Eigenschaften des Elektrons

Alice Ortmann, Felix Fiedler, Maximilian Goldbrunner Group 7, Team 14

February 28, 2021

Contents

1 Einleitung												
2	Gru 2.1 2.2	andlagen Bestimmung der spezifischen Elektronenladung	2 2 3									
3		perimentelles Vorgehen	4									
	3.1 3.2	Bestimmung der spezifischen Elektronenladung	4									
4	Erg	Ergebnisse 4										
	4.1	Spezifische Elektronenladung	4									
	4.2	Aufgaben										
		4.2.1 Aufgabe 1										
		4.2.2 Aufgabe 2										
		4.2.3 Aufgabe 3										
	4.3	Milikan Versuch										
	4.4	Elektronenmasse										
5	Ank	าลทุต	8									

1 Einleitung

In diesem Versuch wollen wir das Verhältnis der Elementarladung zur Masse des Elektrons experimentell bestimmen. Dies erreicht man durch gleichsetzen der Zentripetalkraft und der Lorentzkraft, die auf ein Elektron wirken, das sich mit konstanter Geschwindigkeit in ein homogenes Magnetfeld bewegt. Dazu benötigt man noch die Anfangsgeschwindigkeit des Elektrons senkrecht zum Magnetfeld, welche wir aus der Energieerhaltung bei der Beschleunigung eines geladenen Teilchen im elektrischen Feld erhalten.

Im zweiten Teil bestimmen wir die Elementarladung durch die Bewegung kleiner geladener Öltröpchen in einem homogenen elektrischen Feld.

2 Grundlagen

2.1 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

In einem evakuierten, mit Neon-Gas gefüllten Glaskolben befindet sich eine Elektronenkanone. In dieser werden mit einer Heizspannung U_H Elektronen freigesetzt, die dann in einem Wehneltzylinder, an dem die Wehneltspannung U_W anliegt, fokussiert und mit einer Beschleunigunsspannung U_B beschleunigt. Außen herum befindet sich ein Helmholtzspulenpaar, durch die in dieselbe Richtung ein Strom fließt, der ein homogenes Magnetfeld erzeugt. Dieser lenkt die Elektronen ab, auf einen dank des Neon-gases sichtbaren Kreis, dessen Bahnradius zu konstantem Strom bzw. Spannung gemessen wird.

Allgemein ist bekannt, dass ein Teilchen mit einer Masse m bei nichtrelativistischer Rechnung eine kinetische Energie besitzt von:

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \tag{1}$$

Um ein Teilchen mit einer Ladung q auf einer gewissen Geschwindigkeit zu bringen, lässt man es durch eine Potentialdifferenz U_b durchlaufen und es hat am Ende eine kinetische Energie von

$$T = q \cdot U_b \tag{2}$$

Durch gleichsetzen der beiden Gleichungen, erhält man die Geschwindigkeit v beim verlassen der Beschleunigungsspannung U_b .

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{q}{m} \cdot U_b} \tag{3}$$

Durchfliegt das geladene Teilchen ein Magnetfeld, so wirkt auf ihn die Lorentzkraft.

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \tag{4}$$

Betrachtet man den Spezialfall, dass es ein homogenes Magnetfeld ist, welches senkrecht zur Geschwindigkeit \vec{v} ist, so erhält man für den Betrag der Lorentzkraft

$$F_L = q \cdot v_n \cdot B. \tag{5}$$

Da es sich in diesem Fall auf einer Kreisbahn befindet, kann man es gleich der Zentrifugalkraft $F=m\frac{v^2}{r}$ setzen und erhält nach wenigem Umstellen eine Gleichung für die spezifische Ladung:

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{B \cdot r} \tag{6}$$

Bei diesem Versuch handelt es sich um Elektronen, deshalb wird die Ladung q gleich e gesetzt. Setzt man nun nach Gleichung (3) die Geschwindigkeit ein, erhält man für die spezifische Elektronenladung:

$$\frac{q}{m_e} = \frac{2 \cdot U_B}{B^2 \cdot r^2} \tag{7}$$

Des weiteren wird zur Erzeugung des Magnetfeldes ein Hemholtz-Spulenpaar verwendet. Diese erzeugen ein nahezu homogenes Magnetfeld in ihrer Mitte. Dieses lässt mit Integration über das Biot-Savart-Gesetz berechnen zu

$$B = \mu_0 \cdot (\frac{4}{5})^{3/2} \cdot N \cdot \frac{I}{R}$$
 (8)

Ist nun sowohl von den Helmholtzspulen der Strom I, die Windungszahl N und der Radius, als auch die Beschleunigungsspannung U_B und der Bahnradius r des geladenen Teilchens bekannt, lässt sich die spezifische Ladung bestimmen.

2.2 Milikan-Versuch

Bei dem Milikan-Versuch wird mit Hilfe eines Öltröpfchen, welches als eine geladene Kugel betrachtet wird, die Ladung q bestimmt, welches ein Vielfaches der Elementarladung e ist. Auf das Tröpfchen im Elektrischen Feld wirken folgende Kräfte:

Die Gewichtskraft

$$F_G = \frac{4\pi}{3} r_0^3 \cdot \rho_{Oel} \cdot g, \tag{9}$$

die Auftriebskraft

$$F_A = -\frac{4\pi}{3}r_0^3 \cdot \rho_{Luft} \cdot g,\tag{10}$$

die Stokesche Reibung

$$F_G = -6\pi \eta_{Luft} \cdot r_0 \cdot \nu \tag{11}$$

und die elektriche Kraft

$$F_E = q \cdot E = q \cdot \frac{U}{d} \tag{12}$$

Dabei ist r_0 der Radius des Öltropfens, ρ die verschiedenen Dichten, η_{Luft} die Viskosität der Luft, d der Abstand der Kondensatorplatten und U die angelegte Spannung. Mit $\rho_{\delta} = \rho_{Oel} - \rho_{Luft}$ lassen sich die Gewichtskraft und die Auftriebskraft zu einer effektiven Gewichtskraft F_M zusammenfassen.

$$F_M = \frac{4\pi}{3} \cdot r_0^3 \cdot \rho_\Delta \cdot g \tag{13}$$

Bei der Schwebemethode wird die Elektrische Kraft der Gewichtskraft entgegengestellt, sodass $0 = F_M + F_E$ gilt. Nach dem Abschalten der Spannung, gilt für das Öltröpfehen $0 = F_M + F_R$. Weil die hieraus gewonnen Werte sehr ungenau sind, verwendet man stattdessen die Gleichfeldmethode. Hierbei wird das elektrische Feld zunächst so angelegt, dass das Öltröpfehen nach oben steigt. Für das Gleichgewicht gilt dann $0 = F_M + F_R + F_E$. Anschließend wird das Feld umgepolt und man erhält $0 = F_M + F_R - F_E$. Aus den beiden gewonnen Geschwindigkeiten v_{steig} und v_{sink} lässt sich der Radius bestimmen zu

$$r_0 = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\eta_{Luft} \cdot (v_{steig} + v_{sink})}{\rho_{\Delta} \cdot g}}$$
 (14)

Die Stokesche-Reibungskraft gilt nur wenn die Ausdehnung des Körpers viel größer als die mittlere Weglänge λ ist. Aus diesem Grund muss ein Korrekturterm eingefügt werden. Damit bekommt man:

$$\eta_{korr} = \eta_{Luft} (1 + A \cdot \frac{\lambda}{r_0})^{-1} \tag{15}$$

A wird in unserem Fall angenommen als A=1,257 und $\lambda=72\pm 2$ nm wird als konstant angenommen. Daraus ergibt sich für den korrigierten Radius

$$r_{korr} = \sqrt{r_0^2 + \frac{A^2 \lambda^2}{4} - \frac{A\lambda}{2}} \tag{16}$$

Für die Ladung erhält man dann

$$q = \frac{9 \cdot \pi \cdot d}{2U} \sqrt{\frac{\eta_{Luft}^3(\nu_{steig} + \nu_{sink})}{\rho_{\Delta} \cdot g}} \cdot (\nu_{steig} - \nu_{sink}). \tag{17}$$

Diese müssen stets ein Vielfache der Elementarladung sein.

$$q = n \cdot e$$
 $n = 1, 2, 3, \dots$ (18)

3 Experimentelles Vorgehen

3.1 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

Um die spezifische Elektronenladung des Elektrons zu berechnen, benötigt man einen Fadenstrahlrohr der aus einem dünnwandiger evakuierten Glaskolben mit der Elektronenkanone besteht, sowie ein Hochspannungsnetzgerät und ein Netzgerät für Helmholtzspulen. Die Messung wurde in zwei Teilen aufgeteilt. Erstmal wurde die Spannung konstant auf U=102V gesetzt, und der Strom für folgende Kreisradien gemessen und notiert: r=30mm, r=40mm und r=50mm.

Im zweiten Teil, wurde der Strom konstant auf I=1,23A gehalten und die Beschleunigungsspannung für dieselben Radien aufgeschrieben. Für jeden Wert der Kreisradien wurden 10 Messungen notiert, also insgesamt 60.

3.2 Milikan Versuch

Der Aufbau des Milikanversuchs besteht aus einem Plattenkondensator mit Plattendurchmesser D=80mm und Plattenabstand $d=(6,00\pm0,05)$ mm angeschlossen an einer variable Hochspannungsquelle. Mithilfe eines an einen Computerbildschirm angeschlossenen Mikroskops lässt sich der Bereich zwischen den Platten beobachten. Außerdem können Hilfslinien angezeigt werden, welche die Messstrecke definieren und bei einem Abstand von $x=(2,00\pm0,02)$ mm und $x=(1,50\pm0,02)$ mm liegen.

4.1

Nun werden in das erzeugte elektrische Feld Öltropfen zerstäubt, die durch die Zerstäubung elektrisch aufgeladen sind. Die Spannung wird variiert sodass eine angemessene Steiggeschwindigkeit entsteht und notiert. Mithilfe der Hilfslinien wird nun die Zeit gemessen, dass das Tröpfehen benötigt um zur nächsten Hilfslinie zu steigen (Steigzeit). Nach überqueren der Hilfslinie wird die Spannung umgepolt und die Zeit gemessen, die das Tröpfehen benötigt um zur Hilfslinie zu sinken an der die erste Messung gestartet wurde (Sinkzeit). Dieser Versuch wird 22 mal durchgeführt und Abstand, Spannung sowie Sink- und Steigzeit notiert. Es wird eine Temperatur von T=20°C angenommen womit sich $\Delta p=(873,00\pm0,5)\frac{kg}{m^3}$ und eine Viskosität $\eta=18,2\mu Pas$ ergeben.

4 Ergebnisse

4.1 Spezifische Elektronenladung

Um aus diesen 60 Messungen ein sinnvolles Ergebnis für q/m_e zu erhalten, müssen viele Unsicherheiten beachtet werden.

Der Spulenradius wird in der Versuchsanleitung angegeben als $R_S = (150 \pm 2)$ mm. Die Windungszahl N= 130 der Spulen ist eine fixe und genaue Größe die keinen Unsicherheiten unterliegt. Für die Messung der Kreisradien sind verschiedene Unsicherheiten zu berücksichtigen. Für die Markierungsposition ist eine Unsicherheit von $u_1(r_K) = \pm 0,5$ mm angegeben ; dazu zählen wir die Unsicherheit des menschlichen Auges $u_2(r_k) = \pm 1,0$ mm. Somit können wir anhand Gleichung (29) die Gesamt Unsicherheit für die Kreisradien zu $u(r_K) = 1,1$ mm berechnen. Für die Beschleunigungsspannung wurden $\overset{5.1}{\downarrow}$ der Anleitung des Multimeters verschiedene Unsicherheiten verwendet. Für die konstante Spannung $U_B = 102$ V wurde als Unsicherheit $u_1(U_B) = 0,1$ V verwendet, für $U_B = 130$ V wurde $u_2(U_B) = 0,5$ V und für $U_B = 200$ V $u_3(U_B) = 1,0$ V benutzt. Für den Strom wurde jeweils nach Angaben 2% des Wertes berechnet.

Die 30 Messergebnisse für I_S sowie die für U_B wurden arithmetisch gemittelt. Dabei entstand eine Unsicherheit vom Typ A, die über die Student-t Verteilung über die Standardabweichung berechnet wurde. Für die Berechnung des Magnetfelds wurde Gleichung (8) verwendet, und für die Berechnung der Unsicherheit die Gaußsche Fehlerfortpflanzung, Gleichung (30). Die spezifische Elektronenladung wurde mit Gleichung (7) berechnet. Danach wurde ebenfalls mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung und alle hier oben genannten Unsicherheiten, die Unsicherheit der spezifischen Elektronenladung berechnet. Die sechs erhaltenen Werte für die spezifische Elektronenladung wurden zuletzt arithmetisch gemittelt und deren Unsicherheiten über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung berechnet. Man erhält zuletzt:

$$\frac{q}{m_e} = (1, 86 \pm 0, 04) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \tag{19}$$

Leider ist auch samt Unsicherheit dieser Wert noch nicht nah gerug an den Literatur Wert von $1,76\cdot 10^{11}\frac{C}{kg}$, wir gehen davon aus, dass die Unsicherheiten zu klein geschätzt wurden und andere externe Faktoren vernachlässigt wie das Magnetfeld von Objekten in der Umgebung etc. Die genauen Werte befinden sich alle im Anhang.

4.2 Aufgaben 5.3

4.2.1 Aufgabe 1

Die Geschwindigkeit v eines Elektrons nach Durchlaufen einer Beschleunigungsspannung ist gegeben durch Gleichung (3). Für die Masse und Ladung des Elektrons setzt man folgende Werte ein (Literatur Werte):

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} kg \qquad q = -1,60 \cdot 10^{-19} C$$
 (20)

Für $U_B = 300 \text{ V}$ berechnet es sich für die Geschwindigkeit zu

$$v = 1,03 \cdot 10^6 \frac{m}{s} = 3,42\% \cdot c_0 \tag{21}$$

Da erst ab 10% der Lichtgeschwindigkeit relativistisch gerechnet wird, ist es berechtigt in unserem Versuch nicht relativistisch zu rechnen (U_B bleibt auch unter 300 V_B also wird die Geschwindikeit auch nicht größer).

4.2.2 Aufgabe 2

 $\hbox{Ein Elektron, das mit 100V beschleunigt wird erreicht nach Gleichung (3) folgende Endgeschwindigkeit nach Gleichung (4) folgende Endgeschwindigkeit nach Gleichun$

$$v = 5,93 \cdot 10^6 \frac{m}{s} \tag{22}$$

und somit müsste die Anfangsgeschwindigkeit sein

$$1\% \cdot v = 5,93 \cdot 10^4 \frac{m}{s} \tag{23}$$

Für die kinetische und thermische Energien gelten folgende Gleichungen:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2, \qquad E_{therm} = \frac{1}{2} \cdot f \cdot N \cdot k_B \cdot T \tag{24}$$

In letzterer Gleichung ist f die Anzahl der Freiheitsgrade des Systems, N die Teilchenzahl, k_B die Boltzmann Konstante und T die Temperatur. Nun setzt man beide Gleichungen gleich und löst nach T auf, und berechnet diese Temperatur für die Geschwindigkeit aus Gleichung (23). Es ergibt sich, mit N = 1 und f = 3,

$$T = \frac{m \cdot v^2}{f \cdot N \cdot k_B} = 77,34K = -195,81^{\circ}C$$
 (25)

Somit darf die Temperatur der aus der Glühkatode emittierten Elektronen bei einer Beschleunigungsspannung von U=100V, höchstens $T=-195,81^{\circ}C$ sein, damit die Anfangsgeschwindigkeit kleiner als 1 % der Endgeschwindigkeit ist.

Dies ist deutlich kleiner als die 1000 °C, also haben die Elektronen im Versuch eine deutlich höhere Anfangsgeschwindigkeit.

4.2.3 Aufgabe 3

Zur Bestimmung der spezifischen Elektronenladung wurde nur mit dem Einfluss der Helmholtzspulen gerechnet, ohne das Erdmagnetfeld zu berücksichtigen. Dieser hat in Garching einen ungefähren Wert von $B_{erde,Garching}=48\mu T$ (Gefunden auf ngdc.noaa.gov). Der Inklinationswinkel muss auch noch beachtet werden, dieser beträgt hier etwa 64 °. Somit ist die horizontale Komponente des Erdmagnetfeldes in Garching:

$$B_h = B_{Erde,Garching} \cdot cos(64^\circ) = 21\mu T \tag{26}$$

Hier betrachtet man nur die horizontale Komponente, da die vertikale Komponente nur die Elektronen auf uns zu oder weg von uns drücken kann, jedoch keinen Einfluss auf die gemessenen Kreisradien hat.

Von der horizontalen Komponente übt nur die auf v senkrecht stehende Komponente eine Kraft auf die Elektronen aus. Der Effekt auf unseren Versuch ist maximal wenn $B_{Erde,Garching}$ parallel bzw. antiparallel zu dem Magnetfeld der Helmholtzspule verläuft. Um den Effekt nachweisen zu können, könnte der Radius gemessen werden, dann der Aufbau um 180° gedreht werden und erneut der Radius gemessen. Dieser sollte dann anders als der erste sein; somit könnte man den Einfluss des Erdmagnetfeldes auf unseren Versuch nachweisen. In diesem Fall sind die Gesamtfelder

$$B_{max} = B_{Spulen} + B_{Erde,Garching} \qquad B_{min} = B_{Erde,Garching} - B_{Spulen}$$
 (27)

Eingesetzt in Gleichung (7) mit Beispielwerten von U=200V lassen sich die Radien bestimmen. Diese unterscheiden sich nur um wenieger als 2mm, jedoch ist schon die Ableseungenauigkeit der Radien 1,1mm. Also kann man in diesem Versuch den Effekt des Erdmagnetfeldes vernachlässigen und eher unwahrscheinlich nachweisen können.

4.3 Milikan Versuch

Gemäß Gleichung (17) wird nun die unkorrigierte Ladung der Öltröpfchen ermittelt.

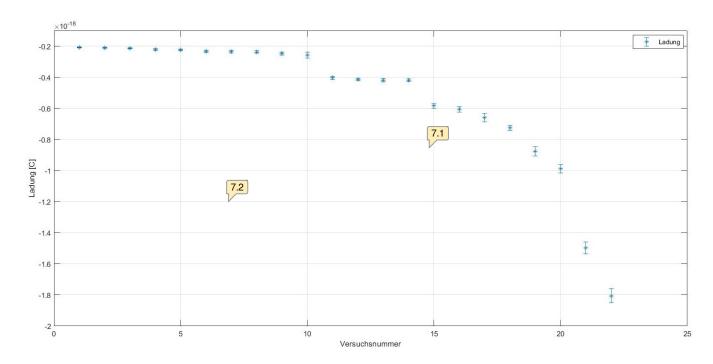


Figure 1: Unkorrigierte Ladung absteigend geordnet

Wie in Abbildung 1 sammeln sich die nach Ladung absteigend sortierten Oltröpfchen auf verschiedenen Niveaus. Das erste Niveau lässt sich auf $q = (-2, 298 \pm 0, 159) \cdot 10^{-19} C$ bestimmen. Nun bildet man von allen weiteren erkennbaren Niveaus einen Mittelwert. Zur Ermittlung wird nun jeder Mittelwert des Niveaus durch die jeweilige Ordnung die 7.3 Niveaus geteilt. Für die Elementarladung ergibt sich $e = (-2, 227 \pm 0, 128) \cdot 10^{-19} C$.

Die Fehlerrechnung wurde gemäß der Gaußschen Fehlerfor, alanzung für die unkorrigierte Ladung durchgeführt. Der Fehler der Spannung beträgt dU = 0,5V da das Spannungsmessgerät ganze Zahlen gerundet wiedergibt. Weitere Fehler wurden gemäß Angaben aus der Versuchsdurchführung entnommen. Des Weiteren wird die Messungenauigkeit mit dt = 0,3s abgeschätzt und trägt damit am meisten zu dem Fehler bei.

Die Abweichung des ermittelten Wertes von dem Literaturwert von $e=-1,609\cdot 10^{-19}C$ kann damit begründet werden, dass nur drei klare Niveaus erkennbar sind. Da diese Werte von Versuchsleitern durchgeführt wurde würden wir eigentlich eine genauere Bestimmung der Elementarladung vermuten. Wir haben lange nach Fehlern in unserer Rechnung gesucht, jedoch leider nicht unseren Fehler entdeckt.

4.4 Elektronenmasse

Mit den ermittelten Werten der spezifischen Ladung $\frac{q}{m}$ und der Elementarladung q kann die Elektronenmasse bestimmt werden.

$$m = \frac{q}{\frac{q}{m}} \tag{28}$$

Die Elektronenmasse ist $m=(1,236\pm0,089)\cdot10^{-30}kg$. Damit weicht sie vom Literaturwert $e=9,109\cdot10^{-31}kg$ auch innerhalb des berechneten Fehlers ab. Beide experimentell

8.1

bestimmten Werte weichen bereits vom Literaturwert ab, wobei besonders der Wert der Elementarladung weit vom echten Wert abweicht. Diese Abweichung lässt sich mit diversen Fehlerquellen erklären, welche nicht alle miteinbezogen werden können. Fehlerquellen, wie das Erdmagnetfeld, Objekte im Raum die ein Magnetfeld erzeugen und andere Umwelteinflüsse wurden nicht miteinbezogen. Dennoch sind alle Werte in der richtigen Größenordnung und daher zufriedenstellend.

5 Anhang

Mehrere Unsicherheiten für eine Eingangsgröße :

$$\Delta x = \sqrt{u_A^2(x) + u_{B1}^2(x) + u_{B2}^2(x)}.$$
 (29)

Gaußsche Fehlerfortpflanzung:

$$u(g) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\delta g}{\delta x_i}\right)^2 u^2(x_i)}$$
(30)

Rechnungen in Excel für die spezifische Elektronenladung:

	Lin A	1,23	1,23	1,23	Ub in V	102	102	102			
	Radius (m)	0,05	0,04	0,03	Radien (m)	0,05	0,04	0,03			
		Ub in V	Ub in V	Ub in V		Strom in A	Strom in A	Strom in A			
		205	137	81		0,73	1,07	1,43		Student t Verteilu	ung
		196	125	77		0,84	1,17	1,48		1,06	4
		200	132	81		0,75	1,08	1,44			
		195	126	79		0,78	1,13	1,49		mu(0) =	0,00000125663
		203	134	82		0,75	1,09	1,42		Windungen	130
		200	127	78		8,0	1,12	1,49		Radius Spule	0,15
		204	133	81		0,76	1,07	1,43			
		198	129	78		0,8	1,11	1,46			
		203	130	81		0,75	1,08	1,43			
		197	127	79		0,78	1,09	1,47			
Mittel		200,1	130	79,7		0,774	1,101	1,454			
Standardabwei	chung	9,568582851	9,718253158	4,95961468		0,08898938763	0,0907511861	0,07828154316			
Stdabweichung	MW	3,025851579	3,073181486	1,568367871		0,02814091525	0,02869804484	0,02475479751			
u(x) Mittel		3,207402674	3,257572375	1,662469943		0,02982937017	0,03041992753	0.02624008537			
В		9,59E-04	9,59E-04	9,59E-04		6,03E-04	8,58E-04	1,13E-03			
q/m		1,74E+11	1,77E+11	1,93E+11		2,24E+11	1,73E+11	1,77E+11	Gesamt :	1,86E+11	
u(B)		2,30E-05	2,30E-05	2,30E-05		1,45E-05	2,06E-05	2,72E-05		4,15E+09	Š.
u(q/m)		7,72E+09	9,76E+09	1,44E+10		1,08E+10	8,34E+09	8,51E+09			
	Unsicherheiten	Markierungen +-	0.5mm	Auge 1,0mm	Radius Spule 150) -+ 2mm					

Figure 2: Berechnungen und Werte für die spezifische Elektronenladung

Index der Kommentare

Zusammenfassung/Fazit

8.1

3.1	mit \left(bzw. \right) wird die Größe der Klammern automatisch angepasst
3.2	Millikan
4.1	Einheiten werden nicht kursiv mit einem halben Leerzeichen Abstand geschrieben.
	Das LaTeX-Paket "siunitx" ist sehr praktisch, um Werte samt Einheiten und Unsicherheiten zu formatieren.
5.1	Diese Unsicherheiten sind viel zu klein. Laut Anleitung hat das Multimeter eine Unsicherheit von $0.5\%+8$ Digits für die Spannung und $2.5\%+10$ Digits für die Stromstärke
5.2	Nicht wirklich
5.3	Nichtssagend für jemanden, der die Anleitung nicht kennt.
6.1	Was ist mit der Austrittsarbeit der Kathode?
7.1	Wo sind die Werte von Moodle?
7.2	Die Beschriftungen in Diagrammen sollten immer die gleiche Schriftgröße haben, wie der Fließtext.
7.3	Ergebnis in eigener Zeile, um es hervorzuheben
7.4	zu optimistisch