

# Versuch 5: Oszilloskop

Team 2-13: Jascha Fricker, Benedict Brouwer

4. September 2022

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>2</b>
2.1	Tiefpass . . . . .	2
2.2	Hochpass . . . . .	2
2.3	Schwingkreis . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>4</b>
4.1	Tiefpass . . . . .	4
4.2	Differenzierende und integrierende Wirkung . . . . .	4
4.3	Serienschwingkreis . . . . .	5
4.4	Koaxialkabel . . . . .	7
4.5	Fragen . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Anhang</b>	<b>9</b>
5.1	Gaußsche Fehlerfortpflanzung . . . . .	9

# 1 Einleitung

In diesem Versuch wurden verschiedene RC und LC-Schaltungen mit einem Oszilloskop gemessen.

## 2 Theorie

### 2.1 Tiefpass

Eine Tiefpass besteht aus einem Kondensator mit Kapazität  $C$  und einem Widerstand mit Wert  $R$ . Die Ausgangsspannung wird beim Tiefpass am Kondensator (beim Hochpass am Widerstand) abgegriffen. Beim Tiefpass lässt sich aus  $R$ ,  $C$  und der Frequenz  $f$  die Durchgangskurve, also der Quotient der Ausgangsspannung  $U_{\text{Atp}}$  und der Eingangsspannung  $U_{\text{E}}$

$$g_{\text{tp}} = \frac{U_{\text{Atp}}}{U_{\text{E}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad (1)$$

$$(2)$$

berechnen. Auch die Phasenverschiebung

$$\phi_{\text{tp}} = \arctan \frac{1}{\omega RC} \quad (3)$$

$$(4)$$

lässt sich theoretisch berechnen. Die Grenzfrequenz, bei der die Phasenverschiebung 0 ist, ist somit

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC} \quad (5)$$

Für das Verhältnis von Eingangsspannung und Ausgangsspannung gilt bei hohen Frequenzen ( $f \gg f_g$ )

$$U_{\text{A,TP}} = \frac{1}{RC} \cdot \int U_{\text{E}} dt \quad (6)$$

Woraus sich die integrierende Wirkung eines Tiefpassfilters ableiten lässt

### 2.2 Hochpass

Bei niedrigen Frequenzen ( $f \ll f_g$ ) gilt für das Verhältnis von Eingangsspannung und Ausgangsspannung des Hochpassfilters

$$U_{\text{A,HP}} = RC \cdot \frac{dU_{\text{E}}}{dt} \quad (7)$$

was die differenzierende Wirkung eines Hochpassfilters erklärt.

## 2.3 Schwingkreis

Auch bei einem Serienschwingkreis (Serienschaltung von Spule und Kondensator) kann die Durchgangskurve

$$g_{\text{Ssc}} = \frac{U_{\text{Atp}}}{U_{\text{E}}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega R - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (8)$$

mit dem Ausgangswiderstand  $R$ , die Phasenverschiebung

$$\tan \phi_{\text{Ssc}} = \frac{1}{R} \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad (9)$$

und die Eigenfrequenz

$$f_{\text{Ssc}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad (10)$$

berechnen.

Bei einem Parallelschwingkreis lässt sich die Eigenschwingung

$$f_{\text{Psc}} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{RL} - \left(\frac{R^4 C}{2L^3}\right)} \quad (11)$$

nur ungefähr berechnen.

Bei nicht idealen Schwingkreisen wird die Schwingung gedämpft. Die Schwingung kann durch die Funktion

$$Q(t) = Q_0 \cdot \cos(\omega_E t) \cdot \exp(-\delta t) \text{ mit Dämpfungskonstante } \delta = \frac{R}{2L} \quad (12)$$

beschrieben werden.

## 3 Durchführung

Zunächst wurde der Tastkopf mit dem dafür vorgesehenen Oszilloskopsignal kalibriert. Da der Tastkopf ein Teilverhältnis von 10 hat muss also die eingestellte Kapazität in etwa 9 mal größer sein als die Kapazität des Kabels und die des Oszilloskops. Anschließend wurde mit einem 6.2(1.2)nF Kondensator und einem 4.70(47)k $\Omega$  Widerstand ein Tiefpassfilter aufgebaut. Durch Vergleich von Eingangs und Ausgangsspannung konnte mit diesem Aufbau die Durchlasskurve und Phasenverschiebung gemessen werden. Als weiterer Versuch wurde ein Serienschwingkreis mit einem 100.0(1.0) $\Omega$  Widerstand, einer 2.200(55)mH Spule und einem 6.2(1.2)nF Kondensator aufgebaut, mit dem zunächst die Resonanzfrequenz durch einen Frequenzsweep bestimmt wurde. Anschließend wurde abermals die Durchlasskurve und die Dämpfungskonstante bestimmt. Zu guter Letzt wurde der Serienschwingkreis in einen Parallelschwingkreis umgebaut mit dem durch Vergleich der Resonanzfrequenzen (abermals mittels eines Frequenzsweeps) die Kapazität eines 10m Koaxkabels bestimmt wurde.

## 4 Ergebnisse und Diskussion

### 4.1 Tiefpass

In Figur 1 wurde die gemessene Durchlasskurve mit der Theoriekurve 2 geplottet. Dabei fällt auf, dass der Fitparameter  $RC = 2.95(74)10^{-5}\Omega \cdot F$  im Konfidenzintervall der angegebenen Größen der Bauteile liegt ( $RC_{Bau} = 2.9(0.6) \cdot 10^{-5}$ ). Auch die Messwerte der Phasenverschiebung des Tiefpassfilters 2[siehe Figur] lassen sich mit einem im Konfidenzintervall liegenden Fitparameter ( $RC = 3.2(11) \cdot 10^{-5}\Omega \cdot F$ ) mit der Theoriekurve 4 fitten. Dabei gibt es in den Messdaten zwei Ausreißer mit einer Phasenverschiebung von über  $90^\circ$  was theoretisch bei einem Tiefpassfilter nicht vorkommen kann. Daraus folgt mit Formel 5 für die Grenzfrequenzen

$$f_{grenz,Durch} = 5.4(14) \cdot 10^3 \quad (13)$$

$$f_{grenz,Phase} = 5.0(16) \cdot 10^3 \quad (14)$$

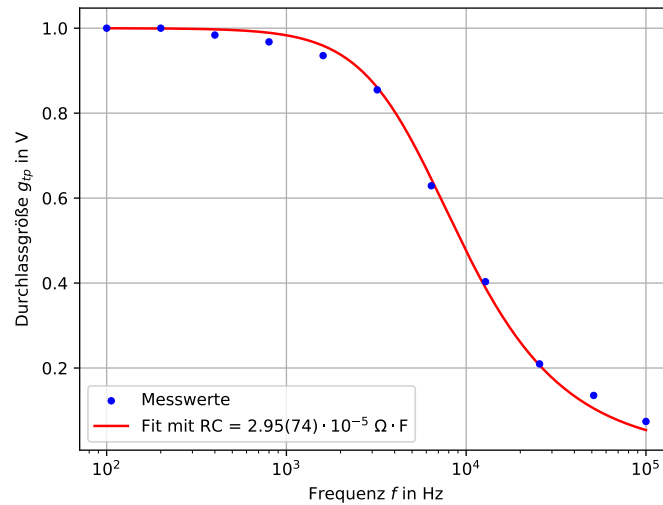


Abbildung 1: Durchlasskurve des Tiefpassfilters

### 4.2 Differenzierende und integrierende Wirkung

Beim varriieren der Frequenzen bei einem Hoch bzw. Tiefpassfilter fällt nicht nur eine Amplitudenveränderung sondern auch eine Änderug der Signalforn an sich auf. Bei Tiefpassfiltern wird das Eingangssignal (blau) bei hohen frequenzen Integriert zum Ausgangssignal (gelb) beeinflusst wie in Bild 3 und 4 zu sehen ist. Dies lässt sich mit Formel 6 erklären. Bei Hochpassfiltern

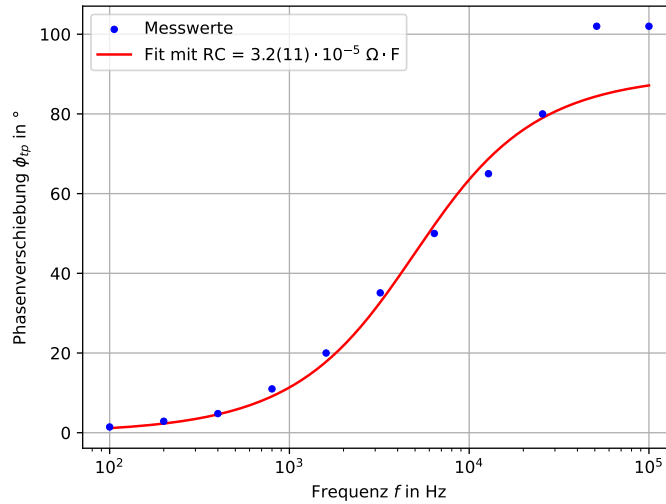


Abbildung 2: Phasenverschiebung des Tiefpassfilters bei unterschiedlichen Frequenzen

wird das Eingangssignal (blau) zum Ausgangssignal (gelb) bei niedrigen Frequenzen differenziert (mit Formel 7) siehe Bild 5 und 4.

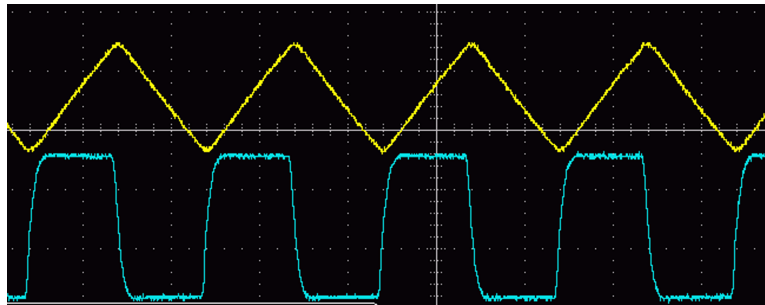


Abbildung 3: Tiefpassfilter mit 100kHz Rechtecksignal

### 4.3 Serienschwingkreis

Mit einem Serienschwingkreis als Filter kann man alle Frequenzen bis auf einen Frequenzbereich herausfiltern. Die Genauigkeit dieses Filters wird durch die Güte  $G$  bestimmt. Durch die Messdaten und einen Fit der Theoriekurve wurde, sowohl bei der Durchlasskurve (Siehe Bild: 7) als auch bei der Phasenverschiebung (Siehe Bild: 8), die Resonanzfrequenz, die Bandbreite und Güte bestimmt. Diese sind in der Tabelle 1 aufgeführt.

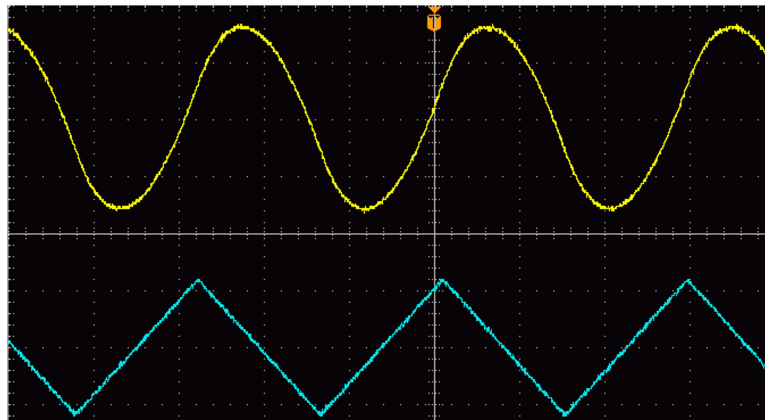


Abbildung 4: Tiefpassfilter mit 100 kHz Dreieckssignal

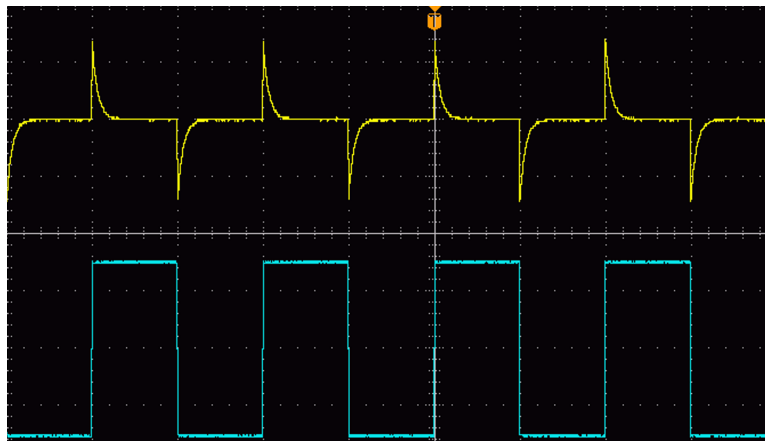


Abbildung 5: Hochpass mit 1 kHz Rechtecksignal

Werte	Theo	Durchlass	Phase
Eigenfrequenz $f_0$ in kHz	43094	42.028(44)	42.23(18)
Bandbreite $B_f$ in $\text{s}^{-1}$	45455	9739(97)	8550(230)
Güte	6	4.315(44)	4.94(14)

Tabelle 1: Schwingkreis Werte

**Bestimmung der Dämpfungskonstante** Durch eine Messung der gedämpften Schwingung nach einmaliger Anregung (sehr langsame Rechtecksschwingung), Messwerte und Fit siehe Graph 9 konnte die Dämpfungskonstante

$$\delta = \frac{R}{2L} = 28630(800)\text{s}^{-1} \quad (15)$$

$$\text{Literaturwert: } 22727\text{s}^{-1} \quad (16)$$

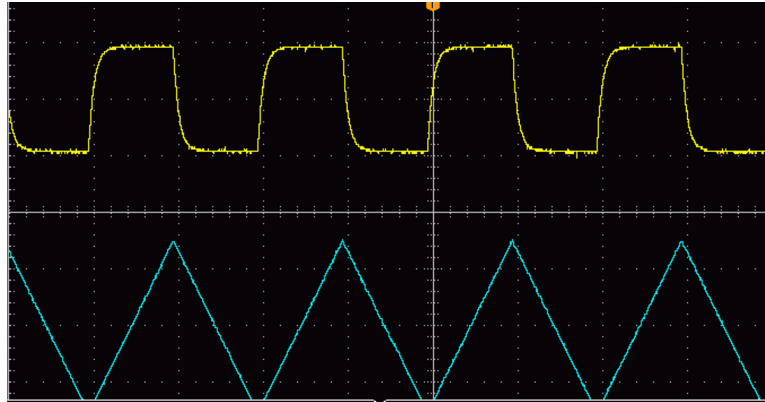


Abbildung 6: Hochpass mit 1 kHz Dreieckssignal

bestimmt werden. Zwar liegt der Literaturwert nicht im Konfidenzintervall, aber für die ungenaue Messweise mit nur einer Messreihe ist der Wert sehr nah am Literaturwert.

#### 4.4 Koaxialkabel

Bei diesem Experiment wurden zwei Messwerte gemessen: Die Schwingfrequenz der Parallelschwingkreises ohne Koaxialkabel  $f_0 = 42,8\text{kHz}$  und die mit Koaxialkabel  $f_K = 42,0\text{kHz}$ . Mit der Näherung  $f_{max} \approx f_0$  kann durch Gleichung 11 die Kapazität des Koaxialkabels bestimmt werden.

$$C_0 = \frac{1}{L \cdot (2\pi \cdot f_0)^2} = 6,28\text{nF} \quad (17)$$

$$C_0 + C_K = \frac{1}{L \cdot (2\pi \cdot f_K)^2} = 6,53\text{nF} \quad (18)$$

$$\Rightarrow C_K = (6,53 - 6,28)\text{nF} = 250\text{pF} \quad (19)$$

Nach einer Internetrecherche konnte für ein übliches Koaxialkabel ein typischer Wert von ca  $100\text{pF m}^{-1}$  gefunden werden. Damit hätte unser Kabel eine Kapazität von etwa  $1\text{nF}$ . Unser Wert liegt weit daneben, aber die Messweise mit nur zwei Werten ist sehr ungenau. Vorallem die Messung der Schwingfrequenz mit dem Oszilloskop hat große Ungenauigkeit.

#### 4.5 Fragen

Hochpass, Tiefpass und Schwingkreis sind alles Filter für elektrische Signale, die anhand der Frequenz des Signals das Signal mehr oder weniger Dämpfen. Ein Hochpass lässt ab einer bestimmten Grenzfrequenz alle Signale mit größerer Frequenz durch, ein Tiefpass hingegen alle Signale mit kleinerer Frequenz. Mit einem Schwingkreis kann man einen bestimmten Bereich von

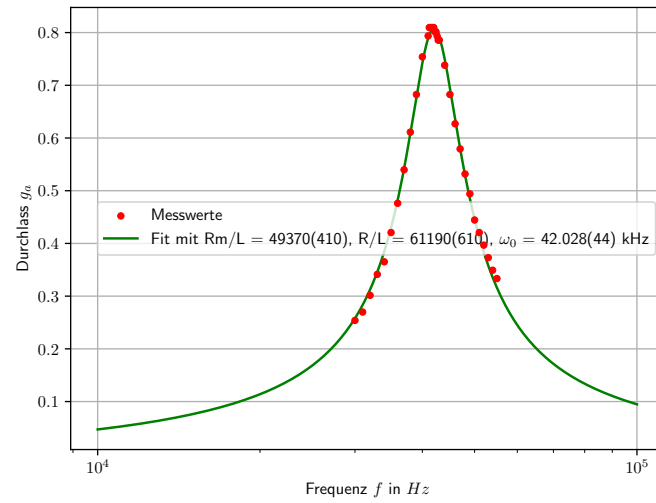


Abbildung 7: Messung Durchlasskurve

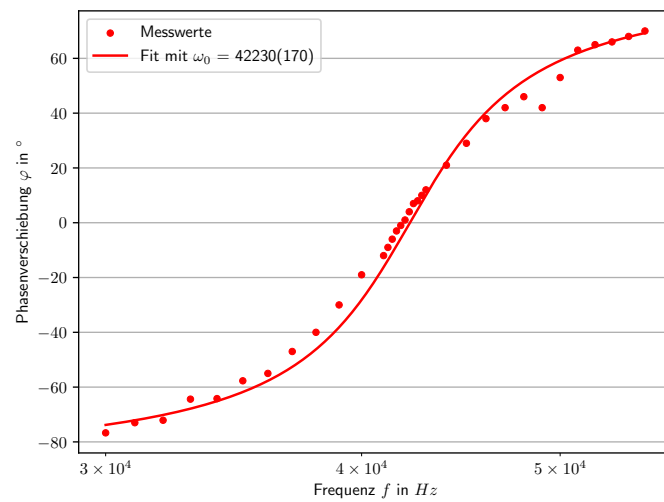


Abbildung 8: Messung Phasenverschiebung



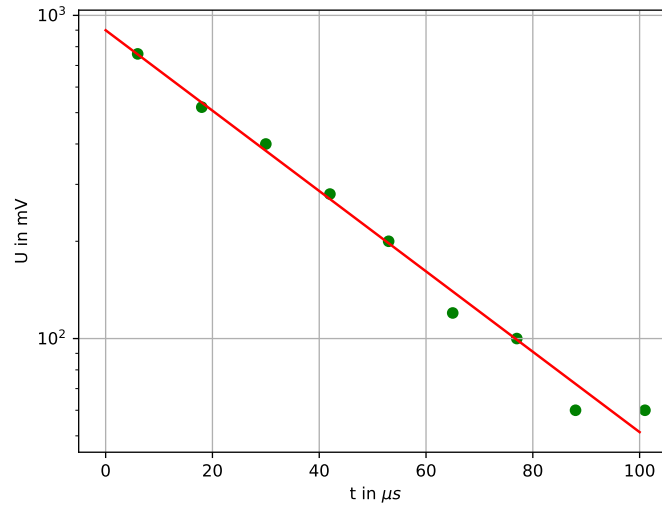


Abbildung 9: Messung Dämpfungskonstante

Frequenzen aussuchen, und andere anderen herausfiltern. Das Gegenteil vom Schwingkreis wäre ein Notch-Filter, bei dem alle Frequenzen bis auf einen bestimmten Frequenzbereich durchgelassen werden.

Sowohl ein Feder-Masse-System mit Reibung  $\mu$  und Fedekonstante  $k$  als auch ein gedämpfter Schwingkreis haben die gleiche lineare Differentialgleichung

$$\text{Feder: } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (20)$$

$$\text{Schwingkreis: } \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{LC}Q = 0. \quad (21)$$

So sind auch die Lösungen dieser Gleichungen (eine gedämpften Schwingung) gleich und es können Analogien gebildet werden

$$\mu = \frac{R}{2L} \quad \text{und} \quad k = \frac{1}{LC}. \quad (22)$$

## 5 Anhang

### 5.1 Gaußsche Fehlerfortpflanzung

Die Fehlerfortpflanzung wurde mithilfe der Formel

$$u(g(x_1, \dots, x_n)) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right)^2} \quad (23)$$

berechnet.