Recommender_Systems

算法篇 Algorithm

FM

推荐系统一般面临的问题是评分预测问题，给定用户集合 $U = u_1, u_2, u_3, ... u_M$, 物品集合
$I = i_1, i_2, i_3, ... i_N$,模型是一个评分函数：
$f : \mathbb{U} \times \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{R}$

$y = f(u, i)$ 表示用户u对物品i的评分。

其中已知部分用户在物品上的评分：$\mathbb{S} \in \mathbb{U} \times \mathbb{I}, \forall (u, i) \in \mathbb{S}, \tilde{y} = f(u, i)$，目标是求解剩余用户再剩余物品上的评分：$\hat{y} = f(u, i), \forall (u, i) \in \complement_{\mathbb{S}}$

其中 $\mathrm{C}_{\mathbb{S}}$ 为 $\mathbb{S}$ 的补集。

- 通常评分问题是一个回归问题，模型预测结果是评分的大小。此时损失函数采用 MAE/MSE 等等。
- 也可以将其作为一个分类问题，模型预测结果是各评级的概率。此时损失函数是交叉熵。
- 当评分只有 0 和 1 时，这表示用户对商品 “喜欢/不喜欢”，或者 “点击/不点击”。这就是典型的点击率预估问题。

LR模型是简单的线性模型，原理简单，易于理解，训练非常方便，对于一般的分类或者预测问题，可以很容易的训练。但是，LR模型特征之间是彼此独立的，无法拟合特征之间的非线性关系，而现实生活中的特征之间往往不是独立的而是存在一定的内在联系。以新闻推荐为例，一般男性用户看军事新闻多，而女性用户喜欢情感类新闻，那么可以看出性别与新闻的类别有一定的关联性，如果能找出这类相关的特征，是非常有意义的，可以显著提升模型预测的准确度。

一、LR模型

其中 X 属于n维特征向量, 即 $X \in \mathbb{R}^n, y$ 属于目标值，回归问题中 $y \in \mathbb{R}$, 二分类问题中 $y \in \{-1, +1\}$

$\hat{y}(X) = w_0 + \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$

从LR模型可以看到：

> (1) 各个特征分量 x_i 和 $x_j (i \neq j)$ 彼此之间是独立的
> (2) $\hat{y}(X)$ 将单个特征分量线性的组合起来，却忽略了特征分量彼此之间的相互组合关系；

所以LR模型只考虑了一阶特征的线性组合关系

对于特征组合关系来说，我们定义如下：

> (1) 一阶特征：即单个特征，不产生新特征，如 x_1
> (2) 二阶特征：即两个特征组合产生的新特征，如 $x_1 x_2$
> (3) 高阶特征：即两个以上的特征组合产生的新特征, 如 $x_1 x_2 x_3$

二、多项式模型方程

为了克服模型二阶特征的组合因素，我们用LR模型改写为二阶多项式模型：

$\hat{y}(X) = w_0 + \sum_{i=1}^{n} w_i x_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} w_{ij} x_i x_j$

其中 $x_i x_j$ 表示两个互异特征组合的二阶特征, w_{ij} 表示二阶特征的交叉项系数
至此，该模型似乎已经加入了特征组合的因素，接下来只要学习参数即可

但是，上述二阶多项式模型却有一个致命的缺陷：

> 数据稀疏性普遍存在的实际应用场景中，二阶特征系数 w_{ij} 的训练是很困难的

造成的学习困难是因为：

> (1) w_{ij} 的学习需要大量特征分量 $x_{\$i\$}$ 和 x_j 都非零的样本
> (2) 样本本身是稀流的，同时满足 $x_i x_j \neq 0$ 的样本非常稀少

所以多项式模型虽然加入了二阶特征组合，但是收到了数据稀疏的影响

三、FM模型方程

为了克服模型无法在稀疏数据场景下学习二阶特征系数 w_{ij}, 我们需要将 w_{ij} 表示为另外一种形式
为此，针对样本 X 的第维特征分量 x_i, 引入辅助隐向量 v_i

$$v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \ldots, v_{ik})^T \in \mathbb{R}^k$$

其中k是超参数，表示特征分量 x_i 对应一个 k 维隐向量 v_i, 则将 w_{ij} 表示为:

$$w_{ij} =< v_i, v_j >= \sum_{f=1}^{k} v_{if} v_{jf}$$

上面引入隐向量的含义为：

> -阶特征系数 w_{ij} 等价于：特征分量 x_i 和 x_j 对应的隐向量 v_i 和 v_j 的内积 $< v_i, v_j >$, 这就是FM模型的核心思想

四、FM模型

我们将二阶多项式模型改写为FM模型

$$\hat{y}(X) = w_0 + \sum_{i=1}^{n} w_i x_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} < v_i, v_j > x_i x_j$$

FM(Factorization machines, 因子分解机) 是点击率预估场景中最常见的算法模型，FM的参数为 $w_0 \in \mathbb{R}, w \in \mathbb{R}^n, V \in \mathbb{R}^{n \times k}$

各个参数的含义为：

> (1) $w_0 \in \mathbb{R}$ 表示FM模型的偏置
> (2) $w \in \mathbb{R}^n$ 表示FM模型对一阶特征的建模
> (3) $V \in \mathbb{R}^{n \times k}$ 表示FM模型对二阶特征的建模

参数的个数为：$1+n+nk$
复杂度为：$O\left(n^2 k\right)$

五、FM具体求解

使用矩阵分解来做；
(1) 每个特征 x_i 对应的隐向量 v_i 组成的矩阵 V：

$$V=\begin{bmatrix} v_1^T \\ v_2^T \\ \ldots \\ v_n^T \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \ldots & v_{1k} \\ v_{21} & v_{22} & \ldots & v_{2k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ v_{n1} & v_{n2} & \ldots & v_{nk} \end{bmatrix}_{n\times k}$$

即矩阵 V 的第行表示：第维特征 x_i 的隐向量 v_i

则矩阵 V^T 为：

$$V^T=\begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \ldots & v_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} v_{11} & v_{21} & \ldots & v_{n1} \\ v_{12} & v_{22} & \ldots & v_{n2} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ v_{1k} & v_{2k} & \ldots & v_{nk} \end{bmatrix}_{k\times n}$$

(2) 多项式模型的二阶特征系数 w_{ij} 组成的方阵 W

$$W=\begin{bmatrix} \mathbf{w}_{11} & w_{12} & \ldots & w_{1n} \\ w_{21} & \mathbf{w}_{22} & \ldots & w_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ w_{n1} & w_{n2} & \ldots & \mathrm{w_{nn}} \end{bmatrix}_{n\times n}$$

(3) FM模型的二阶特征系数 $<v_i,v_j>$ 组成的方阵 $\widehat{W}$

$$\begin{aligned}\hat{W}=V\times V^T=\begin{bmatrix} v_1^T \\ v_2^T \\ \ldots \\ v_n^T \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \ldots & v_n \end{bmatrix}&=\begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{v}_1 & v_1^T v_2 & \ldots & v_1^T v_n \\ v_2^T v_1 & \mathbf{v}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{v}_2 & \ldots & v_2^T v_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ v_n^T v_1 & v_n^T v_2 & \ldots & \mathbf{v}_{\mathbf{n}}^{\mathrm{T}}\mathbf{v}_{\mathbf{n}} \end{bmatrix}_{n\times n} \\ &=\begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{v}_1 & w_{12} & \ldots & w_{1n} \\ w_{21}^{\hat{2}} & \mathbf{v}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{v}_2 & \ldots & w_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ w_{n1} & w_{n2} & \ldots & \mathbf{v}_{\mathbf{n}}^{\mathrm{T}}\mathbf{v}_{\mathrm{n}} \end{bmatrix}_{n\times n}\end{aligned}$$

从上面的三个矩阵中可以看到；

> (1) 方阵 W 的非对角线上三角的元素，即为多项式模型的二阶特征系数：w_{ij}
> (2) 方阵 $\widehat{W}$ 的非对角线上三角的元素，即为FM模型的二阶特征系数 :$<v_i,v_j>$

由于 $\widehat{W}=V\times V^T$，即隐向量矩阵的相乘结果，这是一种矩阵分解的方法,引用线性代数中的结论：

- 当k足够大时，对于任意对称正定的实矩阵 $\widehat{W}\in\mathbb{R}^{n\times n}$，均存在实矩阵 $V\in\mathbb{R}^{\mathrm{n}\times\mathrm{k}}$，使得 $\widehat{W}=V\times V^T$

所以FM模型需要保证 $\widehat{W}$ 的正定性。由于FM只关心互异特征之间的关系 $(i>j)$, 因此 $\widehat{W}$ 的对角线元素可以任意取值，只需将它们取足够大 (保证行元素严格对角占优），就可以保证
$\widehat{W}$ 的正定性

我们可以改写模型的二阶项系数项

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}<v_i,v_j>x_ix_j \\
=&\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}<v_i,v_j>x_ix_j-\sum_{i=1}^{n}<v_i,v_i>x_ix_i\right) \\
=&\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{f=1}^{k}v_{if}v_{jf}x_ix_j-\sum_{i=1}^{n}\sum_{f=1}^{k}v_{if}^2x_i^2\right) \\
=&\frac{1}{2}\sum_{f=1}^{k}\left[\sum_{i=1}^{n}(v_{if}x_i)\sum_{j=1}^{n}(v_{jf}x_j)-\sum_{i=1}^{n}v_{if}^2x_i^2\right] \\
=&\frac{1}{2}\sum_{f=1}^{k}\left[\left(\sum_{i=1}^{n}(v_{if}x_i)\right)^2-\sum_{i=1}^{n}v_{if}^2x_i^2\right]
\end{aligned}$$

并对上面的过程做一个简化和解释：

> 第1个等号：对称方阵 $\widehat{W}$ 的所有元素之和减去主对角线元素之和
> 第2个等号: $<v_i,v_j>$ 向量内积展开成累加形式
> 第3个等号: 提出公共部分 $\sum_{f=1}^{k}$
> 第4个等号：表示为"和平方"减去"平方和"

简化之后的表达式，FM模型方程为：

$\hat{y}(X)=w_0+\sum_{i=1}^{n}w_ix_i+\frac{1}{2}\sum_{f=1}^{k}\left[\left(\sum_{i=1}^{n}(v_{if}x_i)\right)^2-\sum_{i=1}^{n}v_{if}^2x_i^2\right]$

其中参数个数为： $1+n+kn$
模型的复杂度为： $O(kn)$
可以看到通过数学上的化简，FM模型的复杂度降低到了线性级别

六、损失函数

利用FM模型方程，可以进行各种机器学习预测的任务，如回归、分类和排名等

对于回归问题，损失函数可以取最小平方误差函数

$$\operatorname{loss}(\hat{y},y)=\frac{1}{2}(\hat{y}-y)^2$$

对于分类问题, 损失函数可以取logit逻辑函数

$$\operatorname{loss}(\hat{y},y)=\log\left(1+e^{-\hat{y}y}\right)$$

七、优化目标函数

最优化目标函数，即最优化模型方程的参数，即转化为下面最优化问题

$$\theta^* = \operatorname{argmin} \sum_{i=1}^{N} \operatorname{loss}(\hat{y}_i, y_i)$$

目标函数对模型参数的偏导数通式为：

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\operatorname{loss}\left(\hat{y}_i(\vec{X}), y_i\right) = \frac{\partial \operatorname{loss}\left(\hat{y}_i(\vec{X}), y_i\right)}{\partial \hat{y}_i(\vec{X})} \frac{\partial \hat{y}_i(\vec{X})}{\partial\theta}$$

对于 R^2 和或 $\log it$ 作为损失函数而言， $\operatorname{los} s$ 对模型估计函数 $\hat{y}(X)$ 的偏导数为:

$$\frac{\partial \operatorname{loss}\left(\hat{y}_i(\vec{X}), y_i\right)}{\partial \hat{y}_i(\vec{X})} = \begin{cases} \hat{y}_i - y_i & , \operatorname{loss} \ = \frac{1}{2}(\hat{y}_i - y_i)^2 \\ \frac{-y_i}{1+e^{\hat{j}_i y_i}} & , \operatorname{loss} = \log\left(1 + e^{-\hat{y}_i y_i}\right) \end{cases}$$

对于FM模型而言，优化的参数为： Tex parse error!，则FM模型方程对各个参数 θ^* 的偏导数为：

$$\frac{\partial \hat{y}_i(\vec{X})}{\partial\theta} = \begin{cases} 1 & , \text{if } \theta = w_0 \\ x_i & , \text{if } \theta = w_i \\ x_i \sum_{i=1}^{n} (v_{if} x_i) - v_{if} x_i^2 & , \text{if } \theta = v_{if} \end{cases}$$

八、FM模型优势

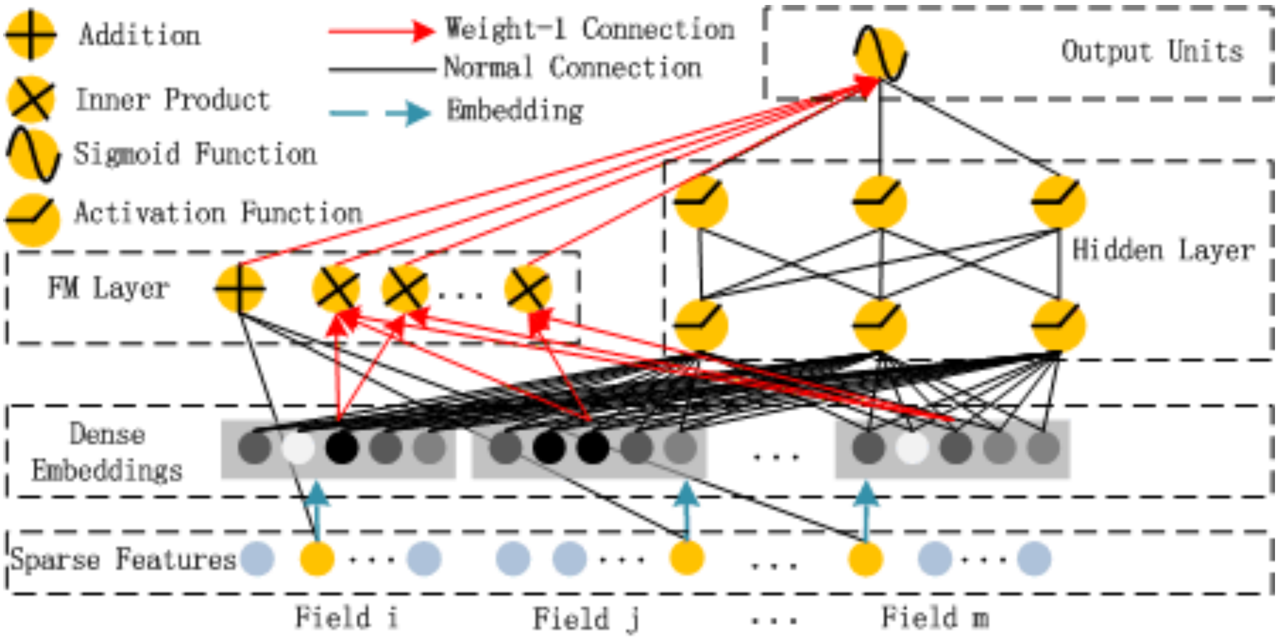
最后我们总结出FM模型的优势:

> (1) FM模型对特征的一阶组合和二阶组合都进行了建模
> (2) FM模型通过MF思想，基于K维的Latent Factor Vector, 处理因为数据稀疏带来的学习不足问题
> (3) FM模型的训练和预测的时间复杂度是线性的
> (4) FM模型可以用于DNN的embedding

DeepFM

线性模型由于无法引入高阶特征，所以FM模型应运而生，FM通过隐向量latent vector 做内积来表示特征组合，从理论上解决了低阶和高阶组合特征提取的问题，到那时一般受限于计算复杂度，也是只考虑2阶交叉特征。

随着DNN在图像、语音、NLP领域取得突破，人们意识到了DNN在特征的表示上有优势，提出CNN模型来做CTR预估。所以，使用DNN模型和FM联合训练，FM模型可以捕捉到低阶交叉特征，DNN模型可以捕捉到高阶特征，从而进行端到端的训练学习。



左边是FM模型，右边是Deep模型，在模型中，FM中的参数和Deep参数将共同参与训练，可以同时从原始特征中学习低阶特征交互和高阶特征交互，完全不需要执行特征工程。

假设输入包含 sparse 特征和 dense 特征。设输入向量 $\overrightarrow{\mathbf{x}}$, 其中:

$\overrightarrow{\mathbf{x}}=<\overrightarrow{\mathbf{x}}_{\text{sparse}}^{(1)}, \cdots, \overrightarrow{\mathbf{x}}_{\text{sparse}}^{(K)}, \overrightarrow{\mathbf{x}}_{\text{dense}}>\in \mathbb{R}^d$

其中 $\overrightarrow{\mathbf{x}}_{\text{sparse}}^{(i)}$ 为 $field_i$ 的 one-hot 向量, $\overrightarrow{\mathbf{x}}_{\text{dense}}$ 为原始的 dense 特征, $<\cdot>$ 为向量拼接。对于特征 j (即x_j) :

- 标量 w_j 用于对它的一阶特征重要性进行建模，即 FM 组件左侧的 $+$ 部分。
- 向量 $\overrightarrow{\mathbf{v}}_j$ 用于对它的二阶特征重要性进行建模，即 FM 组件右侧的 $\times$ 部分。
- 向量 $\overrightarrow{\mathbf{v}}_j$ 也作为 deep 组件的输入，从而对更高阶特征交互进行建模，即 deep 组件。
  最终模型联合了 FM 组件和 Deep 组件的输出:

$\hat{y}=\operatorname{sigmoid}(\hat{y}_{FM}+\hat{y}_{DNN})$

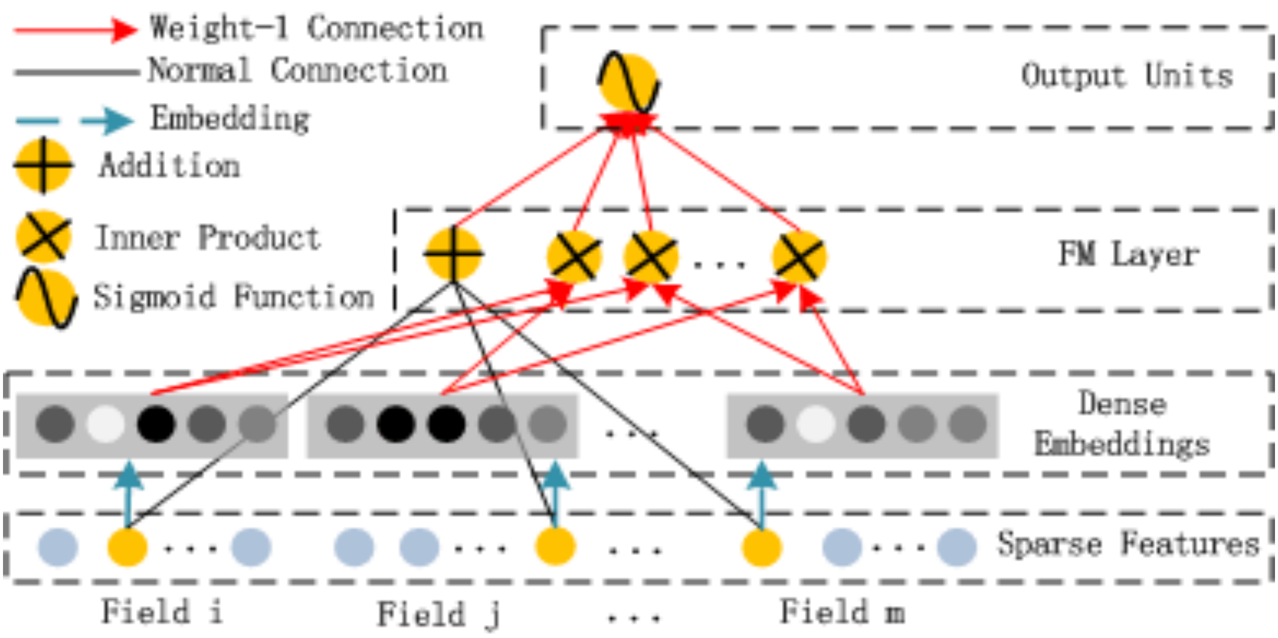
其中 $\hat{y}\in(0,1)$ 为模型预测的 CTR, $\hat{y}_{FM}$ 为 FM 组件的输出, $\hat{y}_{DNN}$ 为 deep 组件的输出。

一、FM 部分

FM部分主要用于一阶特征和二阶交叉特征，由两部分组成，分别是加法(Addition) 和内积(Inner Product)；

$\hat{y}_{FM}=\sum_{i=1}^d(w_i\times x_i)+\sum_{i=1}^d\sum_{i=j+1}^d\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}_i\cdot\overrightarrow{\mathbf{v}}_j\right)\times x_i\times x_j;$

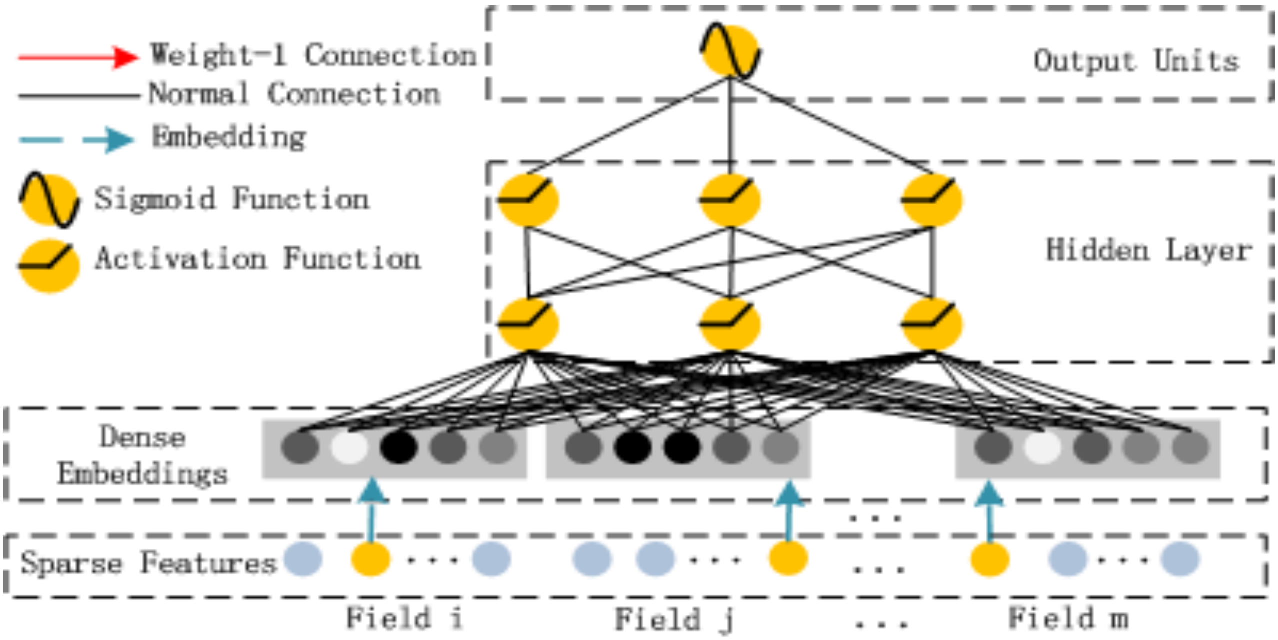
其中 $\overrightarrow{\mathbf{v}}_i\in\mathbb{R}^k$ 。



- 第一项 addition unit 用于一阶特征重要性建模
- 第二项 inner product 用于对二阶特征重要性建模

二、Deep部分

Deep部分是一个前馈神经网络，用于学习高阶特征交互；



三、代码实现

Tensorflow

- DeepFM tensorflow 版本的代码实现存放在DeepFM_with_Tensorflow/ 目录

Pytorch

- DeepFM pytorch 版本的代码实现存放在 DeepFM_with_Pytorch/ 目录

工程篇 Engineering

本节主要介绍TensorFlow Recommenders-Addons
TFRA主要包括两个独立组件，tfra.dynamic_embedding 和 tfra.embedding_variableEmbeddingVariables组件。

主要量化dynamic_embedding 和 embedding之间性能提升区别；

1、 tf 1.x 版本embedding

tf1.x版本的tf.nn.embedding_lookup 实验代码在目录Distrubution_recommender_sys/tf_nn_embedding.py中；

> 在算法平台运行即可启动任务
> %%model_training submit
> -f tensorflow
> --data_input=/dataset/example/
> --parallel_mode=1
> --work_dir=/privatecode/tensorflow24/
> --pss=2
> --ps_img=harbor.weizhipin.com/arsenal_notebook/tfra:0.0.1
> --ps_cmd=python
> --ps_args=tf_nn_embedding.py
> --ps_cpu=4
> --ps_memory=8Gi
> --workers=2
> --worker_img=harbor.weizhipin.com/arsenal_notebook/tfra:0.0.1
> --worker_cmd=python
> --worker_args=tfra-movielens-1m.py
> --worker_cpu=2
> --worker_memory=16Gi
> --disable_data_save_mode
> --disable_model_version
> --pending_wait_time 2h

2、tf 2.2.4版本embedding

tfra.dynamic_embedding 实验代码在Distrubution_recommender_sys/tfra_embedding.py中，

> 运行下面命令即可执行
> %%model_training submit
> -f tensorflow
> --data_input=/dataset/example/
> --parallel_mode=1
> --work_dir=/privatecode/tensorflow24/
> --pss=2

> --ps_img=harbor.weizhipin.com/arsenal_notebook/tfra:0.0.1
> --ps_cmd=python
> --ps_args=tfra-movielens-1m.py
> --ps_cpu=4
> --ps_memory=8Gi
> --workers=2
> --worker_img=harbor.weizhipin.com/arsenal_notebook/tfra:0.0.1
> --worker_cmd=python
> --worker_args=tfra-movielens-1m.py
> --worker_cpu=2
> --worker_memory=16Gi
> --disable_data_save_mode
> --disable_model_version
> --pending_wait_time 2h

3、实验结果

本次实验其他变量保持一直，包括$batchsize, epoch, dataset, embeddingsize$，
实验所用数据为MovieLens；

- 100多万条电影评分
- 3900部电影
- 6000多名用户

实验结果tfra运行速度要略快于tf nn_embedding

> (total cost) tfra_dynamic 1257.9s
> (total cost) tf_nn_embedding 1336.99s

参考(Reference)

本实验和算法参考以下博客，部分文献收录于Reference目录中：

https://www.cnblogs.com/Matrix_Yao/p/4773221.html
https://github.com/guestwalk/libffm
http://www.cs.cmu.edu/~wcohen/10-605/2015-guest-lecture/FM.pdf
https://tech.meituan.com/2016/03/03/deep-understanding-of-ffm-principles-and-practices.html
https://mp.weixin.qq.com/s/LKIuLYz8fP3BL3cB1CsHlw#at
https://discuss.tf.wiki/t/topic/1482
https://github.com/tensorflow/recommenders-addons/tree/6dced6c1fa5c3b35bcc735fb3544ac059acc1561
https://blog.csdn.net/GFDGFHSDS/article/details/104782245

感谢博哥，翰晨、李瑞等同事的帮助完成实验部分。(使用vscode 安装Markdown preview enhance插件后打开)