Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский национальный исследовательский
университет информационных технологий, механики и
оптики»

Факультет ПИИКТ
Дисциплина: Информатика

Лабораторная работа №7
Работа с системой компьютерной вёрстки TEX

Братчиков Иван Станиславович
P3101

Санкт-Петербург
2018

2. Пусть A, B, C и D - четыре произвольные точки плоскости. Тогда

$$\left(\sin^2 \tfrac{\prec ABD}{2} + \sin^2 \tfrac{\prec ADC}{2} - \right.$$
$$\left. - \sin^2 \tfrac{\prec BDC}{2}\right)^2 = 4\sin^2 \tfrac{\prec ADB}{2} \times$$
$$\times \sin^2 \tfrac{\prec ADC}{2} * \cos^2 \tfrac{\prec BDC}{2}$$

Доказательство Возможны (рис. 8) четыре случая взаимодействия расположения точек A, B, C и D. В каждом из них выберем U, V и W в соответсвии с таблицей, помещенной ниже. В любом случае $U \geqslant 0$, $V \geqslant 0$ и $U + V + W = \pi$ так что, согласно пункту 1,

$$(\sin^2 V + \sin^2 W - \sin^2 U)^2 =$$
$$4\sin^2 V * \sin^2 W * \cos^2 U.$$

Остается воспользоваться тем, что в любом случае

$$\sin U = \sin \frac{\prec BDC}{2},$$
$$\sin V = \sin \frac{\prec ADC}{2},$$
$$\sin W = \sin \frac{\prec ADB}{2},$$
$$\cos^2 U = \cos^2 \frac{\prec BDC}{2}$$

3. Пусть один из углов треугольника равен 0, противоположная сторона—u, прилежащие—v и w, полупериметр треугольника—q. Тогда

$$\cos^2 \tfrac{\theta}{2} = \tfrac{q(q-u)}{vw}, \qquad \sin^2 \tfrac{\theta}{2} =$$
$$= \tfrac{(q-u)(q-w)}{vw}.$$

Доказательство По теореме косинусов

$$u^2 = v^2 + w^2 - 2vw\cos(\theta), \qquad \cos\theta =$$
$$= (v^2 + w^2 - u^2)/2vw.$$

Значит,

$$\cos^2 \tfrac{\theta}{2} = \tfrac{1+\cos\theta}{2} = \tfrac{(v+w)^2-u^2}{4vw} =$$
$$\tfrac{(v+w+u)(v+w-u)}{4vw} = \tfrac{q(q-u)}{vw},$$

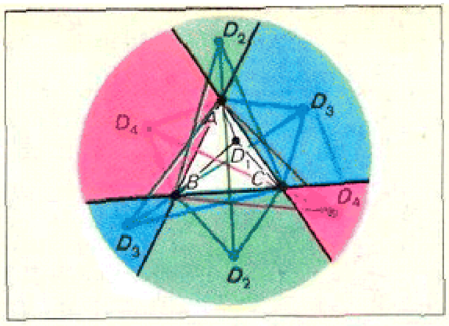

Рис. 8

№	Если	То
1	$\prec BDC + \prec ADC + \prec BDC = 2\pi$	$U = \frac{\prec BDC}{2}, V = \frac{\prec ADC}{2}, W = \frac{\prec ADB}{2}$
2	$\prec BDC = \prec ADC + \prec ADB$	$U = \pi - \frac{\prec BDC}{2}, V = \frac{\prec ADC}{2}, W = \frac{\prec ADB}{2}$
3	$\prec ADC = \prec BDC + \prec BDC$	$U = \frac{\prec BDC}{2}, V = \pi - \frac{\prec ADC}{2}, W = \frac{\prec ADB}{2}$
4	$\prec ADB = \prec BDC + \prec ADC$	$U = \frac{\prec BDC}{2}, V = \frac{\prec ADC}{2}, W = \pi - \frac{\prec ADB}{2}$