

6ª Lista de Exercícios

Núcleo e Imagem

Obs: $P_n(\mathbb{R}) = \{a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n : a_i \in \mathbb{R}\}$ é o conjunto dos polinômios de grau até n .

Exercício 1. Seja $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear.

- a) Liste todas as possibilidades de pares de valores para dimensão do núcleo e da imagem de T .
- b) Encontre o núcleo e a imagem de T dada por

$$T(a, b, c, d) = (a + b + c + d) + (a + b + c)x + (a + b)x^2.$$

Exercício 2. Sejam U e V espaços vetoriais finitamente gerados e seja $T : U \rightarrow V$. Use o Teorema do Núcleo e da Imagem para responder os itens abaixo.

- a) Se T é injetora, como deve ser a dimensão do núcleo de T ?
- b) Como se compara a dimensão da imagem de T e a dimensão de V ?
- c) Se T é injetora, mostre que $\dim U \leq \dim V$.
- d) Se T é sobrejetora, mostre que $\dim U \geq \dim V$.
- e) Se T é invertível (e portanto bijetora), mostre que $\dim U = \dim V$.