

## FORMALIZAÇÃO MATEMÁTICA X FÍSICA MODERNA NO ENSINO MÉDIO: É POSSÍVEL SOLUCIONAR ESSE IMPASSE?

## MATHEMATICAL FORMALIZATION X MODERN PHYSICS IN HIGH SCHOOL: IS IT POSSIBLE TO SOLVE THIS IMPASSE?

Ricardo Karam<sup>1</sup>, Maurício Pietrocola<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade de São Paulo / Programa de Pós-Graduação em Educação / Feusp, karam@usp.br

<sup>2</sup> Universidade de São Paulo / Programa de Pós-Graduação em Educação / Feusp, mpietro@usp.br

### Resumo

A dificuldade/impossibilidade de “falar” de temas de Física Moderna e Contemporânea, sem fazer uso de uma linguagem matemática, tem se revelado um obstáculo considerável para as propostas de ensino de temas modernos de física na educação básica. Muitos autores de seqüências destinadas a este fim têm buscado superar este obstáculo priorizando abordagens conceituais e qualitativas em detrimento do uso de um formalismo matemático. No presente artigo, analisamos alguns episódios históricos que evidenciam a dependência da Matemática para a estruturação da Física, especificamente em relação à que foi desenvolvida ao longo do século XX. Diante do impasse Formalização Matemática *versus* Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio, descrevemos três propostas de ensino que, a nosso ver, parecem solucioná-lo. Estas propostas abordam Relatividade Restrita, Dualidade onda-partícula e Eletrodinâmica Quântica, respectivamente, e buscam conciliar a dificuldade de compreensão do complexo formalismo matemático destes temas, com estratégias que permitem abordagens quantitativas dos mesmos, as quais julgamos passíveis de serem tratadas com estudantes de Ensino Médio.

**Palavras-chave:** Física Moderna e Contemporânea, Ensino Médio, Formalismo Matemático, Impasse.

### Abstract

The difficulty/impossibility of “talking” about modern physics without using a mathematical language is one of the main obstacles that has to be faced when one tries to develop strategies to teach modern physics in high school level. Many authors have preferred qualitative and conceptual approaches to deal with this obstacle, however this option ends up in some inevitable distortions. In this article, we analyze some historical episodes that emphasize the importance of mathematics to the creation of physics’ theories, specially the ones developed since the beginning of the twentieth century. Facing the impasse Mathematical Formalization *versus* Modern Physics in High School, we describe three different approaches which, in our opinion, seem to solve it. The themes that are treated in these three didactic sequences are Special Relativity, Wave-particle Duality and Quantum Electrodynamics and we intend to show that they managed to conciliate the difficulty of the mathematics of these theories, with interesting strategies which we judge appropriated to be taught in high school classes.

**Keywords:** Modern Physics, High School, Mathematical Formalization, Impasse.

## 1. Introdução

*A experiência se impõe como o único critério da utilização de uma construção matemática para a física. Mas **o princípio verdadeiramente criador se encontra na matemática** (Einstein, 1981, p.150-151, grifo nosso).*

Os trabalhos de Albert Einstein são provas do desenvolvimento de uma capacidade intelectual de transcender o mundo sensorial. Como podemos verificar em sua citação, Einstein destaca a importância da matematização da Física para tornar possível tal transcendência.

Tendo como base as complexas relações entre a formalização matemática e as teorias físicas, este artigo é motivado pela seguinte questão: se a matemática é estruturante do conhecimento físico (Pietrocola, 2002) e a dependência do formalismo matemático é ainda mais evidente quando se trata de temas de Física Moderna e Contemporânea<sup>1</sup> (FMC), de que maneira isso interfere quando pensamos em estratégias para ensinar tópicos atuais de física na educação básica?

A superação do obstáculo do formalismo matemático da FMC tem se dado, em trabalhos recentes que elaboram propostas de ensino de FMC no Ensino Médio (EM), através da opção por priorizar abordagens conceituais e qualitativas. A partir da análise de alguns episódios históricos, buscamos destacar a dificuldade/impossibilidade de “falar” de física moderna sem fazer uso de uma linguagem matemática. Diante desse impasse, descrevemos três propostas de ensino de FMC que parecem solucioná-lo.

## 2. Matematização e Física Moderna

Física, do grego *phisiké*, que significa natureza, é comumente vista como a ciência que se propõe a compreender os fenômenos naturais e descrever as leis que regem o universo. Matemática, do grego *mathema*, termo associado à ciência, conhecimento e aprendizagem, pode ser entendida como o estudo de padrões, de estruturas abstratas, do espaço, além de também ser encarada como uma linguagem. Seria correto supor que a primeira trata do mundo real, do concreto, do empírico, enquanto que a segunda trabalha em um mundo imaginário, abstrato, constituído por objetos preexistentes e independentes do mundo das experiências, como acreditava Platão? Apesar de encontrarmos distinções dessa natureza na maneira como Matemática e Física vêm sendo abordadas no contexto escolar, uma análise histórica e epistemológica nos leva a discordar de tal visão reducionista e nos permite perceber as complexas relações existentes entre o conhecimento físico e o matemático desde sua mais remota essência.

Encontramos uma profunda análise dessas relações no trabalho de Poincaré (1995). Colocando-se como um analista puro, Poincaré destaca que a Matemática possui claramente dois objetivos: o estético e o físico. Em se tratando do objetivo estético, o autor acredita que a Matemática se assemelha às artes, como a pintura e a música, e que seus adeptos admiram a delicada harmonia dos números e das formas, assim como um pintor admira uma obra e um músico uma melodia. Dessa forma, Poincaré enfatiza que *a matemática merece ser cultivada por si mesma, e*

---

<sup>1</sup> Para evitar polêmicas quanto à terminologia, estamos considerando Física Moderna e Contemporânea como a física desenvolvida desde o início do século XX até os dias atuais.

*que as teorias que não têm aplicação na física devem sê-lo, tanto como as outras* (POINCARÉ, 1995, p. 90).

Entretanto, ao mencionar o objetivo físico da Matemática, ou seja, sua aplicabilidade na descrição dos fenômenos do mundo físico, Poincaré não o distingue do objetivo estético e defende que não se deve privilegiar um em detrimento do outro. Para ele, *esses dois objetivos são inseparáveis, e o melhor meio de atingir um é visar o outro, ou ao menos jamais perdê-lo de vista* (POINCARÉ, 1995, p. 90). Assim, evidenciando a íntima e profunda relação entre o conhecimento matemático e o físico, Poincaré argumenta que:

O matemático não deve ser para o físico um simples fornecedor de fórmulas; é preciso que haja entre eles uma colaboração mais íntima. A física matemática e a análise pura não são apenas potências limítrofes, que mantêm relações de boa vizinhança; **penetram-se mutuamente, e seu espírito é o mesmo** (POINCARÉ, 1995, p. 90, grifo nosso).

Contrariando certas visões ingênuas sobre a importância da Matemática para a Física, o autor defende que

o objetivo da física matemática não é só de facilitar ao físico o cálculo numérico de certas constantes, ou a integração de certas equações diferenciais. Mas ele é, sobretudo, o de facultar ao físico o conhecimento da harmonia oculta das coisas, fazendo com que as veja sob uma nova perspectiva (POINCARÉ, 1995, p. 94).

Essa faculdade de conhecer a *harmonia oculta das coisas* fica evidente quando refletimos sobre o papel da formalização matemática para o desenvolvimento da Física Moderna. Entretanto, para uma real compreensão das complexas relações existentes entre o conhecimento físico e o matemático, é preciso atender à recomendação de Paty (1995), o qual defende a necessidade de uma análise detalhada de cada situação particular<sup>2</sup>. Seguindo essa recomendação, faremos uma breve reflexão sobre a importância do formalismo matemático para algumas das principais criações das teorias que edificam a FMC.

Muitos historiadores da ciência consideram o trabalho de Planck (1900) como marco inicial da física moderna. O argumento deles está baseado na hipótese da quantização, qualificada pelo próprio Planck como um *ato de desespero*. Seria possível prever a quantização partindo da experiência? Qual a relevância do tratamento matemático dado à radiação para que essa hipótese pudesse ter sido formulada? Em relação a essa questão, Paty (1995) é taxativo:

O nascimento da teoria quântica a partir da introdução do quantum de ação por Planck é aqui tanto mais exemplar quanto foi **absolutamente desprovida de premeditação**. Essa **simples modificação de fórmula**, essa junção de um “**truque**” matemático *ad hoc* efetuada para preservar a teoria clássica e seu formalismo, veio a assumir – através da interpretação física de Einstein e de todos os trabalhos subsequentes – tamanha importância, que a teoria clássica foi ultrapassada, superada e minada de tal forma que só lhe restou desmoronar. (PATY, 1995, p. 258, grifos nossos)

Na verdade, a quantização de Planck é muito mais complexa do que um *simples truque matemático*<sup>3</sup>. Ela é fruto de um profundo conhecimento de resultados

<sup>2</sup> A fecundidade notável da utilização da matemática na física, que vai até permitir a construção da física com a ajuda da matemática, não poderia, portanto, dispensarmos de uma análise detalhada, **para cada caso**, da natureza dessa imbricação, da distinção dos elementos de correspondência. (PATY, 1995, p. 255, grifo nosso).

<sup>3</sup> Para um aprofundamento sobre a origem do conceito de quantum de energia de Planck ver Studart (2000).

experimentais, aliado a uma rara habilidade teórica para incorporar a relação entre entropia e probabilidade, proposta por Boltzmann, nos estudos sobre a radiação (Stuart, 2000). De qualquer forma, fica evidente que a quantização, em sua essência, é extremamente matemática, dependente do formalismo, o que torna qualquer tentativa de entendê-la sem o domínio desse mesmo formalismo, uma tarefa de sucesso improvável, senão impossível, ao menos no contexto específico da pesquisa em física.

Se a quantização para Planck é um artifício matemático desprovido de senso físico, para Einstein ela é logicamente deduzida a partir de uma incoerência formal entre a teoria eletromagnética e a termodinâmica. Isso fica claro no início do seu artigo intitulado *Sobre um ponto de vista heurístico a respeito da produção e transformação da luz*, único considerado revolucionário pelo autor:

Há uma profunda **diferença formal** entre os conceitos teóricos que os físicos formaram a respeito dos gases e a teoria de Maxwell dos processos eletromagnéticos. Embora consideremos o estado de um corpo como completamente determinado pelas posições e velocidades de um número muito grande, **mas ainda assim finito, de átomos e elétrons**, fazemos uso de **funções contínuas** para determinar o estado eletromagnético de um volume no espaço, de modo que um **número finito de quantidades não pode ser considerado como suficiente para determinação completa do estado eletromagnético do espaço**. De acordo com a teoria de Maxwell, a energia é considerada uma função espacial contínua, enquanto que a energia de um corpo ponderável deve ser representada como uma soma sobre os átomos e elétrons (EINSTEIN, 1905, in STACHEL, 2001, grifos nossos).

Neste trecho, Einstein expõe sua preocupação em relação à incompatibilidade teórica de se tentar unificar uma teoria de funções contínuas (eletromagnetismo) com outra de funções discretas (teoria cinético-molecular) no estudo das radiações térmicas. Certamente, essa interpretação da necessidade da quantização é mais coerente em termos de senso físico, porém não se pode negar que esse tipo de percepção só é permitido àqueles que detêm um profundo conhecimento do formalismo matemático das teorias físicas.

Nos trabalhos de Einstein sobre relatividade, podemos encontrar outros exemplos notáveis da importância da matematização das teorias físicas. A introdução do conceito de espaço-tempo quadridimensional de Minkowski contribuiu consideravelmente para o progresso da Teoria da Relatividade Restrita. Porém, é na busca pela generalização da relatividade, através da incorporação da gravidade, que a dependência da matemática fica ainda mais evidente. A Teoria da Relatividade Geral pôde ser concretizada a partir da modificação formal na maneira como os problemas eram tratados geometricamente. Isso só foi possível quando o conceito de curvatura, oriundo da métrica de Riemann, foi incluído no formalismo. Esse episódio retrata indubitavelmente a *adequação de uma teoria matemática a uma teoria física* (Simon, 2005) e, ciente da limitação da experiência para a edificação das teorias físicas, Einstein argumenta:

Nenhuma coleção de fatos empíricos, por mais abrangente que seja, pode levar a essas equações [do campo gravitacional] complexas. Uma teoria deve ser testada pela experiência, mas não é possível construir uma teoria partindo da experiência. Equações complexas como as do campo gravitacional só podem ser encontradas **através da descoberta de uma condição simplesmente matemática**. (EINSTEIN, *apud* SIMON, 2005, p. 143, grifo nosso).

Concluimos essa digressão sobre o papel estruturante da matemática na construção da física moderna, com uma sucinta descrição de alguns aspectos históricos do desenvolvimento da física de partículas. Em muitos episódios uma determinada partícula é prevista formalmente antes de ser detectada experimentalmente, como é o caso do pósitron, do neutrino e do méson<sup>4</sup>. Nesses exemplos, evidencia-se que o formalismo matemático estava na frente do desenvolvimento tecnológico. No caso particular dos neutrinos, Paty (1995) nos brinda com um estudo histórico que revela a evolução da *partícula matemática à partícula física*

[...] essa partícula tão importante para nossas concepções atuais sobre a estrutura da matéria e a organização do mundo, e tão real, era ignorada antes de 1930, e só teve, durante mais de vinte anos, a condição de uma **simples hipótese matemática**. [...] A observação da absorção dos neutrinos só ocorreu em 1953, ou seja, vinte e três anos depois da formulação dessa '**partícula matemática**', graças à possibilidade de se obterem fluxos intensos dela e de se dispor de um absorvedor suficientemente volumoso. (PATY, 1995, p. 243 e 246, grifos nossos).

Os episódios retratados procuram evidenciar a dependência da linguagem matemática para a estruturação dos conceitos de física, especialmente no que diz respeito a temas modernos. As profundas mudanças pelas quais a Física passou no século XX se deram principalmente porque os físicos perceberam que tanto o mundo muito pequeno (estrutura da matéria) como o muito grande (cosmologia) e o muito rápido (relatividade) são essencialmente diferentes do mundo que vivenciamos no cotidiano, com nossos sentidos. Assim, abandonamos entidades que nos são familiares nesse mundo sensorial (como força, partícula, onda, espaço, tempo e massa) e passamos a falar de “coisas” que estão além de nossa percepção (espaço-tempo, massa curvando o espaço, dualidade onda-partícula, distribuição de probabilidade e partículas virtuais). Nesse novo mundo, nossa linguagem comum é demasiado pobre para expressar as relações e leis físicas e, dessa forma, passamos a ficar mais dependentes de uma estrutura matemática abstrata para expressar nosso pensamento. Em muitos casos, os cientistas preferem a opção epistemológica de desistir da tentativa de visualização e se apóiam na filosofia silenciosa do *shut up and calculate*<sup>5</sup>.

### 3. Implicações para o ensino de Física Moderna e Contemporânea (FMC)

Os aspectos levantados até aqui se tornam ainda mais significativos quando pensamos em estratégias para inserir de tópicos de FMC no EM, pois revelam um quebra-cabeça de difícil solução. Se, sob a ótica epistemológica, o tratamento matemático é indispensável, por outro lado, ao nos depararmos com a realidade escolar, é comum encontrar alunos que, além de não dominarem o ferramental básico da matemática, não são capazes de percebê-lo como fundamental para a estruturação do conhecimento físico. Diante desse impasse, muitos autores têm

---

<sup>4</sup> [...] o pósitron, o neutrino, o méson, foram previstos de modo mais ou menos **formal a partir de certas equações** que exprimiam leis de movimento (equação de Dirac no primeiro caso), leis de conservação (da energia no caso do neutrino), a lei de um campo de força (a ligação nuclear, no que se refere ao méson). (PATY, 1995, p. 241, grifo nosso).

<sup>5</sup> A tradução literal dessa expressão é “cale a boca e calcule” e a mesma representa a interpretação mais popular da Mecânica Quântica, também conhecida como interpretação de Copenhagen. Essa filosofia reconhece que a essência da Mecânica Quântica está nos modelos matemáticos e a capacidade de aplicá-los a experimentos reais. Segundo os adeptos dessa corrente, enquanto os modelos e suas aplicações são compreendidos, uma interpretação física não é mais necessária.

defendido uma abordagem conceitual de FMC, evitando, assim, o formalismo matemático.

As pesquisas brasileiras sobre inserção de FMC no EM saíram recentemente do campo das justificativas (é quase um consenso acadêmico que temas de FMC devam ser ensinados) e já se encontram, ainda que de forma incipiente, no campo das metodologias (como inserir). Em relação às dificuldades inerentes a esta inserção, Pietrocola (no prelo), reinterpretando Bachelard, propõe a existência de 4 obstáculos epistemológicos: i) Fenomenologia – *os fenômenos da física moderna não estão presentes no mundo cotidiano do aluno*, ii) Linguagem/formalização – *as estruturas matemáticas são demasiado complexas para a compreensão de estudantes da educação básica*, iii) Estruturação conceitual – *os conceitos da FMC necessitam de idéias contra-intuitivas* e iv) Ontologia de base – *as entidades presentes nas teorias modernas e contemporâneas são construídas contra o senso comum*.

A superação do obstáculo Linguagem/formalização tem se dado, em trabalhos recentes que elaboram e analisam propostas de ensino de FMC no EM, através de uma opção por priorizar uma abordagem conceitual em detrimento do uso do formalismo matemático. Brockington (2005) estrutura e analisa uma sequência didática que tem como foco principal a discussão da dualidade onda-partícula com estudantes do EM. Ao se deparar com a questão do formalismo matemático, o autor expõe claramente sua opção:

[...] devido à necessidade de estruturação matemática da teoria Quântica, parece que a **única opção viável para o Ensino Médio é a inserção deste tema a partir do seu estudo qualitativo e conceitual**. [...] defendemos que é possível a compreensão conceitual de alguns elementos da Física Quântica mesmo **não fazendo uso de matemática avançada**. (BROCKINGTON, 2005, p. 197 e p. 198, grifos nossos)

Essa opção pelo estudo qualitativo e conceitual é legítima e os resultados desta pesquisa evidenciam que os estudantes do EM são capazes de se envolver em discussões de natureza filosófica, problematizam a noção de realidade, e percebem que a Física é uma ciência dinâmica, o que, sem dúvida, justifica a implantação de propostas dessa natureza na educação básica. Entretanto, a questão que se pretende levantar aqui é: de que maneira uma abordagem matemática/quantitativa pode propiciar aos mesmos estudantes uma compreensão ainda mais ampla do conhecimento físico?

Uma proposta de ensino de relatividade restrita no início do EM, partindo dos conceitos de tempo e do princípio da relatividade, é estruturada e analisada por Karam *et al.* (2006, 2007). O enfoque deste trabalho também é claramente conceitual, uma vez que sua sequência é pautada em discussões teóricas sobre a noção de tempo, movimento/repouso absolutos e sobre a finitude da velocidade da luz. Porém, o uso de abordagens quantitativas foi inevitável quando se mencionou a experiência de Michelson-Morley (MM) e a dilatação temporal. A busca pela superação das dificuldades encontradas com o uso do formalismo matemático se deu pela utilização de experiências de pensamento supostamente “mais simples” como o um análogo clássico da experiência de MM e o relógio de luz.

Um dos principais resultados desta pesquisa é a ampliação do perfil conceitual de tempo dos estudantes, o que já seria suficiente para recomendar sua aplicação no EM. Porém, será que uma abordagem mais formal da relatividade, como a sistematização da estrutura matemática do espaço-tempo, por exemplo, não

poderia ter propiciado um ganho conceitual ainda maior?

Siqueira (2006) elabora, aplica e analisa uma seqüência didática com o objetivo de levar a física de partículas para o EM. Sua proposta contempla aspectos fenomenológicos, como a produção de raios X, aceleradores de partículas e câmara de bolhas, passa por enfoques históricos, como a evolução de modelos atômicos, e aborda sistematizações como o modelo padrão e os diagramas de Feynman. Em relação à questão do formalismo matemático, o autor manifesta sua preocupação desde o início da concepção da seqüência foi:

Teve-se também o cuidado, de adaptar um **conhecimento estruturado em uma linguagem matemática sofisticada em uma linguagem puramente conceitual**, sem perder o seu significado enquanto conhecimento Físico e ainda não cometendo o erro de montar um curso meramente informativo (SIQUEIRA, 2006, p. 48, grifo nosso).

Conforme vimos na seção anterior, muitas partículas foram previstas teoricamente (matematicamente) antes de serem detectadas experimentalmente. Nesse sentido, seria possível evidenciar a importância de uma estrutura matemática para o estudo de física de partículas aos estudantes de EM?

Os trabalhos mencionados parecem indicar que é necessário suprimir a matemática para ensinar FMC no EM. Será mesmo que devemos eliminar a linguagem matemática dos fenômenos da FMC considerando-a um obstáculo intransponível *a priori*? Recusamo-nos a aceitar tal postura e partimos para a análise de algumas propostas que se dispõem a discutir temas modernos com estudantes de nível médio, sem abrir mão de uma formalização matemática.

#### 4. Alternativas possíveis

##### **Relatividade restrita e o relógio de luz**

O formalismo matemático da Teoria da Relatividade Restrita é visto por alguns pesquisadores como simples e acessível (Johansson; Kozma e Nilsson, 2006; Ogborn, 2005; Ireson, 1996), porém, quando se pensa em educação básica, fica difícil afirmar que o espaço quadridimensional ou a dedução das transformações de Lorentz (Nussenzveig, 1998) sejam “coisas simples” para os estudantes. Diante desse problema, Daly e Horton (1994) propõem uma experiência de pensamento (relógio de luz) que consiste em imaginar a trajetória descrita por um raio luminoso que atinge um espelho e retorna à fonte, quando observada por referenciais diferentes (ver figura 1). No esquema da esquerda está representada a trajetória do raio de luz vista por um observador no interior do veículo em movimento (trem, por exemplo) e o da direita é a trajetória do mesmo raio de luz vista por um observador externo ao trem.

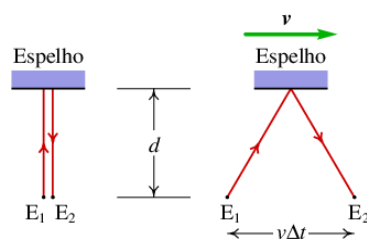


Figura 1: Trajetória descrita por um raio de luz observada por dois referenciais diferentes.  $E_1$  e  $E_2$  representam os eventos saída e chegada da luz, respectivamente.

FONTE: <http://fisica.fe.up.pt/fisica12/parte2.html>

Partindo da hipótese da constância da velocidade da luz, uma análise qualitativa dessa experiência possibilita que os estudantes percebam a necessidade da dilatação temporal, e sua dependência da velocidade do trem  $v$ . A obtenção de uma fórmula matemática que relacione os intervalos de tempo medidos nos dois referenciais fica condicionada a um aspecto geométrico, uma vez que é preciso relacionar os diferentes comprimentos das trajetórias descritas pelo raio de luz nos dois referenciais. Cabe ao estudante perceber que essa relação pode ser deduzida através da aplicação do Teorema de Pitágoras, fazendo com que o mesmo se dê conta da importância da matematização do problema. Essa importância fica ainda mais evidente quando o estudante percebe que é possível obter uma fórmula

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

a qual o permite calcular as diferenças de tempo em função da velocidade do trem.

### **Dualidade e o modelo partícula em uma caixa**

A dualidade onda-partícula é um dos principais pilares da Física Quântica e, conseqüentemente, sua menção na educação básica tem sido objeto pesquisas em ensino (Fagundes, 1997; Pinto e Zanetic, 1999; Brockington, 2005). Existem inúmeras possibilidades de abordar esse tema e o mais tradicional é seguir uma ordem “lógica” (quasi-histórica) confrontando as visões ondulatória e corpuscular com seus respectivos resultados experimentais. A experiência de Young com a fenda dupla é usada para legitimar o caráter ondulatório da luz enquanto que os efeitos fotoelétrico e Compton são mencionados para justificar o comportamento corpuscular da radiação. Entretanto, quando se trata da matematização da idéia de dualidade, propiciada pela Equação de Schrödinger, sua abordagem no EM se torna comprometida em função da complexidade de seu formalismo.

Uma alternativa interessante que parece solucionar esse impasse é proposta por Hoekzema *et al* (2007). Os autores utilizam o modelo onda/partícula confinada em uma caixa para abordar qualitativa e quantitativamente a dualidade com estudantes do EM. Este modelo consiste em associar uma partícula/onda confinada em uma caixa a uma onda estacionária gerada pela fixação de uma corda em suas extremidades. Conforme já conhecido desde a época de Pitágoras (Bunge, 2003) a formação da onda estacionária só acontece para frequências múltiplas da frequência fundamental (ver figura 2) e isso nos permite deduzir uma relação entre o comprimento da onda gerada na corda ( $\lambda$ ) e o comprimento da mesma ( $L$ ),  $\lambda = \frac{2L}{n}$ , a qual já contem a noção de quantização ( $n$ ).

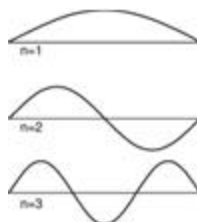


Figura 2: Harmônicos gerados por ondas estacionárias.

**FONTE:** [http://www.lightandmatter.com/html\\_books/6mr/ch04/ch04.html](http://www.lightandmatter.com/html_books/6mr/ch04/ch04.html)

Os autores da proposta defendem que o modelo permite interessantes abordagens qualitativas como a comparação entre o tamanho de átomos de



hidrogênio e o de moléculas de hélio, bem como a interpretação probabilística da mecânica quântica, ao assumir que o quadrado da amplitude da função de onda em um dado ponto seja a probabilidade (densidade) de encontrar a partícula no respectivo ponto do eixo x.

Entretanto, o modelo é ainda mais atraente do ponto de vista didático-pedagógico por também permitir abordagens quantitativas. Considerando a hipótese de ondas de matéria de *de Broglie*,  $p = \frac{h}{\lambda}$ , e a relação entre energia cinética ( $E_c$ ) e

momento,  $E_c = \frac{p^2}{2m}$ , é possível deduzir uma fórmula que representa a quantização

da energia  $E_c = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ . Essa expressão é utilizada e fornece uma série de resultados numéricos descritos a seguir.

A partir da diferença entre o diâmetro médio de um átomo ( $\sim 10^{-10}$  m) e de um núcleo ( $\sim 10^{-15}$  m) é possível calcular a diferença entre níveis atômicos e nucleares de energia (MeV), evidenciando a magnitude das interações nucleares. Conhecendo a composição de um próton (2 quarks *up* e 1 *down*) e as massas do próton (938 MeV) e dos quarks (12 MeV), o tamanho de um próton ( $L$ ) é calculado, uma vez que a diferença entre as massas aparece quando se considera a energia cinética dos quarks, os quais são partículas confinadas em uma pequena caixa, o próton. O modelo ainda permite outros cálculos como a energia que se deve fornecer a um elétron para que o mesmo revele estruturas de dimensões subnucleares e a previsão da cor de moléculas de caroteno, tendo como base seu espectro de absorção.

Hoekzema *et al* (2007) destacam que não se pode confiar cegamente nos resultados fornecidos por este simples modelo. Os próprios níveis de energia do átomo de hidrogênio diferem bastante dos obtidos com esta simplificação unidimensional. Porém, em função do envolvimento com diversas aplicações, de razoáveis estimativas de ordens de grandeza e, principalmente, devido à possibilidade do estudante trabalhar quantitativamente, fazendo previsões e estimativas numéricas, consideramos que esta abordagem representa um passo além em relação àquela que privilegia somente aspectos qualitativos.

### ***Eletrodinâmica quântica e as setas de Feynman***

O físico Richard Feynman, um dos principais idealizadores da Eletrodinâmica Quântica (QED), é um verdadeiro mestre na arte de construir artifícios didáticos que facilitam a explicação e compreensão dos fenômenos físicos. Em seu livro de divulgação científica – *QED: A estranha teoria da luz e da matéria* – Feynman procura explicar alguns fenômenos ópticos utilizando a QED de uma forma acessível a não especialistas na área.

Esclarecendo sua opção filosófica desde o início, o autor expõe sua visão em relação à complexidade da Natureza e ao poder de explicação das teorias físicas:

A teoria da eletrodinâmica quântica descreve a natureza como absurda do ponto de vista do senso comum. E está completamente de acordo com a experiência. Espero, portanto, que **aceitem a Natureza como Ela é – absurda**. [...] não vamos falar do *porquê* de a Natureza funcionar da maneira peculiar como funciona; **não há boas teorias que o expliquem** (FEYNMAN, 1988, p. 27 e 29, grifos nossos).

Outra constatação fundamental para a sequência de seu trabalho é a adoção da natureza corpuscular da luz. Ao mencionar os “clicks” em experiências realizadas com fotomultiplicadores, Feynman destaca:

Não há divisão da luz em “meias partículas” que vão em direções diferentes. Quero sublinhar que a luz chega sob esta forma – partículas. É muito importante saber que a luz se comporta como partículas, em especial para aqueles que foram à escola, onde provavelmente lhes ensinaram qualquer coisa semelhante a luz comportar-se como ondas (FEYNMAN, 1988, p. 32).

Assim, fugindo de discussões de natureza filosófica e, admitindo o fato de que a luz é composta por partículas (fótons), o autor parte para a explicação do modelo utilizado pela QED para descrever certos fenômenos ópticos. Este modelo consiste basicamente em associar uma seta a um determinado acontecimento relacionar a área do quadrado construído sobre a seta com a probabilidade de acontecimento do evento. O procedimento matemático/geométrico utilizado é relativamente simples.

A cada seta está associado um cronômetro que gira com frequência dependente da cor da luz. As regras para as operações com essas setas são as seguintes: quando os acontecimentos representados pelas setas forem diferentes alternativas possíveis, como os inúmeros trajetos que um fóton de luz pode seguir quando parte de uma fonte e é refletido por um espelho (FEYNMAN, 1988, p.62), as setas são adicionadas seguindo um procedimento semelhante à adição de vetores. O resultado final indica, para o caso do espelho, que apesar de a reflexão acontecer em toda a superfície do espelho, sua parte central é responsável pela maior parcela da mesma. Aplicando este método geométrico a outros exemplos, como a difração e refração da luz, e o “bem conhecido” fato de que a luz se propaga em linha reta, é possível concluir que certas “leis” da óptica geométrica – ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, lei de Snell-Descartes, propagação retilínea da luz – são apenas aproximações grosseiras que descrevem um mundo que nos é familiar (Feynman, 1988). Essa interessante ruptura não poderia para ser tratada no EM?

Quando os acontecimentos forem sucessivos, as setas associadas a cada um deles são multiplicadas seguindo uma simples regra: seus comprimentos são multiplicados e suas inclinações são somadas. Esse procedimento permite calcular o comprimento final de uma seta que representa uma sequência de eventos como, por exemplo, 1 – o fóton parte da fonte e atinge o espelho no ponto A; 2 – o fóton é refletido pelo espelho; 3 – o fóton parte do espelho e atinge o detector B, e assim calcular a probabilidade do fóton seguir os passos 1, 2 e 3 (FEYNMAN, 1988, p.84).

Para os especialistas da área, o cálculo de probabilidades é dependente da estrutura matemática dos números complexos. Porém, recusando-se a admitir a necessidade de certos pré-requisitos, Feynman defende que:

Para aqueles que estudaram matemática suficiente para chegarem aos números complexos, eu até poderia ter dito: “a probabilidade de um acontecimento é o quadrado absoluto de um número complexo. Quando esse acontecimento pode dar-se maneiras alternativas, adicionam-se os números complexos; quando ocorre apenas por uma sucessão de passos, multiplicam-se os números complexos” Ainda que possa soar mais impressionante dessa forma, **não acrescento nada ao que disse anteriormente – usei apenas uma linguagem diferente** (FEYNMAN, 1988, p. 84, grifo nosso).

Apesar da “tentação”, analisar a aplicação desta proposta em turmas de EM não é o foco do presente trabalho. Porém, assim como os dois anteriores, parece-nos que é possível encontrar uma maneira de discutir temas de FMC no EM sem

abrir mão do uso de estruturas matemáticas e, dessa forma, evidenciar a importância das mesmas para a edificação das teorias da Física.

### 5. Considerações finais

No início deste artigo propusemos a questão: se a matemática é estruturante do conhecimento físico e a dependência do formalismo matemático é ainda mais evidente quando se trata de temas de FMC, de que maneira isso interfere quando pensamos em estratégias para ensinar tópicos atuais de física na educação básica? Mencionamos algumas propostas recentes, as quais procuram priorizar abordagens conceituais e qualitativas. Porém, os episódios históricos citados serviram de base para sustentar a tese de que não é possível prescindir de matemática quando se pretende entender a gênese, o “princípio criador”, das teorias físicas, especialmente aquelas que versam sobre conceitos e fenômenos tão alheios às nossas experiências cotidianas.

Diante desse impasse, cabe problematizar: que tipo de conhecimento é levado para as salas de aula quando se opta por abordagens puramente qualitativas e conceituais de física moderna? Até que ponto é possível chegar com este enfoque? As “simplificações” propiciadas por estas abordagens são justificáveis em função das dificuldades encontradas pelos estudantes em compreender o papel da formalização matemática das teorias físicas, tanto do ponto de vista operacional, quanto estrutural?

As propostas descritas no item anterior parecem indicar que é possível encontrar mecanismos para transpor temas modernos para o EM, respeitando a dimensão conceitual da física moderna, ou seja, não abrindo mão de estruturas matemáticas e abordagens quantitativas. Essa preocupação é imprescindível se desejamos ensinar tópicos de Física Moderna em vez de falar sobre Física Moderna.

### 6. Referências

BROCKINGTON, G. **A realidade escondida: a dualidade onda-partícula para estudantes do Ensino Médio**. Dissertação de mestrado, IFUSP/FEUSP, Universidade de São Paulo, 2005.

BUNGE, M. Twenty-Five Centuries of Quantum Physics: From Pythagoras to Us, and from Subjectivism to Realism. **Science & Education** v.12, n.5-6, p. 445-466, 2003.

DALY, L. N. e HORTON, G. K. The Universality of Time Dilatation and Space Contraction. **The Physics Teacher** v. 32, n. 5, p. 306-308, 1994.

EINSTEIN, A. **Como Vejo o Mundo**. Tradução H. P. de Andrade. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1981.

FAGUNDES, M. B. **Ensinando a dualidade onda-partícula sob uma nova óptica**, Dissertação de mestrado FEUSP/IFUSP, São Paulo, 1997.

FEYNMAN, R. P. **QED – A estranha teoria da luz e da matéria**. Tradução: Ana Maria Ovídio Baptista. Revisão Técnica: Antônio Manuel Baptista. Lisboa: Gradiva, 1988.

HOEKZEMA, D.; van den BERG, E.; SCHOOTEN, G.; van DIJK, L. The Particle/Wave-in-a-Box Model in Dutch Secondary Schools. **Physics Education**, Bristol, v.42 n.4 p. 391-398, 2007.

IRESO, G. Relativity at A-level: a looking glass approach. **Physics Education**, Bristol, v. 31, n. 6, p. 356-361, Mai. 1996.

JOHANSSON, K.E; KOZMA, C; NILSSON, Ch. Einstein for schools and the general public. **Physics Education**, Bristol, v. 41, n. 4, p. 328-333, Jul. 2006.

KARAM, R. A. S. ; SOUZA CRUZ, S. M. S. C. ; COIMBRA, D. Tempo relativístico no início do Ensino Médio. **Revista Brasileira de Ensino de Física** (São Paulo), v. 28, p. 373-386, 2006.

\_\_\_\_\_. Relatividades no ensino médio: o debate em sala de aula. **Revista Brasileira de Ensino de Física** (São Paulo), v. 29, p. 105-114, 2007.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica**, v. 4, 1ª. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1998.

OGBORN, J. Introducing relativity: less may be more. **Physics Education**, Bristol, v. 40, n. 3, p. 213-222, Mai. 2005.

PATY, M. **A matéria roubada**. São Paulo: Edusp, 1995.

PIETROCOLA, M. A Matemática como estruturante do conhecimento físico. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física** v.19, n.1, p.93-114, 2002.

\_\_\_\_\_. A Atualização dos currículos de Física da Escola Média: uma pesquisa em condições reais de sala de aula analisada a partir da teoria da Transposição Didática, in **Propostas Interativas na Educação Científica e Tecnológica**, Regina Maria Rabelo Borges (org.), educ (no prelo)

PINTO, A.C., ZANETIC, J. É Possível Levar a Física Quântica para o Ensino Médio? **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 16, n. 1, p. 7-34, 1999.

POINCARÉ, H. **O Valor da Ciência**. Tradução Maria Helena Franco Martins. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.

SIQUEIRA, M. R. P. **Do Visível ao Indivisível: uma proposta de Física de Partículas Elementares para o Ensino Médio**. Dissertação de mestrado, IFUSP/FEUSP, Universidade de São Paulo, 2006.

SIMON, S. A adequação de teorias matemáticas às teorias físicas: a Teoria da Relatividade. **Filosofia, Ciência e história: uma homenagem aos 40 anos de colaboração de Michel Paty com o Brasil** – organizadores Maurício Pietrocola e Olival Freire Jr. – São Paulo: Discurso Editorial, 2005.

STACHEL, J. (org.) **O ano miraculoso de Einstein: cinco artigos que mudaram a face da física**. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 2001.

STUDART, N. A invenção do conceito de quantum de energia segundo Planck. **Revista Brasileira de Ensino de Física** v. 22, n. 4, p. 523-535, 2000.