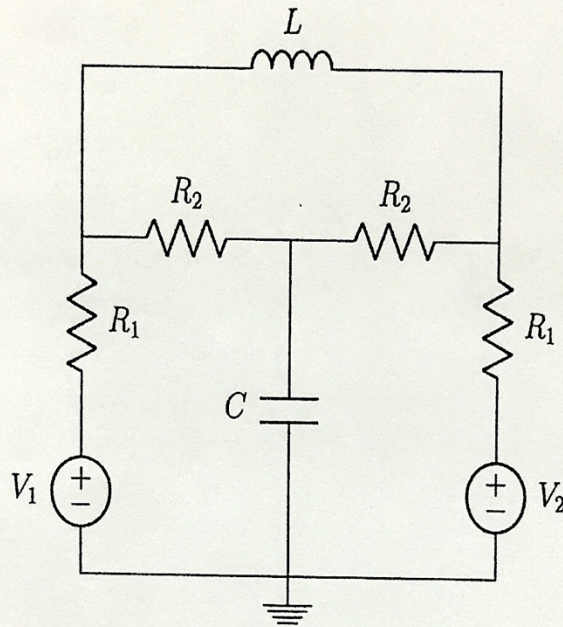


1. (20 %) Considere el siguiente circuito eléctrico



- (a) ¿Cuál es modelo en variables de estado para el circuito si las salidas son las corrientes que pasan por las resistencias con valor R_1 y la tensión en el capacitor? Las entradas son las tensiones V_1 y V_2 .
- (b) A partir del MVE anterior, encuentre la matriz de función de transferencia.
- (c) Utilizando MATLAB, con $R_1 = 10\text{ k}\Omega$, $R_2 = 20\text{ k}\Omega$, $C = 10\text{ }\mu\text{F}$ y $L = 2\text{ mH}$, encuentre:
- La respuesta a entrada cero, con el caso de que la tensión inicial del capacitor sea de 1 V y la corriente por el inductor sea de 100 mA
 - La respuesta a estado cero, si V_1 y V_2 son un escalón unitario.

2. (10 %) Demuestre la siguiente propiedad de la matriz exponencial:

$$\frac{d}{dt}e^{At} = Ae^{At}$$

se demuestra con polinomios de Taylor.

3. (20 %) Considere el siguiente modelo de un sistema LTI

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 8 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 19 \frac{dy(t)}{dt} + 12y(t) = \frac{du(t)}{dt} + 2u(t)$$

- (a) Dibuje a mano un diagrama de polos y ceros
 - (b) Encuentre un modelo en variables de estado cuyos estados estén desacoplados
 - (c) Encuentre una matriz de transición de estado que corresponde a este sistema
4. El modelo de un circuito rectificador de media onda con un diodo viene dada por:

$$C \frac{dv_{out}(t)}{dt} + \frac{1}{R} v_{out}(t) = I_s \left(e^{\frac{v_{in}(t) - v_{out}(t)}{nV_T}} - 1 \right)$$

- (a) (5 %) Muestre que el sistema es no lineal, si $v_{in}(t)$ es la entrada y v_{out} es una variable de estado.
 - (b) (5 %) Linealice el modelo alrededor de $v_{out} = 1 \text{ V}$.
5. Una función en MATLAB se parece mucho a un script pero NO son lo mismo. Una función es un programa que recibe una serie de variables de entrada y devuelve el resultado de un algoritmo escrito por el programador. Es posible crear funciones nuevas para que MATLAB las utilice de manera similar a las que ya tiene por defecto. Para ello, se debe crear un archivo que tenga como nombre el nombre de la función que se quiere implementar y que utilice en la primera línea el comando function:

```
function [salida1, salida2, ..., salidan] = NombreFuncionNueva(entrada1,
    entrada2, ..., entradaN)
```

Es necesario entonces que el archivo donde está escrita la función se llame NombreFuncionNueva.m. De esta manera, se crea la función NombreFuncionNueva que puede ser utilizada en otras funciones, scripts o desde la línea de comandos de MATLAB. Las funciones que se crean en MATLAB pueden tener cualquier cantidad de entradas y salidas.

Para este ejercicio se utilizará el comando ode45 para simular, mediante integración numérica, la respuesta del de un cohete que viaja verticalmente. Uno de los aspectos más interesantes de este tipo de sistemas es que su masa varía con el tiempo, puesto que parte de la masa del cohete corresponde al combustible que se está utilizando para impulsarlo.

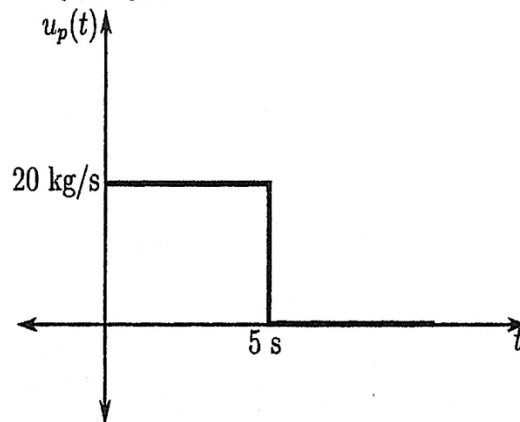
Las ecuaciones que describen la trayectoria vertical del cohete vienen dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{dh(t)}{dt} &= v(t) \\ (m_s + m_p(t)) \frac{dv(t)}{dt} &= -(m_s + m_p(t))g + u_p(t)v_e - \frac{1}{2} \rho v(t) |v(t)| AC_D \\ \frac{m_p(t)}{dt} &= -u_p(t) \end{aligned}$$

donde



- $h(t)$ es la altura alcanzada por el cohete en metros.
 - $v(t)$ es la velocidad del cohete en m/s.
 - $m_p(t)$ es la masa del combustible en kg.
 - $u_p(t)$ en kg/s es la tasa en la que se consume el combustible (se considera como la entrada de sistema).
 - $m_s = 50$ kg es el peso de la "carcasa" del cohete.
 - $g = 9,81$ m/s² es la aceleración de la gravedad
 - $\rho = 1,091$ kg/m³ es la densidad promedio del aire.
 - $A = \pi r^2$ es el área transversal máxima del cohete, donde $r = 0,5$ m
 - $v_e = 325$ m/s es la velocidad de salida del combustible.
 - $C_D = 0,15$ es el coeficiente de arrastre del cohete.
 - $m_{p0} = 100$ kg en el instante $t = 0$ s es la masa inicial del combustible del cohete.
- (a) (15 %) Cree una función donde la entrada es $u_p(t)$ y las salidas son las derivadas de la altura $h(t)$ y de la velocidad $v(t)$. Esta función se utilizará luego en el comando ode45.
- (b) (15 %) Si la altura y la velocidad iniciales son iguales a cero, la masa inicial del combustible es igual a m_{p0} y $u_p(t)$ es como se muestra en la siguiente figura:



Dibuje la altura alcanzada por el cohete hasta el instante en el que choca contra la tierra. Utilice ode45

- (c) (10 %) A partir de sus resultados calcule lo siguiente:
- La altura máxima del cohete y el instante en el que ocurre.
 - La velocidad máxima del cohete y el instante en el que ocurre.
 - El momento en el que cohete toca la tierra al final de su recorrido.