

# Versuch 4: Optik

Team 4-11: Jascha Fricker, Benedict Brouwer

17.3.2023

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Allgemeine Theorie</b>	<b>2</b>
2.1	Autokollimation . . . . .	2
2.2	Besselmethode . . . . .	2
2.3	Abbemethode . . . . .	2
2.4	Dünne Linsen spezifisch . . . . .	4
2.5	Optisches System . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>5</b>
3.1	Aufgabe 1 . . . . .	5
3.2	Einzellinsen . . . . .	5
3.3	Linsensystem . . . . .	6
3.3.1	Berechnung der Brennweiten und Hauptebenen . . . .	6
<b>4</b>	<b>Fragen</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>

## 1 Einleitung

In der Physik spielen Linsen in optischen Versuchsaufbauten eine sehr wichtige Rolle. In diesem Versuch soll es darum gehen, verschiedene Methoden auszuprobieren um den Brechungsindex und Hauptebenenabstand verschiedener Linsen bzw Linsensysteme zu messen.

## 2 Allgemeine Theorie

In der Physik spielen Linsen in optischen Versuchsaufbauten eine sehr wichtige Rolle. In diesem Versuch soll es darum gehen, verschiedene Methoden auszuprobieren um den Brechungsindex und Hauptebenenabstand verschiedener Linsen bzw Linsensysteme zu messen.

### 2.1 Autokollimation

Wie in Abbildung 1 zu sehen ist, wird die zu untersuchende Linse zwischen Blende und Spiegel gestellt. Nun wird der Abstand  $l$  zwischen Linse und Blende so eingestellt, dass auf der Blende welche gleichzeitig als Schirm dient ein Scharfes Bild entsteht. Dieser Vorgang wird wiederholt mit der um  $180^\circ$  gedrehten Linse und der Abstand  $k$  gemessen. Aus diesen Daten lassen sich Brechungsindex und Hauptebenenabstand wie folgt berechnen:

$$f' = \frac{k + l - h}{2} \quad (1)$$

$$h = k + l - 2 \cdot f' \quad (2)$$

### 2.2 Besselmethode

Bei der Besselmethode wird die zu untersuchende Linse zwischen Blende und Schirm wie in Abbildung 2 veranschaulicht gestellt. Es gibt nun zwei Positionen, bei denen ein scharfes Bild auf dem Schirm entsteht. Aus der Differenz dieser Positionen und dem Abstand von Blende und Linse folgt nun für den Brechungsindex und den Hauptebenenabstand:

$$f' = \frac{1}{4} \cdot \left[ (e - h) - \frac{d^2}{e - h} \right] \quad (3)$$

$$f = \frac{1}{4} \cdot \left[ \frac{d^2}{e - h} - (e - h) \right] \quad (4)$$

### 2.3 Abbemethode

Bei der Messmethode nach Abbe werden die position der Hauptachsen und Brennweiten der Linsensysteme gemessen.

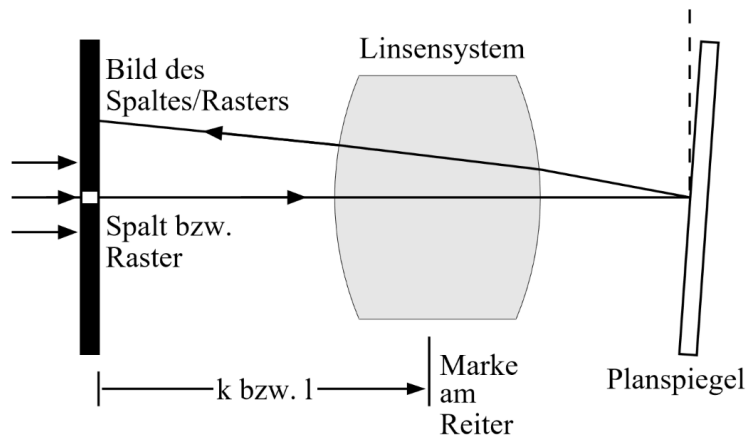


Abbildung 1: Versuchsaufbau zum Autokollimationsverfahren [2]

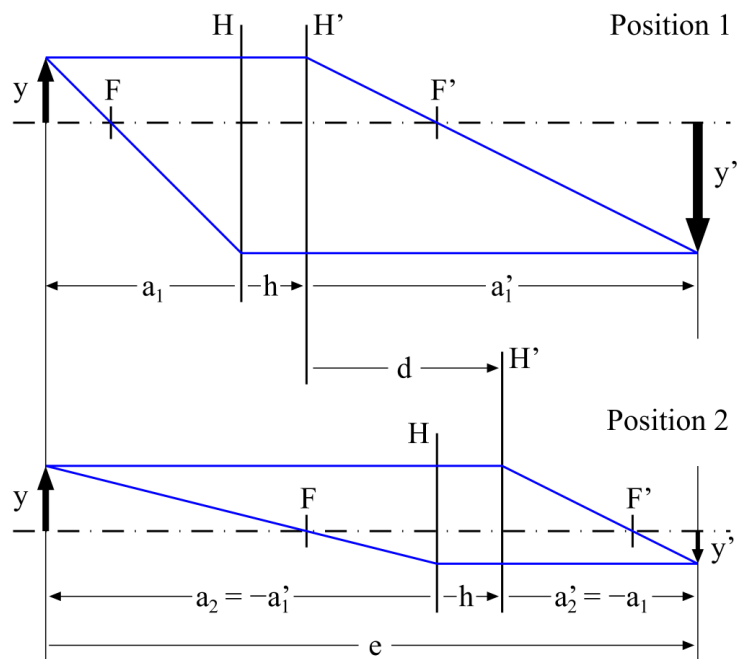


Abbildung 2: schematischer Versuchsaufbau der Besselmethode [2]

## 2.4 Dünne Linsen spezifisch

Bei dünnen Linsen kann der Abstand  $h = 0$  zwischen den beiden Hauptachsen vernachlässigt werden.

**Autokollimationsmethode** Bei Autokollimationsmethode wird der Aufbau so aufgebaut, dass das Bild und Objekt auf gleicher Position sind. Auf der anderen Seite der Linse reflektiert ein Spiegel die parallelen Strahlen. Wenn das Bild scharf ist, ist die Brennweite

$$f = \frac{k + l - h}{2} = d \quad (5)$$

bei dünnen Linsen  $h = 0$  genau der Abstand  $d = k = l$  zwischen Objekt/Bild und Linse.

**Besselmethode** Bei der Besselmethode kann die Brennweite

$$f = \frac{1}{4} \left( e - \frac{d^2}{e} \right) = \frac{1}{4} \left( e - \frac{(a_2 - a_1)^2}{e} \right) \quad (6)$$

durch die zwei Positionen der Linse  $a_1$  und  $a_2$  und den Abstand Objekt-Schirm  $e$  bestimmt werden.

## 2.5 Optisches System

Für die Gesamtbrennweite und Hauptebenen eines Optischen Systems gilt

$$f = \frac{f'_1 \cdot f'_2}{t - f'_1 - f'_2} \quad (7)$$

$$z = \frac{f'_1 \cdot t}{t - f'_1 - f'_2}$$

$$z' = \frac{f'_2 \cdot t}{t - f'_1 - f'_2} \quad (8)$$

$$h = \frac{t}{t - f'_1 - f'_2}$$

**Bessel- und Autokollimationsmethode** Bei dicken Linsen kann durch zusammenführen der Besselmethode und Autokollimationsmethode die Brennweite  $f'$  und der Hauptebenenabstand  $h$

$$\begin{aligned} f' &= \frac{1}{2} \sqrt{(e - k - l)^2 - d^2} \\ h &= k + l - \sqrt{(e - k - l)^2 - d^2} \end{aligned} \quad (9)$$

bestimmt werden. Dabei ist  $d = a_2 - a_1$  die Distanz zwischen den beiden Positionen der Linse,  $e$  der Abstand zwischen Objekt und Schirm,  $k$  der Abstand zwischen Linse und Objekt/Bild und  $l$  der Abstand zwischen Objekt/Bild bei umgedrehten Linsensystem.

**Messmethode nach Abbe** Es gelten die zwei Beziehungen

$$g = f \cdot \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) + h_1 \quad (10)$$

$$g' = f' \cdot (1 - \beta) + h_2 \quad (11)$$

$$\text{mit } \beta = \frac{y'}{y} \quad (12)$$

Durch fitten an die Daten für den Abstand zum Objekt  $g$  bzw zum Bild  $g'$  kann die Brennweite  $f$  bzw  $f'$  und der Hauptebenenabstand  $h_1$  und  $h_2$  bestimmt werden.

### 3 Ergebnisse

#### 3.1 Aufgabe 1

Als erstes wurden alle Linsen angeschaut. Durch beobachten des Millimeterpapiers durch die Linsen konnte zwischen einem vergrößernden Effekt (Konvexe Linse) und einem verkleinerndem Effekt (Konkave Linse) unterschieden werden. Nur die Linse E konnte als Streulise identifiziert werden, alle anderen Linsen waren als Sammellisen zu erkennen.

#### 3.2 Einzellinsen

Die Ergebnisse der Autokollimationsmethode und der Besselmethode sowie der gewichtete Mittelwert der beiden Methoden wurden mit den Formel (5) und (6) sind in der Tabelle 1 dargestellt.

Methode	Brennweite B	Brennweite G
Autokollimation	10,04(5)cm	7,49(7)cm
Bessel	9,97(8)cm	7,488(35)cm
Mittelwert	10.02(4)cm	7.492(31)cm

Tabelle 1: Brennweiten der Linsen B und G

Der Fehler der Länge wurde mit Tabelle 5 des ABW-Skripts [1] berechnet und durch den gewichteten Mittelwert fortgepflanzt.

### 3.3 Linsensystem

Wir haben das Linsensystem E-G mit 30 mm Abstand für unsere Messungen benutzt. Wobei die Linse E die erste im Strahlengang ist. Dies ist genau anders herum wie in der Aufgabenstellung.

**Autokollimation- und Besselmethode** Mit Gleichung 9 konnte aus den Messwerten der beiden Methoden die Brennweite und der Hauptebenenabstand

$$f' = 13,10(20)\text{cm} \quad (13)$$

$$h = 0,3(6)\text{cm} \quad (14)$$

bestimmt werden. Der Fehler der Länge wurde mit Tabelle 5 des ABW-Skripts [1] berechnet und der gewichtete Mittelwert wurde genutzt.

**Messmethode nach Abbe** Um die Brennweiten und Hauptebenenabstände zu bestimmen,

$$f = 14,22(34)\text{cm} \quad (15)$$

$$f' = -12,74(19)\text{cm} \quad (16)$$

$$h_1 = 6,81(73)\text{cm} \quad (17)$$

$$h_2 = 6.82(87)\text{cm} \quad (18)$$

wurden die Messwerte für den Abstand zum Objekt  $g$  und zum Bild  $g'$  mit den Formeln (10) und (11) gefittet. Die Fits sind in 3 und 6 dargestellt. Alle Angaben sind relativ zur Linse E. Die Angaben stimmen in etwa mit den Ergebnissen der Autokollimationsmethode und der Besselmethode überein, die Hauptebenen haben aber eine sehr große Unsicherheit.

#### 3.3.1 Berechnung der Brennweiten und Hauptebenen

**Brennweite** Durch umstellen der Gleichung (7) nach  $f_E$  kann die Brennweite der ersten Linse E bei durch Aufgaben 2 und 3 gegebener Brennweite  $f_G = 7.492(31)\text{cm}$  und  $f' = -13,10(20)\text{cm}$  berechnet werden. Der Abstand  $t = 3\text{cm}$  ist auch gegeben.

$$f_E = \frac{f'(t - f')}{f' - f_G} = 10.24(20)\text{cm} \quad (19)$$

Diese Wert für  $f_E$  stimmt sehr gut mit der Vorgabe überein, hat aber nur eine kleine Unsicherheit.

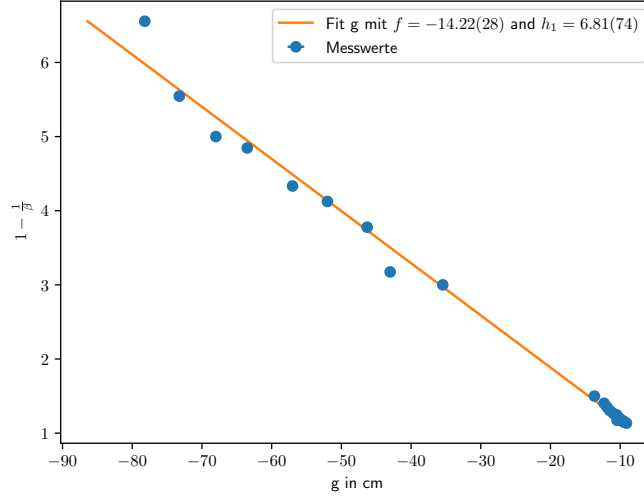


Abbildung 3: Fit der Messwerte für den Abstand zum Objekt

**Hauptebenen** Die Abstand der Hauptebenen von den jeweiligen Linsen  $z$  und  $z'$  sowie der relative Abstand  $h$  kann durch Gleichungen (8) berechnet werden. Dabei gilt  $f'_1 = -f_1 = f'_E = -10\text{cm}$  und  $f'_2 = f'_G = 7.492(31)\text{cm}$ .

$$z = \frac{f_1 \cdot t}{t - f'_1 - f'_2} = 5.447(89)\text{cm} \quad (20)$$

$$z' = \frac{f_2 \cdot t}{t - f'_1 - f'_2} = 4.081(74)\text{cm} \quad (21)$$

$$h = \frac{t}{t - f'_1 - f'_2} = 0.5447(89)\text{cm} \quad (22)$$

Der Wert von  $h$  rechnerisch und graphisch liegen innerhalb der Unsicherheit, die Werte von  $z$  und  $z'$  sind jedoch nicht innerhalb der Unsicherheiten von  $h_1$  und  $h_2 - 3\text{cm}$ . Dies kann an einer Ungenauen bestimmung durch die Abbe Methode liegen.

**Simulation** In Abbildung 6 ist die Simulation des Strahlenverlaufs für die Optik G-E veranschaulicht. Da unser Aufbau genau andersherum ist, muss die Optik G-E umgedreht werden. Die Simulation zeigt, dass die Lage der entscheidenden Punkte qualitativ mit den von uns bestimmten Werten übereinstimmen. Die Hauptebenen sind in der Simulation etwas weiter auseinander als bei uns. Dies kann an der Ungenauigkeit der Abbe Methode liegen.

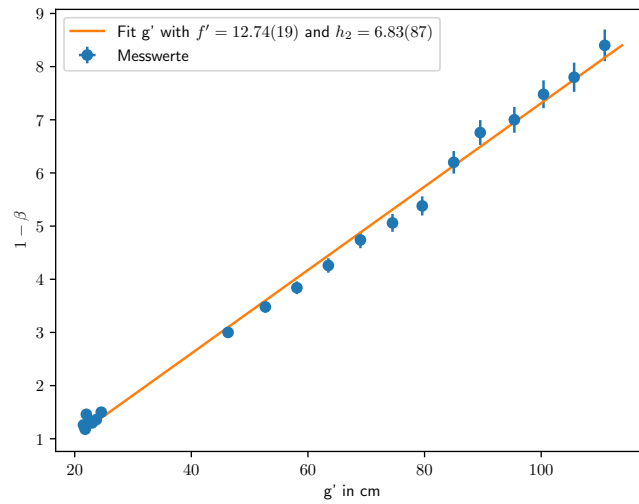


Abbildung 4: Fit der Messwerte für den Abstand zum Bild

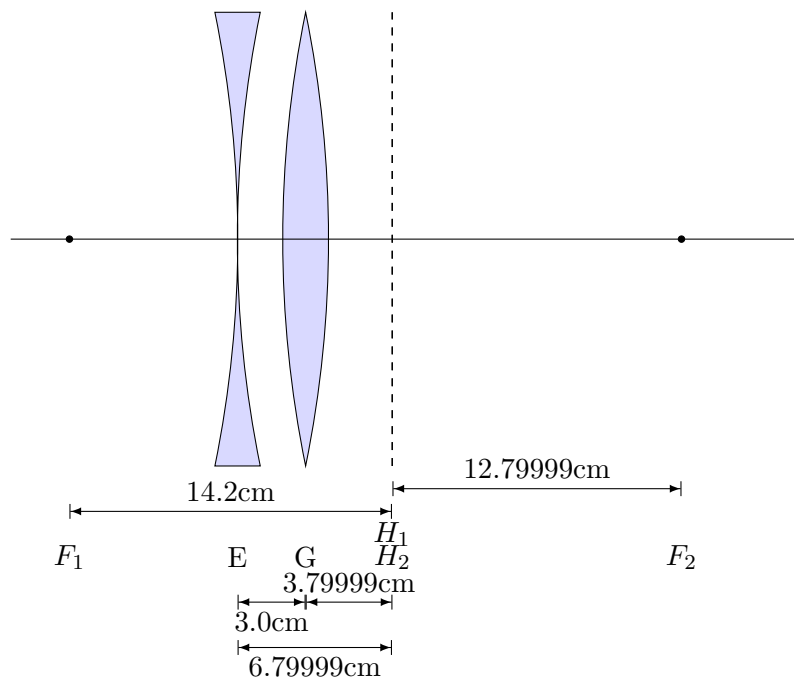


Abbildung 5: Linsensystem E-G 30mm



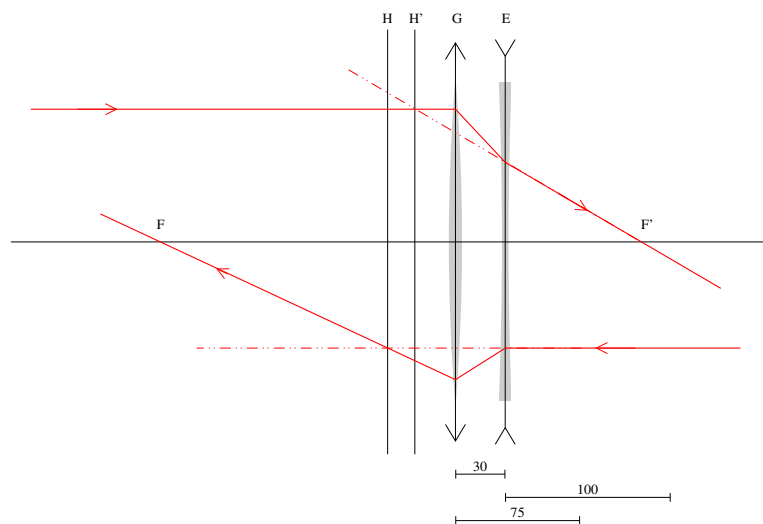


Abbildung 6: Simulation des Strahlenverlaufs für die Optik G-E

## 4 Fragen

- Beim Bessel-Verfahren gibt es zwei Positionen des Linsensystems, an denen eine scharfe Abbildung möglich ist. Aufgrund der Umkehrbarkeit des Strahlengangs entsprechen die objektseitigen Größen im ersten Fall gerade den bildseitigen Größen im Zweiten. Das heißt die Abbildungsmaßstäbe sind genau die Kehrwerte voneinander.
- In einem Projektionsapparat wird die Lampe hinter einem Hohlspiegel angeordnet. Der Kondensor ist eine Linsenkombination, die wie eine Sammellinse wirkt und so angeordnet ist, dass das Dia gut ausgeleuchtet ist und das gesamte vom Dia ausgehende Licht ins Objektiv trifft. Auf diese Weise entsteht ein vollständiges, höhen- und seitenverkehrtes, vergrößertes Bild vom Original auf der Leinwand. Der Schemataische Aufbau wird in Abbildung 7 dargestellt.
- Wenn sich das Objekt in einem Abstand von  $a = 0,5 \cdot f$  von der objektseitigen Hauptebene einer Sammellinse befindet, dann ist  $a < f$ . In diesem Fall entsteht ein virtuelles Bild, das nicht auf dem Kopf stehen und größer als der Gegenstand ist. Der Abbildungsmaßstab ist 2 und die Position  $a' = f$  ist genau der gegenstandsseitige Brennpunkt.
- Die Gesamtbrennweite eines Systems zweier Sammellinsen gleicher Brennweite kann durch die Verwendung der Linsengleichung berechnet werden. Die Linsengleichung lautet:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{t}{f_1 f_2}$ , wobei  $f$  die Gesamtbrennweite des Systems ist,  $f_1$  und  $f_2$  die Brennweiten der beiden Linsen und  $t$  der Abstand zwischen den beiden Linsen. In diesem Fall haben beide Linsen die gleiche Brennweite ( $f_1 = f_2$ ), so dass sich die Gleichung vereinfacht zu:  $\frac{1}{f} = \frac{2}{f_1} - \frac{t}{f_1^2}$ .

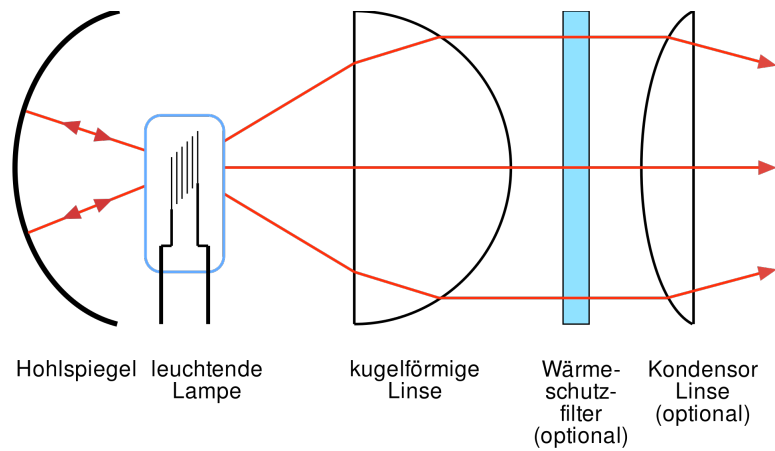


Abbildung 7: Schematischer Aufbau eines Projektionsapparates nach [3]

## 5 Diskussion

### Literatur

- [1] Technische Universität München. Hinweise zur Beurteilung von Messungen, Messergebnissen und Messunsicherheiten (ABW). <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/org/ABW.pdf>, März 2021.
- [2] TUM. Anleitung OPA. <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/ap3/OPA.pdf>.
- [3] WWSS1derivative work: Bene\* CC BY-SA 3.0. Kondensor eines Diaprojektors. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Condensor-1-de.svg>, 2012.