USP/ICMC/SMA - 1ª prova - SMA 300 Geometria Analítica

Nome: ____

Questão	Valor	Nota
1^a	3	
2^a	2	
3^a	2	
4^a	3	

N^o USP: ________________________ 3/05/2018

As respostas sem as contas necessárias não serão consideradas.

Questão 1
Sejam $\mathbf{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ uma base de V^3, $\vec{f}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{f}_2 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_3$ e $\vec{f}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3$.

(i) Mostre que $\mathbf{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ é uma base de V^3.

(ii) Obtenha a matriz de mudança da base $\mathbf{F}$ para base $\mathbf{E}$.

(iii) Sendo $\vec{u} = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, calcule as coordenadas de $\vec{u}$ na base $\mathbf{F}$.

Questão 2
Seja $\mathbf{B} = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ uma base ortonormal positiva de V^3.

(a) Sejam $\vec{v} = (2, 3, -1)_\mathbf{B}$ e $\vec{u} = (2, 1, 0)_\mathbf{B}$ dois vetores. Decomponha o vetor $\vec{v}$ como soma de dois vetores $\vec{p}$ e $\vec{q}$, de modo que $\vec{p}$ seja paralelo a $\vec{u}$ e $\vec{q}$ seja ortogonal a $\vec{u}$.

(b Determine $\vec{x}$ tal que $\vec{x} \wedge (\vec{i} + \vec{j}) = 2(\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})$ e $||\vec{x}|| = \sqrt{6}$.

Questão 3
Seja $\mathbf{B} = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ uma base ortonormal positiva de V^3 e sejam

$$\vec{u} = (-\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}})_\mathbf{B},\ \vec{v} = (\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})_\mathbf{B},$$

(i) Construa uma base ortonormal positiva $\mathbf{E} = (\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$ de V^3 com $\vec{e_1}, \vec{e_2}$ vetores no plano gerado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

(ii) Calcule a área do triangulo determinado pelos vetores $\vec{v}$ e $\vec{u} - 3\vec{v}$.

Questão 4
Seja $\Sigma = (O, E)$ um sistema de coordenadas no espaço Euclideano.

(a) Obtenha uma equação geral do plano que contem o ponto $(1, 3, 4)$ e é paralelo ao plano $\pi : 2x + y + z - 5 = 0$.

(b) Obtenha a interseção da reta $r : X = (0, 1, 1) + \lambda(2, 1, -3), \lambda \in \mathbb{R}$, com o plano

$$\pi : X = (0, 5, 5) + \alpha(1, 3, 0) + \beta(0, 1, 1), \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$