Minf0402 - Tp2 - Exercice 1

Complément ou aide : Illustration pour magique

0.25- STU

Les exemples du polycopié, étant trop simples et ne comportant pas de division pour A et C, pour bien comprendre, le fonctionnement de la méthode magique, on considère la matrice suivante dont on fait apparaitre le calcul de l'inverse par différentes variantes de la méthode magique (par les programmes que j'ai écrit *magicxyz*), en visualisant colonne après colonne les transformations de la "grosse" matrice, avec des copies de la sortie sur la console

Dans les variantes 1 et 4 de la méthode, pour cette matrice choisie à cet effet, les nombres fractionnaires n'apparaissent qu'à là toute dernière étape, on peut faire les calculs à la main ! (et c'est même aussi possible pour les variantes 3 et 4, les fractions étant simples) ceci permet de bien visualiser le fonctionnement de l'algorithme.

```
--> XGG = [4,-3,18,-52,-138;-12,8,-50,146,388;8,-7,42,-120,-318;4,
          -2,10,-32,-84;-12,9,-50,140,376]
 XGG  =

   4.   -3.   18.  -52.   -138.
  -12.   8.  -50.   146.   388.
   8.   -7.   42.  -120.  -318.
   4.   -2.   10.  -32.   -84.
  -12.   9.  -50.   140.   376.

 pour savoir à quoi s'en tenir, on calcule l'inverse avec Scilab
--> inv(XGG)
 ans  =

   20.25   2.5  -4.75  -1.5   0.5
   24.     2.   -6.    -3.    1.
   38.5    5.   -8.5   -3.5   1.
  -25.    -3.5   5.     1.5  -1.
   14.5    2.   -3.    -1.    0.5


1) Par la méthode magique à la Gauss Jordan, en effectuant les divisions à la dernière
 étape, on fait donc apparaitre - à gauche - colonne après colonne des zéros
 au dessus et en dessous de la diagonale.
--> magicxx(XGG,1)
On forme la ‘‘ grosse’’ matrice:
   4.   -3.   18.  -52.   -138.   1.   0.   0.   0.   0.
  -12.   8.  -50.   146.   388.   0.   1.   0.   0.   0.
   8.   -7.   42.  -120.  -318.   0.   0.   1.   0.   0.
   4.   -2.   10.  -32.   -84.    0.   0.   0.   1.   0.
  -12.   9.  -50.   140.   376.   0.   0.   0.   0.   1.

   4.  -3.   18.  -52.  -138.   1.   0.   0.   0.   0.
   0.  -1.   4.   -10.  -26.    3.   1.   0.   0.   0.
   0.  -1.   6.   -16.  -42.   -2.   0.   1.   0.   0.
   0.   1.  -8.    20.   54.   -1.   0.   0.   1.   0.
   0.   0.   4.   -16.  -38.    3.   0.   0.   0.   1.
```

```
   4.   0.   6.  -22.  -60.  -8.  -3.   0.   0.   0.
   0.  -1.   4.  -10.  -26.   3.   1.   0.   0.   0.
   0.   0.   2.  -6.   -16.  -5.  -1.   1.   0.   0.
   0.   0.  -4.   10.   28.   2.   1.   0.   1.   0.
   0.   0.   4.  -16.  -38.   3.   0.   0.   0.   1.

   4.   0.   0.  -4.  -12.   7.    0.  -3.   0.   0.
   0.  -1.   0.   2.   6.    13.   3.  -2.   0.   0.
   0.   0.   2.  -6.  -16.  -5.   -1.   1.   0.   0.
   0.   0.   0.  -2.  -4.   -8.   -1.   2.   1.   0.
   0.   0.   0.  -4.  -6.    13.   2.  -2.   0.   1.

   4.   0.   0.   0.  -4.   23.   2.  -7.  -2.   0.
   0.  -1.   0.   0.   2.   5.    2.   0.   1.   0.
   0.   0.   2.   0.  -4.   19.   2.  -5.  -3.   0.
   0.   0.   0.  -2.  -4.  -8.   -1.   2.   1.   0.
   0.   0.   0.   0.   2.   29.   4.  -6.  -2.   1.

   4.   0.   0.   0.   0.   81.   10.  -19.  -6.   2.
   0.  -1.   0.   0.   0.  -24.  -2.    6.    3.  -1.
   0.   0.   2.   0.   0.   77.   10.  -17.  -7.   2.
   0.   0.   0.  -2.   0.   50.   7.   -10.  -3.   2.
   0.   0.   0.   0.   2.   29.   4.   -6.   -2.   1.
```

On a donc maintenant obtenu à gauche une matrice diagonale,
il suffit donc de diviser chaque ligne par le coefficient diagonal correspondant:

```
   1.   0.   0.   0.   0.   20.25   2.5  -4.75  -1.5   0.5
   0.   1.   0.   0.   0.   24.     2.   -6.    -3.    1.
   0.   0.   1.   0.   0.   38.5    5.   -8.5   -3.5   1.
   0.   0.   0.   1.   0.  -25.    -3.5   5.     1.5  -1.
   0.   0.   0.   0.   1.   14.5    2.   -3.    -1.    0.5
```

Et l’inverse est à droite.

```
 ans  =

   20.25   2.5  -4.75  -1.5   0.5
   24.     2.   -6.    -3.    1.
   38.5    5.   -8.5   -3.5   1.
  -25.    -3.5   5.     1.5  -1.
   14.5    2.   -3.    -1.    0.5
```

2) Par la méthode magique, à la Gauss-Jordan, on fait donc toujours apparaitre
- à gauche - colonne après colonne des zéros au dessus et en dessous de la
diagonale et par divisions au fur et à mesure des calculs, on fait apparaitre
des ‘‘1’’ sur cette diagonale.

```
--> magicx(XGG,1)
```

On forme la ‘‘ grosse’’ matrice:

```
   4.   -3.   18.  -52.   -138.   1.   0.   0.   0.   0.
  -12.   8.  -50.   146.   388.   0.   1.   0.   0.   0.
   8.   -7.   42.  -120.  -318.   0.   0.   1.   0.   0.
   4.   -2.   10.  -32.   -84.    0.   0.   0.   1.   0.
```

```
  -12.   9.  -50.   140.   376.   0.   0.   0.   0.   1.

   1.  -0.75   4.5  -13.  -34.5   0.25   0.   0.   0.   0.
   0.  -1.     4.   -10.  -26.    3.     1.   0.   0.   0.
   0.  -1.     6.   -16.  -42.   -2.     0.   1.   0.   0.
   0.   1.    -8.    20.   54.   -1.     0.   0.   1.   0.
   0.   0.     4.   -16.  -38.    3.     0.   0.   0.   1.

   1.   0.   1.5  -5.5  -15.  -2.  -0.75   0.   0.   0.
   0.   1.  -4.    10.   26.  -3.  -1.     0.   0.   0.
   0.   0.   2.   -6.   -16.  -5.  -1.     1.   0.   0.
   0.   0.  -4.    10.   28.   2.   1.     0.   1.   0.
   0.   0.   4.   -16.  -38.   3.   0.     0.   0.   1.

   1.   0.   0.  -1.  -3.   1.75   0.   -0.75   0.   0.
   0.   1.   0.  -2.  -6.  -13.   -3.    2.     0.   0.
   0.   0.   1.  -3.  -8.  -2.5   -0.5   0.5    0.   0.
   0.   0.   0.  -2.  -4.  -8.    -1.    2.     1.   0.
   0.   0.   0.  -4.  -6.   13.    2.   -2.     0.   1.

   1.   0.   0.   0.  -1.   5.75   0.5  -1.75  -0.5   0.
   0.   1.   0.   0.  -2.  -5.    -2.    0.    -1.    0.
   0.   0.   1.   0.  -2.   9.5    1.   -2.5   -1.5   0.
   0.   0.   0.   1.   2.   4.     0.5  -1.    -0.5   0.
   0.   0.   0.   0.   2.   29.    4.   -6.    -2.    1.

   1.   0.   0.   0.   0.   20.25   2.5  -4.75  -1.5   0.5
   0.   1.   0.   0.   0.   24.     2.   -6.    -3.    1.
   0.   0.   1.   0.   0.   38.5    5.   -8.5   -3.5   1.
   0.   0.   0.   1.   0.  -25.    -3.5   5.     1.5  -1.
   0.   0.   0.   0.   1.   14.5    2.   -3.    -1.    0.5
Et l’inverse est à droite.
 ans  =

   20.25   2.5  -4.75  -1.5   0.5
   24.     2.   -6.    -3.    1.
   38.5    5.   -8.5   -3.5   1.
  -25.    -3.5   5.     1.5  -1.
   14.5    2.   -3.    -1.    0.5

3) Par la méthode magique à la Gauss, en faisant les divisions lors de la remontée
--> magicyy(XGG,1)
On forme la ‘‘ grosse’’ matrice:
   4.   -3.   18.  -52.   -138.   1.   0.   0.   0.   0.
  -12.   8.  -50.   146.   388.   0.   1.   0.   0.   0.
   8.   -7.   42.  -120.  -318.   0.   0.   1.   0.   0.
   4.   -2.   10.  -32.   -84.    0.   0.   0.   1.   0.
  -12.   9.  -50.   140.   376.   0.   0.   0.   0.   1.
On commence par faire apparaitre colonne après colonne  - à gauche - des zéros
en dessous de la diagonale, c’est la descente
   4.  -3.   18.  -52.  -138.   1.   0.   0.   0.   0.
```

```
   0.  -1.   4.   -10.  -26.    3.   1.   0.   0.   0.
   0.  -1.   6.   -16.  -42.   -2.   0.   1.   0.   0.
   0.   1.  -8.    20.   54.   -1.   0.   0.   1.   0.
   0.   0.   4.   -16.  -38.    3.   0.   0.   0.   1.

   4.  -3.   18.  -52.  -138.   1.   0.   0.   0.   0.
   0.  -1.   4.   -10.  -26.    3.   1.   0.   0.   0.
   0.   0.   2.   -6.   -16.   -5.  -1.   1.   0.   0.
   0.   0.  -4.    10.   28.    2.   1.   0.   1.   0.
   0.   0.   4.   -16.  -38.    3.   0.   0.   0.   1.

   4.  -3.   18.  -52.  -138.   1.    0.   0.   0.   0.
   0.  -1.   4.   -10.  -26.    3.    1.   0.   0.   0.
   0.   0.   2.   -6.   -16.   -5.   -1.   1.   0.   0.
   0.   0.   0.   -2.   -4.    -8.   -1.   2.   1.   0.
   0.   0.   0.   -4.   -6.     13.   2.  -2.   0.   1.

   4.  -3.   18.  -52.  -138.   1.    0.   0.   0.   0.
   0.  -1.   4.   -10.  -26.    3.    1.   0.   0.   0.
   0.   0.   2.   -6.   -16.   -5.   -1.   1.   0.   0.
   0.   0.   0.   -2.   -4.    -8.   -1.   2.   1.   0.
   0.   0.   0.    0.   2.     29.   4.  -6.  -2.   1.
```

On a terminé la descente, on va remonter pour faire apparaitre - à gauche - des zéros au dessus de la diagonale et simultanément on divise chaque ligne par le coefficient diagonal pour faire apparaitre un ‘‘1’’

```
   4.  -3.   18.  -52.   0.   2002.   276.  -414.  -138.   69.
   0.  -1.   4.   -10.   0.   380.    53.   -78.   -26.    13.
   0.   0.   2.   -6.    0.   227.    31.   -47.   -16.    8.
   0.   0.   0.   -2.    0.   50.     7.    -10.   -3.     2.
   0.   0.   0.    0.   1.   14.5    2.    -3.    -1.     0.5

   4.  -3.   18.   0.   0.   702.   94.  -154.  -60.   17.
   0.  -1.   4.    0.   0.   130.   18.  -28.   -11.   3.
   0.   0.   2.    0.   0.   77.    10.  -17.   -7.    2.
   0.   0.   0.    1.   0.  -25.   -3.5   5.     1.5  -1.
   0.   0.   0.    0.   1.   14.5   2.   -3.    -1.    0.5

   4.  -3.   0.   0.   0.   9.     4.   -1.    3.   -1.
   0.  -1.   0.   0.   0.  -24.   -2.    6.    3.   -1.
   0.   0.   1.   0.   0.   38.5   5.   -8.5  -3.5   1.
   0.   0.   0.   1.   0.  -25.   -3.5   5.    1.5  -1.
   0.   0.   0.   0.   1.   14.5   2.   -3.   -1.    0.5

   4.   0.   0.   0.   0.   81.    10.  -19.  -6.    2.
   0.   1.   0.   0.   0.   24.    2.   -6.   -3.    1.
   0.   0.   1.   0.   0.   38.5   5.   -8.5  -3.5   1.
   0.   0.   0.   1.   0.  -25.   -3.5   5.    1.5  -1.
   0.   0.   0.   0.   1.   14.5   2.   -3.   -1.    0.5

   1.   0.   0.   0.   0.   20.25   2.5  -4.75  -1.5   0.5
```

```
   0.   1.   0.   0.   0.   24.      2.   -6.    -3.    1.
   0.   0.   1.   0.   0.   38.5     5.   -8.5   -3.5   1.
   0.   0.   0.   1.   0.  -25.     -3.5   5.     1.5  -1.
   0.   0.   0.   0.   1.   14.5     2.   -3.    -1.    0.5
Et l'inverse est à droite.
 ans  =

   20.25   2.5  -4.75  -1.5   0.5
   24.     2.   -6.    -3.    1.
   38.5    5.   -8.5   -3.5   1.
  -25.    -3.5   5.     1.5  -1.
   14.5    2.   -3.    -1.    0.5

4) Par la méthode magique à la Gauss à nouveau, mais on on effectue les divisions
 tout à la fin.
--> magicyyy(XGG,1)
On forme la `` grosse'' matrice:
   4.   -3.   18.  -52.   -138.   1.   0.   0.   0.   0.
  -12.   8.  -50.   146.   388.   0.   1.   0.   0.   0.
   8.   -7.   42.  -120.  -318.   0.   0.   1.   0.   0.
   4.   -2.   10.  -32.   -84.    0.   0.   0.   1.   0.
  -12.   9.  -50.   140.   376.   0.   0.   0.   0.   1.
La descente: On commence par faire apparaitre colonne après colonne
 - à gauche - des zéros en dessous de la diagonale,

   4.  -3.   18.  -52.  -138.   1.   0.   0.   0.   0.
   0.  -1.   4.   -10.  -26.    3.   1.   0.   0.   0.
   0.  -1.   6.   -16.  -42.   -2.   0.   1.   0.   0.
   0.   1.  -8.    20.   54.   -1.   0.   0.   1.   0.
   0.   0.   4.   -16.  -38.    3.   0.   0.   0.   1.

   4.  -3.   18.  -52.  -138.   1.   0.   0.   0.   0.
   0.  -1.   4.   -10.  -26.    3.   1.   0.   0.   0.
   0.   0.   2.   -6.   -16.   -5.  -1.   1.   0.   0.
   0.   0.  -4.    10.   28.    2.   1.   0.   1.   0.
   0.   0.   4.   -16.  -38.    3.   0.   0.   0.   1.

   4.  -3.   18.  -52.  -138.   1.    0.   0.   0.   0.
   0.  -1.   4.   -10.  -26.    3.    1.   0.   0.   0.
   0.   0.   2.   -6.   -16.   -5.   -1.   1.   0.   0.
   0.   0.   0.   -2.   -4.    -8.   -1.   2.   1.   0.
   0.   0.   0.   -4.   -6.     13.   2.  -2.   0.   1.

   4.  -3.   18.  -52.  -138.   1.    0.   0.   0.   0.
   0.  -1.   4.   -10.  -26.    3.    1.   0.   0.   0.
   0.   0.   2.   -6.   -16.   -5.   -1.   1.   0.   0.
   0.   0.   0.   -2.   -4.    -8.   -1.   2.   1.   0.
   0.   0.   0.    0.    2.     29.   4.  -6.  -2.   1.

On vient donc de finir la descente, on continue avec la remontée:
on apparaitre  - à gauche - des zéros au dessus de la diagonale.
```

```
   4.  -3.   18.  -52.   0.   2002.   276.  -414.  -138.   69.
   0.  -1.   4.   -10.   0.   380.    53.   -78.   -26.    13.
   0.   0.   2.   -6.    0.   227.    31.   -47.   -16.    8.
   0.   0.   0.   -2.    0.   50.     7.    -10.   -3.     2.
   0.   0.   0.    0.    2.   29.     4.    -6.    -2.     1.

   4.  -3.   18.   0.   0.   702.   94.  -154.  -60.   17.
   0.  -1.   4.    0.   0.   130.   18.  -28.   -11.   3.
   0.   0.   2.    0.   0.   77.    10.  -17.   -7.    2.
   0.   0.   0.   -2.   0.   50.    7.   -10.   -3.    2.
   0.   0.   0.    0.   2.   29.    4.   -6.    -2.    1.

   4.  -3.   0.   0.   0.   9.    4.   -1.    3.  -1.
   0.  -1.   0.   0.   0.  -24.  -2.    6.    3.  -1.
   0.   0.   2.   0.   0.   77.   10.  -17.  -7.   2.
   0.   0.   0.  -2.   0.   50.   7.   -10.  -3.   2.
   0.   0.   0.   0.   2.   29.   4.   -6.   -2.   1.

   4.   0.   0.   0.   0.   81.   10.  -19.  -6.   2.
   0.  -1.   0.   0.   0.  -24.  -2.    6.    3.  -1.
   0.   0.   2.   0.   0.   77.   10.  -17.  -7.   2.
   0.   0.   0.  -2.   0.   50.   7.   -10.  -3.   2.
   0.   0.   0.   0.   2.   29.   4.   -6.   -2.   1.

 On a donc maintenant effectué la remontée et obtenu à gauche une matrice diagonale
 il suffit donc de diviser chaque ligne par le coefficient diagonal correspondant:

   1.   0.   0.   0.   0.   20.25   2.5  -4.75  -1.5   0.5
   0.   1.   0.   0.   0.   24.     2.   -6.    -3.    1.
   0.   0.   1.   0.   0.   38.5    5.   -8.5   -3.5   1.
   0.   0.   0.   1.   0.  -25.    -3.5   5.     1.5  -1.
   0.   0.   0.   0.   1.   14.5    2.   -3.    -1.    0.5
Et l'inverse est à droite.
 ans  =

   20.25   2.5  -4.75  -1.5   0.5
   24.     2.   -6.    -3.    1.
   38.5    5.   -8.5   -3.5   1.
  -25.    -3.5   5.     1.5  -1.
   14.5    2.   -3.    -1.    0.5
```

Vous pouvez faire vos tests et la mise au point de vos programmes avec cette matrice (il vous suffit de recopier la première instruction), cependant je ne veux pas la voir dans des vos rapports ! Pour ce que vous aurez à rendre, vous devrez le faire avec des matrices que vous produirez aléatoirement, sans arrondi (si vous arrondissez des matrices générées aléatoirement, vous risquez de tomber sur des matrices non inversibles)

Remarque pour vos illustrations, on vous suggère de trouver le moyen d'effectuer des affichages, avec arrondis en retenant seulement 2 ou 3 chiffres après la virgule, de façon à toujours pouvoir afficher la "grosse matrice" avec des lignes non brisées. Avec la matrice ici choisie, le problème d'affichage ne se posait pas.

——— • **FIN** • ———