

Versuch 1: Akustik

Jascha Fricker, Benedict Brouwer

March 30, 2022

1 Abstract

In diesem Versuch wird die Schallgeschwindigkeit in verschiedenen elastischen Medien durch verschieden Versuchsaufbauten bestimmt.

Contents

1	Abstract	1
2	Theorie	2
3	Phasengeschwindigkeit in Festkörpern	2
3.1	Theorie und experimenteller Aufbau	2
3.2	Ergebnisse	2
3.2.1	Messwerte	2
3.2.2	Messunsicherheiten	3
4	Schallgeschwindigkeit mittels stehenden Wellen	4
4.1	Theorie und experimenteller Aufbau	4
5	Schallgeschwindigkeit mittels Laufzeitdifferenz	4
5.1	Theorie und experimenteller Aufbau	4

2 Theorie

Schall breitet sich in Form einer Welle aus. Diese Welle kann mit der Funktion

$$a(x, t) = A \cdot \cos(\omega t - kx + \phi) \quad (1)$$

beschrieben werden. Mit dieser Formel kann die Phasengeschwindigkeit

$$\nu = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = f \cdot \lambda \quad (2)$$

hergeleitet werden.

3 Phasengeschwindigkeit in Festkörpern

3.1 Theorie und experimenteller Aufbau

In Aufgabe 1 wird die Phasengeschwindigkeit einer longitudinalen Welle in elastischen Festkörpern (Stäben aus verschiedenen Materialien) bestimmt. Nachdem diese am oberen Ende angeschlagen wurden, laufen die Wellenpakete entlang des Stabes und werden an den Enden reflektiert. Durch ein Piezoelement kann an einem Ende mit einem Oszilloskop ein Ausschlag gemessen werden, wenn eine Welle ankommt. Mithilfe der Differenz dieser Ausschläge kann dann die Phasengeschwindigkeit berechnet werden. Es gilt

$$\nu = 2l \cdot t, \quad (3)$$

da die Welle zweimal die Stablänge zurücklegt. Mit dieser und der Formel für longitudinale Wellen

$$\nu = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4)$$

kann das Elastizitätsmodul des Materials

$$\nu = 2l \cdot t = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \Rightarrow E = 4l^2 t^2 \rho \quad (5)$$

berechnet werden.

3.2 Ergebnisse

3.2.1 Messwerte

Zu jedem Material wurde ein mehrmals der Abstand des ersten zum vierten Peak gemessen, um die Genauigkeit zu vergrößern. Da die Messwerte aber immer im Fehlerbereich lagen, wird zur Vereinfachung der Auswertung immer nur ein Messwert betrachtet. Dieser ist in Tabelle 1 angegeben.

	Messig	Kupfer	Plexiglas
t für 4 Peaks	2480ms	2360ms	2360ms
Länge des Stabs	140,7cm	150,1cm	74,6cm

Table 1: Messwerte der Zeitdifferenz der Peaks und Länge der Stäbe

3.2.2 Messunsicherheiten

Zeitmessung Das Oszilloskop misst die Zeit mit einer Cursorgenauigkeit von 20ms. Da das Oszilloskop digital ist, wird eine rechteckige Zufallsverteilung angenommen.

$$a = 20ms \Rightarrow u_{Cursor}(t) = \frac{a}{2\sqrt{3}} \quad (6)$$

Da die Differenz jedoch mit zwei Cursor gemessen wird, gilt:

$$u_{Zeit}(t) = \sqrt{2} \cdot u_{Cursor}(t) \quad (7)$$

Länge Die Länge wurde mit einem Zollstock gemessen. Im Aufgabenblatt wird die Herstellungsgenauigkeit

$$u_H(L) = a + b \cdot L = 0,6mm + 0,4 \frac{mm}{m} \cdot L \quad (8)$$

angegeben, wobei L bei Messing und Kupfer 2m und bei Plexiglass 1m ist. Für die Ablesegenauigkeit gilt

$$u_A(L) = \frac{a}{2\sqrt{6}} = \frac{1mm}{2\sqrt{6}}, \quad (9)$$

da der Zollstock jeden Millimeter ein Strich hat und eine Dreiecksverteilung angenommen wird. Daraus folgt:

$$u_G = \sqrt{u_H(L)^2 + u_A(L)^2} \quad (10)$$

Fehlerfortpflanzung Es gilt:

$$E(t, l, \rho) = 4l^2 t^2 \rho \quad (11)$$

$$(12)$$

daraus folgt:

$$\begin{aligned} u(\bar{E}) &= \sqrt{\left[\frac{\partial E}{\partial t} \right]_{\bar{l}, \bar{t}, \bar{\rho}}^2 u_{Zeit}(\bar{t})^2 + \left[\frac{\partial E}{\partial l} \right]_{\bar{l}, \bar{t}, \bar{\rho}}^2 u_G(\bar{l})^2 + \left[\frac{\partial E}{\partial \rho} \right]_{\bar{l}, \bar{t}, \bar{\rho}}^2 u_\rho(\bar{\rho})^2} \quad (13) \\ &= \sqrt{64\bar{l}^2 \bar{t}^4 \bar{\rho}^2}. \end{aligned}$$

4 Schallgeschwindigkeit mittels stehenden Wellen

4.1 Theorie und experimenteller Aufbau

In Aufgabe 2 wird die Phasengeschwindigkeit durch das Erzeugen und Messen einer stehenden Welle in einem Rohr bestimmt, dessen Länge mit einem Stopfen verändert werden kann. In dieser überlagern sich die gegeneinander laufenden Wellen, die am Ende vom Stopfen reflektiert werden. Stehende Wellen entstehen nur, wenn das Rohr eine bestimmte Länge hat und somit beim am Stopfen ein Knoten und bei der Öffnung ein Bauch entsteht, also wenn

$$l = \frac{2n+1}{4}\lambda = \frac{2n+1}{4} \cdot \frac{\nu}{f} \quad (14)$$

gilt. Wenn also die Lautstärke im Mikrofon am Rohranfang maximal wird, entsteht dort ein Bauch und die Gleichung (14) gilt. Es gilt:

$$\begin{aligned} \Delta l = l_{n+1} - l_n &= \frac{2n+3}{4}\lambda - \frac{2n+1}{4}\lambda \\ &= \frac{\nu}{2f} \\ \Rightarrow \nu &= 2f \cdot \Delta l \end{aligned} \quad (15)$$

Somit kann mit der Differenz der verschiedenen Rohrlängen, bei denen eine stehende Welle entsteht, die Schallgeschwindigkeit ausgerechnet werden.

5 Schallgeschwindigkeit mittels Laufzeitdifferenz

5.1 Theorie und experimenteller Aufbau

In Aufgabe 3 wird die Schallgeschwindigkeit in der Luft durch den Laufzeitunterschied der Schallwellen einer Schallquelle zu zwei unterschiedlich weit entfernten Mikrofonen gemessen. Dadurch, dass dies bei verschiedenen Abständen gemessen wird, kann ein systematischer Fehler herausgerechnet werden.

$$v \cdot \Delta t_n = s_n + d \quad (16)$$