SME 0121 Processos Estocásticos
ICMC-USP, Ricardo Ehlers
Lista 7

1. Suponha que a quantia gasta com reparos em um acidente de carro é uma variável aleatória com distribuição exponencial com média 1000 reais. Porém a seguradora só paga a quantia que exceder 400 reais. Obtenha a esperança e desvio padrão da quantia que a seguradora por acidente. Dica: veja o exemplo 5.4.

2. Seja $\{N(t), t \geq 0\}$ um processo de Poisson com taxa λ. Obtenha a seguinte probabilidade,

$$P(N(2.4) = 15, N(3.7) = 20, N(4.6) = 40).$$

3. Uma página da internet é visitada a uma taxa de 20 visitas por dia. Considere o número de visitas até um tempo t do dia (em horas) como um processo de Poisson. Calcule,

   (a) a probabilidade de que 10 ou mais visitas ocorram entre 10h e 17h,

   (b) a probabilidade de que ocorra mais de 1 chamada nas primeiras 8 horas do dia,

   (c) o número médio de chamadas nos dois intervalos acima.

4. Em um *Call Center* um funcionário trabalha das 8h às 17h com intervalos de 10:30 às 10:45, de 12:30 às 13:30 e de 14:45 às 15h. Assuma que as chamdas chegam segundo um processo de Poisson com 6 chamadas por hora.

   (a) Calcule a probabilidade de no máximo 10 chamadas durante os intervalos.

   (b) Calcule a probabilidade de que a primeira chamada do dia ocorra após as 8:10.

   (c) Calcule a probabilidade de que o funcionário não receba chamadas durante 45 minutos.

5. Suponha que os clientes entrem a uma loja segundo um processo de Poisson com taxa de 20 clientes por hora. Cada cliente que entra faz uma compra com probabilidade 0.2. Calcule o número esperado de vendas no periodo de 8 horas de expediente da loja.

1. Sejam $\{N(t), t \geq 0\}$ um processo de Poisson com taxa λ e S_n o tempo para o n-ésimo evento. Calcule

(a) $E(S_4)$,

(b) $E(S_4|N(1) = 2)$ e

(c) $E(N(4) - N(2)|N(1) = 3)$.

2. Pulsos chegam a um contador Geiger segundo um processo de Poisson com taxa de chegadas por minuto. Cada partícula que chega ao contador tem probabilidade 2/3 de ser registrada. Se $X(t)$ denota o número de pulsos registrados até o tempo t calcule $P(X(t) = 0)$ e $E(X(t))$.

3. Sejam $\{N(t), t \geq 0\}$ um processo de Poisson com taxa $\lambda = 1$ e $X(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} Y_i$ sendo $P(Y_i = k) = k/10$, $k = 1, 2, 3, 4$. Calcule $E(X(4))$ e $Var(X(4))$.

4. Suponha que famílias migram para uma certa região segundo um processo de Poisson com taxa igual a 2 famílias por semana. Cada família pode ter 1, 2, 3 ou 4 pessoas com probabilidades 1/3,1/3,1/6,1/6. Obtenha o valor esperado e a variância do número de pessoas que migram para esta região num período de 4 semanas e meia.

5. Clientes chegam a uma loja segundo um processo de Poisson não homogêneo com taxa $\lambda(t)$ tal que

$$\int_0^t \lambda(y)dy = t^2 + 2t, \ \ t \geq 0.$$

Calcule a probabilidade de que n eventos ocorram entre 4 e 5 horas após a loja abrir.

6. Carros passam por um certo ponto em uma estrada segundo um processo de Poisson a uma taxa de 1 carro por minuto. Sabe-se que 5% dos carros nesta estrada são vans.

   (a) Calcule a probabilidade de que pelo menos 1 van passe neste ponto durante 1 hora.

   (b) Dado que 10 vans passaram por este ponto em 1 hora, qual o número esperado de carros que passaram neste período?

   (c) Se 50 carros passaram por este ponto em 1 hora, qual a probabilidade de que 5 deles eram vans?

7. Uma companhia de seguros paga seguros de vidas segundo um processo de Poisson com taxa de 5 por semana. A quantia paga em cada apólice tem distribuição exponencial com média 10 mil reais. Calcule a média e a variância da quantia total paga por esta seguradora em 4 semanas.

8. Seja $\{X(t), t \geq 0\}$ um processo de Poisson composto. Obtenha a covariância de $X(t)$ e $X(t+s)$.

9. Exercícios do Cap. 5 de Sheldon Ross: 1,2,5,8,9,12,13,15,32,34,35,37,42,43,44, 50,53,59,67,68,71,72,73,78,80,85.