

Versuch 1: Eigenschaften des Elektron

Team 2-13: Jascha Fricker, Benedict Brouwer

24. August 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Bestimmung der spezifischen Elektronenladung	2
2.1	Theorie	2
2.2	Ergebnisse	2
3	Millikan	4
3.1	Theorie	4
3.2	Ergebnisse	5
4	Diskussion	9

1 Einleitung

Bei diesem Versuch werden die Eigenschaften des Elektrons betrachtet und dazu zwei Experimente durchgeführt. Zunächst wird durch das Fadenstrahlrohr der Quotient $\frac{e}{m}$ (spezifische Elektronenladung) berechnet. Durch den Millikan-Versuch kann anschließend die Elementarladung e bestimmt werden, sodass auch die Masse des Elektrons m_e berechnet werden kann.

2 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

2.1 Theorie

Im Fadenstrahlrohr werden die Elektronen durch ein elektrisches Feld beschleunigt und durch ein Magnetfeld zu einem Ring abgelenkt. Die Endgeschwindigkeit kann durch gleichsetzen der Energien bestimmt werden.

$$\frac{mv^2}{2} = E_{kin} = E_{elek} = q \cdot U \quad (1)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \quad (2)$$

Das Magnetfeld B der Helmholtzspulen kann mithilfe der Biot-Savart-Gesetzes bestimmt werden. Mit dem Strom I , der Windungszahl N und dem Radius R ergibt sich für diesen Versuch:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{R} \cdot \left(4^{\frac{3}{2}}\right) \quad (3)$$

Die spezifische Elektronenladung ist der Quotient aus Ladung und Masse $\frac{e}{m}$. Diese kann durch die Messung des Radius des Strahls im Fadenstrahlrohr bestimmt werden. Es gilt:

$$\frac{mv^2}{r} = F_{rot} = F_{mag} = q \cdot v \cdot B \quad (4)$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{q}{m} = \frac{2U}{B^2 \cdot r^2} \quad (5)$$

2.2 Ergebnisse

Vorüberlegungen Aus einer Beschleunigungsspannung von maximal 300V kann die maximale Geschwindigkeit eines Elektrons mit Ladung e im nicht-relativistischen Fall

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} = 1,02 \cdot 10^7 \text{ m/s} < 2,9 \cdot 10^7 \text{ m/s} = 10\% \cdot c \quad (6)$$

berechnet werden. Da diese kleiner als zehn Prozent der Lichtgeschwindigkeit ist, kann auch im weiteren nichtrelativistischen gerechnet werden. Jetzt muss noch überprüft werden, ob die thermische Energie der Glühkathode die Messungen verfälschen könnte.

$$v_{tmax} = \frac{v_{100V}}{100} = \frac{\sqrt{\frac{2e \cdot 100V}{m_e}}}{100} = 59310 \text{ m/s} \quad (7)$$

$$E_{tmax} = \frac{m_e \cdot v_{tmax}^2}{2} = 1,602 \cdot 10^{-21} \text{ J} = \frac{3}{2} k T_{max} \quad (8)$$

$$\Rightarrow T_{max} = \frac{2E_{tmax}}{3k} = 77 \text{ K} \quad (9)$$

Die thermische Energie plus die Austrittsarbeit muss kleiner als E_{tmax} sein, da sonst die Messungen verfälscht würden. Wenn die Austrittsarbeit 0 ist, dann dürfte die Temperatur maximal 77K betragen. Da die Austrittsarbeit des Material aber $\gg 0$ und leider nicht bekannt ist, kann die eigentlich maximale Temperatur aber nicht bestimmt werden.

Auswertung der Messungen Zur Bestimmung des spezifischen Ladung wurden zwei Messreihen a 30 Durchführung jeweils mit konstantem B-Feld bzw. konstanter Beschleunigungsspannung mit unterschiedlichen Kreisradien aufgenommen.

Die Ergebnisse der einzelnen Messreihen wurden in der Tabelle 2.2 ausgegeben.

Radius	30mm in C kg ⁻¹	40mm in C kg ⁻¹	50mm in C kg ⁻¹
$I = 1,3 \text{ A}$	$1.96(44) \cdot 10^{11}$	$1.76(39) \cdot 10^{11}$	$1.74(38) \cdot 10^{11}$
$U = 150 \text{ V}$	$1.81(30) \cdot 10^{11}$	$1.79(29) \cdot 10^{11}$	$1.84(30) \cdot 10^{11}$

Tabelle 1: Einzelmessungen

Daraus folgt als Endergebnis:

$$\frac{e}{m_e} = 1.81(14) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (10)$$

$$\text{Literaturwert: } \frac{e}{m_e} = 1,7588 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (11)$$

Die Messdaten wurden durch den gewichteten Mittelwert [6, Kapitel 5] mit dem zugehörigen internen bzw. externen Fehler für jeden Radius einzeln gemittelt. Mit diesen Mittelwerten lässt sich unter Berücksichtigung der gaußschen Fehlerfortpflanzung [6, (19)] mittels Gleichung 3 und 5 die spezifische Elementarladung für jeden Radius berechnen. Die einzelnen Werte lassen sich abermals mit dem gewichteten Mittelwert zum Endergebnis zusammenfassen und mit dem zugehörigen Fehler angeben. Dabei gibt es einige Unsicherheiten zu beachten:

Messgröße	Unsicherheit
Stromstärke der Helmholtzspulen	$2.5\% \pm 0.1\text{A}$ [5]
Beschleunigungsspannung	$8\% \pm 8\text{V}$ [4]
Strichgenauigkeit	$\pm 0.5\text{mm}$
Ablesegenauigkeit	$\pm 1\text{mm}$

Einfluss des Erdmagnetfeldes Bei der Bestimmung spezifischen Elementarladung wurde zunächst der Effekt des Erdmagnetfeldes auf den Versuchsaufbau vernachlässigt. In Garching beträgt die magnetischen Feldstärke $B_{gar} = 48,7\mu\text{T}$ [3,] bei einem Inklinationwinkel von $\Theta_{incl,gar} = 64.4^\circ$ [3,]. Daraus folgt eine maximale senkrechte Komponente (in Bezug auf die Kreisbahnen) von

$$B_{\perp,gar} = B_{gar} \cdot \cos(\Theta_{incl,gar}) = 21.0\mu\text{T} \quad (12)$$

Dies würde die von uns gemessenen spezifischen Elementarladung um ca. 0.03 % beeinflussen was im Vergleich zu anderen Fehlerquellen vernachlässigbar ist. Um diesen Effekt nachzuweisen bietet es sich an, den Versuchsaufbau so zu positionieren, dass das Erdmagnetfeld senkrecht zum Elektronenring steht. Anschließend wird der Versuchsaufbau um 180° gedreht um den maximalen Effekt des Erdmagnetfeldes zu messen. Zur Abschätzung des Effekts lässt sich $B_{min,gar} = B - B_{gar}$ und $B_{max,gar} = B + B_{gar}$ mit einer Beispielspannung von $U = 300\text{V}$ in 5 einsetzen. Daraus resultiert eine Differenz in den Radien von 5.5mm, welche im messbaren Bereich liegt.

3 Millikan

In diesem Versuch werden Öltröpfchen mithilfe eines Elektrischen Feldes mit und entgegen der Schwerkraft bewegt. Durch den Einfluss des E-Felds auf die Tröpfchen kann Radius und damit die Ladung der Tröpfchen bestimmt werden.

3.1 Theorie

Durch vorraussetzen eines Kräftegleichgewichts bei gleichförmiger Bewegung erhält man einen Radius

$$r_0 = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\eta_{Luft}(v_{steig} + v_{sink})}{(\rho_{Öl} - \rho_{Luft}) \cdot g}} \quad (13)$$

Wobei ρ die Dichte des jeweiligen Stoffes ist und v_{steig} bzw. v_{sink} ist die Geschwindigkeit mit der die Tröpfchen steigen bzw. sinken. Aufgrund der kleinen Größe der Tröpfchen muss die Viskosität mit einem Korrekturterm

versehen werden:

$$\eta_{korr} = \eta_{Luft} \left(1 + \frac{A\lambda}{r_0} \right)^{-1} \quad (14)$$

Hier wurden die Werte $A = 1,257$ und $\lambda = 72(2)\text{nm}$ eingesetzt. Auch der Tröpfchenradius muss korrigiert werden:

$$r_{korr} = \sqrt{r_0^2 + \left(\frac{A\lambda}{2} \right)^2} - \left(\frac{A\lambda}{2} \right) \quad (15)$$

Damit lässt sich die Ladung der Tröpfchen q mit der Angelegten Spannung U und dem Abstand der Platten d bestimmen:

$$q = \frac{3\pi d}{U} \cdot \eta_{korr} \cdot r_{korr} \cdot (v_{steig} - v_{sink}) \quad (16)$$

Wenn alles richtig berechnet wurde, müssten die errechneten Werte vielfache der Elementarladung $e = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{C}$ sein.

3.2 Ergebnisse

Um die Verteilung zu veranschaulichen, wurde im Graphen 1 die Ladung q gegen den errechneten Radius r_{korr} geplottet.

In Bild 2 wurde die Ladungen q der Tröpfchen sortiert nach Ladung aufgetragen, sodass die Verschiedenen dedizierten Vielfachen der Elementarladung erkennbar sind.

Außerdem wurde die Häufigkeitsverteilung der Ladungen im Graphen 3 ermittelt.

Durch die Position des ersten Maximums kann die Elementarladung grob abgeschätzt werden. Durch diesen Schätzwert lassen sich nun Intervallgrenzen definieren um die Tröpfchen nach Ladungsanzahl zu sortieren. Daraus lässt sich die Elementarladung bestimmen, indem der gewichtete Mittelwert zzgl. Fehler berechnet[6, Kapitel 5] wird:

$$e = 1,6871(14) \cdot 10^{-19}\text{C} \quad (17)$$

$$\text{Literaturwert: } e = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{C} \quad (18)$$

Anhand von diese Berechnung und der Elektronenladung (10) kann die Masse der Elektrons berechnet werden:

$$m = e \cdot \left(\frac{e}{m} \right)^{-1} = 9,31(70) \cdot 10^{-31} \quad (19)$$

$$\text{Literaturwert: } m = 9.10938 \cdot 10^{-31}\text{kg} \quad (20)$$

Die in Tabelle 2 angegebenen Unsicherheiten wurden berücksichtigt. Die Werte für Viskosität η_{Luft} und Dichte ρ_{Luft} der Luft [2,] sowie Dichte des Öls [1] wurden ohne Unsicherheiten benutzt.

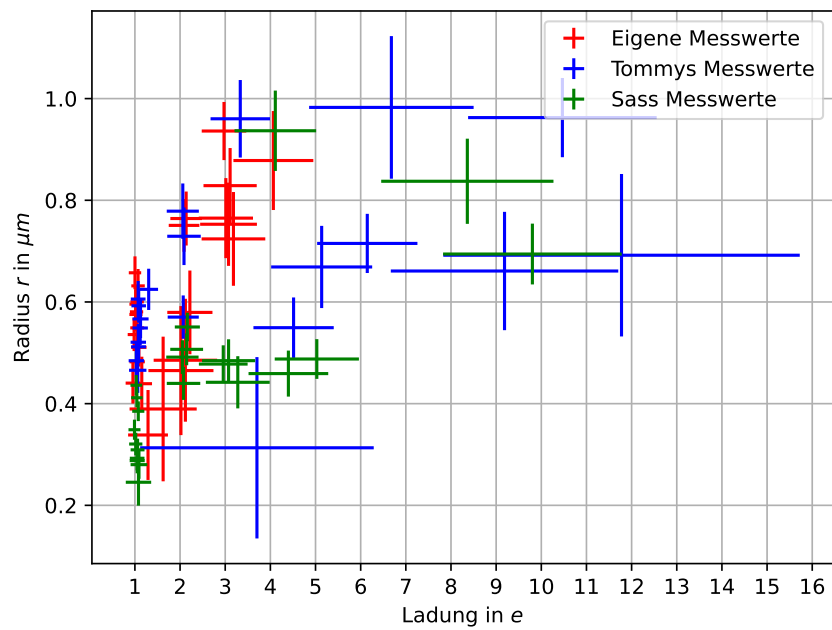


Abbildung 1: Ladung der Tröpfchen und Radius im Milllikamversuch

Messgröße	Beschreibung	Unsicherheit
Spannung U in V	1 Digit = 1V	$u_U = \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{V}$
Zeit t in s	1 Digit = 0,1s + Reaktionszeit 0,2s	$u_t = \sqrt{\frac{0.1}{2\sqrt{(3)}}^2 + 0.4 \text{ s}}$
Abstand s in m	1 Strich = 0,1mm	$u_s = \frac{0.0001}{4\sqrt{3}} \text{m}$
freie Weglänge λ	Siehe [1]	$u_\lambda = 2 \text{nm}$

Tabelle 2: Unsicherheiten der Messwerte

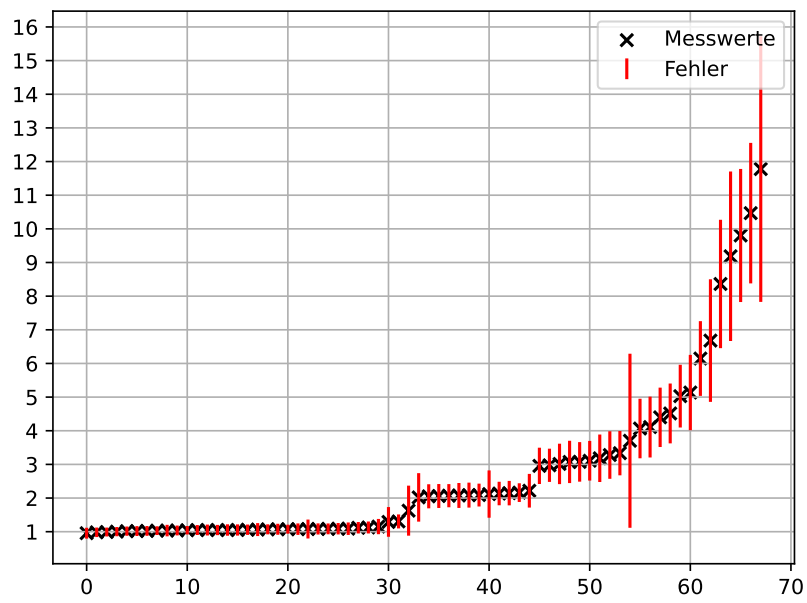


Abbildung 2: Sortierte Ladung im Millikanversuch

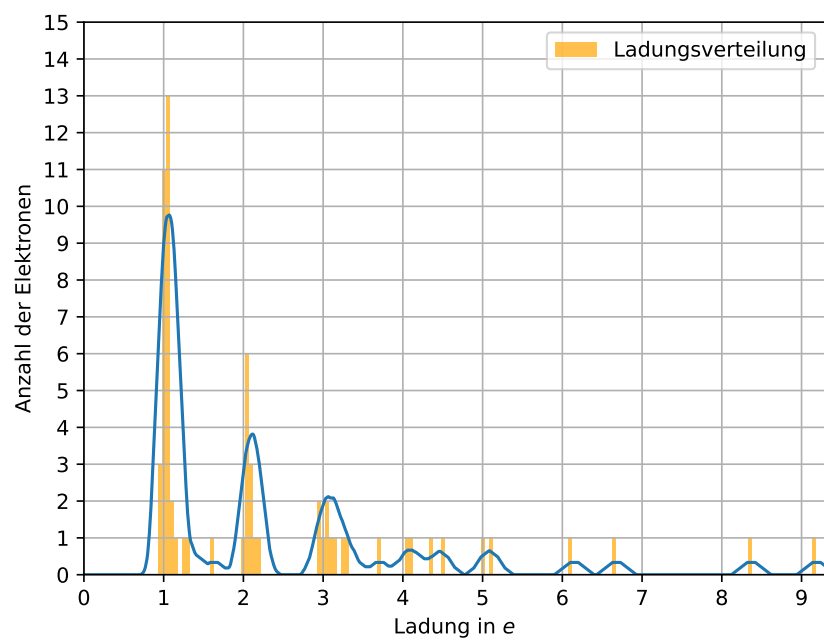


Abbildung 3: Häufigkeitsverteilung der Ladungen im Millikanversuch

4 Diskussion

Bei der Bestimmung der spezifischen Elementarladung erhielten wir sehr genaue Ergebnisse, bei denen der Literaturwert im Konfidenzintervall liegt. Im Gegensatz dazu weicht das Ergebniss des Millikan-Versuch um fast 40 % vom Literaturwert ab, sodass dieser nicht mehr im Konfidenzintervall ist. Dies liegt vermutlich an einer vergleichsweise geringen Anzahl an Versuchsdurchführungen verbunden mit einer ungenauen Messmethode. Außerdem gibt es wahrscheinlich in unserer Auswertung oder im experimentellen Vorgehen weitere systematische Fehler, da sich die Öltröpfchenladung eindeutig um einen fehlerhaften Wert häuft.

Literatur

- [1] ELE Aufgabenstellung. <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/ap2/ELE.pdf>. Accessed: 23.8.2022.
- [2] Luft Rechner. <http://www.peacesoftware.de/einigewerte/luft.html>. Accessed: 23.8.2022.
- [3] NOAA Calculator. <https://www.libble.de/voltcraft-vc120/p/618393/>. Accessed: 23.8.2022.
- [4] VC120 Datenblatt. <https://www.libble.de/voltcraft-vc120/p/618393/>. Accessed: 22.8.2022.
- [5] VC130 Datenblatt. https://www.moodle.tum.de/pluginfile.php/3773281/mod_resource/content/1/voltcraft-vc130-150-multimeter.pdf. Accessed: 23.8.2022.
- [6] Technische Universität München. Hinweise zur Beurteilung von Messungen, Messergebnissen und Messunsicherheiten (ABW). <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/org/ABW.pdf>, März 2021.