

9ª Lista de Exercícios

EDOs de 2ª ordem

Exercício 1. Resolva os seguintes PVIs

1.
$$\begin{cases} x'' + 4x' - 5x = 6e^t \\ x(0) = 0, \quad x'(0) = 7 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x'' - 2x' + 2x = 0 \\ x(0) = 1, \quad x'(0) = 0 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x'' - 2x' + x = t \\ x(0) = 1, \quad x'(0) = 1 \end{cases}$$

Exercício 2. (Ilustrando o fenômeno de ressonância)

Resolva a EDO $x'' + 4x = h(t)$ com

a) $h(t) = 12 \cos t$

b) $h(t) = 12 \cos 2t$

Ressonância é um fenômeno físico que ocorre quando uma força é aplicada sobre um sistema com frequência igual ou muito próxima da frequência fundamental desse sistema. A ressonância ocasiona um aumento na amplitude de oscilação maior do que aquele ocasionado por outras frequências (fonte: site Brasil Escola, verbete “ressonância”).

Aqui o sistema é modelado pela parte homogênea, que nesse caso nos dá soluções oscilantes com frequência¹ 2. Em cada item, as forças externas têm frequências 1 e 2 respectivamente.

Quando resolver, você observará que a solução do item a), onde a força externa tem frequência diferente do sistema, apresentou uma solução limitada (soma de funções limitadas), que podemos interpretar como quando *não houve ressonância* da força externa com o sistema descrito pela EDO homogênea.

Já no item b), onde a força externa tem a mesma frequência que o sistema, apresentou uma solução ilimitada (um termo é ilimitado), que podemos interpretar como quando *houve ressonância* da força externa com o sistema descrito pela EDO homogênea, dando soluções arbitrariamente grandes.

¹Uma EDO $x'' + \omega^2 x = 0$ tem soluções $x = a \cos \omega t + b \sin \omega t$, que têm frequência ω .