ИТМО

ПИИКТ

Лабораторная работа №2

“Вычислительная математика”

Группа P3201

Метод прямоугольников

Выполнил: Братчиков Иван Станиславович

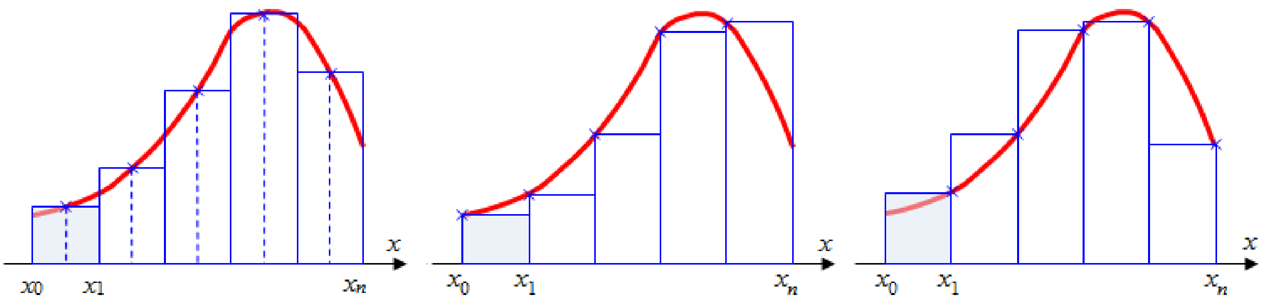
Приняла: Перл Ольга Вячеславовна

Санкт-Петербург

2020

Описание метода:

Используется замена определенного интеграла интегральной суммой. На каждом шаге интегрирования функция аппроксимируется полином нулевой степени – отрезком, параллельным оси абсцисс. Существуют 3 вариации метода.



а) средние прямоугольники *б) левые прямоугольники* *в) правые прямоугольники*

Таким образом вычисление определенного интеграла сводится к нахождению суммы n-прямоугольников:

$$\int_a^b f(x)dx \approx S_n = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$$

В качестве точек ξi могут выбираться левые ($\xi i = xi - 1$) или правые($\xi i = xi$) границы отрезков, получим формулы левых и правых прямоугольников.

$\int_a^b f(x)dx \approx h_1 y_0 + h_2 y_1 + \cdots + h_n y_{n-1} = \sum_{i=1}^{n} h_i\, y_{i-1}$ - левые прямоугольники

$\int_a^b f(x)dx \approx h_1 y_1 + h_2 y_2 + \cdots + h_n y_n = \sum_{i=1}^{n} h_i y_i$ - правые прямоугольники

При $h_i = h = \frac{b-a}{n} = const$:

$$\int_a^b f(x)dx = h\sum_{i=1}^{n} y_{i-1}$$

$$\int_a^b f(x)dx = h\sum_{i=1}^{n} y_i$$

Для аналитически заданных функций более точным является использование значений в средних точках элементарных отрезков(полуцелых узлах):

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n} h_i\, f(x_{i-1/2})$$

$$x_{i-1/2} = \frac{x_{i-1} + x_i}{2} = x_{i-1} + \frac{h_i}{2}, i = 1, 2, \dots n$$

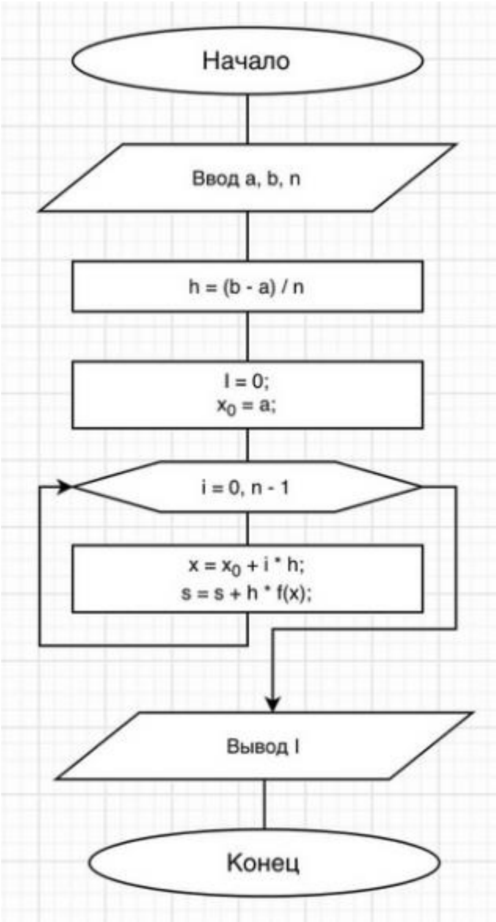
При $h_i = h = \frac{b-a}{n} = const$:

$$\int_a^b f(x)dx = h\sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1/2})$$

Код вычислительного метода:

```
public static Results integrate(double leftBound, double rightBound, DoubleFunctor func, double precision, Method
method) throws Exception{
   double prevSum = 0;
   double sum = 0;
   double accuracy = 0;
   long n;
   for (n = 1; n < 10000000; n *= 2) {
      double h = (rightBound - leftBound) / n;
      sum = 0;
      switch (method) {
         case LEFT_RECTANGLE:
            for (int i = 0; i < n; i++){
               double testValue = func.applyXValue(leftBound + i * h);
               if (Double.isNaN(testValue) || Double.isInfinite(testValue)) {
                  sum += func.applyXValue(leftBound + i * h + epsilon);
               } else  sum += testValue;
            }
            break;
         case MIDDLE_RECTANGLE:
            for (int i = 1; i <= n; i++) {
               double testValue = func.applyXValue(leftBound + i * h - h / 2);
               if (Double.isNaN(testValue) || Double.isInfinite(testValue)){
                  sum += func.applyXValue(leftBound + i * h - h / 2 + epsilon);
               } else sum += testValue;
            }
            break;
         case RIGHT_RECTANGLE:
            for (int i = 1; i <= n; i++) {
               double testValue = func.applyXValue(leftBound + i * h);
               if (Double.isNaN(testValue) || Double.isInfinite(testValue)){
                  sum += func.applyXValue(leftBound + i * h + epsilon);
               } else sum += testValue;
            }
            break;
      }
      sum *= h;
      if (Double.isNaN(sum) || Double.isInfinite(sum)) {
         throw new Exception("точность не достигаема");
      }
      accuracy = Math.abs(sum - prevSum) / 3;
      prevSum = sum;
      if (accuracy <= precision)
         break;
      if (n * 2 >= 1000000)
         throw new Exception("точность не достигаема");
   }
      if (Double.isNaN(sum) || Double.isInfinite(sum)) {
         throw new Exception("точность не достигаема");
      }
   return new Results(sum, n, accuracy);
}
```

Блок схема:



Пример:

- y = sin(x)

Введите левую границу: 1
Введите правую границу: 2
Введите необходимую точность: 0.01
Введите номер числового метода:
 0: метод левых прямоугольников
 1: метод средних прямоугольников
 2: метод правых прямоугольников
 Ввод: 1
Результат: 0.9589444433179442
Количество разбиений: 4
Погрешность: 0.002513613265605804

- y = x^5 + x^2 - 3^x

Введите левую границу: 1
Введите правую границу: 5
Введите необходимую точность: 0.001
Введите номер числового метода:
 0: метод левых прямоугольников
 1: метод средних прямоугольников
 2: метод правых прямоугольников
 Ввод: 2
Результат: 2426.878692228613
Количество разбиений: 2097152
Погрешность: 9.244291691175022E-4

Вывод:

Метод прямоугольников позволяет посчитать приблизительное значение интеграла с необходимой точностью. Метод средних прямоугольников считается самым точным так как использует значения в средних точках элементарных отрезков (полуцелых узлах). В то время, как методы правых и левых прямоугольников считаются менее точными, потому что используют правые и левые границы отрезков, соответственно.