

文章编号: 1006-2467(2002)07-1032-05

# 不同方位倾斜面上太阳辐射量及最佳倾角的计算

杨金焕, 毛家俊, 陈中华

(上海电力学院 信息与计算科学系, 上海 200090)

**摘要:** 根据天空散射辐射各向异性的 Hay模型, 计算倾斜面上辐射量, 推导得到了冬半年朝向赤道倾斜面最佳倾角的数学表达式. 对我国一些地区不同方位角的倾斜面上月平均日辐射量及最佳倾角进行了计算和分析. 结果表明, 除了直接辐射量占总辐射量比例较大的地区以外, 一般全年最佳倾角总小于当地纬度. 当方位角增大时, 倾斜面上辐射量要减少, 这在高纬度地区尤其明显. 因此, 必须选择合适的倾角, 以尽量减少太阳辐射量的损失. 结果还发现, 倾斜面方位角与全年最佳倾角的关系曲线和太阳电池的  $I-V$  特性曲线形状相似.

**关键词:** 太阳能; 太阳辐射; 最佳倾角; 方位角

**中图分类号:** TK 511 **文献标识码:** A

## Calculation of Solar Radiation on Variously Oriented Tilted Surface and Optimum Tilt Angle

YAN G Jin-huan, MAO Jia-jun, CHEN Zhong-hua

(Dept. of Information &amp; Computing Science,

Shanghai Univ. of Electric Power, Shanghai 200090, China)

**Abstract:** According to the anisotropic Hay's model of the sky-diffuse radiation and the calculation of solar radiation of tilted surface, a mathematical equation for explicit calculation of the optimum tilt angle on a tilted surface toward the equator during heating season was developed. Monthly mean daily solar radiation on tilted surface and the optimum tilt angle for various azimuth angle of tilted surface in some regions of China were calculated and analyzed. The results show that, yearly optimum tilt angle is usually smaller than local latitude, except those areas where proportion of beam radiation to total radiation is quite great. When azimuth angle increases, the radiation on tilted surface will decrease, which is quite obvious at high latitude. So, selecting correct tilt angle is absolutely necessary in order to decrease the damage in solar radiation. The results also show that the curves of relationship between the azimuth angle of tilted surface and the optimum tilt angle are very similar to the characteristic curves of solar cell.

**Key words:** solar energy; solar radiation; optimum tilt angle; azimuth angle

在太阳能应用中, 通常总是将采光面倾斜放置, 所以选择最佳的倾角是太阳能工程设计的关键之一. 最佳倾角的概念, 在不同的应用中是不一样的. 在独立光伏发电系统中, 由于受到蓄电池荷电状态

等因素的限制, 因此要综合考虑光伏方阵面上太阳辐射量的连续性、均匀性和极大性<sup>[1]</sup>, 而对于多数太阳能热利用或并网光伏发电系统等, 通常总是要求在全年中得到最大的太阳辐射量. 本文即以倾斜面上接收到最大的太阳辐射量作为最佳倾角.

一般气象台站提供的只是水平面上的太阳辐射资料, 需要通过比较复杂的计算来确定倾斜面上的

收稿日期: 2001-11-12

作者简介: 杨金焕 (1939-), 男, 江苏武进人, 教授, 主要研究方向为太阳能发电应用技术.

太阳辐射量. 本文在计算天空散射辐射量时采用了 Hay 模型, 经过推导, 得到了朝向赤道倾斜面冬半年最佳倾角的数学表达式, 并对我国一些地区朝向或偏离赤道倾斜面的最佳倾角进行了计算和分析.

## 1 朝向赤道倾斜面上的最佳倾角

### 1.1 太阳辐射量的计算

确定朝向赤道倾斜面上的太阳辐射量, 通常采用 Klein<sup>[2]</sup>的计算方法: 倾斜面上的太阳辐射总量  $H_T$  由直接太阳辐射量  $H_b$ 、天空散射辐射量  $H_d$  和地面反射辐射量  $H_r$  三部分所组成, 并认为天空散射辐射量是均匀分布的. 然而这种各向同性的假设是很不恰当的, 显然, 在北半球, 南面的天空散射辐射要比北面大. Koronakis<sup>[3]</sup>指出, 6 月份南面的天空散射辐射量平均要占 63%, 在南半球则正好相反. 为此, Bugler 主张将各向同性的直接辐射量增加 5%, Cohen 提出将观测的总辐射量与大气层外相应量的比值加一经验修正量, Ineichen 认为散射辐射量至少等于直接辐射量的 6%<sup>[4]</sup>. 此外, Hay<sup>[5]</sup>、Klucher<sup>[6]</sup>、Perez<sup>[7]</sup>等也分别提出了天空散射各向异性模型的计算方法. Jain 等<sup>[8,9]</sup>分析认定 Hay 模型较为简明实用.

Hay 模型认为倾斜面上天空散射辐射量是由太阳光盘的辐射量和其余天空穹顶均匀分布的散射辐射量两部分组成, 可表达为

$$H_{dt} = H_d \left[ \frac{H_b}{H_o} R_b + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{H_b}{H_o} \right) (1 + \cos U) \right] \quad (1)$$

式中:  $H_b$  和  $H_d$  分别为水平面上直接和散射辐射量;  $R_b$  为倾斜面与水平面上直接辐射量之比,  $H_o$  为大气层外水平面上太阳辐射量;  $U$  为倾角. 这样, 求倾斜面上太阳辐射量的公式可改为

$$H_T = H_b R_b + H_d \left[ \frac{H_b}{H_o} R_b + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{H_b}{H_o} \right) (1 + \cos U) \right] + \frac{1}{2} dH (1 - \cos U) \quad (2)$$

式中:  $H$  为水平面上总辐射量;  $d$  为地物表面反射率.

一般情况下, 最后一项地面反射辐射量很小, 只占  $H$  的百分之几.

### 1.2 朝向赤道倾斜面上最佳倾角的确定

要直接从式 (2) 求出对应于最大太阳辐射量倾角的数学表达式相当困难, 分析条件可知, 在 9 月 20 日至次年 3 月 20 日的“冬半年”中, 太阳赤纬为负值, 如当地纬度为  $h$  通常总有  $(h - U) < h$  因此倾

斜面上日出时角  $k_s$  和水平面上日出时角  $k_e$  相等,  $k_{st} = k_{se}$ , 这时可以直接推导出最佳倾角的数学表达式.

将式 (2) 改写为

$$H_T = \left[ H_b + \frac{H_d H_b}{H_o} \right] R_b + \frac{H_d}{2 H_o} (H_o - H_b) \times (1 + \cos U) + \frac{1}{2} dH (1 - \cos U) \quad (3)$$

对于确定的地点, 其太阳辐射量及地面反射率等均作为常量, 可将  $H_T$  对  $U$  求导, 并令  $dH_T/dU = 0$ , 可得

$$\frac{dR_b}{dU} = \frac{\sin U}{2(1 + \frac{H_d}{H_o} \frac{H_b}{H_o})} \times \left[ \frac{H_d}{H_o} (H_o - H_b) - dH \right] \quad (4)$$

同时由  $R_b$  对  $U$  求导, 可得

$$\frac{dR_b}{dU} = \sin U [(\sin h \cot U - \cos h) \cos W \sin k_s - \frac{\pi}{180} k_s (\sin h + \cos h \cot U) \sin W] \times \left[ \cos h \cos W \sin k_s + \frac{\pi}{180} \sin h \sin W \right]^{-1} \quad (5)$$

考虑到水平面上太阳辐射总量

$$H = H_b + H_d \quad (6)$$

将  $\cos k_s = -\tan h \tan W$  代入式 (5), 整理后可得

$$U_{opt} = \arctan \left[ \frac{2 \frac{H_b}{H} + 2 \frac{H_b}{H_o} \left( 1 - \frac{H_b}{H} \right)}{\frac{H_b}{H} + \frac{H_b}{H_o} \left( 1 - \frac{H_b}{H} \right) + (1 - d)} \times \frac{\tan^2 h \tan k_s + \frac{\pi}{180} k_s}{\tan h \left[ \tan k_s - \frac{\pi}{180} k_s \right]} \right] \quad (7)$$

当  $H_b/H = 0$ , 即直接辐射量为零时, 如果根据天空散射量各向同性的特性, 应有  $U_{opt} = 0$ . 而由式 (7) 可知, 此时  $U_{opt} \neq 0$ , 这正是天空散射辐射量各向异性模型所要得到的结果.

对于“夏半年”,  $k_{st} \neq k_{se}$ , 由于计算复杂, 很难得出简明的数学关系式. 然而, 实际计算表明, 在“夏半年”的多数月份,  $U_{opt}$  往往接近于零, 甚至为负值, 所以由式 (7) 直接计算  $U_{opt}$  有其实用价值.

由上可知,  $U_{opt}$  除了取决于纬度及月份外, 还与当地太阳辐射量的分布情况等因素有关, 实际上也可以编制计算机程序来进行计算. 图 1 显示了我国一些地区在不同  $U$  时  $H_T$  变化的关系曲线. 可以看出, 随着  $U$  的变大,  $H_T$  也在增加, 但有个最大值, 然后逐渐下降, 最大值所对应的角度即为  $U_{opt}$ . 对我国主要城市进行了计算, 发现除了  $H_b/H$  较大的青藏

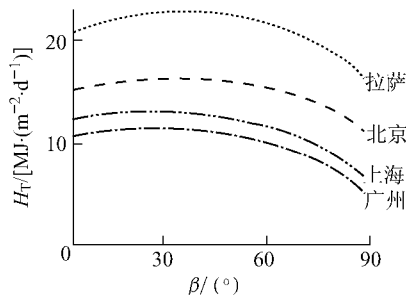


图 1 一些地区不同角度倾斜面上平均太阳  
日辐射量关系曲线

Fig. 1 Mean daily solar radiation on a tilted surface as a  
function of the tilted angle for the selected regions

表 1 部分地区的全年最佳倾角及其各月平均日辐射量

Tab. 1 Yearly optimum tilt angle and its mean daily solar radiation in some regions of China MJ/(m <sup>2</sup> ·d)										
	南宁	广州	拉萨	武汉	成都	上海	西安	银川	乌鲁木齐	哈尔滨
纬度 $\varphi(^{\circ})$	22.82	23.13	29.70	30.63	30.67	31.17	34.30	38.48	43.78	45.68
$U_{opt}/(^{\circ})$	17	22	33	24	15	27	26	37	38	43
1月	9.30	11.86	27.29	10.56	6.59	11.58	10.69	18.59	11.96	13.52
2月	8.42	9.49	26.18	11.10	7.69	12.07	11.64	20.38	15.64	16.62
3月	8.45	9.02	24.79	11.59	10.80	13.01	12.94	19.70	16.80	18.57
4月	10.98	9.51	22.76	13.46	12.59	13.71	14.48	20.09	19.23	17.28
5月	14.59	11.73	22.83	14.80	13.75	14.28	15.88	20.43	20.27	19.90
6月	14.61	12.27	21.94	16.29	14.41	13.71	17.71	20.63	19.73	16.70
7月	15.91	14.23	21.00	18.30	15.04	16.95	16.92	19.13	20.54	15.80
8月	15.56	14.27	21.22	19.24	14.76	17.67	18.07	19.97	21.07	15.95
9月	17.18	15.04	23.10	15.84	10.37	13.74	12.77	19.58	20.57	17.55
10月	15.15	16.05	27.73	13.98	7.96	13.91	11.89	19.98	18.73	16.25
11月	13.31	15.52	28.45	12.03	6.90	12.76	10.77	19.25	13.43	13.81
12月	10.82	13.53	27.30	10.54	6.09	11.63	10.09	17.77	9.26	11.54
平均	12.86	12.71	24.55	13.97	10.58	13.75	13.65	19.63	17.22	15.90

## 2 偏离赤道倾斜面上太阳辐射量计算

朝向赤道的倾斜面上能接收到较多的太阳辐射量.然而,在有些情况下,可能受到地形、地物等条件的限制,无法正对赤道安装.对于偏离赤道的倾斜面上太阳辐射量的计算,普遍采用 Klein 推导<sup>[2]</sup>,后经修正<sup>[10]</sup>的计算方法<sup>[12,13]</sup>,其中

$$R_b = \left[ \frac{\pi}{180} (k_{ss} - k_{sr}) \sin W (\sin h \cos U - \cos h \sin U \cos V) + \cos W (\sin k_{ss} - \sin k_{sr}) \times (\cos h \cos U + \sin h \sin U \cos V) + (\cos k_{ss} - \cos k_{sr}) \cos W \sin U \sin V \right] \times$$

高原(如拉萨等)及个别地区以外,一般  $U_{opt}$  总小于当地纬度  $h$ ,  $H_b/H$  比例越小的,  $h$  与  $U_{opt}$  之差越大,有的可达  $10^{\circ} \sim 20^{\circ}$  (如成都等).表 1 列出了部分地区的全年  $U_{opt}$  (实际应用时,倾角单位精确到整数度已足够)及各月份平均日辐射量.

以上讨论的  $U_{opt}$  是全年平均接收到最大辐射量所对应的角度.在有些情况下,需要在某个月份得到最大辐射量,显然也可以用同样的计算方法得出结果.在冬天,最佳倾角较大;夏天最佳倾角较小,有的甚至为负值.需要时可以据此每月调整倾角,以得到最大的太阳辐射量.

$$\left[ 2 \cos h \cos W \sin k_s + \frac{\pi}{180} \sin h \sin W \right]^{-1} \quad (8)$$

式中:  $V$  为方位角,正南方为 0,偏东为负值,偏西为正值;  $k_{sr}$  和  $k_{ss}$  分别为倾斜面上日出和日落时角,由下式确定:

$$k_{sr} = - \min \left\{ k_s, \arccos \left[ \frac{AB \pm \sqrt{A^2 - B^2 + 1}}{A^2 + 1} \right] \right\} \quad (9)$$
$$k_{ss} = \min \left\{ k_s, \arccos \left[ \frac{AB \pm \sqrt{A^2 - B^2 + 1}}{A^2 + 1} \right] \right\}$$

如  $V < 0$ , 式中  $k_{sr}$  括号内  $AB$  后取正号,  $k_{ss}$  括号内  $AB$  后取负号;  $V > 0$  则相反.其中:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\cos h}{\sin V \tan U} + \frac{\sin h}{\tan V} \\ B &= \tan W \left[ \frac{\cos h}{\tan V} - \frac{\sin h}{\sin V \tan U} \right] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

然而 ,应用式 ( 9) ( 10)却有明显的问题 ,当  $U=0$ 或  $V=0$ 时 , $A$ 和  $B$ 均为无穷大 ,出现奇点 ,无法求出日出和日落时角 .而且  $V$ 不论正负值 ,代入的结果是一样的 ,不必分别通过不同计算 .后来 Bushell<sup>[13]</sup>提出了解决的办法 ,计算倾斜面上日出和日落时角公式改为

$$\left. \begin{aligned} k_{ss} &= \min \left\{ k_s, \arccos \left( -\frac{a}{D} \right) + \arcsin \left( \frac{c}{D} \right) \right\} \\ k_{sr} &= -\min \left\{ k_s, -\arccos \left( -\frac{a}{D} \right) + \arcsin \left( \frac{c}{D} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中:

$$\begin{aligned} a &= \sin W (\sin h \cos U - \cos h \sin U \cos V) \\ b &= \cos W (\cos h \cos U + \sin h \sin U \cos V) \\ c &= \cos W \sin U \sin V \end{aligned}$$

表 2 一些地区在全年最佳倾角时 ,不同方位角的平均太阳日辐射量

Tab. 2 Yearly mean daily solar radiation for the different azimuth at optimum tilt angle in some regions of China

MJ/(m<sup>2</sup>·d)

$V/(^{\circ})$	南宁	广州	拉萨	武汉	成都	上海	西安	银川	乌鲁木齐	哈尔滨
0	12.86	12.71	24.55	13.97	10.58	13.75	13.65	19.63	17.22	15.90
10	12.83	12.67	24.34	13.91	10.56	13.68	13.59	19.43	17.01	15.69
20	12.76	12.56	23.71	13.74	10.52	13.47	13.40	18.83	16.40	15.07
30	12.64	12.37	22.68	13.47	10.46	13.14	13.12	17.88	15.44	14.09
40	12.49	12.12	21.33	13.12	10.37	12.71	12.75	16.64	14.25	12.81
50	12.32	11.84	19.77	12.73	10.28	12.22	12.33	15.21	12.90	11.35
60	12.13	11.53	18.13	12.31	10.18	11.70	11.88	13.70	11.47	9.86
70	11.95	11.23	16.51	11.89	10.08	11.18	11.44	12.20	10.05	8.28
80	11.79	10.94	15.00	11.51	9.99	10.69	11.02	10.80	8.74	6.86
90	11.64	10.69	13.68	11.17	9.91	10.26	10.66	9.56	7.58	5.61

如由于条件限制 ,方位角  $V$ 无法改变 ,则可设法改变倾角  $U$  ,以尽可能得到最大的辐射量 ,具体可由计算程序算出不同  $V$ 的全年最佳倾角 .图 2显示了一些地区  $V$ 与全年  $U_{opt}$ 的关系 .结果显示 , $V$ 在  $0^{\circ} \sim 90^{\circ}$  ,与全年  $U_{opt}$ 的关系曲线和太阳电池的  $I-V$ 特性曲线形状相似 .

由图 2可见 ,在倾斜面偏离赤道时 ,对不同方位角 ,只要选择合适的倾角 ,可以使得平均日辐射量下降很少 ,这在低纬度区尤其明显 .在方位角为  $90^{\circ}$  (即朝向正东或正西 )时 ,最好还是水平放置 .如果需要 ,还可由计算程序算出不同方位角时各月的最佳倾角及其平均日辐射量 .

$$D = \sqrt{b^2 + c^2}$$

这样 ,在  $U=0$  (即在水平面上 ,此时也有  $V=0$  ) ,由式 ( 11)可得到

$$k_{sr} = k_{ss} = k_s = \arccos(-\tan W \tan h)$$

代入式 ( 11)即可得  $R_b=1$  ,再代入式 ( 2)得

$$H = H_b + H_d$$

即为水平面上的太阳辐射量 .

在  $V=0$ 时 ,式 ( 11)和 ( 9)即分别退化 ,这就是朝向赤道倾斜面上的情况 .

根据以上公式可以编制计算程序 ,算出任意倾角下不同方位角倾斜面上的太阳辐射量 .本文对一些地区在全年最佳倾角时 ,不同方位角的平均太阳日辐射量进行了计算 ,其结果见表 2.可见 ,朝向赤道 ( $V=0$ )时倾斜面上平均太阳日辐射量最大 ,随着  $V$ 增大 , $H$ 逐渐减小 .但下降幅度与纬度有关 ,在纬度低的地区下降幅度较慢 (如广州  $V$ 从  $0$ 增加到  $80^{\circ}$  , $H_T$ 只下降  $14\%$  ) ,而在纬度高的地区下降幅度较快 (如哈尔滨同样情况下要下降  $57\%$  ) .所以在高纬度地区更应注意尽量减小方位角 .

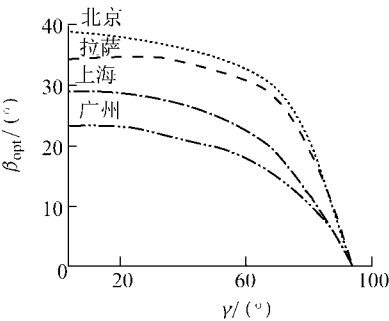


图 2 一些地区不同方位角与全年最佳倾角的关系

Fig. 2 Yearly optimum tilt angle as a function of the different azimuth for the selected regions of China

### 3 结 论

(1) 计算倾斜面上天空散射辐射量时应采用各向异性模型。

(2) 在“冬半年”,可直接由数学表达式求出相应于最大辐射量的最佳倾角。全年最佳倾角与当地直接辐射量占总辐射量比例有很大关系,比例大的全年最佳倾角也大,在我国绝大多数地区,全年最佳倾角要小于当地纬度。

(3) 在夏季,各月最佳倾角比较小,有时为负值,这在低纬度地区尤其明显。

(4) 方位角在  $0^{\circ} \sim 90^{\circ}$ ,与全年最佳倾角的关系曲线和太阳电池的  $I-V$  特性曲线形状相似,倾斜面偏离赤道时,只要选择合适的倾角,可以使得平均日辐射量下降很少。

(5) 在高纬度地区,应尽可能减小方位角。

#### 参考文献:

- [1] 杨金焕. 固定式光伏方阵最佳倾角的分析 [J]. 太阳能学报, 1992, 13(1): 86- 92.  
YANG Jin-huan. Analysis of optimum tilted angle for fixed photovoltaic array [J]. *Acta Energiae Solaris Sinica*, 1992, 13(1): 86- 92.
- [2] Klein S A. Calculation of monthly average insolation on tilted surfaces [J]. *Solar Energy*, 1977, 19(4): 325 - 329.
- [3] Koronakis P S. On the choice of the angle of tilt for south facing solar collectors in the Athens Basin area [J]. *Solar Energy*, 1986, 36(3): 217- 225.
- [4] Hay J E. Calculating solar radiation for inclined surfaces practical approaches [J]. *Renewable Energy*,

- 1993, 3(4, 5): 373- 380.
- [5] Hay J E. Calculation of monthly mean solar radiation for horizontal and inclined surface [J]. *Solar Energy*, 1979, 23(4): 301- 307.
- [6] Klucher T M. Evaluation of models to predict insolation on tilted surfaces [J]. *Solar Energy*, 1979, 23(2): 111- 114.
- [7] Perez R, Stewart R, Arbogast C. An anisotropic hourly diffuse radiation model for sloping surfaces description, performance validation, site dependency evaluation [J]. *Solar Energy*, 1986, 36(6): 481- 497.
- [8] Abdelrahman M A, Elhadidy M A. Comparison of calculated and measured values of total radiation on titled surfaces in Dhahran, Saudi Arabia [J]. *Solar Energy*, 1986, 37(3): 239- 243.
- [9] Jain P C. Modeling of the diffuse radiation in environment conscious architecture the problem and its management [J]. *Solar & Wind Technology*, 1989, 6(4): 493- 500.
- [10] Andersen P. Comments on “Calculation of monthly average insolation on tilted surfaces” by S. A. Klein [J]. *Solar Energy*, 1980, 25(3): 287.
- [11] 康润生, 吕恩荣. 集热器最佳倾角的选择 [J]. 太阳能学报, 1988, 9(4): 369- 375.  
TANG Run-sheng, LU En-rong. Selecting of optimum tilted angle for solar collectors [J]. *Acta Energiae Solaris Sinica*, 1988, 9(4): 369- 375.
- [12] Gopinathan K K. Solar radiation on variously oriented sloping surfaces [J]. *Solar Energy*, 1991, 47(3): 173- 179.
- [13] Bushnell R H. A solution for sunrise and sunset hour angles on a tilted surface without a singularity at zero [J]. *Solar Energy*, 1982, 28(4): 359.

下期发表论文摘要预报

## 一种用于小样本合格率动态估计的 Bayes 方法

连 军, 林忠钦, 来新民, 姚福生, 陈关龙

(上海交通大学 机械与动力工程学院, 上海 200030)

**摘 要:** 针对复杂机械产品制造业广泛存在的大批量生产、小样本检测的特点,在采用矩法由历史测量数据构造产品合格率参数先验分布的基础上,提出一种综合历史数据与当前小样本信息进行合格率估计的 Bayes 算法,建立了动态递推模型,实现了合格率的准确估计。采用统计仿真的方法对动态估计精度进行了分析,给出了依据离线测量数据进行合格率评估的计算实例。结果表明,所提出的方法是有效而且实用的,为质量问题的及时发现和控制提供了依据。