

Proyecto final: Diseño y análisis de un sistema de control realimentado

Modelo de caja negra inestable

Ignacio Mora Calderón, B64657
Escuela de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Costa Rica
San José, Costa Rica
ignacio.moracalderon@ucr.ac.cr

Timna Belinda Brown Ramírez, B61254
Escuela de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Costa Rica
San José, Costa Rica
timna.brown@ucr.ac.cr

Luis González Martínez, B63060
Escuela de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Costa Rica
San José, Costa Rica
luisjose.gonzalez@ucr.ac.cr

Resumen—En el presente documento se muestran los diversos pasos necesarios con el fin de obtener el controlador apropiado para un modelo de caja negra inestable. Considerando un "proceso real" de un modelo de un vehículo con levitación magnética que relaciona la variación de la separación entre el vehículo y su riel guía con el cambio en la tensión eléctrica aplicada al electroimán [1]. Se pretende diseñar mediante los conocimientos y herramientas obtenidas durante el curso IE-0431 Sistemas de Control en el cual se estudian diferentes métodos con la finalidad de seleccionar el mejor modelo mediante la elección de un algoritmo de control apropiado.

Palabras clave—Controlador, modelo caja negra inestable, levitación magnética, tensión magnética, electroimán, diseño.

I. INTRODUCCIÓN

El diseño de un controlador adecuado a un proceso es necesario para evitar costos altos e innecesarios, y que este logre trabajar de manera especializada respondiendo a la utilidad del proceso. En la actualidad el proceso en el cual un vehículo logra movilizarse mediante levitación magnética, se logra por medio de la relación la variación de la separación entre el vehículo y su riel guía con el cambio en la tensión eléctrica aplicada al electroimán [1], esto requiere una respuesta rápida y una estabilidad de sistema ante cambios en la referencia principalmente debido a perturbaciones ya que existen ciertas condiciones como vibraciones las cuales agregan ruido a la señal. Además, se contempla la posibilidad de que en el vehículo se podrán colocar diferentes tipos de materiales o cargas y el sistema deberá mantener su funcionamiento por lo cual se requiere que el sistema tenga una buena estabilidad relativa. Por la razón anterior, se pretende obtener una sintonización que atenúe los cambios causados por las perturbaciones diarias de la forma más sencilla posible.

$$P(s) = \frac{1,131}{(0,016s + 1)(0,025s - 1)} \quad (1)$$

La ecuación 1, representa el proceso por analizar que, al ser una caja negra, debe adecuarse a la aplicación de métodos de identificación con modelos convenientes y comportamientos

que coincidan con los que presenta el proceso; entonces, obtener estos modelos es muy importante para llevar a cabo sintonizaciones que permitan obtener la respuesta deseada de la planta original de manera eficiente y estable.

Una vez identificada la planta bajo la tutela de distintos modelos de primer para los cuales se encuentran disponibles más métodos de sintonización, se someterán estos modelos a comparaciones con el proceso de la ecuación 1, con el fin de buscar cuál modelo se asemeja más al comportamiento de la planta original y, entonces, una vez identificado, se debe llevar a cabo una sintonización que realice un control suave y rápido. Por último, se presentarán los esfuerzos de control y los niveles de robustez aportados una vez sintonizada la planta con distintos controladores [2].

II. IDENTIFICACIÓN DEL MODELO

Con el fin de diseñar un controlador adecuado a las necesidades de la planta la cual se describe mediante la ecuación 1, se requiere identificar el comportamiento de la planta ante cambios en la entrada siendo esta posibles perturbaciones. En primer lugar, se aplica un cambio escalón de magnitud unitaria en la entrada con el fin de analizar la respuesta del modelo de la planta. En la figura 1 se observa el comportamiento de la misma.

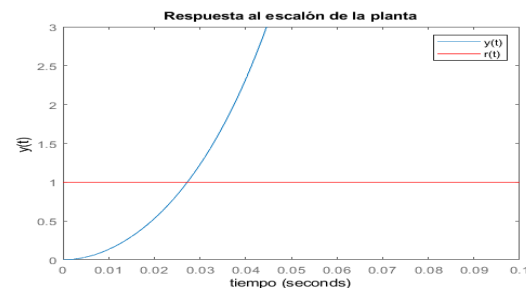


Figura 1: Respuesta del sistema ante un cambio escalón de magnitud unitaria

Es claro que la respuesta de la planta a lazo abierto tiene un comportamiento inestable por lo cual es necesario utilizar

métodos de identificación a lazo cerrado. Se utilizan diversos métodos con el fin de identificar el modelo que posea el menor valor de IAE debido a que representa la integral del valor absoluto del error.

Dadas las necesidades del proyecto se considera el método de Alfaro para sistemas inestables, el método de Chidambaram [3] y el método de Ziegler & Nichols [10]. Es necesario recalcar que tras algunos experimentos realizados se nota que si la respuesta a lazo cerrado es más cercana a la planta también lo será su respuesta en lazo abierto y por lo tanto se acerca más a la planta original.

II-A. Identificación por medio del método de Alfaro VM

El método de identificación utilizado a continuación no ha sido publicado en ningún artículo pero es estudiado en el presente curso como única alternativa para plantas inestables. La forma del modelo obtenido es un UPOMTM el cual posee una ecuación de la siguiente forma:

$$P(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{(Ts - 1)} \quad (2)$$

Para poder realizar la identificación el primer paso es realizar una prueba a lazo cerrado en la cual se considera una función $C(s) = K_p$ tal que la respuesta temporal sea estable y sin oscilaciones. Para obtener este parámetro K_p se utiliza la herramienta sisotool de MATLAB con lo cual se obtiene un valor de $K_p = 0,92893$. A continuación se presenta la respuesta en el tiempo del lazo cerrado así como los valores necesarios para la identificación.

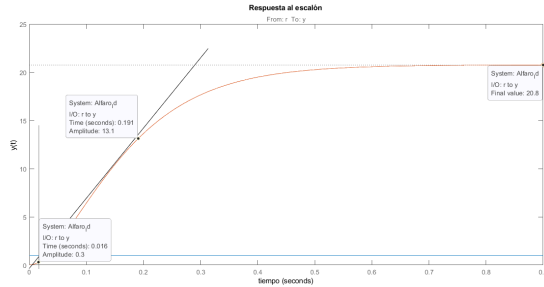


Figura 2: Respuesta en el tiempo para identificación de Alfaro

Cuadro I: Valores para el método de identificación de Alfaro para sistemas inestables

Característica	Valor
Δr	1
Δy	20.8
T_c	0.191
L	0.016

Con los valores del cuadro I y haciendo uso de las siguientes ecuaciones es posible obtener el modelo:

$$K = \frac{1}{K_p} \left(\frac{\Delta y}{\Delta y - \Delta r} \right) \quad (3)$$

$$T = K_p K (T_c + L) - T_c \quad (4)$$

Los valores obtenidos para el modelo finalmente son los siguientes:

- $K = 1.131$
- $T = 0.0264$
- $L = 0.016$

Introduciendo en la ecuación 2 se obtiene el siguiente modelo de primer orden más tiempo muerto inestable:

$$M_1(s) = \frac{1,131e^{-0,016s}}{(0,0264s - 1)} \quad (5)$$

II-B. Identificación por medio del método Chidambaram a lazo cerrado

Chidambaram y Ananth proponen un método simple de identificación de un sistema de primer orden más tiempo muerto para sistemas inestables. El método se basa en un experimento simple a lazo cerrado con un cambio escalón unitario para el valor deseado utilizando un controlador PI o PID. Las formulas derivadas así como la respuesta la cual se busca sea de tipo subamortiguada son utilizadas para calcular la ganancia del modelo, el tiempo muerto y la constante de tiempo para la planta.

Con lo descrito anteriormente es claro que nuevamente se busca encontrar un modelo de la forma:

$$P(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{(Ts - 1)} \quad (6)$$

Para encontrar la respuesta subamortiguada necesaria para aplicar el método se utiliza la herramienta sisotool aplicando un controlador PID estándar en la respuesta a lazo cerrado. La respuesta obtenida es mostrada a continuación indicando los valores de la gráfica necesarios para aplicar las ecuaciones.

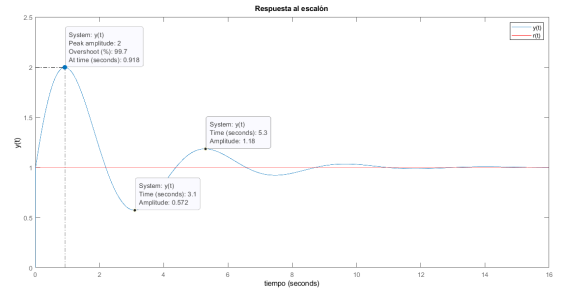


Figura 3: Respuesta en el tiempo para identificación de Chidambaram y Ananth

Cuadro II: Valores para el método de identificación de Chidambaram y Ananth para sistemas inestables

Característica	Valor
y_{p1}	2
y_{m1}	0.572
y_{p2}	1.18
$y(\infty)$	1
ΔT	4.382
L	0.020

Además también de sisotool se obtienen los parámetros del controlador PID que producen la respuesta de la figura 3, los cuales son los siguientes:

Cuadro III: Valores de los parámetros PID

Característica	Valor
K_p	1.209
T_i	1.30
T_d	0.34

Finalmente con los valores de las cuadros II y III es posible aplicar las ecuaciones que se describen en el artículo publicado por Chidambaram y Anenth [3]. Los resultados obtenidos se resumen a continuación:

- $K = 1.1331$
- $T = 0.0274$
- $L = 0.020$

Introduciendo los valores en la ecuación 6 el modelo obtenido quedaría:

$$M_2(s) = \frac{1,1331e^{-0,020s}}{(0,0274s - 1)} \quad (7)$$

II-C. Identificación por medio del método Ziegler & Nichols

Se conoce como el método de oscilación mantenida, dado que se aumentan los parámetros del controlador desactivando los modos de control excepto el modo proporcional con el fin de obtener los parámetros K_{pu} siendo la ganancia límite del controlador a nivel de estabilidad y T_u siendo su periodo. Al igual que en los dos métodos utilizados anteriormente se espera obtener un modelo de la forma:

$$P(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{(Ts - 1)} \quad (8)$$

Primeramente, se inicia en el punto de operación aumentando la ganancia sucesivamente hasta encontrar una respuesta oscilatoria mantenida del sistema obteniendo como resultado la figura 4 se pueden visualizar los siguientes datos: $K_{pu} = 239126.8795$ y de aproximadamente $T_u = 0.000125$ s.

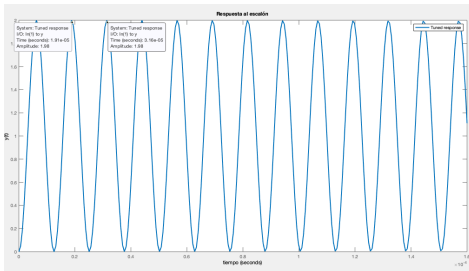


Figura 4: Respuesta en el tiempo para identificación de Ziegler & Nichols

Debido a que se debe encontrar el valor final de la respuesta del sistema, se realiza una prueba a lazo cerrado presentada en la figura 5 contemplando una ganancia proporcional arbitraria siendo 1.813 aproximadamente. Mediante las ecuaciones descritas en el documento [10] se calculan los parámetros del

modelo de orden reducido que se comporta similar al de la planta original, estos valores se presentan en el cuadro IV.

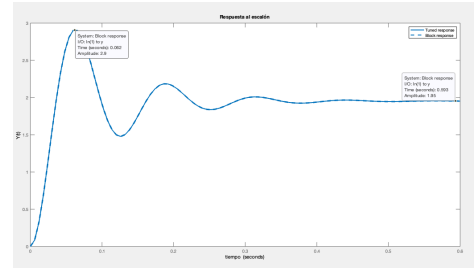


Figura 5: Respuesta en el tiempo para cálculo del valor final para el método de Ziegler & Nichols

Cuadro IV: Valores obtenidos mediante el método de identificación de Ziegler & Nichols

Característica	Valor
K	1.1303
L	0.00006075
T	10.453182

Finalmente, se obtiene el modelo:

$$M_3(s) = \frac{1,1303e^{-0,00006075s}}{(10,453182s - 1)} \quad (9)$$

II-D. Índice de Error Absoluto (IAE) para cada modelo

En el cuadro V se presenta el valor de IAE el cual se utiliza para determinar el modelo más cercano a la planta real.

Cuadro V: Índice de Error Absoluto (IAE) a los 10s

Planta	Alfaro VM	Chidambaram a lazo cerrado	Ziegler & Nichols
0.7898	0.6831	0.7438	3.41

Con los datos resumidos anteriormente se determina que el modelo más cercano es el obtenido con el método de Chidambaram a lazo cerrado y por consiguiente será el utilizado para realizar las sintonizaciones con las diferentes reglas.

III. MÉTODOS DE SINTONIZACIÓN

De acuerdo a los resultados obtenidos en la sección anterior con lo que respecta al IAE se observa que el valor en el método Alfaro es el menor, aunque por poco comparado con el valor obtenido por medio de Chidambaram. Debido a lo comentado en el artículo [4] y en el artículo de Chidambaram [5] se escoge sintonizar el controlador a partir de Chidambaram ya que a nivel de IAE no es mucha la diferencia y se posee una mayor documentación.

Se realizan las siguientes consideraciones: el dominio del tiempo además de la razón entre el tiempo muerto y la constante de tiempo de la planta. A su vez, se busca una buena estabilidad relativa así como realizar una sintonización que permita que el sistema responda considerablemente rápido.

Dado lo anterior se procede con la escoger posibles controladores dentro de lo mencionado en el manual de controladores PI y PID para su sintonización [6] y demás documentos revisados. Los cuales se detallan a continuación así como sus parámetros calculados por medio de las ecuaciones presentes.

III-A. Regla de Alfaro y Vilanova (2013)

Alfaro y Vilanova presentan en [8] una regla de sintonización que busca diseñar un controlador PID estándar con un filtro derivativo de dos grados de libertad para una planta inestable de primer grado más tiempo muerto. Utiliza un método de lazo cerrado y su fin es optimizar el funcionamiento del sistema tanto en servocontrol como en control regulatorio con un nivel de robustez específico en lazo cerrado.

Los autores también analizan las restricciones impuestas por la relación entre el tiempo muerto y la constante de tiempo del modelo seleccionado (τ_o) sobre la sensibilidad, y por consiguiente la robustez del sistema. Dicha restricción consiste en que el sistema tendrá una menor robustez cuando τ_o aumenta.

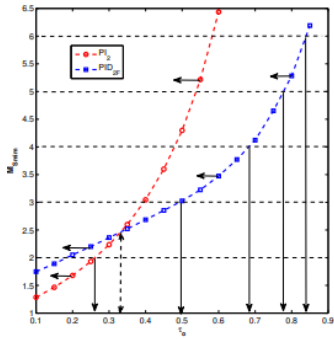


Figura 6: Ms obtenible respecto al valor de τ_o [8]

Las ecuaciones para calcular todos los parámetros del controlador, incluyendo la constante de tiempo del filtro, son presentadas en [8]. Los valores obtenidos para nuestro modelo seleccionado, utilizando dichas ecuaciones, se muestran en el cuadro VI.

Cuadro VI: Parámetros para un controlador PID estándar 2GdL mediante la regla de Alfaro y Vilanova (2013)

Característica	Valor
K_c	1.244917247797333
T_i	0.395926857827521
T_d	0.006738387160565
α	0.027666910161702
β	0
γ	0

III-B. Regla de Jhunjunwala y Chidambaram (2001)

Esta regla de sintonización presentada en [7] busca disminuir el error integral cuadrático (ISE) de un controlador

PID estándar, permitiendo mejorar la robustez de un sistema con una planta inestable de primer orden más tiempo muerto. El autor también realiza comparaciones con dos métodos de Huang and Chen(1997,1999), dando mejores resultados el de Jhunjunwala y Chidambaram, ya que las respuestas ante perturbaciones presentan un menor sobrepaso y un menor tiempo de asentamiento.

Sin embargo, dicho método no está enfocado solamente en optimizar el control regulatorio, ya que también mejora el funcionamiento del sistema en servocontrol.

Según esta regla, para calcular la ganancia del controlador existen dos ecuaciones distintas, las cuales deben ser utilizadas dependiendo del valor de τ_o , por lo que podemos ver que al igual que la regla de sintonización presentada en [8], τ_o provoca ciertas restricciones a la hora de la sintonización. De igual manera ocurre para el cálculo del tiempo integral.

En el cuadro VII se muestran los parámetros obtenidos utilizando las ecuaciones del paper.

Cuadro VII: Parámetros para un controlador PID estándar mediante la regla de Jhunjunwala and Chidambaram (2001)

Característica	Valor
K_c	1.570602493877289
T_i	0.104274715683164
T_d	0.011491500000000

III-C. Regla de Sree, Srinivas y Chidambaram (2004)

El método de sintonización propuesto en [9] por Sree, Srinivas y Chidambaram busca ser una manera simple de encontrar los parámetros de un controlador PID estándar por medio de ecuaciones que utilizan los parámetros del modelo hallado que describe el proceso inestable. Además es importante recalcar que no solo se busca simplicidad sino también que se posea un mejor desempeño que métodos previos como el de Visoli basados en parámetros como ISE e ITSE, además de una mejor robustez.

Para este método es posible encontrar dos conjuntos de ecuaciones en [9] que hayan los parámetros del controlador PID siendo el segundo una versión mejorada para incrementar el desempeño, en el caso analizado en este trabajo se busca unos parámetros que den como resultado una buena robustez por lo cual se decide por utilizar el primer conjunto de ecuaciones. Los valores obtenidos se muestran en el siguiente cuadro:

Cuadro VIII: Parámetros para un PID estándar mediante la regla de Sree, Srinivas y Chidambaram (2004)

Característica	Valor
K_c	1.669391377923877
T_i	0.319241868613139
T_d	0.009834000000000

IV. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Como se mencionó al inicio del documento, la planta corresponde a un modelo que relaciona la variación en la

altura de un vehículo con levitación magnética ante cambios en la señal de tensión de entrada, por lo que durante las secciones pasadas de este trabajo se buscó obtener un modelo y lograr una sintonización óptima del controlador para cuando el sistema actúa en control regulatorio. Debido a lo anterior, se buscó diseñar un controlador que nos ofreciera una gran robustez ante cambios en las perturbaciones. Para poder concluir cual sintonización satisface más nuestros requerimientos, se obtuvieron y se compararon dos parámetros muy importantes, los valores de sensibilidad máxima y el esfuerzo de control para cada una, además se realizó una prueba para observar el comportamiento en el tiempo.

IV-A. Respuesta en el tiempo

Para comparar las respuestas en el tiempo de los tres métodos de sintonización desarrollados anteriormente, se les aplicó una señal escalón de 0.1 m en el valor deseado y en la perturbación lo cual equivale a un cambio de 10 %, este porcentaje se calcula considerando que la separación máxima entre el riel y el vehículo es de 1m lo cual sería un 100 %, lo anterior para poder obtener gráficas con valores normalizados. El resultado es mostrado en la Figura 7.

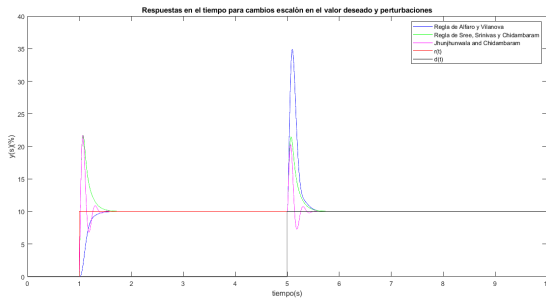


Figura 7: Respuesta en el tiempo de los métodos de sintonización ante entradas de escalón unitario en el valor deseado y en la perturbación

Comparando las respuestas de la Figura 7 podemos ver como el sistema presenta un mejor comportamiento ante entradas en la perturbación, es decir, cuando funciona en modo regulatorio, para todas las reglas de sintonización, exceptuando la de Alfaro y Vilanova, la cual posee un comportamiento más óptimo para servocontrol. El método de Jhunjhunwala y Chidambaram, como se mencionó cuando se obtuvo la sintonización, no especifica que tipo de control se busca optimizar, sin embargo, con esta prueba se puede notar claramente que funciona mejor para control regulatorio.

Para comprobar matemáticamente que el funcionamiento de los controladores es mejor en control regulatorio que en servocontrol se utiliza el IAE medido para cada modo de funcionamiento por separado dando como resultado los siguientes valores:

	IAE servocontrol	IAE regulatorio
Alfaro y Vilanova	0.01428	0.03958
Jhunjhunwala y Chidambaram	0.01277	0.01089
Sree, Srinivas y Chidambaram	0.01887	0.01712

Cuadro IX: Valores de IAE en servocontrol y control regulatorio para las tres sintonizaciones

El cuadro IX comprueba que la sintonización de Jhunjhunwala y Chidambaram es la que mejor funciona en control regulatorio, también la regla de Sree, Srinivas y Chidambaram posee un funcionamiento deseado pero no tan óptimo.

IV-B. Esfuerzo de control

Para medir el esfuerzo de control también se aplicó una señal escalón unitaria en el valor deseado y en la perturbación, en $t=1$ y $t=5$ respectivamente; dando como resultado los datos mostrados en la Figura 8.

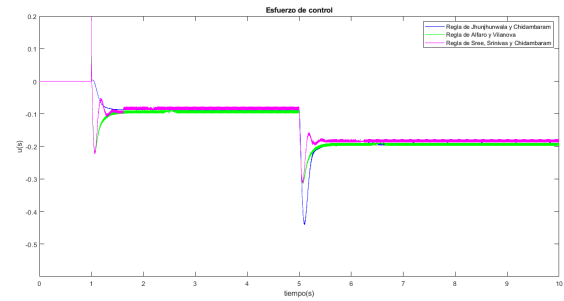


Figura 8: Esfuerzo de control de los controladores diseñados mediante las reglas de sintonización

Se puede observar, según la Figura 8 que para el controlador sintonizado por el método de Alfaro y Vilanova, se obtiene un esfuerzo de control muy parecido cuando actúa en servocontrol y control regulatorio. A diferencia de este, podemos ver que los otros dos controladores presentan un mayor esfuerzo de control cuando actúan en servocontrol, lo cual coincide con lo que se buscaba al aplicar las reglas de sintonización, en las que se buscaba un comportamiento más óptimo para el sistema en control regulatorio.

Por otro lado, tomando en cuenta solo el control regulatorio, ya que es el de nuestro interés, podemos ver que el esfuerzo de control más bajo es el del controlador sintonizado con la regla de Sree, Srinivas y Chidambaram. Importante recalcar que los picos más altos ocurren exactamente cuando se dan los cambios, ya sea en el valor deseado o en la perturbación, debido a que en ese momento se da el error máximo y el controlador ocupa un mayor esfuerzo para corregirlo.

IV-C. Sensibilidad y robustez

Para obtener cual sintonización nos ofrece la mayor robustez, se procedió a medir la sensibilidad de los tres métodos de sintonización, midiendo el pico más alto del diagrama de Bode de la función de sensibilidad. Es importante tomar en cuenta

que para un controlador de dos grados de libertad la función de sensibilidad en el dominio de la frecuencia se define de la siguiente forma según el documento de Alfaro y Villanova [8]:

$$S(jw) = \frac{1}{1 + C_y(jw)P(jw)} \quad (10)$$

Donde $C_y(jw)$ es la función de transferencia del controlador que actúa sobre la señal realimentada.

Los resultados se muestran en la Figura 9 y el cuadro X.

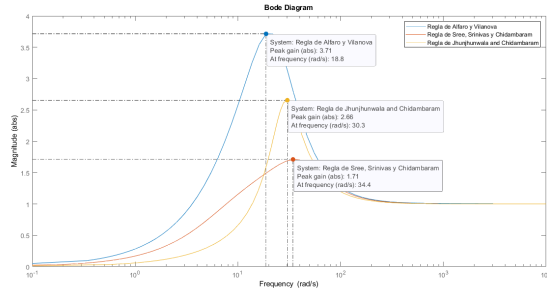


Figura 9: Diagrama de magnitud de Bode para la función de sensibilidad de las tres sintonizaciones

Cuadro X: Valores de Ms_{max} para cada sintonización

Regla	Valor
Alfaro y Vilanova	3.71
Jhunjhunwala y Chidambaram	2.66
Sree, Srinivas y Chidambaram	1.77

Para analizar los datos anteriores, es necesario mencionar que existe una relación inversa entre la sensibilidad máxima y la robustez del sistema, es decir, una gran sensibilidad se traduce a una baja robustez. Dadas las especificaciones para las cuales se buscaba sintonizar el controlador, podemos observar que la mejor sintonización corresponde a la de Sree, Srinivas y Chidambaram, la cual nos ofrece una gran robustez ya que la sensibilidad máxima es de 1,77. En contraste a lo mencionado anteriormente, la sintonización que nos proporciona la peor robustez es la de Alfaro y Vilanova ya que esta posee el pico más alto en la Figura 9.

V. CONCLUSIONES

Considerando las pruebas realizadas y la teoría estudiada, la identificación de sistemas inestables no se debe realizar a lazo abierto ya que no brinda los parámetros necesarios y adecuados para lograr sintonizar el controlador. Asimismo, se analizaron diferentes métodos de identificación del modelo y el índice del valor absoluto del error (IAE) para verificar cual es modelo que más se acerca al comportamiento real de la planta. Para esto se utilizaron tres métodos de identificación distintos, llegando a concluir, por medio de la medición del IAE, que el método de Chidambaram a lazo cerrado nos ofrece el modelo más cercano a la planta real. Mediante una amplia revisión bibliográfica se establecen algunas consideraciones de diseño

así como se prioriza la relevancia de los distintos aspectos en la salida del sistema siendo estas:

- Una robustez favorable.
- Mejor control de la planta en modo regulatorio debido a que se le da mayor peso al estudio de las perturbaciones considerando la naturaleza del proceso.
- Adecuada sensibilidad del sistema.
- Bajo esfuerzo del controlador.

Luego de esto se llevaron a cabo tres sintonizaciones distintas para el modelo escogido y mediante distintas pruebas se pudo llegar a la conclusión de que el controlador diseñado con la regla de sintonización propuesta por Sree, Srinivas y Chidambaram, es el que nos ofrece un mejor comportamiento respecto a las consideraciones mencionadas anteriormente, ya que esta regla nos brinda una gran robustez, así como un pequeño esfuerzo de control cuando el sistema actúa en control regulatorio. En cuanto a su IAE, no es el más bajo de las tres reglas utilizadas en este documento, sin embargo igual nos ofrece un valor bastante bajo.

REFERENCIAS

- [1] Instructivo - IE0431 (2019), Sistemas de Control: Proyecto Final: Diseño y Análisis de un Sistema de Control Realimentado, Versión 03.2019, Universidad de Costa Rica. Escuela de Ingeniería Eléctrica.
- [2] V. M. Alfaro, Identificación de modelos de orden reducido a partir de La curva de reacción del proceso, Departamento de Automática. Escuela de Ingeniería Eléctrica Universidad de Costa Rica. 2060 Costa Rica, 2006, Obtenido el día 17 de febrero del 2020 de: <http://www.kerwa.ucr.ac.cr/bitstream/handle/10669/14623/2647-4127-1-PB.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.
- [3] A. Chidambaram, Closed-loop identification of transfer function model for unstable systems, Journal of the Franklin Institute, no. 336, pp. 1055-1061, 1999.
- [4] V. Alfaro, Evaluación de los modelos utilizados en los estudios del control PID, Ingeniería: Revista de la Universidad de Costa Rica, ISSN 1409-2441, Vol. 17, N°. 4, pp. 117-129, 2011.
- [5] C. Sankar & M. Chidambaram, Subspace Identification of Unstable Transfer Function Model for a Magnetic Levitation System. IFAC Proceedings Volumes, Vol. 47, N°. 1, pp. 394-399, 2014, Obtenido el día 17 de febrero del 2020 de: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667016326866>
- [6] A. O'Dwyer, Handbook of PI and PID controller tuning rules, 3rd ed, Londres: Imperial College Press, pp. 440-480, 2017.
- [7] Manoj K. Jhunjhunwala & M. Chidambaram (2001) PID Controller tuning for unstable systems by optimization method, Chemical Engineering Communications, 185:1, 91-113, DOI: 10.1080/00986440108912857
- [8] V. M. Alfaro & R. Vilanova, Robust tuning of 2DoF PID controllers with filter for unstable first-order plus dead-time processes", 2013 IEEE 18th Conference on Emerging Technologies & Factory Automation (ETFA), Cagliari, 2013, pp. 1-8.
- [9] R. Padma Sree, M. N. Srinivas & M. Chidambaram, "A simple method of tuning PID controllers for stable and unstable FOPTD systems", Computers and Chemical Engineering 28, Madras, 2004, pp. 2201-2218.
- [10] Ziegler, J.B. y N.B. Nichols - Optimum Settings for Automatic Controls", ASME Transactions (EUA), Vol. 64, pág. 759- 768, 1942.