

## Travaux dirigés n° 1

### Langages et expressions régulières

**Définitions à connaître :** alphabet, mot, langage (union, concaténation et fermeture itérative), langage régulier, expression régulière.

**Exemple :** l'expression régulière définissant l'ensemble des mots composés par  $a$  et  $b$  contenant au moins un  $b$  est :  $(a|b)^*b(a|b)^*$

#### Exercice 1 (Expressions régulières (1))

En précisant l'alphabet, donnez les expressions régulières qui représentent les langages suivants :

1. Nombres binaires
2. Nombres hexadécimaux
3. Nombres binaires multiples de 2
4. Nombres binaires multiples de 4
5. Nombres entiers positifs multiples de 5
6. Numéro de téléphone français (à l'international)

#### Exercice 2 (Expressions régulières (2))

Donnez les expressions régulières qui représentent les langages suivants :

1. Mots sur  $\mathcal{A} = \{a, b\}$  contenant un nombre impair de " $b$ "
2. Mots sur  $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$  contenant un nombre impair de symboles
3. Mots sur  $\mathcal{A} = \{a, b\}$  contenant 2 " $a$ " consécutifs
4. Mots sur  $\mathcal{A} = \{a, b\}$  ne contenant pas 2 " $a$ " consécutifs
5. Mots sur  $\mathcal{A} = \{a, b\}$  contenant exactement 3 " $a$ "
6. Mots sur  $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$  où le premier " $a$ " précède le premier " $b$ "
7. Mots sur  $\mathcal{A} = \{0, 1\}$  dans lesquels chaque paire de 0 apparaît devant une paire de 1
8. Mots sur  $\mathcal{A} = \{0, 1\}$  ne contenant pas 101
9. Mots sur  $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$  qui contiennent au moins 2 " $a$ " mais non consécutifs

#### Exercice 3 (Égalité de langages)

Montrez cette égalité pour les deux langages définis sur  $\mathcal{A} = \{a, b\}$  :

$$(a^*b)^* \cup (b^*a)^* = (a \cup b)^*$$

#### Exercice 4 (Égalité d'expressions régulières)

Avec  $R$  et  $S$  des expressions régulières, prouvez les équivalences suivantes (ou donnez un contre-exemple si elles sont fausses).

- $(\epsilon|R)R^* \equiv R^*$
- $(R|S)^* \equiv R^*|S^*$