

Versuch 4: Pohlsches Rad

Jascha Fricker, Benedict Brouwer

17. April 2022

Einleitung

In diesen Versuch wird die Viskosität von verschiedenen Fluiden untersucht. Mit der Viskosität und der Reynoldszahl kann ausgerechnet werden, ob eine Strömung turbulent oder laminar ist. Dies ist in vielen Bereichen wichtig, da so z. B. ermittelt werden kann, ob ein Flugzeug fliegt oder aus dem Himmel fällt.

Inhaltsverzeichnis

1	Kugelfallviskosimeter	2
1.1	Theorie	2
1.2	Experimenteller Aufbau	2
1.3	Ergebnisse	2
1.4	Diskussion	2
2	Kapillarviskosimeter	3
2.1	Theorie	3
2.2	Experimenteller Aufbau	3
2.3	Ergebnisse	3
2.4	Diskussion	5
3	Anhang	5
3.1	Kugelfallviskosimeter	5
3.1.1	Berechnung der dynamischen Viskosität mit Fehler . .	5
3.1.2	Berechnung der Reynoldszahl mit Fehler	6
3.2	Frage	6
3.2.1	Fallschirmspringer	6
3.2.2	Atmung	7

1 Kugelfallviskosimeter

1.1 Theorie

Bei einem Kugelfallviskosimeter wird die dynamische Viskosität η des Fluides mit der Fallgeschwindigkeit v einer Kugel mit gegebenem Radius r und Masse m bestimmt. Bei annahme eines unendlich ausgedehnten Mediums, gilt

$$\eta = \frac{2r^2g}{9v}(\rho_K - \rho_F) \quad (1)$$

mit Dichte der Kugel ρ_K und Dichte der Flüssigkeit ρ_F . Wird hingegen ein unendlich langer Zylinder mit Radius R betrachtet, gilt

$$\eta = \frac{2R^2g}{9v(1 + 2,4\frac{r}{R})}(\rho_K - \rho_F) \quad (2)$$

Um daraus die Reynoldszahl zu berechnen, gilt

$$\Re = \frac{2r\rho_F v}{\eta} \quad (3)$$

1.2 Experimenteller Aufbau

In diesem Experiment wurde 17 mal die Kugel durch die Flüssigkeit fallen gelassen und jedes mal wurde über einen bestimmten Abstand s die Fallzeit t gemessen. Anschließend wurde noch die Dichte der Flüssigkeit ρ_F mit einem Aerometer gemessen.

1.3 Ergebnisse

Die Messwerte und Fehler, die betrachtet wurden, sind in der Tabelle 3.1.1 aufgeführt. Die Berechnung der dynamischen Viskosität 3.1.1 und Reynoldszahl 3.1.2 wurde im Anhang beschrieben. In der Tabelle 1 werden die berechneten Ergebnisse zusammengefasst.

dynamische Viskosität nach [3, (11)]	0,1244(51)Pa s
dynamische Viskosität nach [3, (12)]	0,1054(44)Pa s
Reynoldszahl	2,11(17)

Tabelle 1: Ergebnisse Kugelfallviskosimeter

1.4 Diskussion

Wie zu erwarten wird die Viskosität bei der genaueren Berechnung kleiner, da der Nenner der Formel größer wird. Der Unterschied der Werte ist mit ca. 20% jedoch sehr groß, so liegen die Werte weit außerhalb des jeweils anderen Unsicherheitsintervalls.

Aus der errechneten dynamischen Viskosität kann anhand der Theorie [3, Abbildung 8] und einer Raumtemperatur von etwa 20°C eine Glycerinkonzentration von ca. 87% bestimmt werden. Aus anderen Literaturwerten [1] kann anhand der Dichte von 1222kg m⁻³ eine Glycerinkonzentration von ca. 85% bestimmt werden. Diese sind so nah bei einander, das von einer sinnvollen Messung und Berechnung ausgegangen werden kann. Da die Reynoldszahl größer als 1 ist, war die Strömung um die Kugel turbulent.

2 Kapillarviskosimeter

2.1 Theorie

Bei einem Kapillarviskosimeter kann die dynamische Viskosität η des Fluides mit der Formel

$$W = \frac{8\eta l}{\pi r^4} \quad (4)$$

$$\Delta p = W \cdot i \quad (5)$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{W \cdot \pi r^4}{8l} \quad (6)$$

$$(7)$$

berechnet werden. l ist die länge der Kapillare, r dehren Durchmesser, i die Flussgeschwindigkeit und W der Strömungswiderstand. Der Druck kann durch den Höhenunterschied h zwischen Kappilare und Wasserspiegel und der Dichte des Wassers ρ angenähert werden:

$$\Delta p = \rho gh \quad (8)$$

$$(9)$$

2.2 Experimenteller Aufbau

In diesem Experiment wurde durch zwei Kapillare (Injektionskanüle) Wasser mit einer verschieden großen Wassersäule und damit unterschiedlichem Druck strömen gelassen und das Durchflussmenge nach einer bestimmten Zeit mit einer Waage bestimmt. Anschließend wurde doch mit einem Mikroskop der Durchmesser der Kanüle gemessen.

2.3 Ergebnisse

In Graph 1 wurde die gemessene Stromstärke gegen den anliegenden Wasserdruk aufgetragen. Die Strömungswiderstände $W_1 = 129(10)\text{Pa s mm}^{-3}$ und $W_2 = 90,3(29)\text{Pa s mm}^{-3}$ wurden mithilfe einer gefitteten Ausgleichsgerade bestimmt. Aus den Messwerten in Tabelle ?? kann jetzt die dynamische Viskosität (Siehe 3) von Wasser ausgerechnet werden.

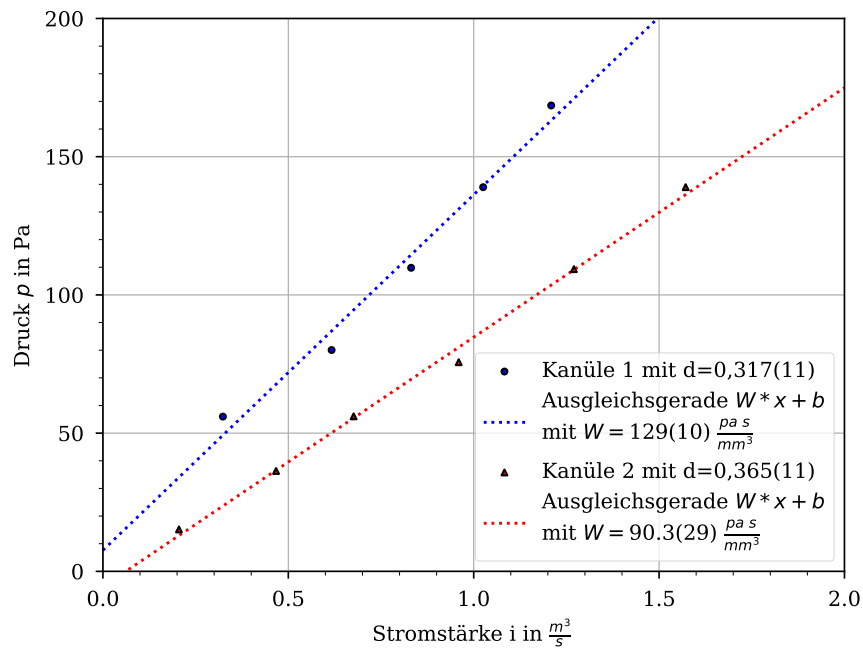


Abbildung 1: Messdaten, bestimmung des Strömungswiderstands

gemessene Größe	Kanüle 1	Kanüle 2
Strömungswiderstand W	$129(10) Pa \cdot s \cdot mm^{-3}$	$90,3(29) Pa \cdot s \cdot mm^{-3}$
Länge l	$31,05(10) mm$	$31,55(10) mm$
Innendurchmesser d	$0,315(10) mm$	$0,365(10) mm$

Tabelle 2: Messwerte Kapillarviskosimeter

$$\eta_1 = 0,00100(15) Pa \cdot s$$

$$\eta_2 = 0,00125(15) Pa \cdot s$$

$$\eta_g = 0,00113(13) Pa \cdot s$$

Tabelle 3: Ergebnisse dynamische Viskosität

2.4 Diskussion

Vergeicht man das Ergebnis mit dem Literaturwert $\eta_L = 1\text{Pa s}$ [3, Abb. 8] bei einer Temperatur von 20°C sieht man, dass 'Literaturwert genau ein sigma Abstand zum mittelwert hat. Schaut man sich die zwei verschiedenen Messreihen an, sieht man, dass die erste genau auf dem Literaturwert liegt. Die zweite Messreihe mit der blauen Kanüle weicht hingegen deutlich vom Theoriewert ab. Bisher kommt eigentlich nur ein systematischer Messfehler des Gewichtes oder ein Messfehler bei der Längen- oder Durchmesserbestimmung in Frage.

3 Anhang

3.1 Kugelfallviskosimeter

3.1.1 Berechnung der dynamischen Viskosität mit Fehler

Als erstes wurde der Mittelwert der Fallzeiten berechnet.

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = 3,94(15)\text{s} \quad (10)$$

Der Fehler der Fallzeiten wurde mithilfe der Student-t-Verteilung ($n=10$) berechnet.

$$u_{\bar{t}} = \frac{t}{\sqrt{n}} u_{t_i} = 0,144\text{s} \quad (11)$$

Auch vom Kugeldurchmesser kann erstmal der Mittelwert

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i = 3,998(17)\text{mm} \quad (12)$$

und dann der Fehler mit Student-t ($n=10$)

$$u_{\bar{d}} = \frac{t}{\sqrt{n}} u_{d_i} = 0.017\text{mm} \quad (13)$$

Messgröße	Messwert mit Fehler	Begründung
Gewicht m	$g = 0,8445(5)\text{g}$	Skalierung
Durchmesser Kugel d	$d = 3,998(17)\text{mm}$	Student-t
Durchmesser Zylinder D	$D = 5,33(6)\text{mm}$	ABW Skript [2, Tabelle 6]
Zeit t	$t = 3,85(15)\text{s}$	Reaktionszeit x2
Strecke s	$s = 35,00(21)\text{mm}$	Schrittweite 1mm
Dichte Flüssigkeit ρ_F	$\rho_F = 1,2220(21)\text{g ml}^{-1}$	Schrittweite $0,01\text{kg m}^{-3}$

Tabelle 4: Fehler der Messgrößen

berechnet werden

Jetzt kann η mit Formel [3, (11)]

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{2r^2g}{9v}(\rho_K - \rho_F) \\
 &= \frac{2\frac{d^2}{2}g}{9\frac{s}{t}}\left(\frac{m}{\frac{4}{3}\pi\frac{d^3}{2}} - \rho_F\right) \\
 &= 0,1244(51)\text{Pa s}
 \end{aligned} \tag{14}$$

und der Fehler mit der Gausschen Fehlerfortpflanzung [2]

$$u_\eta = \sqrt{\sum_{i=1}^5 \left(\frac{\partial \eta}{\partial x_i}\right)^2 u_i^2} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{g^2 \cdot \left(16\pi^2 r^8 s^2 t^2 u_p^2 + r^2 s^2 \cdot \left(9t^2 u_m^2 + u_t^2 (3m - 4\pi r^3 \rho_f)^2\right) + r^2 t^2 u_s^2 (3m - 4\pi r^3 \rho_f)^2 + s^2 t^2 u_r^2 (3m + 8\pi r^3 \rho_f)^2\right)}{r^4 s^4}} \\
 &= 0,0051\text{Pa s}
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$= 0,0051\text{Pa s} \tag{17}$$

ausgerechnet werden. Mit der Formel [3, (12)] kann

$$\eta = 0,1054(44)\text{Pa s} \tag{18}$$

sogar noch genauer ausgerechnet werden.

3.1.2 Berechnung der Reynoldszahl mit Fehler

Mit der dynamischen Viskosität η kann die Reynoldszahl Re berechnet werden.

$$\begin{aligned}
 Re &= \frac{\frac{d}{2}\rho_F v}{\eta} \\
 &= 2,11(17)
 \end{aligned} \tag{19}$$

Als charakteristische Länge wurde der Radius r der Kugel benutzt, aber auch mit Durchmesser wäre die Reynoldszahl größer als 1.

3.2 Frage

3.2.1 Fallschirmspringer

Annahmen: Fallschirmspringer ist eine Kugel mit Radius $r = 0,4 - 0,8\text{m}$ und Masse $m = 80\text{kg}$, Luftdichte bei ca. 2000m $\rho_F = 1\text{kg m}^{-3}$. Damit kann die

Viskosität der Luft

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{2r^2g}{9v} \left(\frac{3m}{4\pi r^3} - \rho_F \right) \\ &= 0,9 - 1,9 \text{ Pa s}\end{aligned}\tag{20}$$

und die Reynoldszahl

$$Re = 11 - 50\tag{21}$$

berechnet werden. Es treten in jedem Fall turbulente Strömungen auf. Die Annahmen sind überhaupt nicht gut, da ein Fallschirmspringer je nach Körperhaltung (Ausgestreckt oder als Kugel) sehr unterschiedliche Reibung hat und damit unterschiedliche Geschwindigkeiten erreichen kann. Es wurde aber nicht angegeben, mit welcher Körperhaltung er 200 km h^{-1} schnell fällt, so können je nach Annahme verschiedene Viskositäten berechnet werden. Außerdem sind diese Werte verglichen mit Literaturwerten ($18 \mu\text{Pa s}$) komplett falsch, da wahrscheinlich die Reibung der Luft mit turbulenten Strömungen nicht mit der verwendeten Stokesschen Formel [3, (9)] berechnet werden kann.

3.2.2 Atmung

Annahmen: Radius Nasenloch $r = 3 \text{ mm}$, Viskosität der Luft $\eta = 18 \mu\text{Pa s}$, Volumen verstärkter Atmung $V = 1 \text{ l} = 0,001 \text{ m}^3$ Atemfrequenz $f = 0,5 \text{ Hz}$. Daraus folgt, dass ein Einatmen genau eine Sekunde dauert.

$$\begin{aligned}v &= \frac{V}{\pi r^2 \cdot t} \\ &= 35 \text{ m s}^{-1}\end{aligned}\tag{22}$$

Mit der Geschwindigkeit kann man die Reynoldszahl

$$\begin{aligned}Re &= \frac{2r\rho_F v}{\eta} \\ &= 15000\end{aligned}\tag{23}$$

berechnen. Da diese viel größer als 2300 ist, entstehen Verwirbelungen.

Literatur

- [1] Internetchemie. Glycerol. <https://www.internetchemie.info/chemie-lexikon/stoffe/g/glycerol.php>.
- [2] Technische Universität München. Hinweise zur Beurteilung von Messungen, Messergebnissen und Messunsicherheiten (ABW). <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/org/ABW.pdf>, März 2021.

- [3] Technische Universität München. Aufgabenstellung Viskosität (VIS). <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/ap1/VIS.pdf>, August 2021.