

2º Lista de Exercícios

11218813

①

a)

$$\begin{array}{l}
 l_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & | & 0 \end{pmatrix} \\
 l_2 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & | & 2 \end{pmatrix} \\
 l_3 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & | & 5 \end{pmatrix} \quad l_3 \leftarrow 2l_2 - l_3
 \end{array}
 \sim
 \begin{array}{l}
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & | & 0 \\
 1 & 1 & 3 & | & 2 \\
 0 & 1 & 1 & | & -1 \end{pmatrix} \quad l_3 \leftarrow l_3 - l_1
 \end{array}$$

$$\sim
 \begin{array}{l}
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & | & 0 \\
 1 & 1 & 3 & | & 2 \\
 0 & 0 & -1 & | & -1 \end{pmatrix} \quad l_3 \leftarrow -l_3 \\
 \sim
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & | & 0 \\
 1 & 1 & 3 & | & 2 \\
 0 & 0 & 1 & | & 1 \end{pmatrix} \quad l_2 \leftarrow l_2 - 3l_3
 \end{array}$$

$$\sim
 \begin{array}{l}
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & | & 0 \\
 1 & 1 & 0 & | & -1 \\
 0 & 0 & 1 & | & 1 \end{pmatrix} \quad l_1 \leftarrow l_1 - 2l_3 \\
 \sim
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & | & -2 \\
 1 & 1 & 0 & | & -1 \\
 0 & 0 & 1 & | & 1 \end{pmatrix} \quad l_2 \leftarrow l_2 - l_1
 \end{array}$$

$$\sim
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & | & -2 \\
 1 & 0 & 0 & | & 1 \\
 0 & 0 & 1 & | & 1 \end{pmatrix}$$

Temos que, $y = -2$, $x = 1$ e $z = 1$

Portanto, possível e determinado,

b)

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xleftarrow{l_3 = l_2 - l_3} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \xleftarrow{l_2 = l_2 - 2l_3}$$

Se fazemos $l_1 \leftarrow l_1 - l_3$

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \xleftarrow{l_1 \leftarrow l_1 - 2l_2} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \xleftarrow{l_3 \leftarrow l_3 - l_1}$$

temos uma linha nula na matriz, o que indica infinitas soluções.

Temos que $y=2$, $x+z=1 \Rightarrow z=1-x$, logo $(x, 2, 1-x)$ estão possíveis indeterminadas.

c)

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \xleftarrow{l_2 \leftarrow l_2 - l_3} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \xleftarrow{l_1 \leftarrow 2l_3 - l_1}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Perguntas: o que indica indeterminação $y=2$ e $y=0$.

Portanto, este sistema é impossível.

Logo que $y=2$, $x+z=1 \Rightarrow z=1-x$, logo $(x, 2, 1-x)$ então possível indeterminado.

c)

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & | & 8 \\ 1 & 2 & 1 & | & 5 \\ 1 & 1 & 1 & | & 5 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ L_2 \leftrightarrow L_2 - L_3 \\ \end{array} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & | & 8 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 1 & 1 & 1 & | & 5 \end{pmatrix} \begin{array}{l} L_1 \leftrightarrow 2L_3 - L_1 \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & | & 2 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 1 & 1 & 1 & | & 5 \end{pmatrix}$$

Chegamos a uma indeterminação $y=2$ e $y=0$.
Portanto, este sistema é impossível.

2)

$$AX=B \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & | & 0 \\ 3 & | & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & | & -3 & | & 0 \\ 1 & 2 & | & 3 & | & 3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} L_1 \leftrightarrow 2L_1 + L_2 \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 3 & 0 & | & -3 & | & 3 \\ 1 & 2 & | & 3 & | & 3 \end{pmatrix} \leftarrow \frac{1}{3} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & | & -1 & | & 1 \\ 1 & 2 & | & 3 & | & 3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ L_2 \leftrightarrow L_2 - L_1 \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \end{array} \right)$$

Portanto, este sistema é impossível.

2)

$$AX=B \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \end{array} \right) \quad L_1 \leftarrow 2L_1 + L_2$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 0 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \end{array} \right) \leftarrow L_1/3 \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \end{array} \right) \quad L_2 \leftarrow L_2 - L_1$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{array} \right) \quad L_2 \leftarrow L_2/2 \quad \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right) //$$

Portanto, $x = \left(\begin{array}{c} -1 \\ 1 \end{array} \right) //$