

# 1ª Lista de Exercícios

## Vetores em $\mathbb{R}^n$ e projeções

**Exercício 1** Motre que:

- a)  $\|u + v\|^2 - \|u - v\|^2 = 4u \cdot v$ .
- b)  $u, v$  são ortogonais  $\iff \|u + v\| = \|u - v\|$ .
- c) (Teorema de Pitágoras)  
 $u, v$  são ortogonais  $\iff \|u + v\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2$ .

**Exercício 2** Num ambiente computacional gráfico, assuma que a iluminação seja feita por raios paralelos a um vetor  $v$  (que aponta para o “sol”). Para efeito de contas, tomemos  $v = (1, 1, 1)$ . No ambiente, há um pequeno objeto em  $p = (2, -1, 3)$ .

- a) Se  $\pi$  é um plano ortogonal a  $v$ , calcule a sombra de  $p$  em  $\pi$ .
- b) Seja  $\xi$  outro plano que passa pela origem com vetor normal  $n = (1, 0, 1)$ . Calcule a sombra de  $p$  em  $\alpha$ .

(Dica: escreva a equação do plano em termos do produto interno; o raio de luz é parametrizado por  $p + \alpha v$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Calcule  $\alpha$  para que esse ponto do raio por  $p$  esteja em  $\xi$ .)