l)$, denominada de *função eiconal*. No regime de $l \gg 1$ é válida a aproximação

$$P_l(\cos \theta) \rightarrow J_0 [(2l + 1) \sin(\theta/2)],$$

onde J_0 é a função de Bessel de ordem 0. Podemos ainda tomar a aproximação semi-clássica do momentum angular $l + 1/2 \approx kb$ obtida do limite de altas energias quando comparado o autovalor do operador $\mathbf{L}^2 (l(l + 1)\hbar^2)$ com o quadrado do momentum angular clássico $\hbar kb$, onde o parâmetro de impacto b é a distância mínima de aproximação entre duas partículas em colisão. A integral $\int dl$ pode ser substituída por uma integral $\int db b$, e utilizando as expressões (2.72) e (2.73) podemos escrever a amplitude elástica em função do momentum transferido $q (\equiv \sqrt{-t})$ e da energia s

$$f(q, s) = ik \int_0^{\infty} db b J_0(qb) [1 - e^{i\chi(s,b)}], \quad (2.91)$$

onde identificamos $f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = f(q, s)$. Na representação eiconal, o termo $1 - e^{i\chi(s,b)}$ é associado à *função de perfil* $\Gamma(s, b)$

$$\Gamma(s, b) = 1 - e^{i\chi(s,b)}. \quad (2.92)$$

A função de perfil permite extrair informações a respeito da estrutura hadrônica através de uma propriedade óptico-geométrica simples chamada de escurecimento, fundamental na construção de modelos geométricos.

Pela relação de normalização $f = kF$ definida na seção (1.4) e da relação para o mo-

momentum transferido $q = \sqrt{-t}$, podemos reescrever a expressão (2.91) na forma

$$F(s, t) = i \int_0^\infty db b J_0(b\sqrt{-t}) \Gamma(s, b), \quad (2.93)$$

vemos também que a função de perfil $\Gamma(s, b)$ é a transformada de Fourier-Bessel da amplitude $F(s, t)$

$$\Gamma(s, b) = -i \int_0^\infty d\sqrt{-t} \sqrt{-t} J_0(b\sqrt{-t}) F(s, t). \quad (2.94)$$

Pela expressão (2.92), vemos que a função de perfil é uma quantidade complexa, e portanto nada nos impede de reescrever $\Gamma(s, b)$ como a soma de uma parte real e de uma parte imaginária

$$\Gamma(s, b) = \text{Re } \Gamma(s, b) + i \text{Im } \Gamma(s, b), \quad (2.95)$$

afim de isolarmos cada uma das partes, faremos a mesma separação para a função eiconal, desta forma a expressão (2.92) fica escrita como

$$\begin{aligned} \Gamma(s, b) &= 1 - e^{i \text{Re } \chi(s, b) - \text{Im } \chi(s, b)} \\ &= \underbrace{(1 - e^{-\chi_I} \cos \chi_R)}_{\text{Re } \Gamma(s, b)} - \underbrace{i(e^{-\chi_I} \sin \chi_R)}_{\text{Im } \Gamma(s, b)}, \end{aligned} \quad (2.96)$$

onde por economia de notação, simplesmente definimos as partes real e imaginária da função eiconal como $\text{Re } \chi(s, b) \equiv \chi_R$ e $\text{Im } \chi(s, b) \equiv \chi_I$. Podemos agora escrever o módulo quadrado da função de perfil

$$\begin{aligned} |\Gamma(s, b)|^2 &= [\text{Re } \Gamma(s, b)]^2 + [\text{Im } \Gamma(s, b)]^2 \\ &= 2 \underbrace{(1 - e^{-\chi_I} \cos \chi_R)}_{\text{Re } \Gamma(s, b)} - (1 - e^{-2\chi_I}), \end{aligned} \quad (2.97)$$

desta forma, a parte real da função de perfil, associada à parte imaginária de $F(s, t)$, é relacionada via unitaridade às contribuições dos canais elásticos e inelásticos [15]

$$2\text{Re } \Gamma(s, b) = |\Gamma(s, b)|^2 + (1 - e^{-2\chi_I}). \quad (2.98)$$

Apartir do teorema óptico (2.87), da representação eiconal (2.92) e do princípio de unitaridade, determinamos as seções de choque de espalhamento na representação de parâmetro

de impacto

$$\begin{aligned}\sigma_{el} &= 2\pi \int_0^\infty db b |\Gamma(s, b)|^2 \\ &= 2\pi \int_0^\infty db b |1 - e^{-\chi_I + i\chi_R}|^2,\end{aligned}\tag{2.99}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{in} &= 2\pi \int_0^\infty db b [2 \operatorname{Re}\Gamma(s, b) - |\Gamma(s, b)|^2] \\ &= 2\pi \int_0^\infty db b [1 - e^{-2\chi_I}],\end{aligned}\tag{2.100}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{tot} &= 2\pi \int_0^\infty db b 2 \operatorname{Re}\Gamma(s, b) \\ &= 4\pi \int_0^\infty db b [1 - e^{-\chi_I} \cos \chi_R].\end{aligned}\tag{2.101}$$

O parâmetro ρ , definido como a razão entre a parte real e a parte imaginária da amplitude de espalhamento elástico, é escrita como

$$\rho = \frac{\operatorname{Re} \left\{ i \int_0^\infty db b [1 - e^{i\chi(s, b)}] \right\}}{\operatorname{Im} \left\{ i \int_0^\infty db b [1 - e^{i\chi(s, b)}] \right\}},\tag{2.102}$$

e a seção de choque diferencial elástica por

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt}(s, t) = \frac{1}{2\pi} \left| \int_0^\infty db b [1 - e^{i\chi(s, b)}] J_0(b\sqrt{-t}) \right|^2.\tag{2.103}$$

Observando a estrutura das expressões para as seções de choque (2.99), (2.100) e (2.101) e o princípio de unitariedade (2.23), podemos reescrever as seções de choque em termos de *funções de distribuição* chamadas de *funções de recobrimento*, i.e.,

$$G_{tot}(s, b) = 2 \operatorname{Re}\Gamma(s, b)\tag{2.104}$$

$$G_{el}(s, b) = |\Gamma(s, b)|^2\tag{2.105}$$

$$G_{in}(s, b) = G_{tot}(s, b) - G_{el}(s, b) = 2\operatorname{Re}\Gamma(s, b) - |\Gamma(s, b)|^2\tag{2.106}$$

A função de recobrimento inelástica $G_{in}(s, b)$ representa a probabilidade de ocorrência de um evento inelástico para determinado parâmetro de impacto b e energia s . Esta noção de probabilidade de ocorrência pode ser facilmente reconhecido se escrevermos $G_{in}(s, b)$ em

termos da função eiconal $\chi(s, b)$

$$G_{in}(s, b) \equiv (1 - e^{-2\chi_I}). \quad (2.107)$$

Uma consequência física direta da expressão (2.107) é que não existe um processo de espalhamento unicamente inelástico. Isto é análogo ao que ocorre em óptica clássica segundo o princípio de Babinet, onde a incidência de ondas planas em um obstáculo equivale à difração de ondas planas por seu objeto complementar. Quanto maior for a energia envolvida no processo, mais a amplitude elástica tende a ser puramente imaginária e o espalhamento elástico é esperado ser puramente difrativo.

2.7 Dados experimentais

O comportamento das seções de choque de espalhamentos hadrônicos com a energia do centro de massa, e o quadrado do momentum transferido, são de extrema importância para a compreensão da Física de difração em altas energias onde através das informações obtidas das regiões de pequeno e grande momentum transferido, as seções de choque desempenham um papel fundamental no estudo da transição para o regime perturbativo da QCD. Os dados experimentais utilizados nesta dissertação referem-se aos espalhamentos elásticos próton-próton (pp) e antipróton-próton ($\bar{p}p$) obtidos em aceleradores, estas são atualmente as reações medidas nas mais altas energias de centro de massa.

2.7.1 Grandezas físicas frontais

Vamos apresentar os dados experimentais das grandezas físicas frontais ($t = 0$) de espalhamento sendo elas seção de choque total $\sigma_{tot}^{pp, \bar{p}p}$ e parâmetro $\rho^{pp, \bar{p}p}$ na região de energia $\sqrt{s} \geq 10$ GeV.

No caso do espalhamento pp , as medidas de seção de choque total σ_{tot}^{pp} e parâmetro ρ^{pp} foram obtidas no ISR (*Intersecting Storage Ring*) no CERN até a energia $\sqrt{s} = 62.8$ GeV e os recentes dados do experimento TOTEM nas energias de $\sqrt{s} = 7 - 8$ TeV. Na tabela (2.1) apresentamos um resumo das medidas de seção de choque total para o espalhamento pp obtidos pela colaboração TOTEM [1, 2, 3, 4] no LHC através de três métodos específicos:

1. *Medida via seção de choque diferencial elástica* (extrapolação para $t = 0$)

A seção de choque diferencial elástica pode ser escrita em termos da amplitude de espalhamento $F_{el}(s, t)$ como

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt}(t, s) = \pi |F_{el}(s, t)|^2, \quad (2.108)$$

e pelo teorema óptico podemos escrever a seguinte relação

$$\sigma_{tot} = 4\pi \text{Im}\{F_{el}(s, 0)\} = \frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{1 + \rho^2}} \left[\frac{d\sigma_{el}}{dt} \Big|_{t=0} \right]^{1/2}, \quad (2.109)$$

onde $F_{el}(s, 0) = \text{Im}\{F_{el}(s, 0)\}(i + \rho)$. Extrapolando a seção de choque elástica para $t = 0$ e usando a previsão para o parâmetro $\rho \simeq 0.145 \pm 0.007$ em $\sqrt{s} = 7$ TeV obtida pelo grupo COMPETE [22], a colaboração TOTEM obteve para seção de choque total $\sigma_{tot}^{pp} = 98.30 \pm 2.80$ mb [1] e $\sigma_{tot}^{pp} = 98.58 \pm 2.23$ mb [2].

2. Medida independente de luminosidade

Este método está relacionado às medidas do número integrado de eventos elásticos e inelásticos N_{el} e N_{in} combinado com as medidas de $dN_{el}/dt|_{t=0}$

$$\sigma_{tot} = \frac{16\pi(\hbar c)^2}{1 + \rho^2} \frac{dN_{el}/dt|_{t=0}}{N_{el} + N_{in}}. \quad (2.110)$$

Usando este método, a colaboração TOTEM obteve para energias $\sqrt{s} = 7$ TeV e 8 TeV as seções de choque total $\sigma_{tot}^{pp} = 98.0 \pm 2.50$ mb [3] e 101.70 ± 2.90 [4]. Os resultados podem ser combinados com as medidas de luminosidade do CMS para estimar o parâmetro $\rho \simeq 0.145 \pm 0.091$ com excelente concordância com a previsão da colaboração COMPETE.

3. Medida independente de ρ

Este método é simplesmente a soma das seções de choque elástica e inelástica

$$\sigma_{tot} = \frac{N_{el} + N_{in}}{\mathcal{L}_{int}} = \sigma_{el} + \sigma_{in}. \quad (2.111)$$

A partir deste método, a colaboração TOTEM obteve para $\sqrt{s} = 7$ TeV a seção de choque total $\sigma_{tot}^{pp} = 99.10 \pm 4.30$ mb [3].

Colaboração	Referência	\sqrt{s} (TeV)	σ_{tot} (mb)
TOTEM	[1]	7	98.30 ± 2.80
	[2]	7	98.58 ± 2.23
	[3]	7	99.10 ± 4.30
	[3]	7	98.00 ± 2.50
	[4]	8	101.70 ± 2.90

Tab. 2.1: *Dados de seção de choque total medidos no LHC nas energias $\sqrt{s} = 7$ TeV e 8 TeV com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura.*

Com relação ao espalhamento $\bar{p}p$, os dados para seção de choque total $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ existem até $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, a energia do centro de massa do acelerador Tevatron do Fermilab.

Os dados aqui discutidos para a seção de choque total e parâmetro ρ para os espalhamentos próton-próton e antipróton-próton estão representados respectivamente nas figuras (2.4) e (2.5).

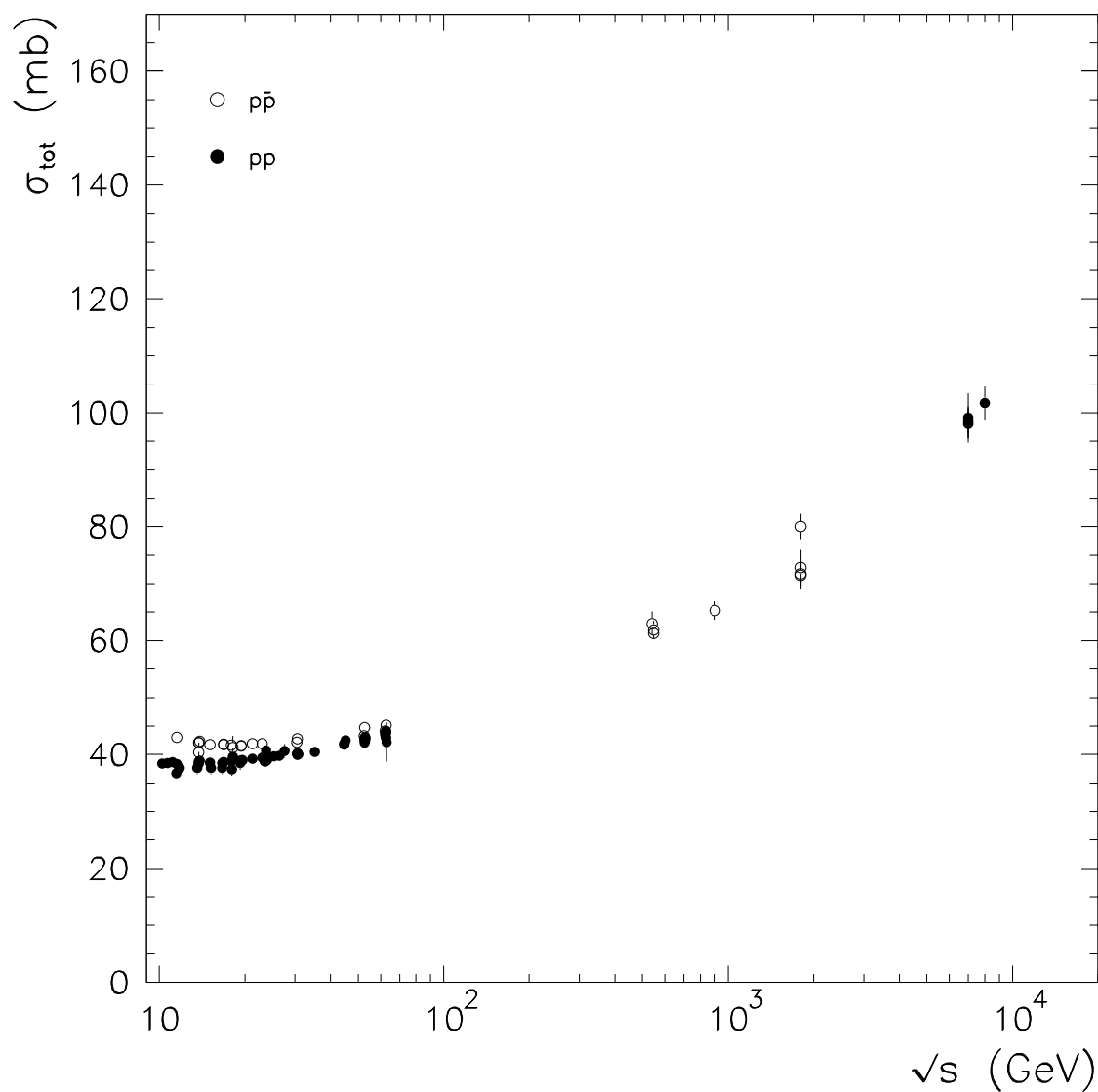


Fig. 2.4: *Dados experimentais de seção de choque total para os espalhamentos pp e $p\bar{p}$ acima de $\sqrt{10}$ GeV com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura.*

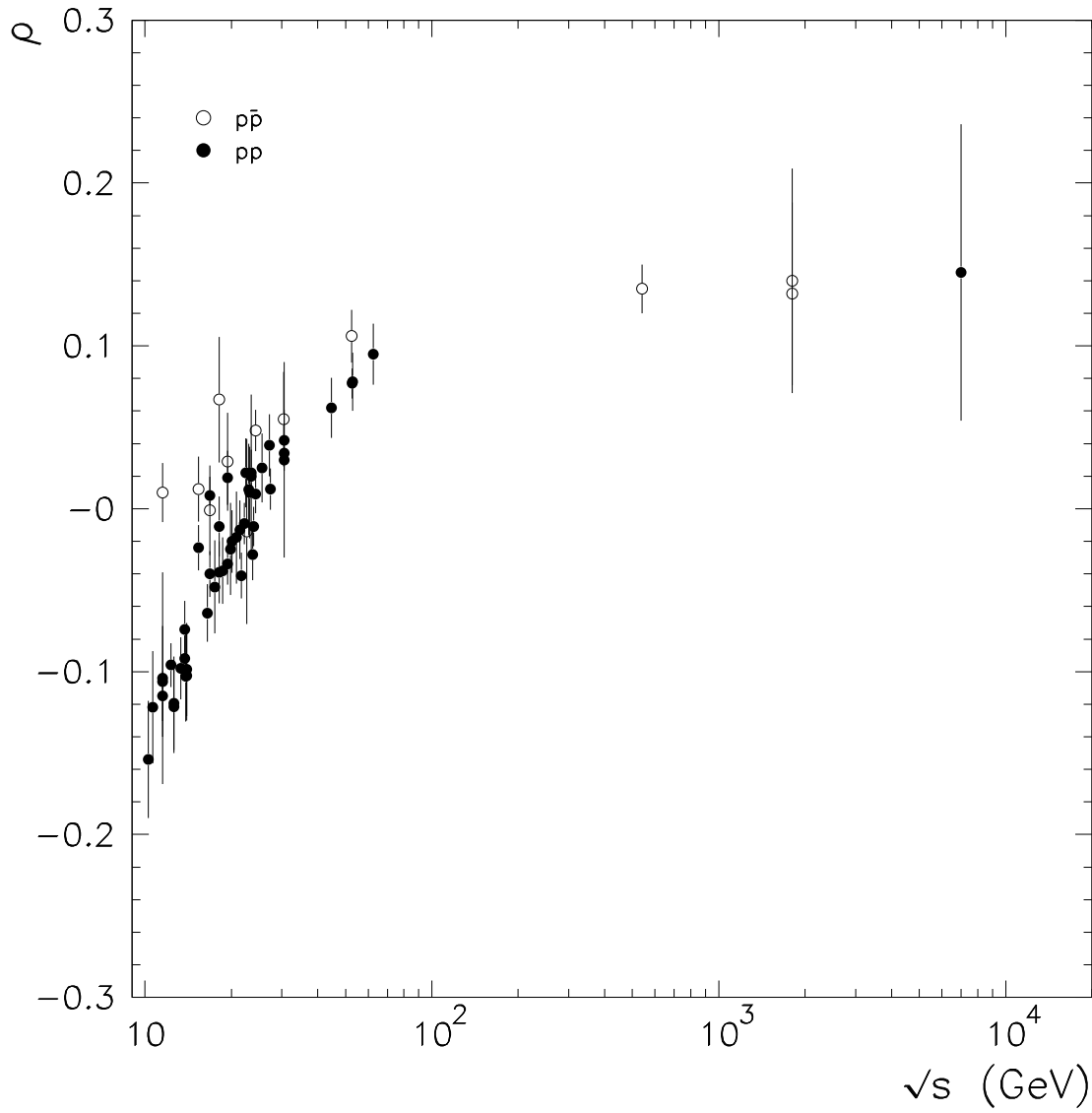


Fig. 2.5: *Dados experimentais de parâmetro ρ para os espalhamentos pp e $p\bar{p}$ acima de $\sqrt{10}$ GeV com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura.*

Capítulo 3

O modelo a pártos da cromodinâmica quântica

A *Cromodinâmica Quântica* (QCD) é a teoria de calibre da interação forte entre quarks e glúons, coletivamente chamados pártos, e constitui um dos pilares do Modelo Padrão das partículas elementares e suas interações [8, 9]. A QCD é descrita através da invariância das propriedades de simetria do grupo $SU(N_c)$, onde $N_c = 3$ define a dimensão do grupo e introduz um novo número quântico à teoria, chamado de carga forte ou cor. Historicamente, os graus de liberdade de cor surgiram como a solução do problema de como construir a função de onda para o bárion Δ^{++} . Este apresenta spin $3/2$, sendo obtido pela combinação de três quarks idênticos, três quarks u . Dado que os quarks possuem spin $1/2$, a estatística de Fermi-Dirac implica em uma função de onda antissimétrica, além disso o princípio de exclusão de Pauli garante que cada um dos três quarks deve apresentar números quânticos distintos. E de fato apresentam, uma vez que consideramos a função de onda totalmente antissimétrica nos graus de liberdade de cor.

Em termos matemáticos, os campos de matéria (quarks) transformam-se de acordo com a representação fundamental $SU(3)$ e são representados pelos espinores ψ_q , com cada tipo ou sabor de quark possuindo um entre os três valores possíveis da carga de cor. Os campos de calibre da teoria são representados pelas matrizes T^A geradoras do grupo de simetria $SU(3)$, de tal forma que surgem oito matrizes geradoras, ou oito glúons vetoriais, identificados por $A = 1, \dots, 8$.

Entretanto, quarks jamais foram observados livres, mas sim em estados hadrônicos de combinações de singlete de cor de quarks, antiquarks e glúons. Este fato evidencia que a força agindo sobre os quarks deve aumentar com a distância, ao contrário do que ocorre com a QED. O mecanismo que explica este comportamento é chamado de confinamento. Devido à natureza não Abelianiana do grupo de calibre, os glúons são coloridos e podem interagir entre

si. Isto leva a propriedade de liberdade assintótica, onde o acoplamento forte, calculado via teoria de perturbação e grupo de renormalização, diminui monotonicamente em curtas distâncias ou grandes valores de momenta transferidos.

Na primeira parte deste capítulo vamos analisar a Lagrangeana que é a base da teoria. Em seguida vamos estudar os aspectos fundamentais da QCD como constante de acoplamento forte e o modelo a párons.

3.1 A Lagrangeana da QCD

As regras de Feynman necessárias para uma análise perturbativa da QCD são obtidas através da densidade Lagrangeada

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_{cl} + \mathcal{L}_{fc} + \mathcal{L}_{ft}, \quad (3.1)$$

sendo o termo clássico \mathcal{L}_{cl} , correspondente à dinâmica de quarks de massa m e glúons de massa nula, dada por

$$\mathcal{L}_{cl}(x) = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^A(x)F_A^{\mu\nu}(x) + \sum_q \bar{\psi}_q^r(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m)_{rs}\psi_q^s(x), \quad (3.2)$$

onde $r, s = 1, 2, 3$ são índices de cor e $q = u, d, s, c, b, t$ é o índice de sabor. As matrizes de Dirac satisfazem as relações de anticomutação $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$. Os campos ψ_q^r representando os quarks estão na representação fundamental de triplete de cor do grupo. Neste caso, a derivada covariante que atua nos campos de matéria tem a forma

$$(D_\mu)_{rs} = \partial_\mu \delta_{rs} + ig_s(t^C G_\mu^C(x))_{rs}, \quad (3.3)$$

e de forma análoga, a derivada covariante que atua nos campos de glúons

$$(D_\mu)_{AB} = \partial_\mu \delta_{AB} + ig_s(T^C G_\mu^C(x))_{AB}, \quad (3.4)$$

onde t e T são os geradores do grupo $SU(3)$ na representação fundamental e adjunta satisfazendo a relação de comutação [10]

$$[\lambda^A, \lambda^B] = if^{ABC}\lambda^C. \quad (3.5)$$

Os geradores t^A são normalizados como

$$\text{Tr}(t^A t^B) = \frac{1}{2} \delta^{AB}, \quad (3.6)$$

e satisfazem as seguintes relações

$$t_{ab}^A t_{cd}^A = \frac{1}{2} \left(\delta_{ad} \delta_{bc} - \frac{1}{N_c} \delta_{ab} \delta_{cd} \right), \quad (3.7)$$

de onde se obtém

$$t_{ab}^A t_{bc}^A = C_F, \quad \text{onde } C_F = \frac{N_c^2 - 1}{N_c}. \quad (3.8)$$

E para os geradores T^A tem-se que

$$\text{Tr}(T^A T^B) = f^{ACD} f^{BCD} = C_A \delta^{AB}, \quad \text{onde } C_A = N_c. \quad (3.9)$$

O tensor de campo gluônico é definido como

$$F_{\mu\nu}^A(x) = \partial_\mu G_\nu^A(x) - \partial_\nu G_\mu^A(x) - g_s f^{ABC} G_\mu^B G_\nu^C, \quad (3.10)$$

sendo g_s a constante de acoplamento que determina a magnitude de interação entre campos de cor e f^{ABC} são as constantes de estrutura da QCD, as quais são antissimétricas frente a troca de dois índices e completamente definida pela relação de comutação (3.5) e satisfazendo a identidade de Jacobi

$$f_{ABE} f_{ECD} + f_{CBE} f_{AED} + f_{DBE} f_{ACE} = 0. \quad (3.11)$$

A QCD é uma teoria de calibre local, i.e., invariante frente a transformações do tipo [11]

$$\psi_q(x) \rightarrow \psi'_q(x) = U(x) [\psi_q(x)] = \left[e^{ig_s t^A \theta^A(x)} \right] \psi_q(x), \quad (3.12)$$

$$G_\mu^A \rightarrow G'^A_\mu(x) = G_\mu^A + \partial_\mu \theta^A(x) + g_s f^{ABC} \theta^B(x) G_\mu^C(x),$$

onde $\theta^A(x)$ denota o conjunto de funções infinitesimais arbitrárias, chamadas ângulo de calibre, das quais os observáveis físicos não dependem. Da mesma forma, o campo vetorial deve ser modificado por transformações do tipo $G_\mu \rightarrow G'_\mu$, tal que a derivada covariante

transformada é escrita como

$$D'_\mu \psi'_q(x) = (\partial_\mu + ig_s t^A G'_\mu{}^A) \psi'_q(x) = U(x) [D_\mu] \psi_q(x), \quad (3.13)$$

a partir desta relação de como a derivada covariante transformada atua no campo transformado obtemos

$$t^A G'_\mu{}^A = U(x) t^A G_\mu{}^A U^{-1}(x) + \frac{i}{g_s} [\partial_\mu U(x)] U^{-1}(x). \quad (3.14)$$

Isto implica que o tensor de campo $F_{\mu\nu}^A$ obedece a seguinte lei de transformação

$$T^A F'_{\mu\nu} = U(x) T^A F_{\mu\nu} U^{-1}(x). \quad (3.15)$$

Devido a arbitrariedade do campo de glúons, torna-se impossível definir propagadores e vértices de interação por métodos perturbativos sem uma escolha inicial de calibre. As regras de Feynman para a propagação e interação de quarks e glúons só podem ser deduzidas após a introdução de um termo de fixação de calibre \mathcal{L}_{fc} , como expresso no segundo termo da Lagrangeana (3.1). Uma possibilidade é utilizar o calibre de Lorenz $\partial_\mu G_A^\mu = 0$

$$\mathcal{L}_{fc} = -\frac{1}{2\lambda} (\partial_\mu G_A^\mu)^2, \quad (3.16)$$

onde λ é o parâmetro de calibre. O calibre de Lorenz determina a classe dos chamados calibres covariantes [12]. Neste, o propagador do campo de glúons é escrito da seguinte maneira

$$i\Delta^{\mu\nu}(k) = -\frac{i}{k^2} \left(g^{\mu\nu} + (\lambda - 1) \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right), \quad (3.17)$$

onde k^μ representa o quadrimomentum da partícula. Dizemos que estamos no calibre de Feynman quando $\lambda = 1$ e calibre de Landau quando $\lambda = 0$. Entretanto, em uma teoria não Abeliã como a QCD, o termo de fixação de calibre deve vir acompanhado de um termo envolvendo campos escalares complexos η^A

$$\mathcal{L}_{ft} = \partial_\mu \eta^{A\dagger} (D_{AB}^\mu \eta^B), \quad (3.18)$$

também chamados de campos fantasmas ou campos de Faddeev-Popov [23, 24]. Estes campos são necessários pois cancelam os graus de liberdade não físicos que surgem ao se trabalhar com calibres covariantes.

Uma outra maneira de escrever o termo de fixação de calibre é através dos chamados

calibres axiais

$$\mathcal{L}_{fc} = \partial_\mu (n^\mu G_\mu^A)^2. \quad (3.19)$$

Este calibre tem a vantagem de evitar o surgimento de graus de liberdades não físicos, pois devido a dependência com o vetor n^μ deixa claro que é não covariante. Por outro lado, o propagador (3.17) é escrito de maneira muito mais complicada

$$i\Delta^{\mu\nu}(k) = \frac{i}{k^2} \left(-g^{\mu\nu} + \frac{n^\mu k^\nu + n^\nu k^\mu}{n \cdot k} - \frac{(n^2 + \lambda k^2)k^\mu k^\nu}{(n \cdot k)^2} \right). \quad (3.20)$$

Assumindo $n^2 = 0$ e $\lambda = 0$, dizemos que estamos no calibre do cone de luz também chamado de calibre físico, pois para $k^2 \rightarrow 0$ somente as duas polarizações física propagam-se

$$k \cdot \epsilon^{(i)}(k) = 0 \quad e \quad n \cdot \epsilon^{(i)}(k) = 0, \quad (3.21)$$

onde $\epsilon(k)$ são os estados de polarização.

A principal diferença entre a *Eletrodinâmica Quântica* (QED) e a QCD pode ser rapidamente identificada na forma que o tensor de campo $F_{\mu\nu}^A$ (3.10) é escrito. Por ser uma teoria não Abelianiana apresentará termos de auto-interação, após contrações do tipo $F_{\mu\nu}^A F_A^{\mu\nu}$ na Lagrangeana o termo $g_s f^{ABC} G_\mu^B G_\nu^C$ gera os vértices de três e quatro glúons.

3.2 Renormalização e a constante de acoplamento efetiva α_s

Os diagramas de Feynman contendo laços (*loops*) contribuem para o surgimento de divergências nas integrais em quadrimomentum na teoria que devem ser regularizadas de forma que se tornem quantidades finitas. O processo de remoção dessas divergências pode ser realizado através de processos chamados de regularização, por exemplo introduzindo parâmetros adicionais à teoria (massa do glúon m_g), fazendo um limite superior de integração (regularização com corte (*cut-off*) em momentum na região ultravioleta) ou ainda trabalhando com um espaço em dimensões não inteiras (regularização dimensional $D = 4 - 2\epsilon$). Um processo alternativo é reescalar o campo, onde as divergências podem ser absorvidas em redefinições de quantidades físicas via um processo de renormalização da teoria¹. Entretanto, a subtra-

¹ Formalmente o procedimento de renormalização da teoria é feito somando-se diagramas de Feynman conectados, i.e., funções de Green irreduzíveis de dois pontos Γ . Controlando as divergências no propagador com um corte na região ultravioleta, obtemos uma função de Green não-renormalizada $\Gamma_U(p_i, g_s, \Lambda)$, sendo

ção de divergências ultravioletas leva à introdução de uma escala de renormalização μ na teoria, fazendo com que quantidades renormalizadas, como o acoplamento forte g_s , dependam explicitamente de μ (escala em que as subtrações das divergências ultravioletas são realizadas) [9, 11]. Assim uma mudança na escala de renormalização deve ser compensada por uma mudança na constante de acoplamento efetiva α_s no ponto de subtração μ

$$\alpha_s \equiv \alpha_s(\mu^2) = \frac{g_s^2}{4\pi}. \quad (3.22)$$

Esta compensação na constante de acoplamento pode ser realizada se considerarmos, por exemplo, um observável físico adimensional (completamente geral) \mathcal{R} que seja dependente de uma escala de energia Q . No caso mais geral \mathcal{R} possui dependência apenas na razão Q^2/μ^2 , devido ao seu caráter adimensional, e da constante de acoplamento efetiva α_s

$$\mathcal{R}\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s, \mu\right) = \mathcal{R}\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s\right). \quad (3.23)$$

Matematicamente, a independência de \mathcal{R} em relação a μ , pode ser expressa como

$$\mu^2 \frac{d}{d\mu^2} \mathcal{R}(Q^2/\mu^2, \alpha_s) = \left(\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right) \mathcal{R}(Q^2/\mu^2, \alpha_s) = 0. \quad (3.24)$$

Esta expressão pode ser reescrita de maneira mais compacta se introduzirmos as notações

$$\tau \equiv \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right), \quad \beta(\alpha_s) \equiv \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} = \frac{\partial \alpha_s}{\partial \log \mu^2}, \quad (3.25)$$

onde $\beta(\alpha_s)$ é a chamada função beta do grupo da QCD e mostra o comportamento ultravioleta da teoria em função da escala de renormalização μ^2 . Portanto, (3.24) pode ser reescrita na forma

$$\left(-\frac{\partial}{\partial \tau} + \beta(\alpha_s) \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right) \mathcal{R}(e^\tau, \alpha_s) = 0, \quad (3.26)$$

conhecida como equação do grupo de renormalização. É possível mostrar que $\mathcal{R}(e^\tau, \alpha_s) = \mathcal{R}(1, \alpha_s(\tau)) = \alpha_s(\tau)$ é solução da equação do grupo de renormalização com a condição de contorno $\alpha_s(\tau = 0) = \alpha_s(\mu^2) = \alpha_s$, onde uma nova função dependente da escala de energia

p_i o momentum e Λ a escala de energia que define o corte. Para uma teoria como a QCD, é possível definir um propagador renormalizado Γ_R através de um produto de fatores de renormalização $\gamma_T(g_s)$ chamados de dimensão anômala. Desta maneira, podemos escrever as equações de Callan-Szymanski que definem a classe de equações do grupo de renormalização.

Q é definida, denominada de acoplamento dinâmico $\alpha_s(\tau^2)$, tal que

$$\tau = \int_{\alpha_s(0)}^{\alpha_s(\tau^2)} \frac{d\alpha'}{\beta(\alpha')}. \quad (3.27)$$

Diferenciando (3.26) em τ e α_s , encontra-se

$$\frac{d\alpha_s(\tau)}{d\tau} = \beta(\alpha_s(\tau)), \quad \frac{d\alpha_s(\tau)}{d\alpha_s} = \frac{\beta(\alpha_s(\tau))}{\beta(\alpha_s)}, \quad (3.28)$$

mostrando que toda a dependência de escala em \mathcal{R} está contida na constante de acoplamento α_s . Sabendo-se o comportamento de α_s , podemos prever a variação de \mathcal{R} em qualquer escala Q .

O cálculo da constante de acoplamento exige o conhecimento da função $\beta(\alpha_s(\tau))$. Na QCD, a função beta possui a seguinte expansão perturbativa [25, 26, 27]

$$-\beta\alpha_\tau = b_0\alpha_s^2(\tau) + b_1\alpha_s^3(\tau) + b_2\alpha_s^4(\tau) + \dots, \quad (3.29)$$

onde

$$b_0 = \frac{\beta_0}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \left(11 - \frac{2}{3}N_f \right), \quad (3.30)$$

$$b_1 = \frac{\beta_1}{16\pi^2} = \frac{1}{16\pi^2} \left(102 - \frac{38}{3}N_f \right), \quad (3.31)$$

sendo N_f o número de sabores de quarks com massa $m_q \ll Q$. Os termos $b_{\geq 2}$ dependem do esquema de renormalização adotado. Podemos escrever a variação de $\alpha_s(\tau)$ expressa em (3.28) utilizando a expansão perturbativa da função beta em relação à escala de energia Q

$$\frac{d\alpha_s(\tau)}{d\tau} = \beta(\alpha_s(\tau)) = Q^2 \frac{d\alpha_s(Q^2)}{dQ^2} = -b_0\alpha_s^2(Q^2) \left(1 + \frac{b_1}{b_0}\alpha_s(Q^2) + \frac{b_2}{b_0}\alpha_s^2(Q^2) + \dots \right). \quad (3.32)$$

A expansão perturbativa da função beta pode ser truncada de forma que apenas os termos b_0 e b_1 sejam considerados. Isto se torna possível pois as quantidades físicas usadas em cálculos perturbativos são conhecidas até a ordem de perturbação NLO, portanto em fenomenologia usualmente é usado apenas os termos em *ordem dominante* (LO) e *ordem seguinte à dominante* (NLO). Assim, podemos calcular o comportamento de $\alpha_s(Q^2)$

reescrevendo a equação (3.32) como uma série geométrica

$$Q^2 \frac{d\alpha_s(Q^2)}{dQ^2} = -b_0 \alpha_s^2(Q^2) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{b_1}{b_0} \alpha_s(Q^2) \right)^n = -\frac{b_0 \alpha_s^2(Q^2)}{1 - \frac{b_1}{b_0} \alpha_s(Q^2)}, \quad (3.33)$$

onde os parâmetros b_n na expansão perturbativa da função beta são escritos na forma [9, 10]

$$b_n = b_0 \left(\frac{b_1}{b_0} \right)^n. \quad (3.34)$$

Podemos ver que até a ordem $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$, as equações (3.32) e (3.33) são equivalentes, de maneira que podemos utilizar esta última para obter as expressões para as constantes de acoplamento dinâmico $\alpha_s^{LO}(Q^2)$ e $\alpha_s^{NLO}(Q^2)$. Utilizando a expressão (3.27) para τ e a série geométrica para a função beta (3.33), obtemos

$$\log \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) = \int_{\alpha_s(\mu^2)}^{\alpha_s(Q^2)} d\alpha_s(Q^2) \left(-\frac{1 - \frac{b_1}{b_0} \alpha_s(Q^2)}{b_0 \alpha_s^2(Q^2)} \right), \quad (3.35)$$

onde usamos (3.25). Fazendo a integração encontramos a seguinte solução

$$\log \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) = \frac{1}{b_0 \alpha_s(Q^2)} - \frac{1}{b_0 \alpha_s(\mu^2)} + \frac{b_1}{b_0^2} \log \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(\mu^2)} \right). \quad (3.36)$$

Podemos reescrever esta expressão separando os termos que dependem explicitamente da escala de energia Q dos termos que dependem do ponto de subtração μ

$$-\frac{1}{b_0 \alpha_s(Q^2)} - \frac{b_1}{b_0^2} \log(\alpha_s(Q^2)) + \log Q^2 = -\frac{1}{b_0 \alpha_s(\mu^2)} - \frac{b_1}{b_0^2} \log(\alpha_s(\mu^2)) + \log \mu^2 = C, \quad (3.37)$$

pela forma funcional desta relação vemos que esta nada mais é que um *c-number*, assim nada nos impede de igualarmos (3.37) a um parâmetro C sendo este uma constante arbitrária. A QCD perturbativa nos diz a forma como o acoplamento $\alpha_s(Q^2)$ varia com a escala, mas nada sobre a escala em si. Portanto devemos adotar como parâmetro fundamental da teoria o valor do acoplamento em uma escala de referência, definida por convenção. É comum utilizar a escala em que $\mu = M_Z$, onde M_Z é a massa do bóson vetorial neutro Z , assim o parâmetro fundamental da QCD é o valor experimental de $\alpha_s(M_Z^2)$.

Uma maneira de lidarmos com essa arbitrariedade, é introduzirmos um parâmetro dimensional Λ na definição do acoplamento $\alpha_s(Q^2)$. Este parâmetro representa a escala na

qual o acoplamento forte $\alpha_s \rightarrow \infty$, assim reescrevemos a expressão (3.27) como²

$$\log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right) = \int_{\infty}^{\alpha_s(Q^2)} \frac{d\alpha_s(Q^2)}{\beta(\alpha_s(Q^2))}. \quad (3.38)$$

Definindo o parâmetro C como

$$C = \log \Lambda^2 + \frac{b_1}{b_0} \log b_0, \quad (3.39)$$

podemos obter da relação (3.37) a forma funcional do acoplamento dinâmico

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{b_0 \left[\log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right) - \frac{b_1}{b_0} \log(b_0 \alpha_s(Q^2)) \right]}. \quad (3.40)$$

Expandindo a expressão (3.40) em potências de $1/\log(Q^2/\Lambda^2)$, obtemos

$$\alpha_s(Q^2) = \underbrace{\frac{1}{b_0 \log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}}_{\alpha_s^{LO}(Q^2)} + \underbrace{\frac{1}{b_0 \log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right) \left[1 - \frac{b_1}{b_0} \log(b_0 \alpha_s^{LO}(Q^2)) / \log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right) \right]}}_{\alpha_s^{NLO}(Q^2)}, \quad (3.41)$$

assim, o acoplamento efetivo em ordem dominante e ordem seguinte à dominante é dado pelas expressões

$$\alpha_s^{LO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}, \quad (3.42)$$

$$\alpha_s^{NLO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \left[1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\log \log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}{\log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \right]. \quad (3.43)$$

Dizemos que as expressões (3.42) e (3.43) são as aproximações de um e dois laços em teoria de perturbação.

3.3 O modelo a pártons

Como foi dito na introdução deste capítulo, o mecanismo de confinamento de cor impede a formação de estados livres de quarks e glúons, mas sim em estados hadrônicos. Desta forma é necessário que exista um mecanismo que una esses estados de singletos de cor dos hádrons

² A escala Λ pode ser obtida experimentalmente e é de cerca de 200 MeV.

observados em laboratório com os quarks, antiquarks e glúons coloridos descritos pela QCD. O mecanismo que estabelece essa união é conhecido como modelo a partons, construído sob a hipótese de os hádrons observados serem compostos por partículas pontuais denominadas párons, onde as interações hádron-hádron resultam das interações entre párons. No final da década de 60 experimentos com *espalhamento inelástico profundo* (DIS), realizados no acelerador linear de Stanford (SLAC) [28], verificaram esta hipótese de estado hadrônicos de cor.

3.3.1 Espalhamento inelástico profundo

O DIS caracteriza-se pela interação de um lépton l de alta energia com um nucleon N (próton ou neutrôn), ou com nucleons dentro do núcleo. Interações deste tipo ocorrem por meio da troca de um bóson de calibre (γ^* , Z^0 para corrente neutra e W^\pm para corrente carregada). Processos em que há a troca de γ^* (fóton virtual) apresentam uma contribuição mais significativas para o cálculo da seção de choque do que processos em que ocorrem a troca de Z^0 e W^\pm , pois bósons vetoriais com massa são suprimidos se a virtualidade Q^2 não for muito grande, como vemos pela forma $1/(Q^2 + M^2)$ do propagador. No estado final, são medidos o lépton e um estado hadrônico X formado a partir da fragmentação do nucleon, cujo processo é representado pela reação

$$l + N \rightarrow l' + X. \quad (3.44)$$

Processos nos quais medimos, além do estado hadrônico X , somente o lépton no estado final são chamados de inclusivos, existe também a classe dos processos ditos semi-inclusivo os processos onde ocorre a seleção de um estado hadrônico final ou ainda de exclusivo caracterizado por uma configuração final particular quando o nucleon não é completamente dissociado, como por exemplo no caso de processos difrativos.

O processo inclusivo caracterizado pela reação (3.44) é representado pelo diagrama em ordem mais baixa (LO) em teoria de perturbação na figura (3.1) onde temos as quantidades cinemáticas relacionadas ao DIS $ep \rightarrow eX$. O processo é descrito por três variáveis cinemáticas, sendo uma delas o invariante de Mandelstam que representa a energia visto no centro de massa elétron-próton

$$s = (k + p)^2, \quad (3.45)$$

as outras duas variáveis independentes são geralmente escolhidas entre os seguintes invari-

antes [15]

$$Q^2 = -q^2 = (k - k')^2 > 0, \quad (3.46)$$

$$W^2 = (p + q)^2 \quad (3.47)$$

$$\nu = \frac{p \cdot q}{m_p} = \frac{W^2 + Q^2 - m_p^2}{2m_p}, \quad (3.48)$$

$$x = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{Q^2}{2m_p \nu} = \frac{Q^2}{W^2 + Q^2 - m_p^2}, \quad (3.49)$$

$$y = \frac{\nu}{E} = \frac{p \cdot q}{p \cdot k} = \frac{W^2 + Q^2 - m_p^2}{s - m_p^2}, \quad (3.50)$$

onde W^2 é o quadrado da energia no centro de massa do sistema elétron-próton (quadrado da massa invariante do estado hadrônico X), ν no referencial de repouso do próton é a energia transferida, ou seja $\nu = E - E'$ sendo E e E' a energia inicial e final do elétron.

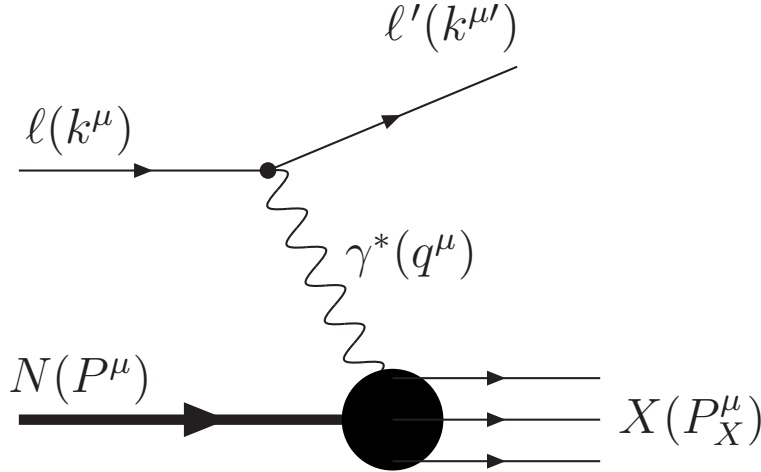


Fig. 3.1: Diagrama para o espalhamento inelástico ($W^2 \gg m_p^2$) profundo ($Q^2 \gg m_p^2$) $ep \rightarrow eX$. As quantidades k^μ e k'^μ são os quadrimomenta do elétron, p^μ o quadrimomentum do próton e $q^\mu = k^\mu - k'^\mu$ é o quadrimomentum transferido ($-q = Q^2$). Onde W é a massa invariante do estado hadrônico final X e m_p a massa do próton.

O DIS é descrito pela introdução da variável adimensional x de Bjorken definida pela relação (3.49). Como $W^2 \geq m_p^2$ e pela relação (3.49) $W^2 = m_p^2 + 2p \cdot q(1 - x)$ a variável x de Bjorken assume valores no intervalo $0 \leq x \leq 1$. A quantidade y algumas vezes chamada de inelasticidade define a fração de energia perdida pelo elétron no referencial de repouso do próton e também é válida no intervalo $0 \leq y \leq 1$. No limite em que as massas m_e e m_p

podem ser desprezadas, podemos escrever $xy \approx Q^2/s$. O termo inelástico profundo refere-se ao limite cinemático onde $m_p \nu \gg m_p^2$ e $Q^2 \gg m_p^2$, mantendo-se x fixo. Desta forma, é possível desprezar a massa do próton frente a outras escalas de energia do processo.

A seção de choque inclusiva para o espalhamento $ep \rightarrow eX$ em ordem mais baixa na QED pode ser expressa em termos do produto entre os tensores de vértice leptônico $L_{\mu\nu}$ e hadrônico $W_{\mu\nu}$, tal que

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha_{em}^2}{2m_p Q^4} \frac{E'}{E} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}, \quad (3.51)$$

onde α_{em} é a constante de acoplamento eletromagnética, $\Omega \equiv (\theta, \phi)$ é o ângulo sólido de espalhamento que caracteriza a direção do elétron no estado final, $L_{\mu\nu}$ é calculado através das regras de Feynman da QED

$$L_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{Tr} [k \gamma_\mu k' \gamma_\nu] = 2(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - g_{\mu\nu} k \cdot k'), \quad (3.52)$$

e $W_{\mu\nu}$ é escrito como

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi} \int d^4z e^{iq \cdot z} \langle P | J_\mu(z) J_\nu(0) | P \rangle, \quad (3.53)$$

onde J_μ é o operador densidade de corrente representando a probabilidade de transição do estado inicial para o final e $|P\rangle$ o autoestado do próton. O tensor leptônico pode ser calculado explicitamente em qualquer caso de interesse. Entretanto o tensor hadrônico deve ser escrito através de uma parametrização dos quadrimomenta presentes no vértice $\gamma^* p$. Uma possível parametrização é [15, 19, 11]

$$\begin{aligned} \frac{1}{2m_p} W_{\mu\nu} = & \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) W_1(p \cdot q, q^2) + \\ & + \left[\left(p_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(p_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \right] W_2(p \cdot q, q^2), \end{aligned} \quad (3.54)$$

sendo W_1 e W_2 denominadas de funções de estrutura. Estas parametrizam a estrutura interna do próton, representada pelo círculo preto na figura (3.1), portanto a seção de choque inclusiva é escrita de forma

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha_{em}^2 E'^2}{Q^4} \left(2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right), \quad (3.55)$$

onde θ é o ângulo de espalhamento do elétron. No limite de altas energias, quando $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$, i.e., quando $x \rightarrow 0$, a razão ν/Q^2 mantém-se finita, este é o denominado limite de Bjor-

ken. Podemos reescrever convenientemente as funções de estrutura de forma adimensional [19], tal que

$$F_1(x, Q^2) \equiv m_p W_1(\nu, Q^2), \quad (3.56)$$

$$F_2(x, Q^2) \equiv \nu W_2(\nu, Q^2). \quad (3.57)$$

Podemos reescrever a seção de choque utilizando simetria cilíndrica,

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{d^2\sigma}{dE'2\pi \sin \theta d\theta}, \quad (3.58)$$

e pelo determinante de Jacobi podemos fazer a seguinte transformação de variáveis

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} &= \frac{1}{2\pi \sin \theta} \left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(E', \theta)} \right| \frac{d^2\sigma}{dxdy} \\ &= \frac{1}{2\pi \sin \theta} \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial x}{\partial E'} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial E'} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{array} \right| \frac{d^2\sigma}{dxdy} \\ &= \frac{1}{2\pi \sin \theta} \left| \begin{array}{cc} \frac{2E \sin^2 \frac{\theta}{2}}{M} \left[\frac{E' + (E - E')}{(E - E')^2} \right] & \frac{2EE'}{(E - E')M} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \\ -\frac{1}{E} & 0 \end{array} \right| \frac{d^2\sigma}{dxdy} \\ &= \frac{1}{2\pi \sin \theta} \frac{2E'}{(E - E')M} \frac{\sin \theta}{2} \frac{d^2\sigma}{dxdy} \\ &= \frac{E'}{2\pi M E y} \frac{d^2\sigma}{dxdy}. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Assim, a seção de choque inclusiva para o DIS escrita em termos das funções de estrutura adimensionais e das variáveis x de Bjorken e inelasticidade é

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 s}{Q^4} \left[xy^2 F_1(x, Q^2) + \left(1 - y - \frac{xy m_p^2}{s} \right) F_2(x, Q^2) \right]. \quad (3.60)$$

Em princípio, medindo-se a seção de choque (3.60) em diversos valores de x e s , é possível determinar as funções de estrutura F_1 e F_2 . Entretanto, as medidas experimentais são muitas vezes utilizadas apenas na determinação de F_2 , uma vez que a contribuição de F_1 à seção de choque é pequena, sendo essa estimada teoricamente. Na figura (??) podemos observar as medidas de $F_2(x, Q^2)$ em diferentes valores do x de Bjorken e da virtualidade do fóton Q^2 , extraídas dos experimentos ZEUS, H1, NMS, BDCMS e E665 [29]. Os valores de F_2 em $x \sim 0.25$ estão na região onde a invariância de escala foi originalmente observada nos experimentos do SLAC.

3.3.2 Modelo a pártons original

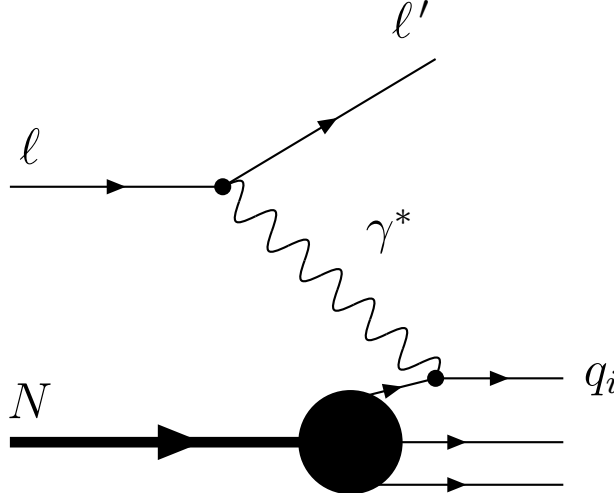


Fig. 3.2: Diagrama do espalhamento inelástico profundo no modelo a pártons. O fóton virtual interage com um dos pártons que compõem o hádron.

A verificação experimental na década de 60 com os resultados do SLAC, de que no limite de Bjorken as funções de estrutura dependem somente da variável adimensional x , deu origem ao que convencionou-se chamar de modelo a pártons. O limite de Bjorken implica

$$\lim_{Q \rightarrow \infty} m_p W_1(\nu, Q^2) \approx F_1(x), \quad (3.61)$$

$$\lim_{Q \rightarrow \infty} \nu W_2(\nu, Q^2) \approx F_2(x). \quad (3.62)$$

Este comportamento é chamado de escalamento (scaling) das funções de estrutura ou invariância da escala de Bjorken [30]. Na descrição do modelo a pártons do espalhamento $ep \rightarrow eX$, um fóton virtual interage com um dos pártons (quarks) que compõem o próton como mostrado na figura (3.2). O processo é visto em um referencial em que o próton possui momentum $p \rightarrow \infty$. Este apresenta efeitos de contração temporal e dilatação espacial de tal forma que a escala de tempo de interação fóton-próton seja muito menor que o tempo de interação dos quarks entre si [31]. Desta forma o quark está essencialmente livre durante o intervalo de tempo em que interage com o fóton, podendo a interação ep ser escrita como a soma incoerente de espalhamentos entre elétrons e quarks livres

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = \sum_q \int_0^1 d\xi f_q(\xi) \left(\frac{d^2\sigma}{dxdy} \right)_{eq}, \quad (3.63)$$

onde $f_q(\xi)$ são as funções de distribuição dos quarks, tal que $d\xi f_q(\xi)$ seja a probabilidade de encontrar um quark de sabor q carregando uma fração do momentum do próton entre ξ e $\xi + d\xi$, com $0 \leq \xi \leq 1$. O número de pártons no próton pode ser expresso por [19]

$$N_q = \int_0^1 d\xi f_q(\xi), \quad (3.64)$$

e por conservação de momentum, a soma sobre todas as frações de momentum portadas pelos pártons é igual ao momentum do próton

$$\sum_q \int_0^1 d\xi \xi f_q(\xi) = 1. \quad (3.65)$$

Para determinarmos a função de estrutura $F_2(x)$, devemos calcular a seção de choque elementar para o processo $eq \rightarrow eq$, sendo esta [9, 11]

$$\left(\frac{d^2\sigma}{dx dy} \right)_{eq} = \frac{2\pi\alpha_{em}^2 e_q^2 s}{Q^4} [1 + (1-y)^2] \delta(x - \xi), \quad (3.66)$$

onde e_q^2 representa a carga elétrica do quark q . A condição de camada de massa³, no regime em que $Q^2 \gg m_q^2$, para o quark após a interação com o fóton

$$p'_q = (p_q + q)^2 = q^2 + 2p_q \cdot q = -2p \cdot q(x - \xi) = 0, \quad (3.67)$$

implica em $\xi = x$, justificando o termo $\delta(x - \xi)$ em (3.66). A partir da seção de choque elementar (3.66) podemos escrever a seção de choque diferencial para o espalhamento do quark

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \sum_q \int_0^1 d\xi f_q(\xi) \frac{2\pi\alpha_{em}^2 e_q^2 s}{Q^4} [1 + (1-y)^2] \delta(x - \xi). \quad (3.68)$$

Comparando com a equação (3.60) e desprezando a massa do próton, obtemos a previsão do modelo a pártons para o comportamento das funções de estrutura F_1 e F_2

$$F_2(x) = 2xF_1(x) = x \sum_q e_q^2 \int_0^1 d\xi f_q(\xi) \delta(x - \xi) = \sum_q e_q^2 x f_q(x), \quad (3.69)$$

³ Uma partícula *real* está na sua camada de massa quando seu quadrimomentum $p^\mu = p = (E, \vec{p})$ satisfaz a relação $p^2 \equiv p \cdot p = E^2 - \vec{p}^2 = m^2 = m^2$. No caso de uma partícula virtual (de troca), $p^2 \neq m^2$. Em especial, no caso de um fóton virtual $q^2 \neq 0$.

onde $2xF_1(x) = F_2(x)$ é um resultado direto do fato de os pártons serem de natureza fermiônica [32] e é denominada de relação de Callan-Gross [33].

Podemos ter uma ideia da contribuição dos quarks para a estrutura interna dos hádrons através das medidas das funções de estrutura F_2 . Desconsiderando a possibilidade da presença de quark charm (c) e de quarks mais pesados, no caso de um espalhamento $ep \rightarrow eX$ a equação (3.69) pode ser escrita como

$$\frac{1}{x}F_2^{ep}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^p(x) + \bar{u}^p(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^p(x) + \bar{d}^p(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^p(x) + \bar{s}^p(x)], \quad (3.70)$$

e no caso de o alvo ser um nêutron

$$\frac{1}{x}F_2^{en}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^n(x) + \bar{u}^n(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^n(x) + \bar{d}^n(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^n(x) + \bar{s}^n(x)], \quad (3.71)$$

onde usamos a notação abreviada para as funções de distribuição dos quarks $f_q(x)$

$$\begin{aligned} f_u(x) &= u(x) = u_V(x) + u_M(x) \\ f_{\bar{u}}(x) &= \bar{u}(x) = u_M(x) \\ f_d(x) &= d(x) = d_V(x) + d_M(x) \\ f_{\bar{d}}(x) &= \bar{d}(x) = \bar{d}_M(x) \\ f_s(x) &= s(x) = s_M(x) = \bar{s}(x). \end{aligned} \quad (3.72)$$

Os hádrons são formados por dois tipos de quarks: os quarks de valência (V), que possuem uma natureza não perturbativa e definem cada tipo de hádron conhecido, e os quarks de mar (M), constituídos por pares de quarks e antiquarks virtuais criados pela polarização do vácuo dos campos coloridos. Como o próton e o nêutron formam um duplete de isospin (mesmo número quântico de spin=1/2, possuem aproximadamente a mesma massa e interagem da mesma forma na interação forte) atribui-se o número quântico de isospin, relacionando o próton e o nêutron como sendo estados quânticos diferentes de uma mesma entidade chamada nucleon, portanto suas funções de estrutura são correlacionadas. Como há tantos quarks u em um próton quanto d em um nêutron, podemos dizer que as funções de distribuição destes quarks serão iguais, $u^p(x) = d^n(x)$, da mesma forma temos também $d^p(x) = u^n(x)$ e $s^p(x) = s^n(x)$. Em primeira aproximação, podemos considerar que os consituientes do mar de quarks, que são mais leves, ocorrem com a mesma freqüência e

mesma distribuição de momentum

$$u_M(x) = \bar{u}_M(x) = d_M(x) = \bar{d}_M(x) = s_M(x) = \bar{s}_M(x) = S(x), \quad (3.73)$$

sendo $S(x)$ a distribuição de momentum do mar de quarks. Pelo simples fato de o próton e o nêutron não possuírem quarks \bar{u} , \bar{d} e \bar{s} de valência, podemos ainda escrever a seguinte relação

$$\begin{aligned} u - \bar{u} &= u - \bar{u}_M = u - u_M = u_V, \\ d - \bar{d} &= d - \bar{d}_M = d - d_M = d_V, \\ s - \bar{s} &= s_M - \bar{s}_M = 0, \end{aligned} \quad (3.74)$$

integrando estas relações, obtemos a quantidade de quarks de valência no próton

$$\int_0^1 dx [u(x) - \bar{u}(x)] = 2, \quad (3.75)$$

$$\int_0^1 dx [d(x) - \bar{d}(x)] = 1, \quad (3.76)$$

$$\int_0^1 dx [s(x) - \bar{s}(x)] = 0. \quad (3.77)$$

Podemos reescrever as funções de estrutura para o próton (3.70) da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} F_2^{ep} &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u_V + u_M + \bar{u}_v + \bar{u}_M] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d_V + d_M + \bar{d}_V + \bar{d}_M] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [S + S] \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u_V + S + S] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d_V + S + S] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [S + S] \\ &= \frac{1}{9} [4u_V + d_V] + \frac{4}{9} S, \end{aligned} \quad (3.78)$$

e para o nêutron (3.71)

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{x} F_2^{en}(x) &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 [d_V + d_M + \bar{d}_V + \bar{d}_M] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [u_V + u_M + \bar{u}_V + \bar{u}_M] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [S + S] \\
 &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 [d_V + S + S] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [u_V + S + S] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [S + S] \\
 &= \frac{1}{9} [u_V + 4d_V] + \frac{4}{9} S.
 \end{aligned} \tag{3.79}$$

Como glúons criam pares $q\bar{q}$ de mar, espera-se que $S(x)$ apresente um espectro tipo Bremsstrahlung para região de pequeno x , de maneira que o número de quarks de mar cresce logaritmicamente à medida que $x \rightarrow 0$. Quando $x \approx 0$, a fração de momentum dos quarks de valência é muito menor que a dos pares $q\bar{q}$ de mar, já que o número de pares cresce logaritmicamente. Portanto das equações (3.78) e (3.79) temos que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}(x)} \rightarrow 0. \tag{3.80}$$

Quando $x \approx 1$ os quarks de valência u_v e d_v possuem grande parte do momentum do hádron, deixando uma pequena fração de momentum para os quarks de mar. Portanto das equações (3.78) e (3.79) temos que

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}(x)} \rightarrow \frac{u_v + 4d_v}{4u_v + d_v}. \tag{3.81}$$

Ainda havia um certo desconforto por parte da comunidade científica em relação ao modelo a pártons, pois apesar dos primeiros sucessos como a verificação experimental do escalamento das funções de estrutura, a hipótese de que em pequenas distâncias os quarks se comportavam como partículas livres parecia ser inconsistente com a falta de observações diretas de quarks, cujo confinamento sugeria um comportamento diferente de $\propto 1/r^2$. Além das questões teóricas, as medidas de DIS indicavam que a soma de todas as frações de momentum do próton carregadas pelos quarks não totalizava 1, mas indicando apenas 50% do momentum total. Se somarmos os momenta de todos os pártons, devemos recuperar o momentum total do próton

$$\int_0^1 dx xp [u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}] = p - p_g, \tag{3.82}$$

portanto o resultado deve ser a diferença entre o momentum total do próton e o momentum

total de pártons neutros p_g , não sendo diretamente detectada em experimentos de DIS. Multiplicando por p^{-1} , e definindo a fração de momentum portado pelos pártons neutros $\epsilon_g \equiv p_g/p$, temos

$$\int_0^1 dx x [u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}] = 1 - \epsilon_g. \quad (3.83)$$

Pode-se mostrar que, desconsiderando o momentum dos quarks s pois estes carregam um pequena fração do momentum no nucleon – a partir das equações (3.70) e (3.71) temos

$$\begin{aligned} \int_0^1 dx x F_2^{ep}(x) &= \frac{4}{9} \int_0^1 dx x [u + \bar{u}] + \frac{1}{9} \int_0^1 dx x [d + \bar{d}] = \frac{4}{9}\epsilon_u + \frac{1}{9}\epsilon_d = 0.18, \\ \int_0^1 dx x F_2^{en}(x) &= \frac{1}{9} \int_0^1 dx x [u + \bar{u}] + \frac{4}{9} \int_0^1 dx x [d + \bar{d}] = \frac{1}{9}\epsilon_u + \frac{4}{9}\epsilon_d = 0.12, \end{aligned} \quad (3.84)$$

onde ϵ_u e ϵ_d é definido como a fração de momentum portado por $(u + \bar{u})$ e $(d + \bar{d})$. Pela equação (3.82) obtém-se uma relação aproximada para ϵ_g

$$\epsilon_g \approx 1 - \epsilon_u - \epsilon_d, \quad (3.85)$$

e resolvendo a expressão (3.84), encontra-se

$$\begin{aligned} \epsilon_u &= 0.36, \\ \epsilon_d &= 0.18, \\ \epsilon_g &= 0.48. \end{aligned} \quad (3.86)$$

Portanto, a distribuição de momentum dos quarks no espalhamento ep nos leva a concluir que incluindo apenas a contribuição de pártons carregados na equação (3.69), obtém-se que uma fração substancial do momentum do hádron, aproximadamente 50%, é carregado por pártons neutros, não sendo diretamente detectados em experimentos de DIS ep [34]. Somente com a chegada da QCD, onde o comportamento assintótico livre do acomplamento $\alpha_s(Q^2 \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ justificava teoricamente a hipótese de quarks livres em pequenas distâncias da ordem de Q^{-1} , e a presença de pártons neutros que passaram a ser associados com as partículas mediadoras da interação forte, os glúons. Experimentalmente, as distribuições de quarks de valência anulam-se para $x = 0$, enquanto que os quarks de mar tendem a popular a região de pequeno x . Os glúons, por sua vez, são originados em maior número na região de pequeno x , já que não possuem massa. Estes resultados, somados à observação experimental da violação da invariância da escala de Bjorken em outras regiões cinemáticas,

levaram à construção do chamado modelo a pártons da QCD.

3.3.3 Modelo a partons da QCD

O modelo a pártons original, representado pelo diagrama na figura (3.2), é apenas uma aproximação de mais baixa ordem \mathcal{O}_{em} do espalhamento de um fóton virtual γ^* com as componentes partônicas do próton, pois estes não são realmente objetos livres. Experimentalmente verifica-se que a invariância da escala de Bjorken é quebrada por logaritmos de Q^2 . De acordo com a QCD, novos subprocessos podem contribuir para a seção de choque do DIS ep , onde a presença de logaritmos deve-se ao fato de quarks de valência, antes ou depois de interagir com o fóton, poderem emitir um glúon com momentum transversal k_t .

A contribuição dos vértices de emissão de glúons à função de estrutura $F_2(x, Q^2)$, no caso em que o glúon é emitido colinearmente com o quark, levam a divergências em $k_T^2 = 0$. Uma vez conhecida a contribuição do vértice, podemos mostrar que a função de estrutura passa a ser escrita como

$$F_2(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 x \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q(\xi) \left\{ \delta\left(1 - \frac{x}{\xi}\right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right) \log\left(\frac{Q^2}{\kappa^2}\right) + h\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] + \dots \right\}, \quad (3.87)$$

onde κ é um parâmetro infravermelho arbitrário cujo papel é regularizar a divergência, P_{qq} são denominadas de funções de desdobramento (splitting) e $h(x/\xi)$ uma função conhecida. A contribuição da emissão de um glúon⁴ é representada pelo termo $\log(Q^2/\kappa^2)$, onde este surge a partir da integração sobre o espectro de emissão de momentum k_T do glúon [35]

$$\frac{\alpha_s}{2\pi} \int_{\kappa^2}^{Q^2} \frac{dk_T^2}{k_T^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \log\left(\frac{Q^2}{\kappa^2}\right), \quad (3.88)$$

sendo o limite superior de integração definido pela virtualidade do fóton que interage com o quark.

Analisando a expressão (3.87) vemos que termo de ordem zero refere-se ao modelo a pártons original⁵ descrito pela relação (3.69), com $\xi = x$. Após a emissão do glúon, a fração

⁴ A contribuição de diagramas com a emissão de n glúons é proporcional a $[\alpha_s \log(Q^2/\kappa^2)]^n$.

⁵ Propriedade da função delta

$$\delta[f(x)] = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|f'(x_i)|}, \quad \text{portanto} \quad \delta\left(1 - \frac{x}{\xi}\right) = \xi \delta(x - \xi).$$

de momentum ξ carregada pelo quark se reduz a x , desta forma o limite de integração passa a ser $x \leq \xi < 1$. A presença de logaritmos de Q^2 e de κ indicam a não convergência da série perturbativa (3.87), uma vez que a escala Q^2 pode ser suficientemente grande. De maneira análoga ao processo de renormalização das divergências ultravioletas [15], podemos absorver as divergências colineares definindo uma escala de fatorização μ_f , tal que

$$\log \left(\frac{Q^2}{\kappa^2} \right) = \log \left(\frac{Q^2}{\mu_f^2} \right) + \log \left(\frac{\mu_f^2}{\kappa^2} \right), \quad (3.89)$$

e por conveniência, vamos separar a função $h(x/\xi)$ em duas partes

$$h(z) = h^{(1)}(z) + h^{(2)}(z), \quad (3.90)$$

onde a singularidade $\log(\mu_2)$ e o termo $h^{(2)}(z)$ são absorvidos em uma redefinição da função de distribuição dos quarks

$$f_q(x, \mu_f^2) = f_q(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q(\xi) \left[P_{qq} \left(\frac{x}{\xi} \right) \log \left(\frac{\mu_f^2}{\kappa^2} \right) + h^{(2)} \left(\frac{x}{\xi} \right) \right] + \dots \quad (3.91)$$

Neste caso, a função de estrutura F_2 pode ser escrita em termos da função de distribuição renormalizada de quarks, de tal forma que

$$F_2(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 x \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q(x, \mu_f^2) C \left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu_f^2 \right), \quad (3.92)$$

onde $C(z, Q^2, \mu_f^2)$, chamada de função coeficiente, são as funções de estrutura partônicas renormalizadas

$$C(z, Q^2, \mu_f^2) = \delta(1-z) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[P_{qq}(z) \log \left(\frac{Q^2}{\mu_f^2} \right) + h^{(1)}(z) \right] + \dots \quad (3.93)$$

Como $F_2(x, Q^2)$ é um observável físico, a expressão (3.91) indica que $f_q(x, \mu_f^2)$ deve ser finita. Ou seja, as divergências colineares são absorvidas da definição (3.91). O parâmetro κ pode ser eliminado calculando-se a dependência em Q^2 de $f_q(x, \mu_f^2)$

$$\frac{\partial f_q(x, Q^2)}{\partial \log Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q(\xi, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{\xi} \right), \quad (3.94)$$

determinando como $f_q(x, Q^2)$ evolui com a escala Q^2 a partir de uma escala inicial Q_0 , desde que seu valor $f_q(x, Q_0^2)$ seja conhecido. Esta equação integrodiferencial é um exemplo em ordem dominante de uma equação de evolução conhecida como equações de Altarelli-Parisi ou DGLAP [36]. Ou seja, um observável pode ser fatorizado em uma densidade partônica que absorve toda a divergência infravermelha, e em uma função $h(z)$ dependente do processo. As equações DGLAP descrevem as correções de QCD perturbativa para as funções de distribuição partônicas através da resoma de termos do tipo $[\alpha_s \log Q^2]^n$.

No limite em que a escala Q^2 é muito maior que a massa dos quarks, a distribuição de glúons afeta a dependência em Q^2 das distribuições de quarks e antiquarks, e a distribuição de glúons recebe contribuições das distribuições de quarks e antiquarks. Ou seja, a evolução das distribuições de glúons está acoplada às distribuições de quarks

$$f_q(x, Q^2) = u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s} + c + \bar{c} + u + \dots \quad (3.95)$$

O número de termos correspondentes à quarks pesados que devem ser incluídos depende do valor da energia no centro de massa no qual o processo ocorre. Então, a forma da equação DGLAP introduz a quantidade

$$\mathcal{U}(x, Q^2) = \begin{pmatrix} f_q(x, Q^2) \\ f_g(x, Q^2) \end{pmatrix}, \quad (3.96)$$

sendo escrita como

$$\frac{\partial \mathcal{U}(x, Q^2)}{\partial \log Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \mathcal{P}\left(\frac{x}{\xi}, Q^2\right) \mathcal{U}(\xi, Q^2), \quad (3.97)$$

na qual

$$\mathcal{P}(z, Q^2) = \begin{pmatrix} P_{qq}(z, Q^2) & 2N_f P_{qg}(z, Q^2) \\ P_{gq}(z, Q^2) & P_{gg}(z, Q^2) \end{pmatrix}, \quad (3.98)$$

é chamada de matriz de desdobramento, pois P_{ij} representam, fisicamente, probabilidades associadas a cada vértice elementar de “i emitir j” e ter sua fração de momentum reduzida pelo fator z . Assim, as equações de evolução completa para a função de distribuição renormalizada de quarks é dada por

$$\frac{\partial f_q(x, Q^2)}{\partial \log Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[f_q(\xi, Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right) + 2N_f f_g(\xi, Q^2) P_{qg}\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2), \quad (3.99)$$

onde $f_g(x, Q^2)$ é a função de distribuição renormalizada de glúons, que obedece a equação de evolução

$$\frac{\partial f_g(x, Q^2)}{\partial \log Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[f_q(\xi, Q^2) P_{gq} \left(\frac{x}{\xi} \right) + f_g(\xi, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{\xi} \right) \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2). \quad (3.100)$$

As funções de desdobramento são escritas em ordem dominante pelas expressões

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left(\frac{1+z^2}{1-z} \right)_+, \quad (3.101)$$

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2], \quad (3.102)$$

$$P_{gq}(z) = \frac{4}{3} \frac{[1 + (1-z)^2]}{z}, \quad (3.103)$$

$$P_{gg} = 6 \left[\frac{1-z}{z} + z(1-z) + \frac{z}{(1-z)_+} + \left(\frac{11}{12} - \frac{N_f}{3} \right) \delta(1-z) \right], \quad (3.104)$$

onde as distribuições “+” são definidas de forma que

$$\int_0^1 dx \frac{f(x)}{(1-x)_+} = \int_0^1 dx \frac{f(x) - f(1)}{1-x} \quad \text{onde} \quad \frac{1}{(1-x)_+} = \frac{1}{1-x} \quad \text{para} \quad 0 \leq x < 1. \quad (3.105)$$

As previsões para espalhamentos duros e semiduros envolvendo hádrons estão relacionadas com o conhecimento preciso das funções de distribuições partônicas. Estas funções são universais, pois descrevem o conteúdo partônico do hádron em qualquer tipo de espalhamento em que ele esteja envolvido. As funções de distribuição $f_q(x, Q^2)$ e $f_g(x, Q^2)$ utilizadas neste trabalho são específicas do próton em colisões pp e $p\bar{p}$, onde estas são determinadas por meio de uma análise global de todos os dados envolvendo processos inelásticos profundos e de outros processos envolvendo prótons. Quanto melhor for a precisão com o qual os dados foram obtidos e quanto maior for o regime cinemático do processo, teremos cada vez mais testes rigorosos para a QCD perturbativa e com isso um entendimento melhor das funções de distribuição partônicas. A parametrização das funções de distribuição relaciona sua dependência com a variável x em uma dada escala inicial Q_0 , com valor suficientemente grande para estar na região perturbativa. Alguns autores adotam a escala inicial $Q_0 = 1$ GeV e a parametrização [37]

$$xf_i(x, Q_0^2) = A_i x^{-\lambda_i} (1-x)^{\eta_i} (1 + \epsilon_i \sqrt{x} + \gamma_i x), \quad (3.106)$$

onde $i = u_V, d_V$ e S , onde S representa a distribuição total de quarks de mar. A partir desta parametrização, utiliza-se as equações DGLAP para determinar as funções de distribuição $f_i(x, Q^2)$ em todos os valores de x e Q^2 , em que se tem dados experimentais disponíveis, sendo os parâmetros $A_i, \lambda_i, \epsilon_i, \eta_i$ e γ_i determinados pelo melhor ajuste aos dados. Diversos autores utilizam parametrizações diferentes e escalas iniciais, além de diferentes maneiras de se tratar as incertezas e erros sistemáticos correlatos entre dados experimentais novos e antigos. Neste trabalho, escolhemos como conjunto padrão as distribuições partônicas em ordem dominante CTEQ6L, CTEQ6L1 e MSTW, onde faremos uma discussão detalhada sobre cada uma delas no próximo capítulo.

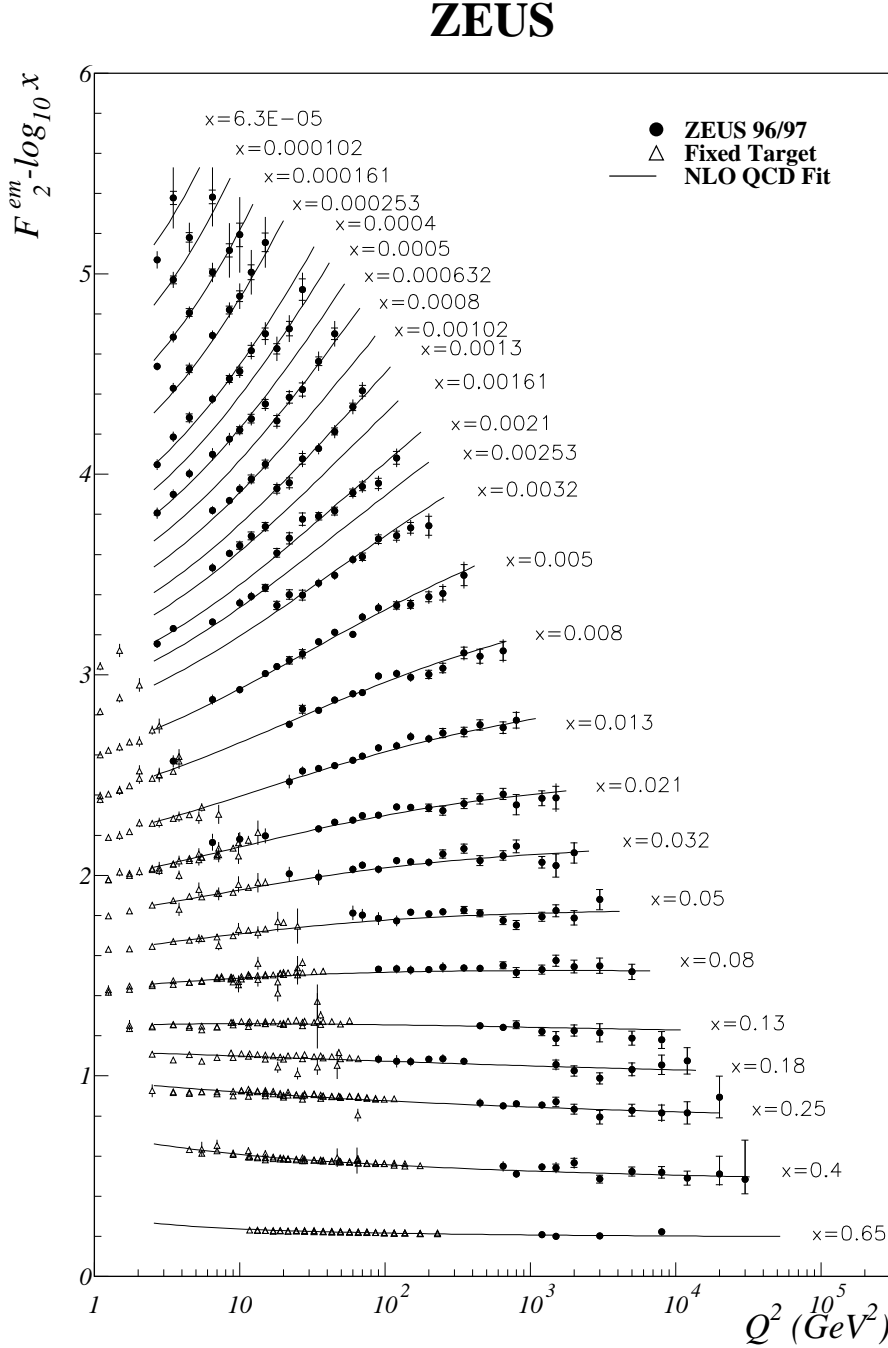


Fig. 3.3: Medidas da função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ em grandes valores de x . As medidas em grandes valores de Q^2 foram realizadas pelos experimentos ZEUS e H1. Medidas em pequeno Q^2 foram realizadas pelos experimentos de alvo fixo NMS, BDCMS e E665.

Capítulo 4

O modelo inspirado em QCD com massa dinâmica

Vários modelos de espalhamento em altas energias recaem na classe dos chamados *modelos inspirados em QCD* [38]. Estes modelos descrevem alguns processos de natureza hadrônica ligada à região de transição entre os regimes perturbativo e não perturbativo utilizando o modelo a pártons da QCD, na tentativa de criar uma base para uma futura descrição teórica baseada totalmente em QCD [39].

A propriedade de unitaridade da matriz de espalhamento S exige que a parte absorvida da amplitude elástica de espalhamento recebe contribuições tanto do canal elástico como do canal inelástico. Na representação de parâmetro de impacto, esta condição pode ser escrita através das expressões (2.98) e (2.106). Nos modelos inspirados em QCD, a descrição do espalhamento elástico é realizada considerando-se a sombra (*shadowing*) do espalhamento inelástico, sendo assim apropriado o tratamento da amplitude de espalhamento baseado na representação eiconal. Neste formalismo, as funções eiconais para os espalhamento pp e $\bar{p}p$ são escritas como a soma de contribuições suaves (*soft*) e de processos de QCD semiduros (*semihard*), onde em altas energias a contribuição par da eiconal é dominante. Desta forma, assintoticamente as grandezas frontais como seção de choque total $\sigma(s)$ e parâmetro $\rho(s)$ para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$ igualam-se como previsto pelo teorema de Pomeranchuk. Em modelos eiconais, o crescimento da seção de choque em altas energias está associada ao rápido crescimento das funções de distribuição partônicas, principalmente glúons, em pequeno x .

Uma característica comum entre os modelos inspirados em QCD refere-se à forma em que a função eiconal é construída a partir de uma lei de fatorização. As medidas no $Sp\bar{p}S$ mostraram que devido a violação da invariância da escala geométrica, a escolha de eiconais escritas com lei de escala na forma $\chi(s, b) = f(b/R(s))$ são incompatíveis com ajustes

empíricos [40]. Desta forma, as eiconais dos modelos inspirados em QCD passaram a ser escritas de maneira fatorizada.

Neste capítulo, começamos apresentando as ideias gerais da primeira versão de um modelo inspirado em QCD para o tratamento do espalhamento pp e $\bar{p}p$ em altas energias, o modelo de L’Heureux-Margolis-Valin [5]. Neste modelo uma eiconal puramente imaginária é inicialmente definida, sendo a parte real extraída por meio de uma relação de dispersão derivativa. Em seguida, discutimos a primeira versão de um modelo inspirado em QCD com uma massa dinâmica de glúons [6], onde discutimos a origem das contribuições infravermelhas para as interações partônicas considerando uma carga efetiva cujo comportamento é vinculado a uma escala de massa dinâmica. Na sequência apresentamos um novo modelo inspirado em QCD, onde os observáveis hadrônicos frontais são determinados a partir do modelo a pártons da QCD. O modelo utiliza seções de choque elementares párton-pártion, funções de distribuição de pártons modernas e cortes cinemáticos que restringem os processos partônicos à processos semiduros. Neste modelo também introduzimos fatores de forma dependentes da energia no centro de massa da colisão hádron-hádron.

4.1 Evolução dos modelos

Dentre os diversos modelos de classe inspirada em QCD encontrados na literatura, esta dissertação se ocupa da variante desenvolvida por Luna-Martini-Menon-Mihara-Natale [6], onde é feito um estudo da influência da presença de uma massa dinâmica para os glúons em espalhamentos frontais pp e $\bar{p}p$. Entretanto, antes de apresentarmos o modelo eiconal atual, é interessante, e também de extrema importância, fazermos um rápido estudo sobre a evolução dos modelos inspirados em QCD, e deixar claro que o principal e o que caracteriza o modelo é a maneira como a função eiconal é escrita e a forma funcional das parametrizações utilizadas.

4.1.1 Modelo de L’Heureux-Margolis-Valin

Na descrição do espalhamento elástico pp ou $\bar{p}p$, a eiconal é construída adicionando-se todas as seções de choque elementares partônicas $\sigma_{ij}(\hat{s}_{ij}(b))$ onde ij representa os pares de pártons em colisão com parâmetro de impacto $b = |\mathbf{b}| = |\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2|$

$$\chi(s, b) = \frac{i}{2} \sum_{ij} \int d^2\mathbf{b}_1 d^2\mathbf{b}_2 dx_1 dx_2 G_i(x_1, \mathbf{b}_1) G_j(x_2, \mathbf{b}_2) \delta^2(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1 - \mathbf{b}) \frac{\sigma_{ij}(\hat{s}_{ij}(b))}{\sigma_{ij}^0}, \quad (4.1)$$

onde σ_{ij}^0 é um parâmetro com mesma dimensão de $\sigma_{ij}(\hat{s}_{ij}(b))$, de maneira que a eiconal $\chi(s, b)$ seja adimensional e $G_k(x_n, \mathbf{b}_n)$ são as funções de distribuição partônicas que constituem as partículas em colisão com k indicando o tipo de parton e x_n a fração de momentum longitudinal carregada por cada parton. Por simplificação, as funções de distribuição são fatorizadas em x_n e \mathbf{b}_n

$$G_k(x_n, \mathbf{b}_n) = f_k(x_n) h_k(\mathbf{b}_n). \quad (4.2)$$

As funções $f_k(x_n)$ são as funções de distribuição na variável x do modelo a partons, usadas para definir a classe das funções de estrutura convoluídas para um par de partons ij

$$F_{ij}(\tau) = \tau \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 f_i(x_1) f_j(x_2) \delta(x_1 x_2 - \tau), \quad (4.3)$$

e as funções $h_k(\mathbf{b}_n)$ são identificadas como funções de perfil e de maneira análoga são escritas como a convolução das funções de estrutura no espaço de parâmetro de impacto

$$W_{ij}(b) = \int \int d^2 \mathbf{b}_1 d^2 \mathbf{b}_2 h_i(\mathbf{b}_1) h_j(\mathbf{b}_2) \delta^2(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1 - \mathbf{b}). \quad (4.4)$$

Podemos assim reescrever a eiconal (sua parte imaginária) substituindo as expressões (4.3) e (4.4) em (4.1) juntamente com a fatorização das funções de distribuição

$$\begin{aligned} \chi(s, b) &= \frac{i}{2} \sum_{ij} W_{ij}(b) \int dx_1 dx_2 f_i(x_1) f_j(x_2) \left\{ \int_0^1 d\tau \delta(x_1 x_2 - \tau) \right\} \frac{\sigma_{ij}(\hat{s}_{ij}(b))}{\sigma_{ij}^0} \\ &= \frac{i}{2} \sum_{ij} \frac{W_{ij}(b)}{\sigma_{ij}^0} \int_0^1 d\tau \frac{1}{\tau} \left\{ \tau \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 f_i(x_1) f_j(x_2) \delta(x_1 x_2 - \tau) \right\} \sigma_{ij}(\hat{s}_{ij}(b)) \\ &= \frac{i}{2} \sum_{ij} \frac{W_{ij}(b)}{\sigma_{ij}^0} \int_0^1 d\tau \frac{1}{\tau} F_{ij}(\tau) \sigma_{ij}(\hat{s}_{ij}(b)), \end{aligned} \quad (4.5)$$

onde foi usada a identidade $\int_0^1 d\tau \delta(x_1 x_2 - \tau) = 1$ e assumindo que a energia relativa aos subprocessos depende do parâmetro de impacto $\hat{s}_{ij}(b) = \tau s W_{ij}(b)$, i.e., fisicamente a energia do subprocesso depende da porção de matéria que colide em um determinado b . A forma final híbrida da eiconal é escrita como a soma de dois termos,

$$\chi(s, b) = \chi_V(b) + \chi_G(s, b), \quad (4.6)$$

onde o primeiro representa a contribuição dos pares de quarks de valência de cada um dos prótons e é fatorizada na forma do modelo de Chou-Yang [7, 41], porém sem dependência em energia:

$$\chi_v(b) = \frac{i}{2} \sum_{qq} \frac{W_{qq}(b)}{\sigma_{qq}^0} \sigma_{qq}. \quad (4.7)$$

Na expressão acima σ_{qq} é um parâmetro livre a ser ajustado e que representa a integral na expressão (4.5). O segundo termo contém toda a dependência em energia e representa todas as reações iniciadas por pares de glúons,

$$\chi_G(s, b) = \frac{i}{2} \frac{W_{gg}(b)}{\sigma_{gg}^0} \int_0^1 d\tau \frac{1}{\tau} F_{gg}(\tau) \sigma_{gg}(\hat{s}), \quad (4.8)$$

onde o termo σ_{gg}^0 fixa o número de pares a ser ajustado aos dados experimentais e $\hat{s} = \tau s W_{gg}(b)$. O comportamento da função de estrutura $F_{gg}(\tau)$ é atribuído por meio de uma lei de escala observada na produção central de ressonâncias [42]. Se $\sigma(M)$ é a seção de choque de produção de uma partícula de massa M e Γ a largura das ressonâncias, foi observado que $M^3 \Gamma^{-1} \propto F_{gg}(\tau)$ [43]. A função de distribuição de glúons usada neste modelo era escrita na forma

$$f_g(x) = \frac{1}{2} (n+1) x^{-1} (1-x)^5. \quad (4.9)$$

Entretanto, esta descrição da eiconal é válida somente em energias $\sqrt{s} \gtrsim 60$ GeV. A maneira mais simples encontrada de parametrizar a região de baixas energias de σ_{tot} ($6 \lesssim \sqrt{s} \lesssim 60$ GeV) foi reescrever χ_v introduzindo um comportamento de escala e um novo parâmetro de ajuste C [43]

$$\chi_v(s, b) = \frac{i}{2} \left(1 + \frac{C}{\sqrt{s}} \right) W_{qq}(b) \sigma_{qq}. \quad (4.10)$$

Por simplificação, e na ausência de uma fundamentação teórica, foi considerado que a distribuição de matéria partônica é a mesma para quarks e glúons. Como o modelo a párons não fornece informação sobre as funções de perfil $h_k(\mathbf{b}_n)$, foi usado um fator do tipo dipolo $(1 - t/\mu^2)^2$ com $-t = q^2$, onde a transformada de Fourier-Bessel associada é dada por (apêndice D)

$$W(b; \mu) = \frac{\mu^2}{96\pi} (\mu b)^3 K_3(\mu b), \quad (4.11)$$

sendo μ^{-1} relacionado à distribuição espacial de quarks e glúons no próton. Desta forma, o próton é representado como um objeto compacto cuja estrutura é construída a partir de

duas distribuições similares, $W_{qq}(b; \mu)$ e $W_{gg}(b; \mu')$, porém com alcance $\mu \neq \mu'$. Evidências fenomenológicas indicam que, em mais baixa ordem em processos de QCD, o mecanismo de produção dominante é o processo $gg \rightarrow gg$, para tanto a seção de choque elementar adotada foi escrita como

$$\sigma_{gg \rightarrow gg}(\hat{s}) = 9\pi\alpha_s^2(\hat{s}) \left\{ \frac{1}{\delta^2} + \frac{1}{(\hat{s} + \delta^2)} \left[\frac{17}{12} - \log \left(1 + \frac{\hat{s}}{\delta^2} \right) \right] \right\} \Theta(\hat{s} - 4m_{\pi^0}^2), \quad (4.12)$$

onde $\alpha_s^2(\hat{s}) = 12\pi/[25 \log(\hat{s}/\Lambda^2)]$, com $\delta = 0.54$ GeV e $\Lambda = 127$ MeV.

A parte real da eiconal pode ser obtida a partir da imaginária utilizando a prescrição $s \rightarrow se^{-i\pi/2}$ [44, 45, 46], equivalente ao primeiro termo da relação de dispersão derivativa para funções pares [47]

$$\text{Re}\{f(s, t=0)\} = \tan \left(\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \log(s)} \right) \text{Im}\{f(s, t=0)\}. \quad (4.13)$$

A ideia básica aqui apresentada, é de que a eiconal pode ser construída através da convolução de funções de distribuição de probabilidade de encontrarmos pártons com fração de momentum entre x e $x + dx$ e parâmetro de impacto entre b e $b + db$, com as seções de choque elementares relativas ao CM.

4.1.2 Modelo de massa dinâmica de glúons

Recentemente tem-se discutido na literatura como correlacionar, de maneira satisfatória, efeitos de QCD não perturbativa com expansões perturbativas. De alguma forma, o congelamento da constante de acoplamento dinâmico da QCD sugere que em baixas escalas de energia seria possível descrever efeitos não perturbativos [48]. Por outro lado foi mostrado que existe uma conexão entre o congelamento da constante de acoplamento com uma massa dinâmica para os glúons [49]. No limite de altas energias devemos recuperar as seções de choque elementares da QCD perturbativa, em outras palavras, a contribuição da massa dinâmica vai a zero para grandes momenta.

A fim de estimar o efeito de massa dinâmica nas seções de choque partônicas, foi utilizado uma abordagem fenomenológica, introduzida há muitos anos por Pagels e Stokar, denominada de *teoria dinâmica de perturbação* (DPT) [50], na qual o efeito do propagador massivo de glúons é levado em conta em ordem dominante de α_s . Nesta abordagem, a seção

de choque diferencial elástica para o processo $gg \rightarrow gg$ é escrita como

$$\frac{d\hat{\sigma}^{DPT}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{9\pi\bar{\alpha}_s^2}{2\hat{s}^2} \left[3 - \frac{\hat{s}(4M_g^2 - \hat{s} - \hat{t})}{(\hat{t} - M_g^2)^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{(3M_g^2 - \hat{s} - \hat{t})^2} - \frac{\hat{t}(4M_g^2 - \hat{s} - \hat{t})}{(\hat{s} - M_g^2)^2} \right], \quad (4.14)$$

onde $\bar{\alpha}_s$ e M_g^2 são as expressões para o acoplamento dinâmico não perturbativo e para a massa dinâmica do glúon, respectivamente. O mecanismo de geração de massa para os glúons é um efeito puramente dinâmico, portanto formalmente a ferramenta correta para se estudar este fenômeno não perturbativo, no contínuo, é através do estudo das equações de Schwinger-Dyson [51]. Estas equações constituem um conjunto infinito de equações integrais não lineares acopladas que governam a dinâmica de todas as funções de Green da QCD. A forma funcional de M_g^2 e $\bar{\alpha}_s$ foi obtida por Cornwall, através do uso da técnica de pinch (*pinch technique*) [52], de forma a derivar uma equação de Schwinger-Dyson invariante por calibre para o propagador do glúon e para o vértice triplo do glúon, e são escritas como

$$\bar{\alpha}_s = \bar{\alpha}_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log [(Q^2 + 4M_g^2(Q^2))/\Lambda^2]}, \quad (4.15)$$

$$M_g^2 = M_g^2(Q^2) = m_g^2 \left[\frac{\log \left(\frac{Q^2 + 4m_g^2}{\Lambda^2} \right)}{\log \left(\frac{4m_g^2}{\Lambda^2} \right)} \right]^{-12/11}, \quad (4.16)$$

onde $\Lambda (\equiv \Lambda_{QCD})$ e m_g é uma escala infravermelha a ser ajustada de maneira que os resultados sejam consistentes com os cálculos de processos em interações fortes. Estas expressões obtidas por Cornwall foram determinadas como um fit das soluções numéricas das equações de Schwinger-Dyson [52]. A escala de massa do glúon deve ser determinada fenomenologicamente, entretanto um valor típico para esta escala é da ordem de $m_g = 500 \pm 200$ MeV (para $\Lambda = 300$ MeV) [49].

No limite em que a escala $Q^2 \gg \Lambda^2$, a massa dinâmica $M_g(Q^2)$ vai a zero, assim a expressão para acoplamento não perturbativo $\bar{\alpha}_s$ (4.15) retoma a forma funcional da QCD perturbativa (3.42), e também a seção de choque diferencial elástica $gg \rightarrow gg$ passa a ser escrita na sua forma perturbativa

$$\frac{d\sigma^{QCD}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{9\pi\bar{\alpha}_s^2}{2\hat{s}^2} \left[3 + \frac{\hat{s}(\hat{s} + \hat{t})}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{(\hat{s} + \hat{t})^2} + \frac{\hat{t}(\hat{s} + \hat{t})}{\hat{s}^2} \right]. \quad (4.17)$$

A seção de choque total $\hat{\sigma}(\hat{s}) = \int_{\hat{t}_{min}}^{\hat{t}_{max}} (d\hat{\sigma}/d\hat{t}) d\hat{t}$ para o subprocesso $gg \rightarrow gg$ é obtida

integrando a expressão (4.14) no limite $4m_g^2 - \hat{s} \leq \hat{t} \leq 0$, com isso encontramos

$$\hat{\sigma}^{DPT}(\hat{s}) = \frac{3\pi\bar{\alpha}_s^2}{\hat{s}} \left[\frac{12\hat{s}^4 - 55m_g^2\hat{s}^3 + 12m_g^4\hat{s}^2 + 66m_g^6\hat{s} - 8m_g^8}{4m_g^2\hat{s}(\hat{s} - m_g^2)^2} - 3 \log \left(\frac{\hat{s} - 3m_g^2}{m_g^2} \right) \right]. \quad (4.18)$$

A dependência assintótica em energia da seção de choque total $\hat{\sigma}^{DPT}(\hat{s})$ possui a seguinte forma

$$\hat{\sigma}^{DPT}(\hat{s}) \approx \frac{9\pi\bar{\alpha}_s^2}{m_g^2}, \quad (4.19)$$

este resultado é similar a expressão assintótica usualmente adotada em modelos inspirados em QCD para a seção de choque elástica gluon-gluon

$$\hat{\sigma}^{QIM}(\hat{s}) \equiv \Sigma_{gg} = \frac{9\pi\alpha_s^2}{m_0^2}, \quad (4.20)$$

onde os parâmetros m_0 e α_s são por hipótese iguais a 0.6 GeV e 0.5, respectivamente. É importante ressaltar que estes valores são da mesma ordem de magnitude da escala de massa dinâmica de glúon (m_g) e do valor de congelamento infravermelho da constante de acoplamento [49].

O cálculo das seções de choque em altas energias de processos hadron-hadron devem ser compatíveis com os vínculos de analiticidade e unitaridade. O vínculo de unitaridade é automaticamente satisfeito através do formalismo eiconal para os processos partônicos semiduros respectivamente escritos pelas expressões (2.99-2.101), onde a função eiconal é definida como uma função complexa $\chi(s, b) = \text{Re } \chi(s, b) + i \text{Im } \chi(s, b) = \chi_R + i\chi_I$. A eiconal pode ser escrita como uma combinação de um termo par e de um termo ímpar conectados pela simetria de cruzamento (crossing). Em termos dos processos pp e $\bar{p}p$ esta combinação é escrita como $\chi_{\bar{p}p}^{\bar{p}p}(s, b) = \chi^+(s, b) \pm \chi^-(s, b)$.

Seguindo o trabalho de Block *et al.* [53], a eiconal par é escrita como a soma de contribuições glúon-glúon, quark-glúon e quark-quark

$$\begin{aligned} \chi^+(s, b) &= \chi_{qq}(s, b) + \chi_{qg}(s, b) + \chi_{gg}(s, b) \\ &= i [\sigma_{qq}(s)W(b; \mu_{qq}) + \sigma_{qg}(s)W(b; \mu_{qg})\sigma_{gg}(s)W(b; \mu_{gg})], \end{aligned} \quad (4.21)$$

onde novamente a função de recobrimento $W(b; \mu)$ é associada a transformada de Fourier-Bessel de um fator de forma do tipo dipolo, como mostrado na expressão (4.11).

A eiconal ímpar $\chi^-(s, b)$, que leva em conta a diferença entre os canais pp e $\bar{p}p$, é

parametrizada como

$$\chi^-(s, b) = C_{odd} \Sigma_{gg} \frac{m_0}{\sqrt{s}} e^{i\pi/4} W(b; \mu_{odd}), \quad (4.22)$$

onde Σ_{gg} é dado pela expressão (4.20) e m_0 é uma escala de massa infravermelha arbitrária. C_{odd} e μ_{odd} são parâmetros de ajuste. Na sua forma analítica correta, a expressão (4.22) fica reescrita como

$$\chi^-(s, b) = C_- \Sigma \frac{m_g}{\sqrt{s}} e^{i\pi/4} W(b; \mu^-), \quad (4.23)$$

onde m_g é a massa dinâmica do glúons e os parâmetros C^- e μ^- são constantes a ser ajustadas. O fator Σ é definido como

$$\Sigma = \frac{9\pi\bar{\alpha}_s^2(0)}{m_g^2}, \quad (4.24)$$

que é simplesmente a expressão (4.20) sem nenhuma dependência em momentum, e o acoplamento $\bar{\alpha}_s$ congelado no seu valor infravermelho. A definição de Σ , quando comparada com Σ_{gg} , revela explicitamente a relação natural entre as escalas de massa infravermelha m_0 e m_g .

No trabalho original de Block *et al.* as funções eiconais para os processos quark-quark e quark-glúon, necessárias para descrever os dados frontais na região de baixas energias, eram parametrizados de acordo com termos inspirados da fenomenologia de Regge. De maneira análoga, neste modelo as contribuições quark-quark e quark-glúon são parametrizadas como

$$\chi_{qq}(s, b) = i\Sigma C_{qq} \frac{m_g}{\sqrt{s}} W(b; \mu_{qq}), \quad (4.25)$$

$$\chi_{qq}(s, b) = i\Sigma \left[C_{qq} + C'_{qq} \log \left(\frac{s}{m_g^2} \right) \right] W(b; \mu_{qq}), \quad (4.26)$$

onde C_{qq} , C'_{qq} , μ_{qq} e μ_{gg} são parâmetros de ajuste sendo $\mu_{qq} = \sqrt{\mu_{qq}\mu_{gg}}$. A forma em que as expressões (4.25) e (4.26) foram derivadas leva-se em conta que a contribuição principal para o comportamento assintótico da seção de choque em espalhamentos hádron-hádron é devido a colisões semiduras dos processos glúon-glúon, pois $f_g(x) \gg f_q(x)$ para pequeno x . A contribuição glúon-glúon para a função eicoinal é escrita em termos das seção de choque $\sigma_{gg}^{DPT}(s)$, tal que

$$\chi_{gg}(s, b) = \sigma_{gg}^{DPT}(s) W(b; \mu_{gg}), \quad (4.27)$$

onde

$$\sigma_{gg}^{DPT}(s) = C_{gg} \int_{4m_g^2/s}^1 d\tau F_{gg}(\tau) \hat{\sigma}^{DPT}(\hat{s}), \quad (4.28)$$

sendo $F_{gg}(\tau)$ a função de estrutura convolvida para o par gg , $\hat{\sigma}^{DPT}$ a seção de choque do subprocesso dada pela expressão (4.18) e C_{gg} é um parâmetro de ajuste. A função de estrutura é calculada como

$$F_{gg}(\tau) = \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} f_g(x) f_g\left(\frac{\tau}{x}\right), \quad (4.29)$$

onde $f_g(x)$ refere-se a função de distribuição de glúons, neste caso escolhida como sendo

$$f_g(x) \propto \frac{(1-x)^5}{x^J}, \quad (4.30)$$

sendo J um parâmetro que controla o comportamento assintótico da seção de choque total.

4.2 Modelo atual

No modelo inspirado em QCD proposto nesta dissertação o crescimento da seção de choque total continua associado aos espalhamentos semiduros dos pártons que compõem os hádrons. Neste modelo, assim como na versão anterior, processos suaves e semiduros são incorporados no tratamento de interações hadrônicas em altas energias usando uma formulação compatível com analiticidade e unitaridade. Porém, o novo modelo baseia-se no uso de funções de distribuições evoluídas de acordo com as equações DGLAP, de seções de choque elementares párton-pártion calculadas via QCD e de cortes cinemáticos que garantem que o crescimento das seções de choque seja devido apenas à interações semiduras entre pártons.

Processos semiduros originam-se de espalhamentos duros de pártons que carregam uma pequena fração de momenta dos hádrons em interação, levando à formação de jatos com energia transversal E_T muito menor que a energia total \sqrt{s} da colisão hadrônica. Na representação eiconal, as seções de choque são escritas pelas expressões (2.99-2.101), sendo a eiconal definida como uma função complexa:

$$\chi(s, b) = \text{Re } \chi(s, b) + i \text{Im } \chi(s, b) = \chi_R + i\chi_I. \quad (4.31)$$

Vamos assumir que as eiconais para os processos pp e $\bar{p}p$ são aditivas em relação as

interações partônicas suaves e semiduras nas colisões hadrônicas,

$$\chi(s, b) = \chi_{soft}(s, b) + \chi_{SH}(s, b). \quad (4.32)$$

No limite semiduro das interações fortes, as colisões hadrônicas podem ser tratadas como somas incoerentes das interações entre quarks e glúons. Ou seja, a seção de choque da QCD, σ_{QCD} , é obtida através da convolução das seções de choque elementares $\hat{\sigma}$ dos subprocessos com suas respectivas distribuições partônicas. Pelo modelo a pártons da QCD, o termo $\chi_{SH}(s, b)$ pode ser fatorizado na forma [7]

$$\text{Re } \chi_{SH}(s, b) = \frac{1}{2} W_{SH}(b) \text{Re } \sigma_{QCD}(s), \quad (4.33)$$

onde $W_{SH}(b)$ é a densidade de recobrimento para os pártons no espaço de parâmetro de impacto b ,

$$W_{SH}(b) = \int d^2b' \rho_A(|\mathbf{b} - \mathbf{b}'|) \rho_B(b'), \quad (4.34)$$

e $\text{Re } \sigma_{QCD}(s)$ é a seção de choque da QCD

$$\text{Re } \sigma_{QCD}(s) = \sum_{ij} \frac{1}{1 + \delta_{ij}} \int_{2Q^2/s}^1 dx_1 \int_{2Q^2/x_1 s}^1 dx_2 \int_{Q_{min}^2}^{\hat{s}/2} d|\hat{t}| \frac{d\hat{\sigma}_{ij}}{d|\hat{t}|}(\hat{s}, \hat{t}) f_{i/A}(x_1, |\hat{t}|) f_{j/B}(x_2, |\hat{t}|), \quad (4.35)$$

com $|\hat{t}| \equiv Q^2$ e $i, j = q, \bar{q}, g$. Nesta expressão, os limites de integração satisfazem $x_1 x_2 s > 2|\hat{t}| > 2Q_{min}^2$, onde Q_{min}^2 é o corte em momentum transferido no espalhamento semiduro, \hat{s} e \hat{t} são os invariantes de Mandelstam do subsistema párton-pártion, e x_1 e x_2 são as frações de momenta dos hádrons A e B carregados pelos pártions i e j . O termo $d\hat{\sigma}_{ij}/d|\hat{t}|$ é a seção de choque diferencial para o espalhamento ij , e $f_{i/A}(x_1, |\hat{t}|)$ ($f_{j/B}(x_2, |\hat{t}|)$) são as distribuições dos pártions i (j) no hádron A (B).

A função eiconal é escrita em termos de eiconais pares e ímpares conectadas pela simetria de cruzamento. No caso de espalhamento pp e $\bar{p}p$ esta combinação é dada por

$$\chi_{pp}^{\bar{p}p}(s, b) = \chi^+(s, b) \pm \chi^-(s, b), \quad (4.36)$$

onde

$$\begin{aligned}\chi^+(s, b) &= \chi_{soft}^+(s, b) + \chi_{SH}^+(s, b), \\ \chi^-(s, b) &= \chi_{soft}^-(s, b) + \chi_{SH}^-(s, b).\end{aligned}\tag{4.37}$$

Entretanto, no modelo a pártons da QCD o termo $\chi_{SH}^-(s, b)$ decresce rapidamente com o crescimento de s , uma vez que a diferença entre as seções de choque pp e $\bar{p}p$ é devida apenas à diferença entre as contribuições das seções de choque de aniquilação quark-antiquark (de valência) nos dois canais. Desta forma $\chi^-(s, b)$ não recebe nenhuma contribuição dos processos semiduros em altas energias. Como resultado, para nossos cálculos é suficiente considerarmos $\chi^-(s, b) = \chi_{soft}^-(s, b)$ bem como $\chi_{SH}(s, b) = \chi_{SH}^+(s, b)$.

A parte imaginária de $\chi_{SH}(s, b)$ pode ser obtida por meio de uma relação de dispersão integral, válida no limite $s^2 \gg m^2$,

$$\text{Im } \chi^+(s, b) = -\frac{2s}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty ds' \frac{\text{Re } \chi^+(s', b)}{s'^2 - s^2},\tag{4.38}$$

onde \mathcal{P} refere-se ao valor principal de Cauchy da integral. Assim, aplicando esta relacao de dispersao em $\text{Re } \chi_{SH}(s, b)$, obtemos (apêndice E)

$$\text{Im } \chi_{SH}(s, b) = \frac{1}{2} W_{SH}(b) \text{Im } \sigma_{QCD}(s),\tag{4.39}$$

onde

$$\begin{aligned}\text{Im } \sigma_{QCD}(s) &= -\frac{1}{\pi} \sum_{ij} \frac{1}{1 + \delta_{ij}} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_{Q_{min}^2}^{\hat{s}/2} d|\hat{t}| \frac{d\hat{\sigma}_{ij}}{d|\hat{t}|}(\hat{s}, \hat{t}) \\ &\times f_{i/A}(x_1, |\hat{t}|) f_{j/B}(x_2, |\hat{t}|) \ln \left(\frac{\hat{s}/2 + |\hat{t}|}{\hat{s}/2 - |\hat{t}|} \right).\end{aligned}\tag{4.40}$$

A eiconal suave é necessária apenas para descrever os dados frontais em baixas energias, uma vez que a principal contribuição para o comportamento assintótico da seção de choque total hádron-hádron é devido às colisões partônicas semiduras. Desta forma, é suficiente construirmos uma parametrização para a eiconal suave baseada em fenomenologia de Regge:

$$\chi_{soft}^+(s, b) = \frac{i}{2} W_{soft}^+(b) \left[A' + iB' + C' \left(\frac{s}{s_0} \right)^{-\gamma} \right],\tag{4.41}$$

onde A' , B' , C' e γ são parâmetros a serem ajustados e $s_0 \equiv 1 \text{ GeV}^2$. Nós garantimos as propriedades corretas de analiticidade para as amplitudes do modelo através da prescrição $s \rightarrow se^{-i\pi/2}$ na equação (4.41). Assim, a eiconal par é escrita como

$$\begin{aligned}\chi^+(s, b) &= \chi_{soft}^+(s, b) + \chi_{SH}^+(s, b) \\ &= \frac{i}{2} \left[W_{soft}^+(b) \sigma_{soft}(s) + W_{SH}(b) \sigma_{QCD}(s) \right],\end{aligned}\quad (4.42)$$

onde $\sigma_{QCD}(s) = \text{Re } \sigma_{QCD}(s) + i \text{Im } \sigma_{QCD}(s)$, com $\text{Re } \sigma_{QCD}(s)$ e $\text{Im } \sigma_{QCD}(s)$ pelas equações (4.35) e (4.40), respectivamente, e $\sigma_{soft}(s) = \text{Re } \sigma_{soft}(s) + i \text{Im } \sigma_{soft}(s)$, com

$$\text{Re } \sigma_{soft}(s) = A' + C' \left(\frac{s}{s_0} \right)^{-\gamma} \cos \left(\frac{\pi\gamma}{2} \right), \quad (4.43)$$

$$\text{Im } \sigma_{soft}(s) = B' + C' \left(\frac{s}{s_0} \right)^{-\gamma} \sin \left(\frac{\pi\gamma}{2} \right). \quad (4.44)$$

A eiconal ímpar $\chi^-(s, b)$, que leva em conta a diferença entre os canais pp e $\bar{p}p$, não apresenta contribuição em altas energias e é escrita como

$$\chi^-(s, b) = \frac{1}{2} W_{soft}^-(b) D' \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{s/s_0}}, \quad (4.45)$$

onde D' , a intensidade do termo ímpar, é também um parâmetro de ajuste.

Em relação às densidades de recobrimento, a hipótese mais simples é assumir que $W_{soft}(b)$ e $W_{SH}(b)$ possuem a mesma estrutura. Entretanto pelo modelo a partons da QCD esta prescrição não é inteiramente verdadeira, pois interações suaves são relacionadas principalmente com as interações entre quarks de valência enquanto interações semiduras são dominadas por processos envolvendo glúons. Portanto, parece plausível considerarmos um modelo em que quarks e glúons apresentem distribuições espaciais diferentes, uma vez que espera-se que os glúons estejam distribuídos em volta dos quarks. Diferentemente dos glúons, os quarks apresentam carga elétrica, logo a distribuição (de matéria) dos quarks de valência pode ser associada de maneira bastante razoável com a distribuição de cargas no próton. Como resultado, geralmente é escolhido para as densidades de recobrimento suaves $W_{soft}^-(b)$ e $W_{soft}^+(b)$ fatores de forma $G_A(k_\perp)$ e $G_B(k_\perp)$ do tipo dipolo para a colisão entre hádrons A

e B , tal que (apêndice B)

$$\begin{aligned} A(b) &= \int d^2b' \rho_A(|\mathbf{b} - \mathbf{b}'|) \rho_B(b') \\ &= 2\pi \int_0^\infty dk_\perp k_\perp J_0(k_\perp b) G_A(k_\perp) G_B(k_\perp), \end{aligned} \quad (4.46)$$

onde

$$G_A(k_\perp) = G_B(k_\perp) \equiv G_{dip}(k_\perp; \mu) = \left(\frac{\mu^2}{k_\perp^2 + \mu^2} \right)^2. \quad (4.47)$$

O termo $\rho(b)$ refere-se à densidade de pártons, representando a densidade de probabilidade de encontrarmos um glúon em um elemento de área d^2b com parâmetro de impacto b . Em termos do fator de forma $\rho(b)$ pode ser escrito como

$$\rho(b) = \frac{1}{2\pi} \int d^2k_\perp G(k_\perp) e^{i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{b}}. \quad (4.48)$$

Usando um fator de forma do tipo dipolo $G_{dip}(k_\perp; \mu)$ obtemos (apêndice D)

$$\begin{aligned} W_{soft}^+(b; \mu_{soft}^+) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dk_\perp k_\perp J_0(k_\perp b) G_{dip}^2(k_\perp; \mu_{soft}^+) \\ &= \frac{(\mu_{soft}^+)^2}{96\pi} (\mu_{soft}^+ b)^3 K_3(\mu_{soft}^+ b), \end{aligned} \quad (4.49)$$

onde $K_3(x)$ é a função de Bessel modificada de segunda espécie de ordem três e μ_{soft}^+ é um parâmetro livre que leva em conta eventuais diferenças entre as ditribuições de matéria e de carga no hádron. As funções $W(b; \mu)$ são normalizadas tal que $\int d^2b A(b) = 1$. De maneira análoga

$$W_{soft}^-(b; \mu_{soft}^-) = \frac{(\mu_{soft}^-)^2}{96\pi} (\mu_{soft}^- b)^3 K_3(\mu_{soft}^- b), \quad (4.50)$$

onde μ_{soft}^- é uma constante a ser fitada.

Em muitos modelos, por simplificação, adota-se uma distribuição de densidade similiar para a contribuição dos glúons no regime semiduro (dominante em altas energias). Entretanto, neste novo modelo, supomos um aumento na distribuição radial média dos glúons devido o crescimento de \sqrt{s} , essa suposição pode ser implementada através do uso de fatores de forma com dependência em energia, de maneira que para o monopolo temos

$$G_{SH}^{(m)}(s, k_\perp; \nu_{SH}) = \frac{\nu_{SH}^2}{k_\perp^2 + \nu_{SH}^2}, \quad (4.51)$$

e para o dipolo

$$G_{SH}^{(d)}(s, k_{\perp}; \nu_{SH}) = \left(\frac{\nu_{SH}^2}{k_{\perp}^2 + \nu_{SH}^2} \right)^2, \quad (4.52)$$

onde $\nu_{SH} = \nu_1 - \nu_2 \log(s/s_0)$. No caso do fator de forma do tipo monopolo, a densidade de recobrimento é escrita como (apêndice C)

$$\begin{aligned} W_{SH}^{(m)}(s, b; \nu_{SH}) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} dk_{\perp} k_{\perp} J_0(k_{\perp} b) [G_{SH}^{(m)}(s, k_{\perp}; \nu_{SH})]^2 \\ &= \frac{\nu_{SH}^2}{4\pi} (\nu_{SH} b) K_1(\nu_{SH} b), \end{aligned} \quad (4.53)$$

onde $K_1(x)$ é uma função de Bessel modificada de segunda espécie de ordem um. De maneira similar a equação (4.50), no caso do fator de forma do tipo dipolo, temos

$$W_{SH}^{(d)}(s, b; \nu_{SH}) = \frac{\nu_{SH}^2}{96\pi} (\nu_{SH} b)^3 K_3(\nu_{SH} b). \quad (4.54)$$

Já mencionamos que as interações semiduras são dominantes no limite de altas energias, portanto a dependência com energia na distribuição espacial é considerada apenas no caso de $W_{SH}(s, b)$. Ou seja, as densidades de recobrimento suaves são relacionadas aos fatores de forma “estáticos” do tipo dipolo, i.e., das equações (4.49) e (4.50), enquanto que as densidades de recobrimento semiduras são associadas com as equações (4.51) e (4.52).

4.2.1 Escala de massa infravermelha e a contribuição dos glúons

O cálculo das seções de choque $\sigma_{QCD}(s)$ são obtidas pela soma sobre todos os tipos de pártons, mas para o nosso objetivo é suficiente fixarmos o número de sabores efetivos $N_f = 4$ e manter apenas o glúon g e os quarks u, d, s e c . De fato $\text{Re } \sigma_{QCD}(s)$ e $\text{Im } \sigma_{QCD}(s)$ devem ser determinadas levando-se em consideração todos os quarks pesados, onde cada quark pesado $h = c, b, t$, com massa M_h , é efetivamente desacoplado das seções de choque físicas em escalas de momenta inferior a $Q_h = M_h$, sendo N_f uma função crescente de Q_h . Nossos resultados numéricos mostraram que as contribuições dos quarks b e t para $\sigma_{QCD}(s)$ são de fato muito pequenas.

No cálculo de $\sigma_{QCD}(s)$ escolhemos espalhamentos párton-pártion contendo pelo menos um glúon no estado inicial. A razão para esta escolha está relacionada às funções de desdobramentos dadas pela equações de evolução DGLAP em ordem dominante [36], onde as funções de desdobramento do glúon $P_{gq} \rightarrow 4/3z$ e $P_{gg} \rightarrow 6/z$ são singulares para $z \rightarrow 0$.

Como resultado, a distribuição de glúons torna-se muito grande no limite em $x \rightarrow 0$, fazendo com que a sua contribuição na evolução das distribuições partônicas se torne central. Portanto, os processos escolhidos são: $gg \rightarrow gg$ (espalhamento glúon-glúon), $qg \rightarrow qg$ (espalhamento quark-glúon), $\bar{q}g \rightarrow \bar{q}g$ (espalhamento quark-glúon) e $gg \rightarrow \bar{q}q$ (fusão de glúons em um par de quark). Os processos glúon-glúon e quark-glúon são dominantes em altas energias, por exemplo, em 7 TeV e com $Q_{min} = 1.3$ GeV, suas contribuições para a seção de choque $\text{Re } \sigma_{QCD}(s)$ é aproximadamente 98,84% (98,66%) para os conjuntos de distribuições partônicas CTEQ6L (MSTW). A contribuição relativa do processo $gg \rightarrow \bar{q}q$ é pequena, mas foi considerada em nossos cálculos por completeza.

Estes processos elementares apresentam divergências infravermelhas, que devem ser regularizadas por meio de cortes na escala de Q^2 . Um procedimento de regularização para estas divergências infravermelhas foi introduzido há alguns anos [52], e tornou-se um importante ingrediente para os modelos eiconais com massa dinâmica [6] e o modelo eiconal atual. Este procedimento é baseado em evidências de que a QCD desenvolve uma massa efetiva com dependência em momentum, preservando a invariância local da teoria. Esta massa dinâmica $M_g(Q^2)$ está intrinsicamente relacionada a uma carga efetiva infravermelha finita $\bar{\alpha}_s$ [54], sendo esta carga não perturbativa o regularizador natural do nosso modelo.

A existência de uma escala de massa dos glúons, m_g , é fortemente corroborada por simulações de QCD na rede e por resultados fenomenológicos. Seu valor típico é da ordem de $m_g = 500 \pm 200$ MeV. A carga efetiva $\bar{\alpha}_s(Q^2)$ mostra a existência de um ponto fixo infravermelho no limite em que $Q^2 \rightarrow 0$, i.e., o termo de massa dinâmica suaviza o polo de Landau e $\bar{\alpha}_s$ congela em um valor finito no limite infravermelho. No regime em que $Q^2 \gg \Lambda^2$ a massa dinâmica $M_g(Q^2)$ desaparece, e a carga efetiva tende ao acoplamento perturbativo de um laço da QCD, $\alpha_s^{pQCD}(Q^2)$. Ou seja, o comportamento assintótico do acoplamento dinâmico em LO, obtido por meio das equações do grupo de renormalização, é encontrado nas soluções em equações de Schwinger-Dyson:

$$\bar{\alpha}_s(Q^2 \gg \Lambda^2) \sim \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \left(\frac{Q^2}{\Lambda^2} \right)} = \alpha_s^{pQCD}(Q^2). \quad (4.55)$$

Levando-se em consideração o mecanismo de geração de massa dinâmica na QCD, as seções de choque partônicas necessárias para o cálculo de $\sigma_{QCD}(s)$ são escritas como

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(gg \rightarrow gg) = \frac{9\pi\bar{\alpha}_s^2}{2\hat{s}^2} \left(3 - \frac{\hat{t}\hat{u}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{s}\hat{u}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{t}\hat{s}}{\hat{u}^2} \right), \quad (4.56)$$

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(qg \rightarrow qg) = \frac{\pi\bar{\alpha}_s^2}{\hat{s}^2} (\hat{s}^2 + \hat{u}^2) \left(\frac{1}{\hat{t}^2} - \frac{4}{9\hat{s}\hat{u}} \right), \quad (4.57)$$

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(gg \rightarrow \bar{q}q) = \frac{3\pi\bar{\alpha}_s^2}{8\hat{s}^2} (\hat{t}^2 + \hat{u}^2) \left(\frac{4}{9\hat{t}\hat{u}} - \frac{1}{\hat{s}^2} \right), \quad (4.58)$$

e no limite em que a escala Q^2 seja muito grande, estas seções de choque reproduzem sua forma em QCD perturbativa. Nas expressões acima o regime cinemático que está sendo considerado é dado por $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 4M_g^2(Q^2)$ no caso de processos glúon-glúon, e $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 2M_g^2(Q^2) + 2M_q^2(Q^2)$ nos casos de processos quark-glúon e fusão de glúons em pares de quark. Aqui $M_q^2(Q^2)$ refere-se à massa dinâmica do quark, $M_q(Q^2)$, escrita como

$$M_q^2(Q^2) = \frac{m_q^4}{Q^2 + m_q^2}, \quad (4.59)$$

que assume uma escala de massa infravermelha não nula m_q a ser fenomenologicamente ajustada. Vemos que $M_q^2(Q^2)$ decresce rapidamente com o aumento de Q , de acordo com o que é esperado pelo formalismo de OPE (*Operator Product Expansion*) [55].

4.3 As funções de distribuição partônicas

Apesar da grande evolução que tiveram os modelos inspirados em QCD, as funções de distribuição usadas permaneceram baseadas em parametrizações da forma $f_g(x) \propto (1-x)^5/x^J$, onde o parâmetro J controlava a evolução da distribuição de glúons em pequeno x , e as contribuições quark-quark e quark-glúon eram escritas por meio de parametrizações baseadas em fenomenologia de Regge. Entretanto, a validade de $f_g(x)$ é aproximadamente correta apenas nos limites em que $x \rightarrow 0$ e $x \rightarrow 1$, enquanto que em regiões intermediárias de x não reproduz o comportamento de nenhuma outra função de distribuição $f_g(x, Q^2)$ evoluída em Q^2 , quaisquer que sejam os valores da escala Q^2 e do parâmetro J . O acoplamento $\alpha_s(Q^2)$ é um dos parâmetros básicos da QCD, uma vez que sua variação com a escala Q reflete a propriedade de liberdade assintótica da QCD. Logo, a fixação do valor do acoplamento $\alpha_s(Q^2)$, como feita em algumas versões do modelo, representava uma aproximação bastante insatisfatória. Da mesma forma, $f_g = f_g(x)$ gerava uma perda de vínculo dos modelos com o modelo a pártons, de maneira que a denominação “inspirados” em QCD passou a ser contestável, tornando necessária a implementação da escala Q nas *funções de distribuições*

partônicas (PDF).

Podemos encontrar na literatura uma grande variedade de PDF's, sendo denominada de primeira geração o conjunto formado pelas distribuições EHLQ [56] e DO [57]. Entretanto, a primeira geração tornou-se obsoleta em relação aos rigorosos cálculos necessário para descrever os processos de interações hadrônicas, pois tanto o lado teórico como o experimental tiveram progressos significativos nos últimos anos. A geração moderna é composta por uma série de conjuntos de distribuições obtidas a partir dos dados mais recentes de funções de estrutura em espalhamento inelásticos profundos e de outros processos relacionados. Entre estes conjuntos, encontramos por exemplo: ABM [58], CTEQ [59, 60, 61], GRV/GJR [62, 63], HERA PDFs, MRST/MSTW/MMHT [64, 65, 66], NNPDF [67]. Estas distribuições diferem uma das outras basicamente por causa das diferentes escolhas adotadas por cada autor em relação aos dados experimentais utilizados, aos tipos de parametrizações inicialmente adotadas, às diferentes escolhas para a escala inicial Q_0 e ao tratamento estatístico dos erros sistemáticos envolvidos.

Neste capítulo, vamos apresentar os dois conjuntos de PDF's utilizados em nossos cálculos, CTEQ6 e MSTW, mostrando suas formas funcionais e discutindo seus limites de aplicabilidade bem como suas características gerais.

4.3.1 A distribuição partônica CTEQ6

O progresso na determinação de PDF's, através da análise global de processos de espalhamentos duros, é de extrema importância na busca de um modelo teórico que envolva a fenomenologia do modelo a párons, bem como a busca de física nova em colisores lépton-hádron e hádron-hádron. Nos últimos anos houve muito desenvolvimento além da análise convencional utilizadas nas PDF's popularmente mais usadas [59, 62, 64]. Um dos conjuntos de distribuições mais recentes, produzidos pela colaboração CTEQ, estende as gerações CTEQ anteriores e outras análises globais atuais, sobretudo devido ao amplo tratamento dos erros experimentais entre dados novos e antigos, e ao tratamento sistemático das incertezas de distribuições partônicas e suas previsões físicas. Neste novo conjunto, denominado CTEQ6 [60, 61], a metodologia baseada na estratégia convencional de produzir o melhor ajuste aos dados é amplamente melhorada pela introdução de um conjunto de novas ferramentas estatísticas, que permitem caracterizar o espaço de parâmetros das distribuições próximo do mínimo global. Esta nova metodologia [68, 69, 70] permite a exploração sistemática das incertezas das distribuições partônicas e de suas previsões físicas, devido ao conhecimento dos erros experimentais e dos parâmetros de entrada do modelo, resultando

em um melhor conhecimento das distribuições partônicas, sobretudo a de glúons.

Na CTEQ6 a forma funcional das parametrizações das distribuições partônicas na escala inicial Q_0 , fixada no valor $Q_0 = 1.3 \text{ GeV}$, é escrita na forma [60, 61]

$$x f(x, Q_0) = A_0 x^{A_1} (1-x)^{A_2} e^{A_3 x} (1 + e^{A_4} x)^{A_5}, \quad (4.60)$$

com parâmetros independentes para as combinações de pártons $u_V \equiv u - \bar{u}$, $d_V \equiv d - \bar{d}$, g e $\bar{u} + \bar{d}$. O comportamento da parametrização em $x = 0$ e $x = 1$ representa a singularidade associada ao comportamento de Regge em pequeno x e a regra de contagem de quarks em grande x , respectivamente.

Desde a determinação do conjunto de distribuições anterior, CTEQ5 [71], uma grande quantidade de dados experimentais novos contribuiu para a análise estatística na determinação de uma PDF atualizada. Particularmente foram muito importantes na nova análise as medidas recentes da função de estrutura em DIS com correntes neutras no H1 [72] e ZEUS [73], as medidas de seção de choque inclusiva de jatos no DØ [74], as medidas da razão Drell-Yan deuteron/próton no FNAL E866/NuSea [75] e as medidas reanalisadas de F_2 do CCFR [76].

Em nossos cálculos utilizamos o conjunto CTEQ6L1, que utiliza um acoplamento α_s em ordem dominante (LO), e o conjunto CTEQ6, que utiliza α_s em ordem seguinte à dominante (NLO). Uma vez que a massa dinâmica do glúon é praticamente nula nas escalas em que 4 sabores de quarks estão ativos, em nossos cálculos de σ_{tot} e ρ utilizamos os acoplamentos não perturbativos em LO e NLO, ou seja, ao usarmos o conjunto CTEQ6L1 utilizamos

$$\alpha_s^{LO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log [(Q^2 + 4M_g^2(Q^2))/\Lambda^2]}, \quad (4.61)$$

e ao usarmos a CTEQ6L utilizamos

$$\alpha_s^{NLO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log [(Q^2 + 4M_g^2(Q^2))/\Lambda^2]} \left[1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\log \log [(Q^2 + 4M_g^2(Q^2))/\Lambda^2]}{\log [(Q^2 + 4M_g^2(Q^2))/\Lambda^2]} \right], \quad (4.62)$$

onde $M_g^2(Q^2)$ refere-se ao termo de massa dinâmica do glúon, sendo cujo sua forma funcional dada pela expressão (4.15).

Poderíamos fixar um número de quarks efetivos N_f no caso em que todos os quarks tivessem massas nulas, desta forma as expressões (4.61) e (4.62) seriam determinadas por apenas um parâmetro Λ . Entretanto, pelo teorema do desacoplamento [77], cada quark

pesado com massa m_i é desacoplado das seções de choque físicas em escalas de energia $\mu < m_i$. O número efetivo de sabores de quarks depende da escala de renormalização μ e a determinação do acoplamento α_s e do parâmetro Λ na presença de quarks massivos não é única, sendo dependente do esquema de renormalização adotado. Uma possível escolha é baseada na hipótese de que o acoplamento $\alpha_s(\mu)$ seja uma função contínua de μ , fazendo com que os valores dos parâmetros Λ sejam descontínuos nas escalas $\mu = m_i$.

As massas dos quarks u , d , e s são consideradas nulas¹, sendo as escalas de massa definidas nas massas dos quarks c e b , com $m_c = 1.3$ GeV e $m_b = 4.5$ GeV. Para o cálculo de $\alpha_s(Q^2)$, é possível utilizar a expressão em LO, por consistência, ou utilizar a sua forma em NLO.

4.3.2 A distribuição partônica MSTW

O ano de 2008 marcou o vigésimo aniversário da publicação do primeiro conjunto denominado MRS (Martin-Roberts-Stirling), que continha a primeira análise global em NLO das distribuições partônicas [78]. É natural que o surgimento de novos dados experimentais e o avanço teórico no tratamento destes dados, tornasse necessário a formulação de novas PDF's a partir da atualização da MRS. A MRST98 (Martin-Roberts-Stirling-Thorne) [64] foi o primeiro conjunto derivado da MRS a fazer uso dos novos dados das funções de estrutura obtidos por HERA, este conjunto também é conhecido por ser o primeiro a incorporar o estudo de quarks pesados na análise de distribuições partônicas. Um dos conjuntos de distribuições mais recentes, derivado da PDF original, estende as versões anteriores como MRST2001 LO [79], MRST2004 NLO [80] e MRST2006 NNLO [81]. Neste novo conjunto, denominado MSTW (Martin-Roberts-Stirling-Watt) [65], a técnica para obter o melhor ajuste aos dados apresenta melhoramentos devido aos avanços no estudo de propagação de erros nos dados experimentais sendo assim possível explorar as incertezas das distribuições partônicas.

Na MSTW a forma funcional das distribuições partônicas na escala inicial Q_0 , fixada em $Q_0 = 1$ GeV, é escrita na forma [65]

$$xu_V(x, Q_0^2) = A_u x^{\eta_1} (1-x)^{\eta_2} (1 + \epsilon_u \sqrt{x} + \gamma_u x), \quad (4.63)$$

$$xd_V(x, Q_0^2) = A_d x^{\eta_3} (1-x)^{\eta_4} (1 + \epsilon_d \sqrt{x} + \gamma_d x), \quad (4.64)$$

¹ $m_u \approx 1.7$ até 3.1 MeV, $m_d \approx 4.1$ até 5.7 MeV e $m_s \approx 80$ até 130 MeV.

$$xS(x, Q_0^2) = A_S x^{\delta_S} (1-x)^{\eta_S} (1 + \epsilon_S \sqrt{x} + \gamma_S x), \quad (4.65)$$

$$x\Delta(x, Q_0^2) = A_\Delta x^{\eta_\Delta} (1-x)^{\eta_S+2} (1 + \gamma_\Delta x + \delta_\Delta x^2), \quad (4.66)$$

$$xg(x, Q_0^2) = A_g x^{\delta_g} (1-x)^{\eta_g} (1 + \epsilon_g \sqrt{x} + \gamma_g x) + A_{g'} x^{\delta_{g'}} (1-x)^{\eta_{g'}}, \quad (4.67)$$

$$x(s + \bar{s})(x, Q_0^2) = A_+ x^{\delta_S} (1-x)^{\eta_+} (1 + \epsilon_S \sqrt{x} + \gamma_S x), \quad (4.68)$$

$$x(s - \bar{s})(x, Q_0^2) = A_- x^{\delta_-} (1-x)^{\eta_-} (1 - x/x_0), \quad (4.69)$$

onde $\Delta = \bar{d} - \bar{u}$, $q_V = q - \bar{q}$ e os quarks leves de mar são definidos como $S \equiv 2(\bar{u} + \bar{d}) + s + \bar{s}$. As expressões (4.63)-(4.69) estão sujeitas a três condições de vínculos derivadas das regras de soma juntamente com a conservação de momentum

$$\int_0^1 dx u_V(x, Q_0^2) = 2, \quad (4.70)$$

$$\int_0^1 dx d_V(x, Q_0^2) = 1, \quad (4.71)$$

$$\int_0^1 dx s_V(x, Q_0^2) = 0, \quad (4.72)$$

$$\int_0^1 dx x [u_V(x, Q_0^2) + d_V(x, Q_0^2) + S(x, Q_0^2) + g(x, Q_0^2)] = 1. \quad (4.73)$$

Estas equações de vínculos são utilizadas para determinar os parâmetros A_g , A_u , A_d e x_0 em termos dos outros parâmetros. Para o caso em que o ajuste aos dados seja realizado somente em LO, o segundo termo da expressão (4.67) é omitido.

Na distribuição MSTW a constante de acoplamento $\alpha_s(Q^2)$ é calculada em LO² através da expressão (3.42) discutidas no capítulo segundo e reescrita na forma da expressão (4.15) de acordo com o modelo de massa dinâmica de glúon. Novamente, da mesma forma que a distribuição CTEQ, as massas dos quarks u , d e s são consideradas nulas, sendo as escalas de massa definidas nas massas dos quarks c e b , com $m_c = 1.40$ GeV e $m_b = 4.75$ GeV.

4.4 Resultados e previsões

Inicialmente, de forma a determinar os parâmetros do modelo, fixamos o número de sabores em $N_f = 4$ e as escalas de massa para o glúon e o quark nos valores $m_g = 400$ MeV e

² Como o cerne do nosso trabalho visa a descrição da seção de choque total em LO, vamos aqui apenas considerar a MSTW em LO.

$m_q = 250$ MeV, respectivamente. Estas escolhas para as escalas de massa não são apenas consistentes para o nosso procedimento em LO, mas também são os valores usualmente obtidos em outros cálculos de processos de interação forte [6, 82, 83]. O passo seguinte refere-se ao ajuste global aos dados dos espalhamentos frontais em altas energias dos processos pp e $\bar{p}p$ acima de $\sqrt{s} = 10$ GeV, onde as grandezas frontais em análise são as seções de choque total $\sigma_{tot}^{pp,\bar{p}p}$ e a razão entre a parte real e imaginária da amplitude de espalhamento frontal $\rho^{pp,\bar{p}p}$. O conjunto de dados aqui utilizados são compilados e analisados pelo Particle Data Group [84] bem como os dados recentes do LHC obtidos pela colaboração TOTEM, onde os erros sistemáticos e estatísticos são somados em quadratura. Como discutido no primeiro capítulo, os conjuntos de dados do TOTEM incluem a primeira e segunda medida para a seção de choque total pp em $\sqrt{s} = 7$ TeV, $\sigma_{tot}^{pp} = 98.30 \pm 2.80$ mb [1] e $\sigma_{tot}^{pp} = 98.58 \pm 2.23$ mb [2] (ambos utilizando o teorema óptico juntamente com a luminosidade obtida do CMS [85]), a medida independente de luminosidade em $\sqrt{s} = 7$ TeV, $\sigma_{tot}^{pp} = 98.0 \pm 2.50$ mb [3], a medida independente de ρ em $\sqrt{s} = 7$ TeV, $\sigma_{tot}^{pp} = 99.10 \pm 4.30$ mb [3], e a medida independente de luminosidade em $\sqrt{s} = 8$ TeV, $\sigma_{tot}^{pp} = 101.70 \pm 2.90$ [4]. Incluímos no conjunto de dados a primeira estimativa para o parâmetro ρ obtido pela colaboração TOTEM na sua medida independente de ρ em $\sqrt{s} = 7$ TeV, respectivamente $\rho^{pp} = 0.145 \pm 0.091$. Em todos os ajustes feitos neste trabalho usamos o procedimento de análise de χ^2 , assumindo um intervalo $\chi^2 - \chi_{min}^2$ correspondendo a um intervalo de confiança de 90%. Em nosso modelo (contendo 9 parâmetros livres) este intervalo corresponde a $\chi^2 - \chi_{min}^2 = 14.68$.

Investigamos em nossa análise os efeitos de alguns conjuntos de PDF's no comportamento das seções de choque em altas energias. Tivemos de escolher funções de distribuição partônicas envolvendo funções de desdobramento em LO, como no caso dos conjuntos em LO CTEQ6L, CTEQ6L1 e MSTW. Para o acoplamento $\alpha_s(Q^2)$ é comum usar tanto sua fórmula em LO ou por consistência sua forma em NLO. No caso específico da distribuição CTEQ [60, 61], a CTEQ6L1 utiliza a expressão em LO para $\alpha_s(Q^2)$ com $\Lambda_{CTEQ6L1}^{(4\text{ sabores})} = 215$ MeV, enquanto que a CTEQ6L utiliza a expressão em NLO com $\alpha_s(Q^2) = 0.118$, consistente com o valor de $\Lambda_{CTEQ6L}^{(4\text{ sabores})} = 326$ MeV. Como a massa dinâmica $M_g(Q^2)$ praticamente tende a zero em escalas onde os quatro sabores estão presentes, escolhemos os mesmos valores de $\Lambda^{(4\text{ sabores})}$ nas cargas efetivas $\bar{\alpha}_s^{LO}(Q^2)$ e $\bar{\alpha}_s^{NLO}(Q^2)$. No primeiro caso para os ajustes utilizando a CTEQ6L1 a fórmula em LO para $\bar{\alpha}_s^{LO}$ é dada pela expressão (4.61), e para os ajustes utilizando CTEQ6L adota-se a fórmula em NLO dada pela expressão (4.62). O comportamento não perturbativo do acoplamento em NLO é construído fazendo a troca $\alpha_s^{NLO}(Q^2) \rightarrow \bar{\alpha}_s^{NLO}(Q^2) = \alpha_s^{NLO}(Q^2 + 4M_g^2(Q^2))$ no resultado perturbativo. A distribuição

MSTW usa uma definição diferente para α_s , onde a equação do grupo de renormalização para α_s é truncada em uma determinada ordem e resolvida a partir de um valor inicial $\alpha_s(Q_0^2)$. Este valor inicial é um de seus parâmetros de ajuste e substitui o parâmetro Λ . Entretanto, podemos utilizar $\alpha_s^{LO}(Q^2)$, expressão (4.15), sendo o seu comportamento bem reproduzido através da escolha $\Lambda_{MSTW}^{4(\text{sabores})} \sim 319$ MeV.

Os valores dos parâmetros ajustados estão resumidos nas tabelas 4.1 e 4.2. Na tabela 4.1 (4.2) são mostrados os parâmetros obtidos no caso do fator de forma ser do tipo monopolo (dipolo) no setor semi duro. O valor de χ^2/gl para todos os ajustes foi obtido para 153 graus de liberdade. A sensibilidade de χ^2/gl em relação ao corte Q_{min} é mostrado na figura (4.1). Vemos que, para todas as PDF's utilizadas neste trabalho, χ^2/gl não é tão sensível a Q_{min} no intervalo $[1.0, 1.5]$ GeV. Os resultados referente aos ajustes para σ_{tot} e ρ para ambos os canais pp e $\bar{p}p$ são mostrados nas figuras (4.2, 4.3, 4.4, 4.5). Na tabela (4.3) são mostradas as previsões para os observáveis frontais nas energias $\sqrt{s} = 8, 13$ e 14 TeV. A forma como a incerteza em σ_{tot} e ρ é calculada é discutida no próximo capítulo. As curvas mostradas nas figuras (4.2 – 4.5) foram todas calculadas usando o corte $Q_{min} = 1.3$ GeV, o valor inicial da escala Q_0 fixado na distribuição CTEQ. Então, no caso dos ajustes utilizando os conjuntos CTEQ6, PDF's com o corte congelado em $Q_0 = 1.3$ GeV foram utilizados nos cálculos na região de $Q_{min} < Q_0$. No caso do conjunto MSTW é adotado um corte levemente menor, no valor de $Q_0 \equiv 1$ GeV, sendo a condição $Q_{min} \geq Q_0$ sempre satisfeita.

	CTEQ6L	CTEQ6L1	MSTW
ν_1 [GeV]	2.079 ± 0.842	2.006 ± 0.879	1.387 ± 0.824
ν_2 [GeV]	$(4.890 \pm 4.135) \times 10^{-2}$	$(4.467 \pm 3.817) \times 10^{-2}$	$(0.162 \pm 24.526) \times 10^{-2}$
A' [GeV $^{-1}$]	107.7 ± 7.7	106.5 ± 8.6	107.7 ± 11.4
B' [GeV $^{-1}$]	-5.33 ± 1.90	-5.14 ± 1.83	-4.98 ± 1.86
C' [GeV $^{-1}$]	727.6 ± 602.2	624.8 ± 547.5	556.3 ± 498.2
γ	0.832 ± 0.117	0.799 ± 0.129	0.759 ± 0.143
μ_{soft}^+ [GeV]	0.452 ± 0.216	0.439 ± 0.252	0.525 ± 0.254
D' [GeV $^{-1}$]	108.8 ± 49.0	119.0 ± 112.9	109.1 ± 73.7
μ_{soft}^- [GeV]	0.216 ± 0.324	0.176 ± 0.286	0.430 ± 2.786
χ^2/gl	1.084	1.080	1.062

Tab. 4.1: *Valores dos parâmetros do modelo obtidas do ajuste global aos dados dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$. Resultados obtidos no caso de um fator de forma de monopolo no setor semiduro.*

	CTEQ6L	CTEQ6L1	MSTW
ν_1 [GeV]	2.953 ± 0.987	2.862 ± 0.990	2.1947 ± 0.48503
ν_2 [GeV]	$(7.560 \pm 5.218) \times 10^{-2}$	$(7.037 \pm 5.286) \times 10^{-2}$	$(2.2591 \pm 2.7787) \times 10^{-2}$
A' [GeV $^{-1}$]	109.0 ± 7.0	107.9 ± 7.7	108.2 ± 3.3
B' [GeV $^{-1}$]	-5.42 ± 1.96	-5.24 ± 1.95	-5.12 ± 1.76
C' [GeV $^{-1}$]	773.3 ± 603.8	669.0 ± 560.9	581.9 ± 331.6
γ	0.842 ± 0.109	0.811 ± 0.121	0.76417 ± 0.079687
μ_{soft}^+ [GeV]	0.489 ± 0.173	0.479 ± 0.193	0.53665 ± 0.07098
D' [GeV $^{-1}$]	107.2 ± 98.3	106.39 ± 85.99	146.34 ± 119.59
μ_{soft}^- [GeV]	0.416 ± 3.867	0.394 ± 3.862	0.13375 ± 0.11705
χ^2/gl	1.095	1.090	1.075

Tab. 4.2: *Valores dos parâmetros do modelo obtidas do ajuste global aos dados dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$. Resultados obtidos no caso de um fator de forma de dipolo no setor semiduro.*

	\sqrt{s} [TeV]	σ_{tot} [mb]		ρ	
		monopole	dipole	monopole	dipole
CTEQ6L	8.0	$100.7^{+8.6}_{-7.3}$	$101.0^{+8.6}_{-7.4}$	$0.101^{+0.009}_{-0.007}$	$0.094^{+0.008}_{-0.007}$
	13.0	$111.7^{+9.8}_{-8.4}$	$112.4^{+9.8}_{-8.5}$	$0.100^{+0.009}_{-0.008}$	$0.092^{+0.008}_{-0.007}$
	14.0	$113.5^{+9.9}_{-8.6}$	$114.3^{+10.0}_{-8.7}$	$0.099^{+0.009}_{-0.008}$	$0.092^{+0.008}_{-0.007}$
CTEQ6L1	8.0	$100.9^{+8.6}_{-7.4}$	$101.0^{+8.6}_{-7.4}$	$0.103^{+0.009}_{-0.007}$	$0.095^{+0.008}_{-0.007}$
	13.0	$111.7^{+9.8}_{-8.4}$	$112.2^{+9.8}_{-8.5}$	$0.101^{+0.009}_{-0.008}$	$0.093^{+0.008}_{-0.007}$
	14.0	$113.5^{+10.0}_{-8.6}$	$114.1^{+10.0}_{-8.6}$	$0.101^{+0.009}_{-0.008}$	$0.093^{+0.008}_{-0.007}$
MSTW	8.0	$101.0^{+8.6}_{-7.4}$	$101.1^{+8.6}_{-7.4}$	$0.102^{+0.009}_{-0.007}$	$0.096^{+0.008}_{-0.007}$
	13.0	$112.7^{+9.8}_{-8.5}$	$113.0^{+9.9}_{-8.5}$	$0.099^{+0.009}_{-0.007}$	$0.094^{+0.008}_{-0.007}$
	14.0	$114.6^{+10.1}_{-8.7}$	$115.0^{+10.1}_{-8.7}$	$0.099^{+0.009}_{-0.007}$	$0.093^{+0.008}_{-0.007}$

Tab. 4.3: Previsões para as quantidades frontais $\sigma_{tot}^{pp,\bar{p}p}$ e $\rho^{pp,\bar{p}p}$ usando conjuntos diferentes de PDF's.

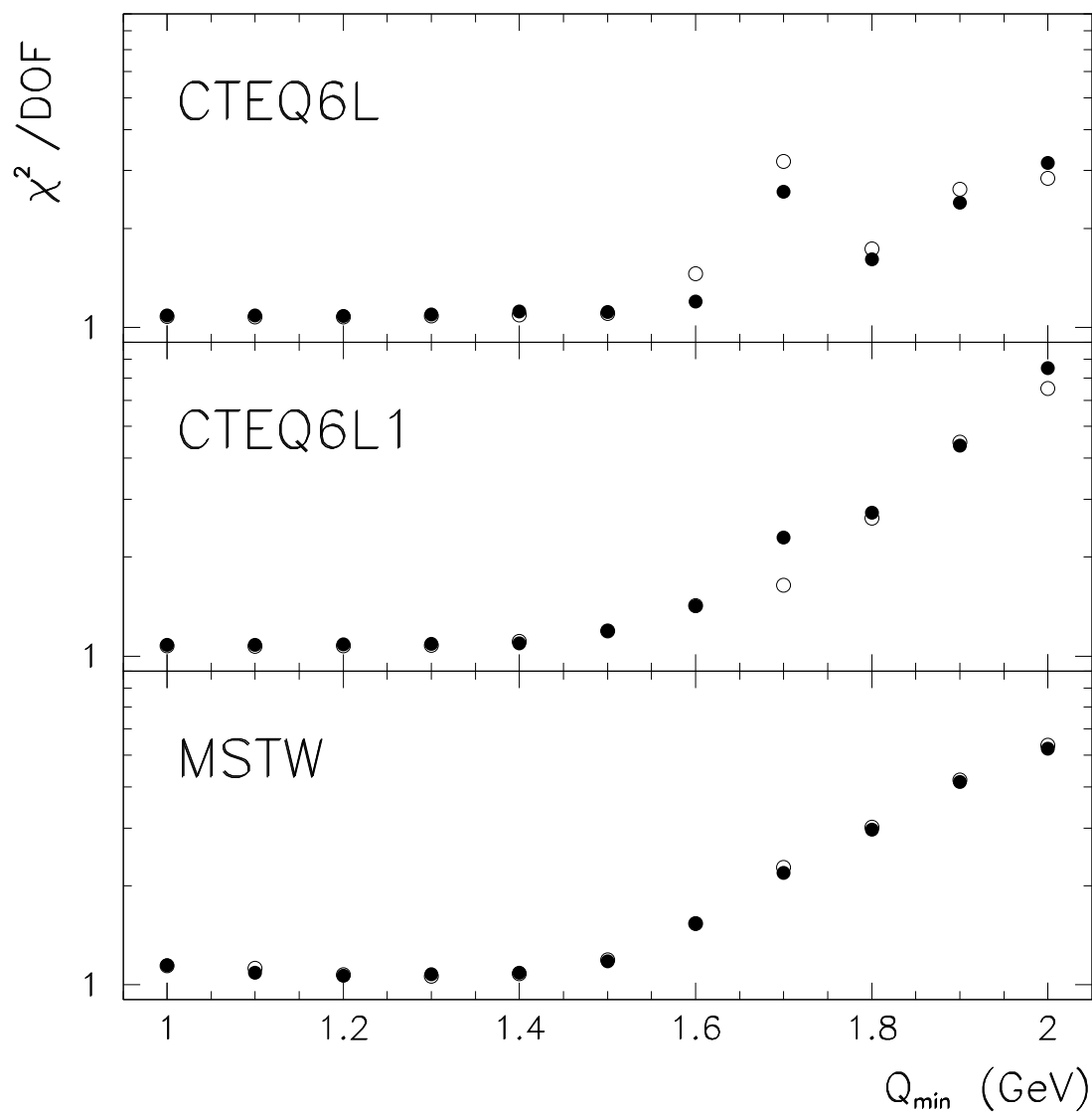


Fig. 4.1: χ^2/gf como uma função do corte Q_{\min} para os fatores de forma semi duros do tipo monopolo (●) e dipolo (○).

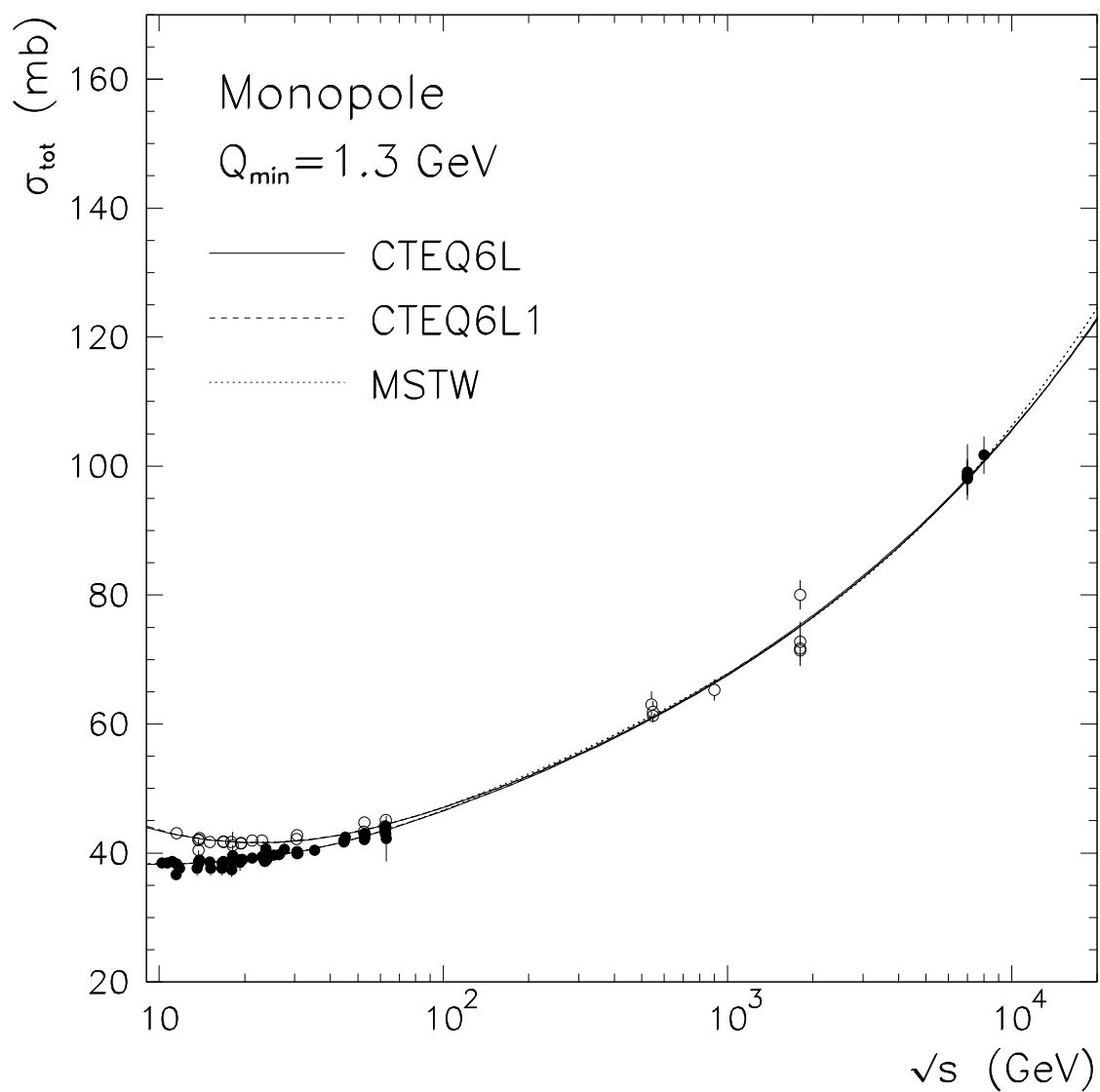


Fig. 4.2: Seção de choque total para pp (\bullet) e $\bar{p}p$ (\circ).

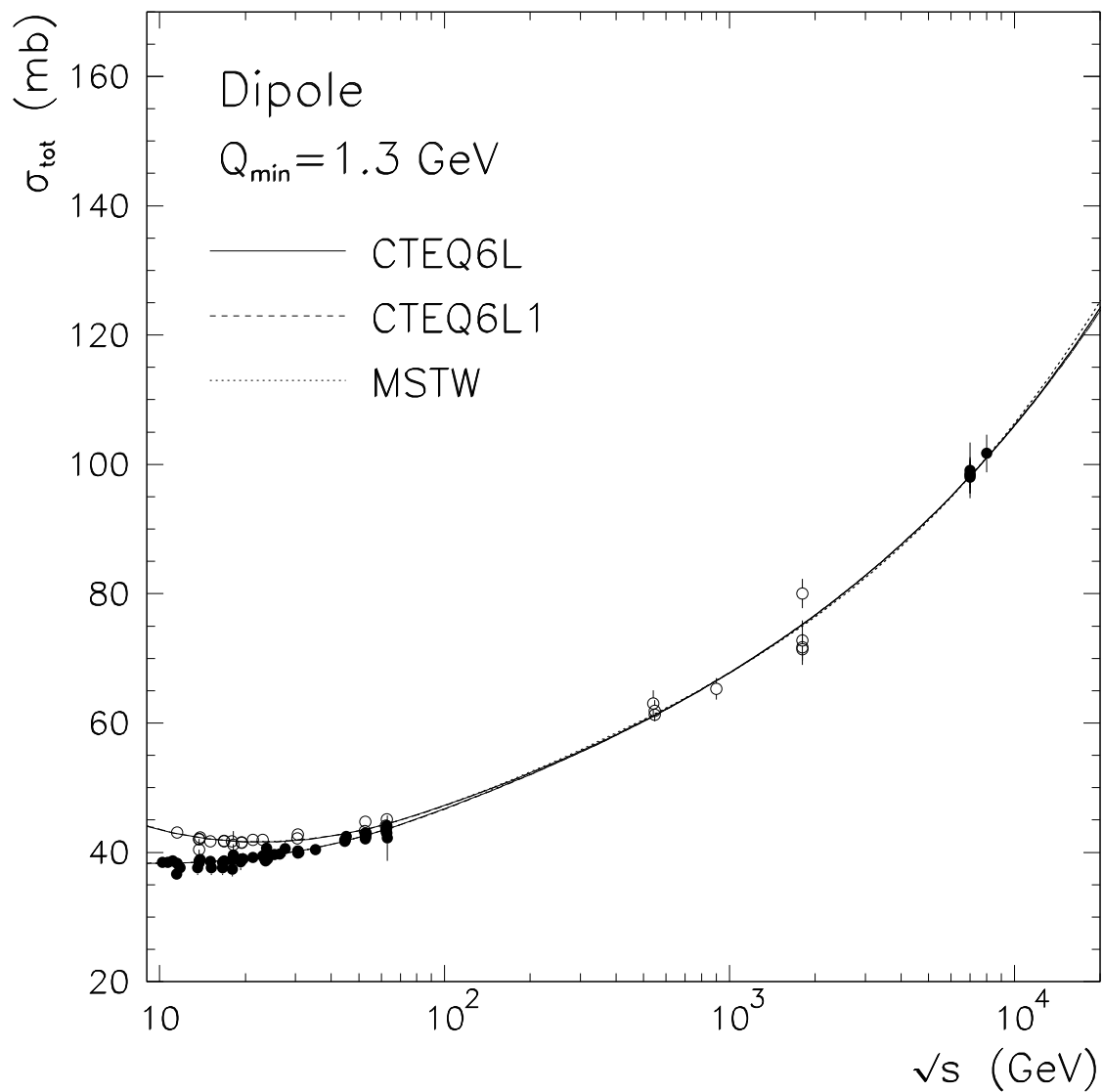


Fig. 4.3: *Seção de choque total para pp (\bullet) e $\bar{p}p$ (\circ).*

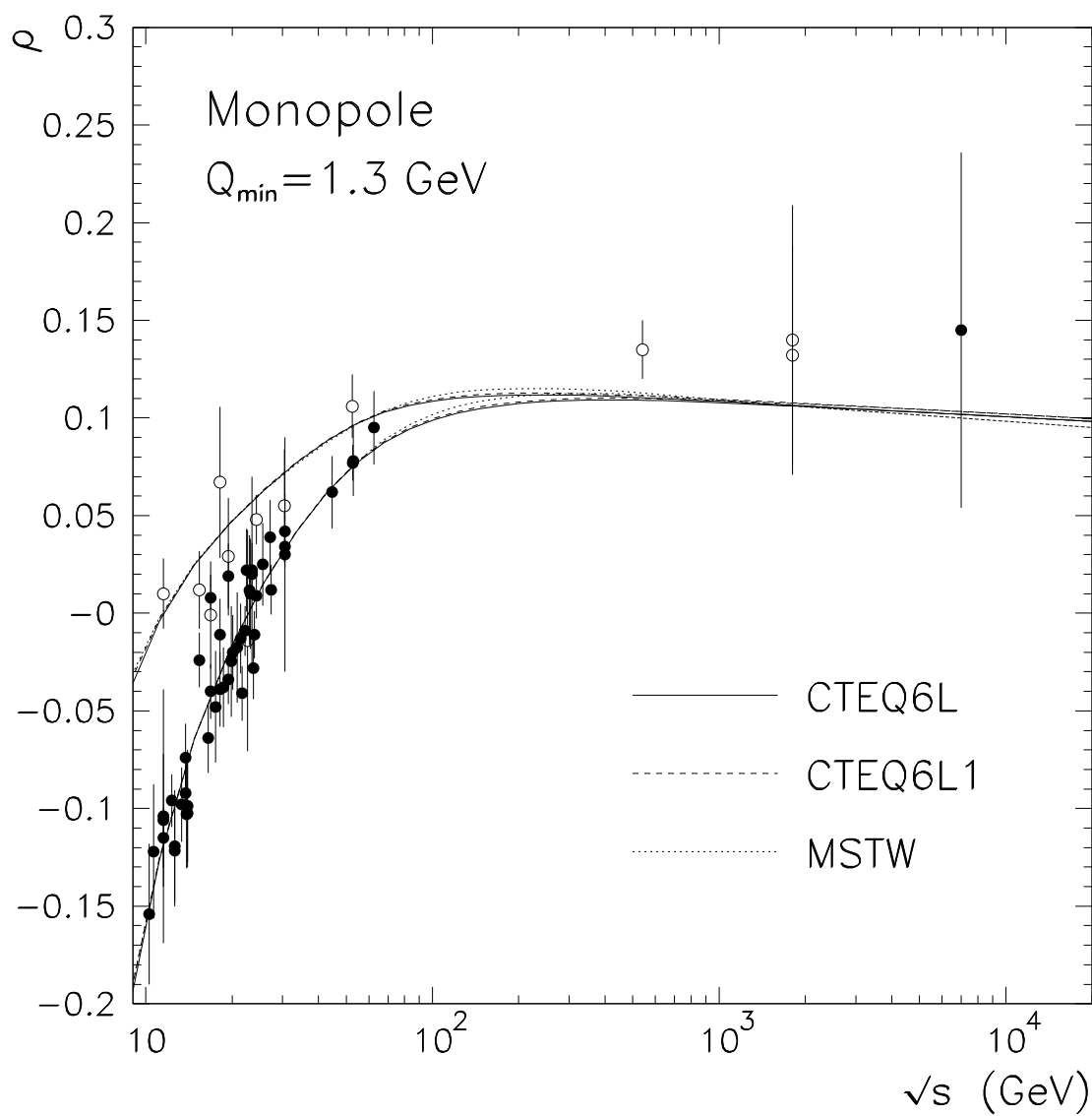


Fig. 4.4: Razão entre a parte real e imaginária da amplitude de espalhamento frontal para pp (\bullet) e $\bar{p}p$ (\circ).

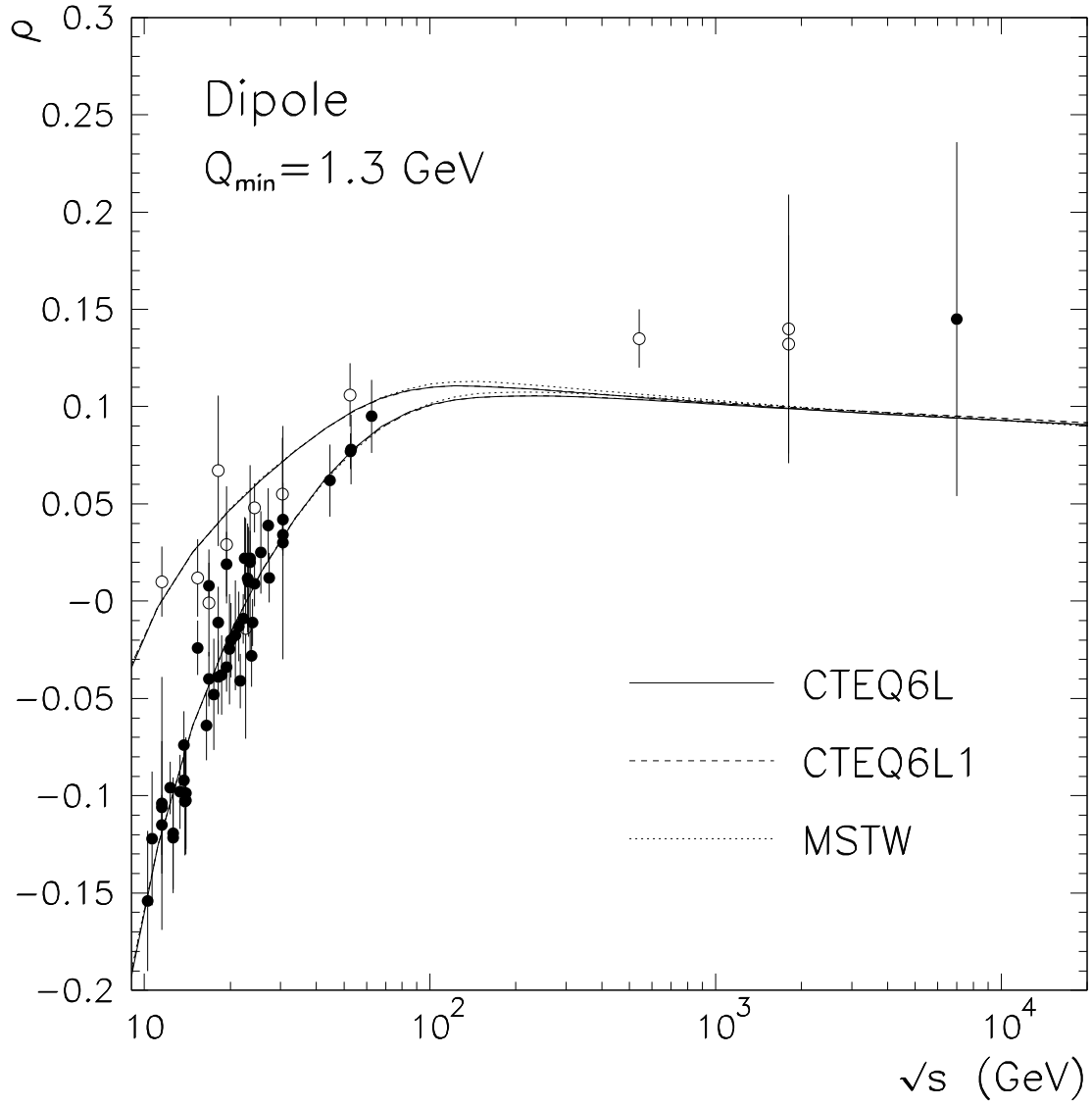


Fig. 4.5: Razão entre a parte real e imaginária da amplitude de espalhamento frontal para pp (●) e $\bar{p}p$ (○).

Capítulo 5

Conclusão

Neste trabalho desenvolvemos um modelo eiconal, baseado no modelo a pártons da QCD, para o espalhamento de hádrons em altas energias, através do estudo das contribuições infravermelhas para as interações partônicas semiduras, onde consideramos a carga efetiva da QCD em sua forma LO e NLO com comportamento infravermelho finito. Investigamos os espalhamentos elásticos pp e $\bar{p}p$ nas energias típicas do LHC com a suposição de que o crescimento observado nas seções de choque total em processos hadrônicos é devido exclusivamente às interações semiduras. No cálculo de $\sigma_{tot}^{pp,\bar{p}p}$ e $\rho^{pp,\bar{p}p}$ investigamos o comportamento das amplitudes frontais para diferentes cortes Q_{min} e funções de distribuição partônicas, sendo elas CTEQ6L, CTEQ6L1 e MSTW, e consideramos também as implicações fenomenológicas de uma classe de fatores de forma dependentes de energia. Em nossa análise, incluímos os dados mais recentes do LHC obtidos pela colaboração TOTEM. Analisamos também a sensibilidade de χ^2/gl em relação a Q_{min} , que restringe os processos párton-párton às interações semiduras. Nossos resultados mostram que a boa reprodução das descrições de $\sigma_{tot}^{pp,\bar{p}p}$ e $\rho^{pp,\bar{p}p}$ são obtidas considerando cortes no intervalo aproximado de $1.0 \leq Q_{min} \leq 1.5$ GeV. Estes resultados mostram que nosso modelo inspirado em QCD, cujos efeitos não perturbativos são naturalmente incluídos via uma carga efetiva da QCD, é adequado para a descrição dos dados frontais existentes bem como para as previsões de quantidades frontais ainda a serem medidas em altas energias.

As incertezas nos observáveis frontais foram estimadas através da variação da escala de massa dos glúons no seu intervalo típico de valores, enquanto todos os outros parâmetros do modelo foram mantidos constantes, e explorando as incertezas das distribuições partônicas nas seções de choque de produção. Em altas energias a descrição dos observáveis frontais é dominada pelas interações semiduras representadas pelo termo eiconal $\chi_{SH}(s, b)$, que depende apenas de 3 parâmetros (ν_1, ν_2 e m_g). Em nossa análise de χ^2 observamos que os coeficientes de correlação destes parâmetros são muito pequenos. Além do mais, os valores

de σ_{tot} e ρ são mais sensíveis à escala de massa do glúon do que à variação dos outros parâmetros do modelo. Entretanto, apesar da simplicidade do método, podemos obter uma boa estimativa para as incertezas sistemáticas dos observáveis frontais. A incerteza δm_g , obtida da análise da função de estrutura do próton $F_2(x, Q^2)$ em pequeno x , é da ordem de 7.1% de m_g [6]. Portanto em nosso caso, onde $m_g = 400$ GeV, temos $\delta m_g \sim 28$ GeV. Outra fonte de incerteza que consideramos no cálculo dos observáveis centrais vem do efeito das incertezas na obtenção das funções de distribuição partônicas. Nesta dissertação adotamos a escolha conservadora de considerar o efeito das incertezas das PDFs nos observáveis frontais ser da mesma ordem de grandeza que as incertezas nas seções de choque de produção dos bósons W e Z . Estas incertezas, estimadas pela colaboração CTEQ, são da ordem de $\pm 5\%$ nas seções de choque de produção dos bósons W e Z no LHC [60, 69, 70]. Finalmente, as fontes de incerteza provenientes da escala de massa do glúon e das PDF's são somadas em quadratura (ver tabela (4.3)).

No setor semiduro consideramos uma nova classe de fatores de forma onde o raio médio dos glúons cresce com \sqrt{s} . A partir desta suposição obtemos uma outra maneira de fatorizar a eiconal baseada no modelo a pártons da QCD, onde $\text{Re}\chi_{SH}(s, b) = \frac{1}{2} W_{SH}(s, b) \text{Re}\sigma_{QCD}(s)$. A parte imaginária desta eiconal semifatorizada foi obtida através de uma relação de dispersão integral (4.38), apesar do fato de a expressão (4.40) poder ser derivada apenas se utilizada uma eiconal fatorizada adequada. Entretanto, como observado em nossos resultados, a dependência com energia de $W_{SH}(s, b)$ é relativamente fraca e pode ser ignorada no cálculo da relação de dispersão integral, bem como a dependência em energia de $d\hat{\sigma}_{ij}/d|\hat{t}|$, uma vez que suas derivadas são da ordem de s^{-2} (apêndice E).

Apêndice A

Descrição clássica da difração de ondas

De forma bastante elucidativa e que facilita a compreensão geométrica e óptica dos processos de espalhamento em altas energias, discutiremos nesse apêndice alguns aspectos acerca do espalhamento difrativo no âmbito da óptica clássica e veremos que o mesmo processo de espalhamento de duas partículas em altas energias abordado no capítulo primeiro via o formalismo da Mecânica Quântica pode ser estudado por meio de uma descrição clássica.

A.1 Regime de Fraunhofer

Existem três regimes de difração na teoria óptica: *óptica geométrica*, onde $kR^2/D \gg 1$; *regime de Fresnel*, onde $kR^2/D \sim 1$ e o *regime de Fraunhofer*, onde $kR^2/D \ll 1$. Somente o último caso é de nosso interesse na descrição de processos de espalhamentos elásticos hadrônicos em altas energias, pois levando em consideração a distância típica de separação entre alvo e detector em experimentos de espalhamento pp e $\bar{p}p$, $D \sim 1m$, o raio típico do próton $R \sim 1fm$ e também momenta $k \sim 5fm^{-1}$ temos

$$kR^2 \sim 5fm \rightarrow \frac{kR^2}{D} \ll 1.$$

Portanto, em altas energias a aplicação de conceitos ópticos em processos hadrônicos é feita somente quando é considerado o regime de Fraunhofer.

A.2 Difração por uma fenda

A expressão da função de onda espalhada por uma fenda, em termos da função de onda incidente, pode ser obtida através da teoria de Kirchhoff. Utilizando a equação de Helmholtz¹

¹ Pois através do método de separação de variáveis, podemos escrever a função de onda como o produto de uma função espacial por uma função temporal, digamos $\Psi(\mathbf{r}, t) = U(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$.

e o teorema de Green obtemos a integral de Fresnel-Kirchhoff

$$U(\mathbf{r}) = -\frac{ik}{2\pi} U_0 \int_{S_0} d^2\mathbf{b} \frac{e^{iks}}{s}, \quad (\text{A.1})$$

onde nessa expressão U_0 é uma constante, s representa a distância da fenda ao ponto de observação P , S_0 representa a fenda na superfície S e \mathbf{b} o parâmetro de impacto (figura A.1).

No regime de Fraunhofer (limite em que a distância alvo e detector $D \rightarrow \infty$), podemos obter a descrição da função de onda em termos do momentum transferido q no espalhamento. Para isso, expandimos ks na expressão (A.1) como $ks \simeq kr - \mathbf{q} \cdot \mathbf{b}$. Desta forma, a função de onda espalhada que chega ao ponto P é escrita como

$$U(\mathbf{r}) = -\frac{ik}{2\pi} U_0 \frac{e^{ikr}}{r} \int_{S_0} d^2\mathbf{b} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}}, \quad (\text{A.2})$$

onde $|\mathbf{q}| = k \sin \theta \simeq k\theta$, válido para o caso de espalhamento elástico a pequenos ângulos.

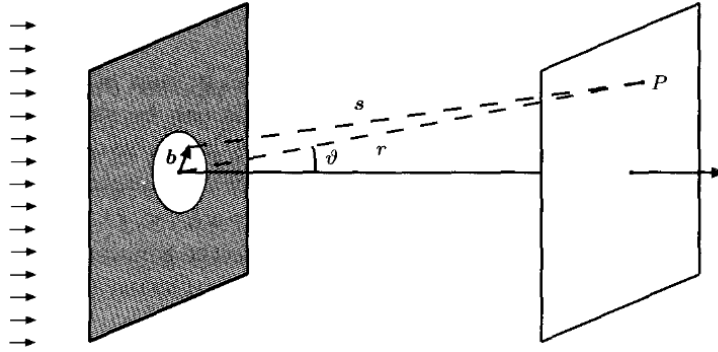


Fig. A.1: Difração de uma onda plana.

A.3 Difração por um obstáculo

O problema de difração de ondas por uma fenda pode também ser estudado através de seu análogo óptico, a difração de ondas por um obstáculo de mesma forma e dimensão. O princípio de Babinet estabelece que uma fenda e seu objeto complementar produzem o mesmo padrão de difração. Por essa analogia do problema de difração, e por consequência do princípio de Huygens-Fresnel, podemos reconstruir a função de onda incidente através

da soma das ondas difratadas pela fenda e pelo obstáculo. Matematicamente é escrito da seguinte forma

$$U_{\text{fenda}}(P) + U_{\text{obstáculo}}(P) = U_{\text{incidente}}(P), \quad (\text{A.3})$$

levanto em conta este resultado, consideramos que no espalhamento de partículas uma onda plana incidente é difratada por um obstáculo (disco) onde produz a seguinte função de onda espalhada

$$U_{\text{disco}} = U_0 e^{ikz} - U_{\text{fenda}}. \quad (\text{A.4})$$

A.4 A função de perfil

Seguindo esta lógica, vamos considerar a existência de uma função $S(\mathbf{b})$ que representa a amplitude da função de onda atrás do disco, portanto $|S(\mathbf{b})|^2$ é a probabilidade de transmissão da onda. Através do princípio de Babinet e da expressão (A.2), a amplitude de onda difratada pelo disco é escrita como

$$U(\mathbf{r}) = -\frac{ik}{2\pi} U_0 \frac{e^{ikr}}{r} \int d^2\mathbf{b} S(\mathbf{b}) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}}, \quad (\text{A.5})$$

onde $S(\mathbf{b})$ define os dois limites característicos de transmissão:

- $S(\mathbf{b})=0$, transmissão nula.
- $S(\mathbf{b})=1$, transmissão total.

O primeiro caso corresponde a um disco negro, i.e., não há transmissão através do disco; e no segundo caso onde tudo é transmitido, corresponde à propagação livre da onda incidente.

Podemos separar a função de onda em dois termos, representando a componente incidente e a espalhada

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}) &= U_{\text{inc}} + U_{\text{esp}} \\ &= U_0 \left(e^{ikz} + f(\mathbf{q}) \frac{e^{ikr}}{r} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

o fator $f(\mathbf{q})$ é chamado de amplitude de espalhamento, e é escrito como

$$f(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2\mathbf{b} [1 - S(\mathbf{b})] e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}}. \quad (\text{A.7})$$

Nesse ponto, introduzimos uma definição importante, a quantidade entre colchetes no *rhs* da expressão é chamado de função $\Gamma(\mathbf{b})$ que determina a amplitude da função de onda à frente do disco. E portanto denominada de função de perfil. Com isso, reconhecemos a amplitude de espalhamento como a transformada de Fourier da função de Perfil ou ainda pela transformada de Hankel²

$$f(\mathbf{q}) = ik \int_0^\infty db b J_0(qb) \Gamma(b). \quad (\text{A.8})$$

A amplitude de espalhamento é a grandeza física de maior importância no processo, pois é através dela que obtemos todas as informações necessárias para descrevermos completamente o espalhamento.

A.5 Seções de choque

Afim de obter a seção de choque total do espalhamento por um obstáculo, partimos da expressão da seção de choque diferencial definida como a razão da energia espalhada em um elemento de ângulo sólido $d\Omega$ e o fluxo de energia incidente, utilizando a equação (2.21) podemos escrever

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\mathbf{q})|^2. \quad (\text{A.9})$$

A seção de choque de espalhamento é por definição

$$\sigma_{esp} \equiv \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \int d^2\mathbf{q} |f(\mathbf{q})|^2, \quad (\text{A.10})$$

considerando o obstáculo como um disco, encontramos

$$\sigma_{esp} = \int d^2\mathbf{b} |\Gamma(\mathbf{q})|^2 = \int d^2\mathbf{b} |1 - S(\mathbf{b})|^2. \quad (\text{A.11})$$

Entretanto, existe também a possibilidade de que no processo de espalhamento ocorra eventos de absorção. Encontramos nesse caso uma seção de choque associada à probabilidade de ocorrer absorção, portanto

$$\sigma_{abs} = \int d^2\mathbf{b} (1 - |S(b)|^2), \quad (\text{A.12})$$

² Em geral estamos interessados em problemas com simetria azimutal.

A seção de choque total é, por definição, obtida somando (A.11) e (A.12)

$$\begin{aligned}\sigma_{tot} &= \sigma_{esp} + \sigma_{abs} \\ &= 2 \int d^2\mathbf{b} (1 - \text{Re}\{S(\mathbf{b})\}) = 2 \int d^2\mathbf{b} \text{Re}\{\Gamma(\mathbf{b})\},\end{aligned}\tag{A.13}$$

combinando este resultado com a equação (A.7), obtemos a seção de choque total na forma do chamado de teorema óptico

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k} \text{Im}\{f(\theta = 0)\},\tag{A.14}$$

onde na direção de espalhamento a seção de choque total corresponde à amplitude de espalhamento quando $\theta = 0$, i.e., quando $\mathbf{q} = 0$. O teorema óptico é uma consequência da conservação de energia.

De forma bastante sucinta, mostramos neste apêndice que as expressões para as seções de choque são as mesmas, porém em um contexto diferente, que as obtidas no capítulo primeiro via o formalismo da Mecânica Quântica no limite de altas energias. A definição da função de perfil é essencial para o entendimento do processo de espalhamento, pois essa está conectada com a função de onda atrás do objeto.

Apêndice B

A densidade de recobrimento

A densidade de recobrimento para hádrons com parâmetro de impacto b , $A(b)$, é escrita da seguinte maneira

$$A(b) = \int d^2b' \rho_A(|\mathbf{b} - \mathbf{b}'|) \rho_B(b'), \quad (\text{B.1})$$

com normalização

$$N \int d^2b A(b) = 1. \quad (\text{B.2})$$

No entanto, ao escrever $\rho_B(b')$ como a transformada de Fourier do fator de forma $G(q^2)$

$$\rho_B(b') = \frac{1}{2\pi} \int d^2q G(q^2) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}'} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty dq q G(q^2) e^{i q b' \cos \phi}, \quad (\text{B.3})$$

fica fácil ver que esta também pode ser escrita em termos da função de Bessel de ordem zero

$$\rho_B(b') = \int_0^\infty dq q J_0(qb) G(q^2). \quad (\text{B.4})$$

Note que a transformada inversa também é definida

$$G(q^2) = \frac{1}{2\pi} \int d^2b' \rho_B(b') e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}'}. \quad (\text{B.5})$$

De certa maneira é conveniente fazer esta transformação, pois facilitará os cálculos para os fatores de forma utilizados neste trabalho, ver (Apêndice C) e (Apêndice D).

Agora, ao considerar $b'' = |\mathbf{b} - \mathbf{b}'|$, e seguindo também os passos da demonstração da equação (B.4), encontramos

$$\rho_A(|\mathbf{b} - \mathbf{b}'|) = \rho_A(b'') = \frac{1}{2\pi} \int d^2q G(q^2) e^{i\mathbf{q}\cdot(\mathbf{b}-\mathbf{b}')} = \int_0^\infty dq q J_0(qb) G(q^2) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}'}. \quad (\text{B.6})$$

Logo, $A(b)$ é reescrita utilizando (B.6)

$$A(b) = \int_0^\infty dq \, q \, J_0(qb) \, G(q^2) \int d^2b' \, \rho_B(b') \, e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}'}. \quad (\text{B.7})$$

A segunda integral é simplesmente o fator de forma $G(b')$, portanto

$$\begin{aligned} A(b) &= 2\pi \int_0^\infty dq \, q \, J_0(qb) \, [G(q^2)]^2 \\ &= \int d^2q \, J_0(qb) \, [G(q^2)]^2. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Apêndice C

Fator de forma: monopolo

A função de distribuição no parâmetro de impacto, $W(b; \mu)$ é relacionada à transformada de Fourier-Bessel¹ da densidade de recobrimento $A(b)$ do fator de forma $G(q^2)$, dada por

$$A(b) = 2\pi \int_0^\infty dq q J_0(qb) [G(q^2)]^2 \quad (\text{C.1})$$

sendo $G(q^2)$ um fator de forma do tipo monopolo

$$G(q^2) = \left(1 + \frac{q^2}{\mu^2}\right)^{-1}. \quad (\text{C.2})$$

Adotando a notação $\langle(\dots)\rangle \equiv \int_0^\infty dq q J_0(qb)(\dots)$, temos

$$\frac{A(b)}{2\pi} = \left\langle \left(\frac{\mu^2}{q^2 + \mu^2} \right)^2 \right\rangle = \mu^4 \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \mu^2} \right)^2 \right\rangle. \quad (\text{C.3})$$

No entanto, é sabido que a transformada de Fourier-Bessel de uma distribuição tipo Yukawa é dada simplesmente pela função de Bessel modificada de segunda espécie de ordem zero, i.e.,

$$\left\langle \frac{1}{q^2 + \mu^2} \right\rangle = K_0(\mu b), \quad (\text{C.4})$$

logo, com esta relação, e utilizando também a fórmula de recorrência para gerar K 's de mais alta ordem,

$$\frac{d}{dx} [x^{-n} K_n(x)] = -x^{-n} K_{n+1}(x), \quad (\text{C.5})$$

¹ Também chamada de Transformada de Hankel.

fica fácil encontrar a densidade de recobrimento. Desta forma,

$$\begin{aligned}
 \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \mu^2} \right)^2 \right\rangle &= -\frac{1}{2\mu} \partial_\mu \left\langle \frac{1}{q^2 + \mu^2} \right\rangle \\
 &= -\frac{1}{2\mu} \partial_\mu K_0(\mu b) \\
 &= \frac{b}{2\mu} K_1(\mu b).
 \end{aligned} \tag{C.6}$$

Com isso, a densidade de recobrimento é escrita como

$$A(b) = 2\pi \frac{\mu^2}{2} (\mu b) K_1(\mu b). \tag{C.7}$$

A função de distribuição $W(b; \mu)$ é a própria $A(b)$ multiplicada por um fator de normalização. Logo $\int d^2b W(b; \mu) = N \int d^2b A(b) = 1$, de fato

$$\begin{aligned}
 N \int d^2b A(b) &= N \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty db b A(b) \\
 &= 2\pi 2\pi \frac{\mu^3}{2} \int_0^\infty db b^2 K_1(\mu b) \\
 &= (2\pi)^2 \Gamma(2) \Gamma(1) = 1 \\
 \Rightarrow N &= \frac{1}{4\pi^2}.
 \end{aligned} \tag{C.8}$$

Assim, a função de distribuição normalizada para o modelo de monopolo é escrita como

$$W(b; \mu) = \frac{\mu^2}{4\pi} (\mu b)^3 K_1(\mu b). \tag{C.9}$$

Para calcular a integral infinita da função modificada de Bessel, a seguinte relação foi utilizada

$$\begin{aligned}
 \int_0^\infty dx x^\mu K_\nu(ax) &= 2^{\mu-1} a^{-\mu-1} \Gamma\left(\frac{1+\mu+\nu}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1+\mu-\nu}{2}\right), \\
 \text{Re}\{\mu+1 \pm \nu\} &> 0 \text{ e } \text{Re} > 0,
 \end{aligned} \tag{C.10}$$

onde a função Gamma é definida como $\Gamma(n+1) = n!$.

Agora, é válido ressaltar que a transformada de Fourier-Bessel do fator de forma poderia

ter sido calculado através da seguinte integral infinita

$$\int_0^\infty dq \, q \, J_0(qb) \left(\frac{1}{q^2 + \mu^2} \right)^{\alpha+1} = \left(\frac{b}{2\mu} \right)^\alpha \frac{K_\alpha(\mu b)}{\Gamma(\alpha + 1)}, \quad (\text{C.11})$$

no entanto, o método aqui utilizado é de extrema relevância para cálculos de modelos cujo fatores de forma sejam mais complicados.

Apêndice D

Fator de forma: dipolo

Para um fator de forma do tipo dipolo

$$G(q^2) = \left(1 + \frac{q^2}{\nu^2}\right)^{-2}. \quad (\text{D.1})$$

temos

$$\begin{aligned} \frac{A(b)}{2\pi} &= \left\langle \left(\frac{\nu^2}{q^2 + \nu^2} \right)^4 \right\rangle \\ &= \nu^8 \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \nu^2} \right)^2 \left(\frac{1}{q^2 + \nu^2} \right)^2 \right\rangle \\ &= \frac{\nu^6}{4} \left\{ \frac{1}{2} \partial_\nu \partial_\nu \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \nu^2} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \nu^2} \right) \partial_\nu^2 \left(\frac{1}{q^2 + \nu^2} \right) \right\rangle \right\}. \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Seguindo os passos do cálculo do modelo de monopolo (apêndice C), para o primeiro termo da expressão (D.2) encontramos

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \partial_\nu \partial_\nu \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \nu^2} \right)^2 \right\rangle &= \frac{1}{2} \partial_\nu \partial_\nu \left(\frac{b}{2\nu} K_1(\nu b) \right) \\ &= \frac{b^2}{4} \left[\frac{K_3(\nu b)}{\nu b} - \frac{K_2(\nu b)}{(\nu b)^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

O segundo termo no rhs da expressão (D.2) pode ser calculado seguindo a mesma receita.

Assim

$$\begin{aligned} \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \nu^2} \right) \partial_\nu^2 \left(\frac{1}{q^2 + \nu^2} \right) \right\rangle &= \left\langle \frac{8\nu^2}{(q^2 + \nu^2)^4} \right\rangle - \left\langle \frac{2}{(q^2 + \nu^2)^3} \right\rangle \\ &= \left\langle \frac{8\nu^2}{(q^2 + \nu^2)^4} \right\rangle - \frac{b^2}{4\nu^2} K_2(\nu b). \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

Portanto, juntando as duas últimas expressões em (D.2),

$$\nu^8 \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \nu^2} \right)^4 \right\rangle = \frac{\nu^5 b^3}{16} K_3(\nu b) - 2\nu^8 \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \nu^2} \right)^4 \right\rangle, \quad (\text{D.5})$$

e finalmente, a densidade de recobrimento é escrita na forma

$$A(b) = \left\langle \left(\frac{\nu^2}{q^2 + \nu^2} \right)^4 \right\rangle = 2\pi \frac{\nu^2}{48} (\nu b)^3 K_3(\nu b). \quad (\text{D.6})$$

Resta apenas calcularmos o fator de normalização N para o modelo de dipolo

$$\begin{aligned} N \int d^2b A(b) &= N \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty db b A(b) \\ &= 2\pi \cdot 2\pi \frac{\nu^5}{48} \int_0^\infty db b^4 K_3(\nu b) \\ &= (2\pi)^2 \frac{1}{6} \Gamma(4) \Gamma(1) = 1 \\ \Rightarrow N &= \frac{1}{4\pi^2}. \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

Assim, a função de distribuição normalizada para o modelo de dipolo é escrita como

$$W(b; \nu) = \frac{\nu^2}{96\pi} (\nu b)^3 K_3(\nu b). \quad (\text{D.8})$$

Apêndice E

Relação de dispersão integral

Neste apêndice descreveremos com mais detalhes o cálculo de $\text{Im } \sigma_{QCD}(s)$. A analiticidade da amplitude de espalhamento $f(s, t)$ permite o uso de relações de dispersão com simetria de cruzamento. No caso de processos elásticos frontais, a variável de cruzamento é a energia E da partícula incidente do referencial de laboratório. Se $\mathcal{F}(E)$ é a continuação analítica da amplitude de espalhamento elástica frontal, $f(E, t = 0)$, as amplitudes frontais para os processos pp e $p\bar{p}$ são dadas por

$$f_{pp}^{\bar{p}p}(E, t = 0) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \mathcal{F}(\mp E \mp i\epsilon, t = 0). \quad (\text{E.1})$$

O teorema de Cauchy diz que

$$\mathcal{F}(E) = \frac{1}{2\pi i} \oint dE' \frac{\mathcal{F}(E')}{E' - E}, \quad (\text{E.2})$$

onde escolhendo-se um contorno de integração apropriado, podemos reescrever a expressão acima como

$$\mathcal{F}(E) = \frac{1}{2\pi i} \left[\int_m^\infty dE' \frac{\mathcal{F}(E' + i\epsilon) - \mathcal{F}(E' - i\epsilon)}{E' - E} + \int_{-\infty}^{-m} dE' \frac{\mathcal{F}(E' + i\epsilon) - \mathcal{F}(E' - i\epsilon)}{E' - E} \right], \quad (\text{E.3})$$

sendo $E = -m$ e $E = m$ polos no eixo real. Para uma amplitude par $\mathcal{F} = \mathcal{F}^+$, $\mathcal{F}(E' + i\epsilon) = \mathcal{F}(-E' - i\epsilon)$, temos

$$\mathcal{F}^+(E) = \frac{1}{\pi} \int_m^\infty dE' \text{Im} \mathcal{F}^+(E' + i\epsilon) \left[\frac{1}{E' - E} + \frac{1}{E' + E} \right], \quad (\text{E.4})$$

e também

$$\text{Re} f^+(E) = \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_m^\infty dE' \left[\frac{E'}{E'^2 - E^2} \right] \text{Im} f^+(E'), \quad (\text{E.5})$$

onde \mathcal{P} é denominado como valor principal de Cauchy. Como discutido na seção (3.2.1), nossas eiconais físicas $\chi_{pp}^{\bar{p}p}(s, b)$ são escritas em termos de eiconais pares e ímpares conectadas por simetria de cruzamento, $\chi_{pp}^{\bar{p}p}(s, b) = \chi^+(s, b) \pm \chi^-(s, b)$, onde $\chi^+(s, b)$ e $\chi^-(s, b)$ são funções analíticas reais com a mesma estrutura que $f^+(s, t)$ e $f^-(s, t)$.

Estamos interessados somente no limite de altas energias, i.e., $E \gg m$. Trocando a variável E por s , encontramos que a eiconal par satisfaz a seguinte relação de dispersão

$$\text{Im}\chi^+(s, b) = -\frac{2s}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty ds' \frac{\text{Re}\chi^+(s', b)}{s'^2 - s^2}. \quad (\text{E.6})$$

Como $\text{Re}\chi_{SH}(s, b)$ é fatorizado na forma $\text{Re}\chi_{SH}(s, b) = \frac{1}{2} W_{SH}(b) \text{Re}\sigma_{QCD}(s)$, podemos reescrever a relação (E.6) como

$$\text{Im}\sigma_{QCD}(s) = -\frac{2s}{\pi} P \int_0^\infty ds' \frac{\text{Re}\sigma_{QCD}(s')}{s'^2 - s^2}. \quad (\text{E.7})$$

Fazendo integração por partes

$$\begin{aligned} \text{Im}\sigma_{QCD}(s) &= \lim_{\substack{\epsilon \rightarrow 0 \\ s'' \rightarrow \infty}} -\frac{2s}{\pi} \left[\int_0^{s-\epsilon} ds' \frac{\text{Re}\sigma_{QCD}(s')}{s'^2 - s^2} + \int_{s+\epsilon}^{s''} ds' \frac{\text{Re}\sigma_{QCD}(s')}{s'^2 - s^2} \right] \\ &= \lim_{s'' \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \left[\text{Re}\sigma_{QCD}(s'') \ln \left(\frac{s'' + s}{s'' - s} \right) - \int_0^\infty ds' \ln \left(\frac{s' + s}{|s' - s|} \right) \frac{d \text{Re}\sigma_{QCD}(s')}{ds'} \right] \\ &= -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty ds' \ln \left(\frac{s' + s}{|s' - s|} \right) \frac{d \text{Re}\sigma_{QCD}(s')}{ds'}, \end{aligned} \quad (\text{E.8})$$

onde no primeiro passo usamos a relação no rhs

$$\frac{s}{s'^2 - s^2} = \frac{1}{2(s' + s)} - \frac{1}{2(s' - s)}, \quad (\text{E.9})$$

e no último passo o primeiro termo no rhs desaparece no limite em que $s'' \rightarrow \infty$.

A seção de choque da QCD, equação (4.35), pode ser escrita como

$$\text{Re}\sigma_{QCD}(s') = \sum_{ij} \frac{1}{1 + \delta_{ij}} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_{Q_{min}^2} d|\hat{t}| \frac{d\hat{\sigma}_{ij}}{d|\hat{t}|}(s', \hat{t}) f_{i/A}(x_1, |\hat{t}|) f_{j/B}(x_2, |\hat{t}|) \theta\left(\frac{\hat{s}'}{2} - |\hat{t}|\right), \quad (\text{E.10})$$

onde os limites de integração das duas primeiras integrais foram absorvidos pela função de Heaviside. A dependência em s' nos temos $d\hat{\sigma}_{ij}/d|\hat{t}|$ pode ser ignorada, uma vez que suas derivadas são de ordem $1/s'^2$. Desta forma, a única dependência em energia está presente

da função de Heaviside, de maneira que

$$\frac{d}{ds'} \theta\left(\frac{\hat{s}'}{2} - |\hat{t}|\right) = \frac{d}{ds'} \theta\left(s' - \frac{2|\hat{t}|}{x_1 x_2}\right) = \delta\left(s' - \frac{2|\hat{t}|}{x_1 x_2}\right). \quad (\text{E.11})$$

A função δ remode a integração em ds' , com isso obtemos a seguinte relação para a parte imaginária da seção de choque da QCD

$$\begin{aligned} \text{Im } \sigma_{QCD}(s) &= -\frac{1}{\pi} \sum_{ij} \frac{1}{1 + \delta_{ij}} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_{Q_{min}^2}^{\hat{s}/2} d|\hat{t}| \frac{d\hat{\sigma}_{ij}}{d|\hat{t}|}(\hat{s}, \hat{t}) \\ &\times f_{i/A}(x_1, |\hat{t}|) f_{j/B}(x_2, |\hat{t}|) \ln \left(\frac{\hat{s}/2 + |\hat{t}|}{\hat{s}/2 - |\hat{t}|} \right), \end{aligned} \quad (\text{E.12})$$

onde utilizamos a transformação $\hat{s} = x_1 x_2 s$ e $\hat{s}' = x_1 x_2 s'$.

Bibliografia

- [1] G. Antchev *et al.*, *First measurement of the total proton-proton cross-section at the LHC energy of $\sqrt{s} = 7$ TeV*. Europhys. Lett., vol. 96, p. 21002, 2011.
- [2] G. Antchev *et al.*, *Measurement of proton-proton elastic scattering and total cross-section at $\sqrt{s} = 7$ TeV*. Europhys. Lett., vol. 101, p. 21002, 2013.
- [3] G. Antchev *et al.*, *Luminosity-independent measurements of total, elastic and inelastic cross-sections at $\sqrt{s} = 7$ TeV*. Europhys. Lett., vol. 101, p. 21004, 2013.
- [4] G. Antchev *et al.*, *Luminosity-independent measurements of the proton-proton total cross-sections at $\sqrt{s} = 8$ TeV*. Phys. Rev. Lett., vol. 111, 2013, 012001.
- [5] L'Heureux, P., Margolis, B., Valin, P. *Quark-gluon model for diffraction at high energies*. Phys. Rev. D **32** (1985) 1681.
- [6] Luna, E.G.S., Martini, A.F., Menon, M.J., Mihara, A., Natale, A.A. *Influence of a dynamical gluon mass in the pp and $\bar{p}p$ forward scattering*. Phys. Rev. D **72**, 034019 (2005); Luna, E.G.S. *Diffraction and an infrared finite gluon propagator*. Phys. Lett. B **641**, 171 (2006); Luna, E.G.S., Natale, A.A. *γp and $\gamma\gamma$ scattering from $\bar{p}p$, pp forward amplitudes in a QCD eikonal model with a dynamical gluon mass*. Phys. Rev. D **73**, 074019 (2006); Luna, E.G.S. *Diffraction and an infrared finite gluon propagator*. Braz. J. Phys. **37**, 84 (2007); Luna, E.G.S., dos Santos, A.L., Natale, A.A. *QCD effective charge and the structure function F_2 image at small- x* . Phys. Lett. B **698**, 52, (2011) Fagundes, D.A., Luna, E.G.S., Menon, M.J., Natale, A.A. *Aspects of a dynamical gluon mass approach to elastic hadron scattering at LHC*. Nucl. Phys. A **886**, 48 (2012); Luna, E.G.S., Beggio, P.C. *Cross sections, multiplicity and moment distributions at the LHC*. Nucl. Phys. A **929**, 230 (2014); Lipari, P., Lusignoli, M. *Multiple parton interactions in hadron collisions and diffraction*. Phys. Rev. D **80**, 074014 (2009); *Interpretation of the*

- measurements of total, elastic, and diffractive cross sections at LHC.* Eur. Phys. J. C (2013) 73:2630; Fagundes, D.A., Panheri, G., Grau, A., Pacetti, S., Srivastava, Y. N. *Elastic pp scattering from the optical point to past the dip: An empirical parametrization from ISR to the LHC.* Phys. Rev. D 88, 094019 (2013).
- [7] Durand, L., Pi, H. *QCD and rising cross section.* Phys. Rev. D **58** (1987) 303. Durand, L., Pi, H. *High energy nucleon-nucleus scattering and cosmic-ray cross sections.* Phys. Rev. D **38** (1988) 78. Durand, L., Pi, H. *Semihard QCD and high-energy pp and $\bar{p}p$ scattering.* Phys. Rev. D **40** (1989) 1436.
- [8] MUTA, T. *Foundations of quantum chromodynamics: an introduction to perturbative methods in gauge theories.* Singapore: World Scientific, 2009.
- [9] Ellis, R.K.; Stirling, W.J.; Webber, B.R. *QCD and collider physics.* Cambridge University Press, 1996.
- [10] Field, R.D. *Applications of perturbative QCD.* Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [11] Barger, V.D., Phillips, R.J.N. *Collider physics.* Addison-Wesley Publishing Company, 1997 (updated edition).
- [12] Ryder, L. *Quantum field theory 2ed.* Cambridge University Press, 1996.
- [13] Gribov, L.V., Levin, E.M., Ryskin, M.G. *Semihard Processes in QCD.* Phys. Rep. **100**, 1, (1983); Levin, E.M., Ryskin, M.G. *High-energy hadron collisions in QCD.* Phys. Rep., **189**, 267, (1990).
- [14] P.O. Bowman, U.M. Heller, D.B. Leinweber, M.B. Parappilly, and A.G. Williams, Phys. Rev. D **70**, 034509 (2004); A. Sternbeck, E.-M. Ilgenfritz, and M. Muller-Preussker, Phys. Rev. D **73**, 014502 (2006); Ph. Boucaud, et al., J. High Energy Phys. 0606 (2006) 001; P.O. Bowman, et al., hep-lat/0703022; I.L. Bogolubsky, E.M. Ilgenfritz, M. Muller-Preussker, and A. Sternbeck, Phys. Lett B **676**, 69 (2009); O. Oliveira, P. J. Silva, arXiv:0911.1643 [hep-lat]; A. Cucchieri, T. Mendes, and E.M.S. Santos, Phys. Rev. Lett. **103**, 141602 (2009); A. Cucchieri and T. Mendes, Phys. Rev. D **81**, 016005 (2010); D. Dudal, O. Oliveira, and N. Vandersickel, Phys. Rev. D **81**, 074505 (2010); A. Cucchieri, D. Dudal, T. Mendes, and N. Vandersickel, Phys. Rev. D **85**, 094513 (2012); **90**, 051501 (2014).

-
- [15] Barone, V.; Predazzi, E. *High-energy particle diffraction*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2002.
- [16] Sakurai, J. J.; Tuan, S. F. *Modern quantum mechanics, revised edition*. Addison Wesley Longman, 1994.
- [17] Block, M. M.; Cahn, R. N. *High-energy $p\bar{p}$ and pp forward elastic scattering and total cross sections*. Reviews of Modern Physics, Vol. 57, No. 2, April 1985.
- [18] Predazzi, E. *Diffraction: past, present and future*. arXiv:hep-ph/9809454v1 18 Sep 1998.
- [19] Halzen, F.; Martin, A. D. *Quarks & Leptons: an introductory course in modern particle physics*. John Wiley, 1984.
- [20] Mandelstam, S. *Determination of the pion-nucleon Scattering amplitude from dispersion relations and unitarity. General theory*. Phys. Rev. 112 (1958) 1344.
- [21] Donnachie, S.; Dosch, G.; Landshoff, P.; Nachtmann, O. *Pomeron physics and QCD*. Cambridge University Press, 2005.
- [22] Cudell, J.R., *et al.*. *Benchmarks for the Forward Observables at RHIC, the Tevatron-run II and the LHC*. Phys. Rev. Lett. **89**, 201801 (2002).
- [23] Faddeev, L.D.; Popov, V. N. *Feynman diagrams for Yang-Mills Field*. Phys. Lett. **B**, v. B 25, n. 1, 1967.
- [24] Faddeev, L.D. ; Slavnov, A. A. *Gauge Fields: introduction to quantum theory*. 2.ed. Redwood City: Addison-Wesley, 1991.
- [25] Politzer, H.D. *Reliable perturbative results for strong interactions?*. Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1346.
- [26] Gross, D.J.; Wilczek, F. *Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories*. Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1343.
- [27] Caswell, W.E. *Asymptotic behavior of non-abelian gauge theories to two-loop order*. Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 244.
- [28] Taylor, R.E.; Kendall, H.W.; Friedman, J.I. Rev. Mod. Phys. *Deep inelastic scattering: acknowledgements*. **63** (1991) 573, 597, 615.

- [29] ZEUS Collaboration,; CHEKANOV, S. *et al.*, Phys.Rev. **D67**, 012007,(2003).
- [30] Bjorken, J. D.; Paschos, E. A. *Inelastic electron-proton scattering and the structure of the nucleon*. Physical Review, v. 185, n. 5, p. 1975-1982, Sep. 1969.
- [31] Miller, G.; ET AL. *Inelastic electron-proton scattering at large momentum transfers and the inelastic structure functions of the proton*. Physical Review D, v. 5, n. 3, p. 528-544, Feb. 1972.
- [32] Greiner, W.; Schafer, A.; Stein, E. *Quantum chromodynamics*. Berlin: Springer, 2007. 553.
- [33] Callan, C.G. ; Gross, D .J. *High-energy electroproduction and the constitution of the electric current*. Physical Review Letters, v. 22, n. 4, p. 156-159, Jan. 1969.
- [34] Roberts, R.G. *The structure of the proton: deep inelastic scattering*. Cambridge University Press, 1993. 196.
- [35] Altarelli, G. *A QCD primer*. AIP Conf. Proc. **631** (2002) 70.
- [36] Gribov, V.N.; Lipatov, L.N. Sov. J. Nucl. Phys. **15** (1972) 438 *Deep inelastic ep scattering in perturbation theory.*; Lipatov, L.N. *The parton model and perturbation theory*. Sov. J. Nucl. Phys. **20** (1975) 94; Altarelli, G.; Parisi, G. *Asymptotic freedom in parton language*. Nucl. Phys. B**126** (1977) 298; Dokshitzer, Y.L. Sov. Phys. *Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and $e^+ e^-$ annihilation by perturbation theory in quantum chromodynamics*. JETP **46** (1977) 641.
- [37] Martin, A.D.; Roberts,R.G.; Stirling, W.J. *Parton distributions: a study of the new HERA data, as, the gluon and $p\bar{p}$ jet production*. Phys. Lett. B**387** (1996) 419.
- [38] Halzen, F. *Summary talk – Blois V workshop on elastic and diffractive scattering*. arxiv.org/abs/hep-ph/9307237v1 (1993).
- [39] Matthiae, G. Rep. Prog. Phys. *Proton and antiproton cross sections at high energies*. **57** (1994) 743.
- [40] Amaldi, U., Schubert, K. R. *Impact parameter interpretation of proton proton scattering from a critical review of all ISR data*. Nucl. Phys. B**166** (1980) 301.

-
- [41] Chou, T.T., Yang, C.N. *Model of elastic high-energy scattering*. Pys. Rev. **170** (1968) 1591.
- [42] Gaisser, T.K., Halzen, F., Paschos, E.A. *Hadronic production of narrow vector mesons*. Phys. Rev. D**15** (1977) 2572.
- [43] Afek, Y., Leroy, C. Margolis, B., Valin, P. *Differential and total proton cross sections, particle production, and the parton model*. Phys. Rev. Lett. **45**, (1980) 85.
- [44] Martin, A. *Asymptotic behaviour of the real part of the scattering amplitude at $t \neq 0$* . Nuovo Cimento **7**, (1973) 811.
- [45] Henzi, R., Valin, P. *On the validity of Martin's Real part formula*. Phys. Lett. B**149**, (1984) 239.
- [46] Eden, R.J., *High energy collisions of elementary particles*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, (1967).
- [47] Bronzan, J.B., Kane, G. L., Sukhatme, U.P. *Obtaining real parts of scattering amplitudes directly from cross-section data using derivative analyticity relations*. Phys. Lett. B**49** (1974) 272.
- [48] Brodsky, S.J., *QCD phenomenology and light front wavefunctions*. Acta Phys. Pol. B**32** (2001) 4013; *The Heisenberg matrix formulation of quantum field theory*. Fortschr. Phys. **50** (2002) 503.
- [49] Aguilar, A.C., Natale, A.A. , Rodrigues da Silva, P.S. *Relating a gluon mass scale to an infrared fixed point in pure gauge QCD*. Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 152001; Aguilar, A.C., Mihara, A, Natale, A. A. *Freezing of the QCD coupling constant and solutions of Schwinger-Dyson equations*. Phys. Rev. D **65** (2002) 054011; *Phenomenological tests for the freezing of the QCD running coupling constant*. Int. J. Mod. Phys. A **19** (2004) 249.
- [50] Pagels, H., Stokar, S. *The pion decay constant, electromagnetic form-factor and quark electromagnetic selfenergy in QCD*. Phys. Rev. D**20** (1979) 2947.
- [51] Dyson, F.J., *The S matrix in quantum electrodynamics*. Phys. Rev. D**75** (1949) 1736; Schwinger, J.S. *On the green's functions of quantized fields. I, II*. Proc. Natl. Acad. Sci. **37**, (1951) 452.

- [52] Cornwall, J.M. *Confinement and chiral-symmetry breakdown: Estimates of F_π and of effective quark masses*. Phys. Rev. D **22** (1980) 1452; *Dynamical mass generation in continuum QCD*. Phys. Rev. D **26** (1982) 1543.
- [53] Block, M.M., Gregores, E. M., Halzen, F., Pancheri, G. *Photon-proton and photon-photon scattering from nucleon-nucleon forward amplitudes*. Phys. Rev. D **60** (1999) 054024.
- [54] Cornwall, J.M., Soni, A. *Glueballs as bound states of massive gluons*. Phys. Lett B **120**, 431, (1983); *Couplings of low-lying glueballs to light quarks, gluons, and hadrons*. Phys. Rev. D **29**, 1424, (1984).
- [55] Lavelle, M. *Gauge invariant effective gluon mass from the operator product expansion*. Phys. Rev. D **44**, 26 (1991); Dudal, D., Gracey, Sorella, S. P., J. A., Vandersickel, N., Verschelde, H. *Refinement of the Gribov-Zwanziger approach in the Landau gauge: Infrared propagators in harmony with the lattice results*. Phys. Rev. D **78**, 065047 (2008).
- [56] Eichten, E.J., Hinchliffe, I., Lane, K., Quigg, C. *Super collider physics*. Rev. Mod. Phys. **56** (1984) 579.
- [57] Duke, D.W., Owens, J.F. *Q^2 dependent parametrizations of parton distribution functions*. Phys. Rev. D **30** (1984) 49.
- [58] Alekhin, S. *Extraction of parton distributions and α_s from DIS data within the bayesian treatment of systematic errors*. Eur. Phys. J. C **10** (1999) 395; *Statistical properties of the estimator using covariance matrix*. hep-ex/0005042; *Global fit to the charged leptons DIS data: α_s , parton distribution and high twists*. Phys. Rev. D **63** (2011); *Parton distributions from deep inelastic scattering data*. Phys. Rev. D **68** (2003) 32.
- [59] CTEQ collaboration, Botts, J., et al. *CTEQ parton distribution and flavor dependence of sea quarks*. Phys Lett. B **304** (1993) 159; Lai, H.L., et al. *Global QCD analysis and the CTEQ parton distribution*; Phys. Rev. D **51** (1995) 4763; *Improved parton distributions from global analysis of recent deep inelastic scattering and inclusive jet data*. Phys Rev. D **55**; CTEQ collaboration, Lai, H. L., et al. *Global QCD analysis of parton structure of the nucleon: CTEQ5 parton distributions*. Eur. Phys. J. C **12** (2000) 375.

- [60] Pumplin, J., Stump, D.R., Huston, J., Lai, H.L., Tung, W.K. *New generation of parton distribution uncertainties from global QCD analysis*. JHEP **07** (2002) 012; Pumplin J., Stump, D.R., Huston, J., Lai, H.L., Nadolsky, P., Tung, W.K. *New Generation of Parton Distributions with Uncertainties from Global QCD Analysis*. JHEP **0207**, 012, (2002).
- [61] Stump, D.R., Huston, J., L., Tung, W.K. *Inclusive jet production, parton distributions, and the search for new physics*. JHEP **12** (2003) 046.
- [62] Glück, M., Reya, E., Vogt, A. *Dynamical parton distributions of the proton and small x physics*. Z. Physik **C67** (1995) 433; *Dynamical parton distributions revisited*. Eur. Phys. J. **C5** (1998) 461.
- [63] Glück, M., Jimenez-Delgado, P., Reya, E. *Dynamical parton distributions of the nucleon and very small- x physics*. Eur. Phys. J. **C53** (2008) 355.
- [64] Martin, A.D., Roberts, R.G., Stirling, W.J. *Parton distributions of the proton*. Phys. Rev. **D50** (1994) 6734; Martin, A.D., Roberts, R.G., Stirling, W.J., Thorne R.S. *Parton distribution: a new global analysis*. Eur. Phys J. **C4** (1998) 463; *Parton distribution and the LHC: W and Z production*. Eur. Phys. **C14** (2000) 133.
- [65] Martin, A.D., Stirling, W.J., Thorne, R.S., Watt, G. *Parton distributions for the LHC*. Eur. Phys. J. **C63** (2009) 189.
- [66] Harland-Lang, L.A., Martin, A.D., Motylinski, P., Thorne, R.S. *Parton distributions in the LHC era: MMHT 2014 PDFs*. arXiv:1412.3989 (2014).
- [67] Ball, R. D., Del Debbio, L., Forte, S., Guffanti, A., Latorre, J. I., Piccione, A., Rojo, J., Ubiali, M. *A determination of parton distributions with faithful uncertainty estimation*. Nucl. Phys. **B809** (2009) 1.
- [68] Pumplin, J., Stump, D.R., Tung, W.K. *Multivariate fitting and the error matrix in global analysis of data*. Phys. Rev. **D65** (2001) 014011.
- [69] Stump, D., Pumplin, J., Brock, R., Casey, D., Huston, J., Kalk, J., Lai, H.L., Tung, W. K. *Uncertainties of predictions from parton distribution functions. I. The Lagrange multiplier method*. Phys. Rev. **D65** (2001) 014012.

-
- [70] Pumplin, J., Stump, D., Brock, R., Casey, D., Huston, J., Kalk, J., Lai, H.L., Tung, W. K. *Uncertainties of predictions from parton distribution functions. II. The Hessian method.* Phys. Rev. D**65** (2001) 14013.
- [71] Lai, H.L., Huston, J., Kuhlmann, S., Morfin, J., Olness, F., Owens, J.F., Pumplin, J., Tung, W.K. *Global QCD analysis of parton structure of the nucleon: CTEQ5 parton distributions.* Eur. Phys. J. C **12** (2000) 375.
- [72] H1 collaboration, Adloff, C., et al. *Measurement of neutral and charged current cross-sections in positron proton collisions at large momentum transfer.* Eur. Phys. J. C**13** (2000) 609; *Measurement of neutral and charged current cross-sections in electron proton collisions at high Q^2 .* Eur. Phys. J. C**19** (2001) 269.
- [73] ZEUS collaboration, Chekanov, S., et al. *Measurement of neutral current cross sections and F_2 structure function for deep inelastic e^+p scattering at HERA.* Eur. Phys. J. C**21** (2001) 443; Cooper-Sarkar, A. *Zeus NLO QCD fits.* hep-ph/0110386.
- [74] D collaboration, Abbot, B., et al. *Inclusive jet production in $p\bar{p}$ collisions.* Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 1707; *High- p_T jets in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 630$ GeV and 1800 GeV.* Phys. Rev. D**64** (2001) 032003.
- [75] FNAL E866/NuSea collaboration, Towell, R.S., et al. *Improved measurement of the $\frac{\bar{d}}{u}$ asymmetry in the nucleon sea.* Phys. Rev. D**64** (2001) 052002.
- [76] CCFR/NuTeV collaboration, Yang, U.K., et al. *Measurements of F_2 and $x F_3^\nu - x F_3^{\bar{\nu}}$ from CCFR ν_μ -Fe and $\bar{\nu}_\mu$ -Fe data in a physics model independent way.* Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 2742.
- [77] Appelquist, T., Carazzone, J. *Infrared singularities and massive fields.* Phys. Rev. D**11** (1975) 2856.
- [78] Martin, A.D., Roberts, R.G., Stirling, W.J. *Structure-function analysis and Ψ , jet, W, and Z production: Determining the gluon distribution.* Phys. Rev. D **37**, 1161, (1988).
- [79] Martin, A.D., Roberts, R.G. Stirling, W.J., Thorne, R.S. *NNLO global parton analysis.* Phys. Lett. B **531**, 216, (2002).

-
- [80] Martin, A.D., Roberts, R.G. Stirling, W.J., Thorne, R.S. *Uncertainties of predictions from parton distributions. I: Theoretical errors*. Phys. Lett. B **604**, 61, (2004), arXiv:hep-ph/0308087.
- [81] Martin, A.D., Roberts, R. G. Stirling, W. J., Thorne, R. S. *Update of parton distributions at NNLO*. Phys. Lett. B **652**, 292, (2007), arXiv:0706.0459 [hep-ph].
- [82] Doff, A., Luna, E.G.S., Natale, A. A. *The 125 GeV boson: A composite scalar?*. Phys. Rev. D **88**, 055008 (2013).
- [83] Luna, E.G.S., Natale, A. A. *Limit on the pion distribution amplitude*. J. Phys. G. **42**, 015003 (2015).
- [84] Olive, K.A. *et al. Review of particle physics*. Chin. Phys. C **38**, 090001 (2014).
- [85] CMS Collaboration, Performance Analysis Note CMS-PAS-EWK-10-004 (2010); CMS Collaboration, Detector Performance Note CMS-DP-2011-000 C (2011).