2

LISTA DE EXERCÍCIOS

Tema: Eletrostática Avançada

Conteúdos abordados

- Grandezas vetoriais
- Formulação de Integral a partir de um diferencial
- Lei de Coulomb e Campo Elétrico em corpos extensos

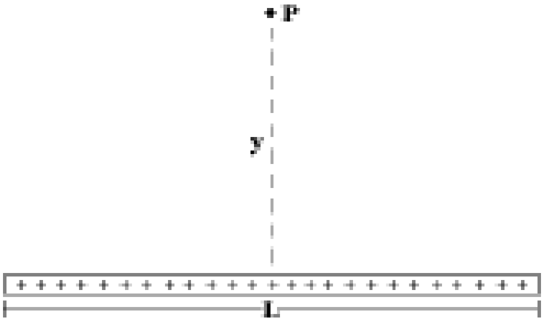
*** Todas as questões desta lista são retiradas de provas antigas da PUC-RIO***

Caso tenha alguma dúvida ao fazer essa lista, visite meu instagram! Lá você poderá tira dúvidas diretamente comigo ou ter acesso a várias dicas para auxiliá-los.

/profricardorodrs

1ª Questão:

A barra da figura está carregada uniformemente com carga total $+Q$.



a) Encontre o vetor campo elétrico no ponto **P**. (Dica: escolha um eixo cartesiano na figura antes de começar).

b) Se você escolher outro eixo cartesiano, ou seja, mudar a sua referência, a resposta do item a, se altera? Justifique.

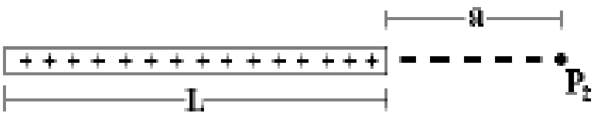
Respostas:

a) $\vec{E} = \dfrac{k\lambda L}{y\sqrt{\frac{L^2}{4}+y^2}}\ (\hat{y})$

b) Não, pois ao mudar a referência, o integrando se altera para compensar a mudanças no limite de integração.

2ª Questão:

Calcule o vetor intensidade do campo elétrico para o ponto **P** no eixo de simetria da barra a uma distância *a* da extremidade.

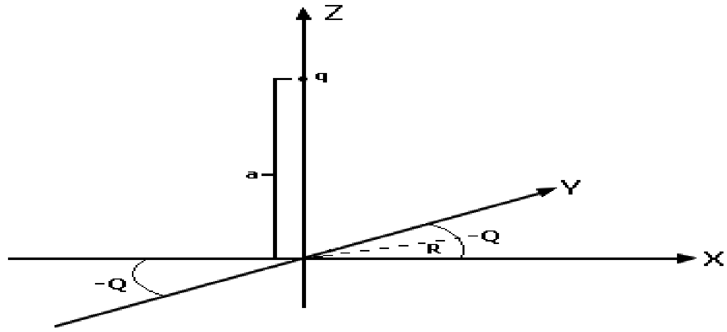


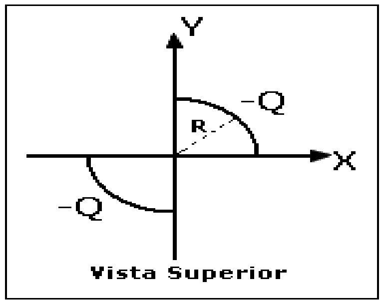
Resposta:

a) $\vec{E} = k\lambda\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{L+a}\right)(\hat{x})$

<u>3ª Questão:</u>

A figura mostra um sistema formado por dois arcos de circunferência no plano XY, cada uma com densidade linear de carga uniforme (λ) e carga total $-Q$ e uma carga q positiva posicionada no eixo Z como mostrado. A vista superior também é mostrada.





a) Qual é a direção e sentido do vetor força total em q? **Justifique.**

b) Calcule o vetor da força total sobre a carga q.

c) Considere agora somente o arco de circunferência no primeiro quadrante. Calcule o vetor do campo elétrico no centro do sistema de referência gerado pelo arco.

Respostas:

a) Como o campo elétrico resultante no ponto P, gerado pelos arcos está para $(-\hat{z})$ e a de prova é positiva, pela relação: $\vec{F} = q\vec{E}$, temos que o campo e a força terão o mesmo sentido e direção. Logo a força está para $(-\hat{z})$.

b) $\vec{F} = 2\dfrac{qQa}{4\pi\varepsilon_0(a^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}(-\hat{z})$

c) $\vec{E} = \dfrac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}(\hat{x}+\hat{y})$

<u>4ª Questão:</u>

Um fio isolante ***<u>infinito</u>***, alinhado com o eixo y, está carregado com a densidade de carga positiva +λ. Uma carga pontual, com valor q = -8λd, é colocada no ponto (-d,0,0), sendo d > 0.

a) Calcule o vetor campo elétrico nos pontos (x,0,0), sendo x > 0. Sem usar a Lei de Gauss.

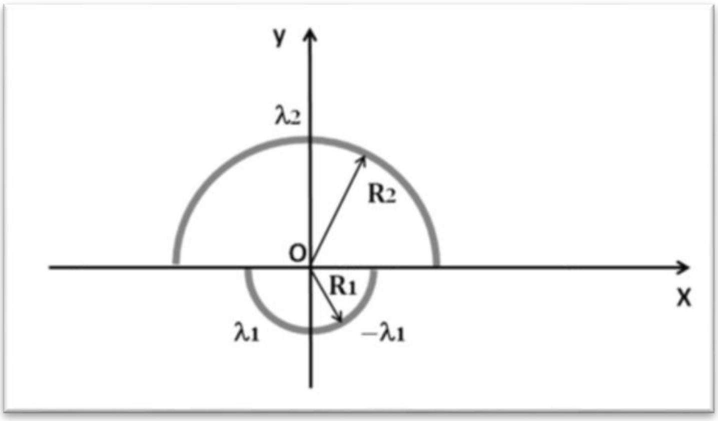
b) Encontre o valor de x no qual o campo elétrico é nulo.

Respostas:

a) $\vec{E}_{fio} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 - x}\,(\hat{x})$; $\vec{E}_q = \frac{8\lambda d}{4\pi\varepsilon_0 (x+d)^2}\,(-\hat{x})$ b) x = d

5ª Questão:

Considere os dois semicírculos concêntricos de material isolante representados na figura. O semicírculo com raio R_2 tem densidade linear de carga positiva λ_2, enquanto o semicírculo menor tem raio R_1 e duas densidades lineares de carga: λ_1 (positiva) para pontos com coordenada x negativa e $-\lambda_1$ (negativa) para pontos com coordenada x positiva. Os raios e as densidades lineares das duas distribuições de carga são tais que vale a relação: $\left|\frac{\lambda_1}{R_1}\right| = \left|\frac{\lambda_2}{R_2}\right|$



a) Calcule o vetor campo elétrico gerado pelo semicírculo menor no ponto **O** (origem dos eixos e centro dos semicírculos).

b) Calcule o vetor campo elétrico gerado pelo semicírculo maior no ponto **O**.

c) Calcule o vetor do campo elétrico resultante no ponto **O** e escreva seu módulo.

d) Calcule as coordenadas da posição na qual deve ser colocada uma carga puntiforme negativa de valor $q = -2\sqrt{2}\lambda_2 R_2$, para que o campo elétrico total resultante no ponto O seja nulo.

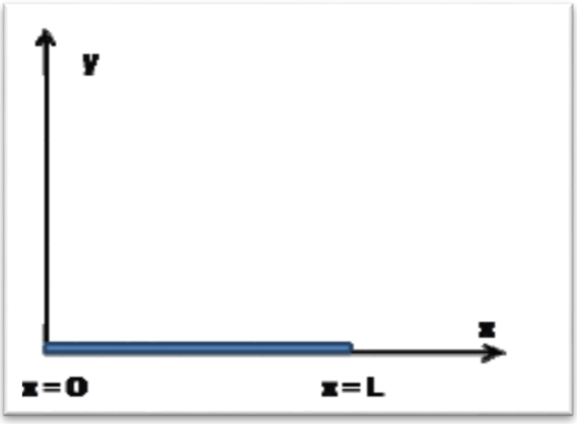
Respostas:

a) $\vec{E} = \frac{2k\lambda_1}{R_1}(\hat{x})$ b) $\vec{E} = \frac{2k\lambda_2}{R_2}(-\hat{y})$ c) $\vec{E} = \frac{2k\lambda_1}{R_1}(\hat{x}) + \frac{2k\lambda_2}{R_2}(-\hat{y})$ $|E| = \frac{2\sqrt{2}k\lambda_2}{R_2}$

d) $\vec{r} = \left(-R_2\frac{\sqrt{2}}{2}, R_2\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$

6ª Questão:

Uma barra isolante, de espessura desprezível e comprimento L = 40 cm, repousa sobre o eixo x desde x = 0 até x = L. Ela recebe uma carga total Q_{TOTAL} que se distribui de modo não uniforme de acordo com a densidade linear de carga dada pela função λ(x)= Ax, onde A = $2 \cdot 10^{-4}$ é uma constante com dimensões apropriadas. O sistema de coordenadas está indicado na figura.



a) Calcule o valor da carga total na barra, Q_{TOTAL}, e a unidade SI (Sistema Internacional) da constante A.

b) Calcule o valor E_y (componente y apenas) do vetor campo elétrico $\vec{E}$ no ponto de coordenadas (x, y, z) = (0, 30 cm, 0).

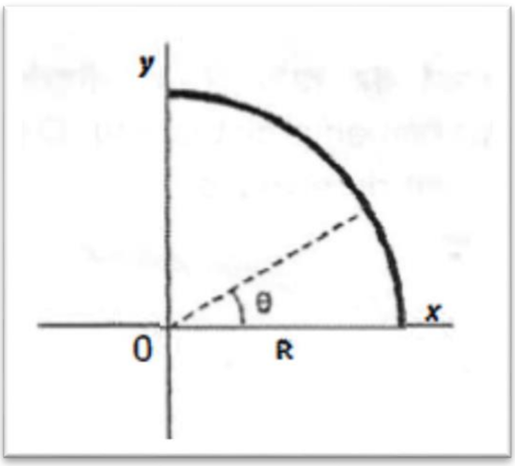
c) O campo elétrico produzido por toda a barra no ponto **P**, de coordenadas (1.0m, 0, 0), vale $\vec{E}$ = 2.8×10^5 $(\hat{x})$ [N/C]. Em que ponto do espaço se deveria colocar a carga pontual Q = - 0.7 μC, para que o campo total resultante fosse nulo em P?

Respostas:

a) $Q_{total} = 16\ [\mu C];\ \ [A] = \frac{C}{m^2}$ b) $E_y = 7.2 \times 10^5\ [\frac{N}{C}]$ c) $\vec{r} = \ (0.85\,,0\,,0)\ [m]$

7ª Questão:

O arco de um quarto de circunferência de raio R, mostrado na figura ao lado, possui uma distribuição de carga não uniforme dada por λ(θ) = αθ, sendo α uma constante positiva.



a) Calcule a carga total Q presente no arco, em função de α e de R.

b) Calcule (em função de α, de R e da constante de Coulomb K) as componentes E_x e E_y com os respectivos sinais, do vetor campo elétrico criado pelo arco sobre o ponto **O** localizado na origem.

Considere agora que o arco gere, em um ponto P qualquer, um campo elétrico $\vec{E}_p$ = -1,14 $\hat{x}$ – 2,00 $\hat{y}$ [N/C] e que neste mesmo ponto P seja colocada uma carga puntiforme q = 5 nC.

c) Encontre o vetor da força elétrica F exercida pelo arco sobre a carga.

Respostas:

a) $Q = \frac{\alpha R \pi^2}{8}$ b) $E_x = \frac{-k\alpha\left(\frac{\pi}{2}-1\right)}{R}$; $E_y = \frac{-k\alpha}{R}$ c) $\vec{F} = 5.70 \times 10^{-9}(-\hat{x}) + 1.00 \times 10^{-8}(-\hat{y})$

8ª Questão:

Um anel isolante delgado de raio R com densidade linear de carga λ uniforme encontra-se no plano XZ. O Eixo Y passa pelo centro do anel, coincidente com a origem dos eixos (Figura 1).

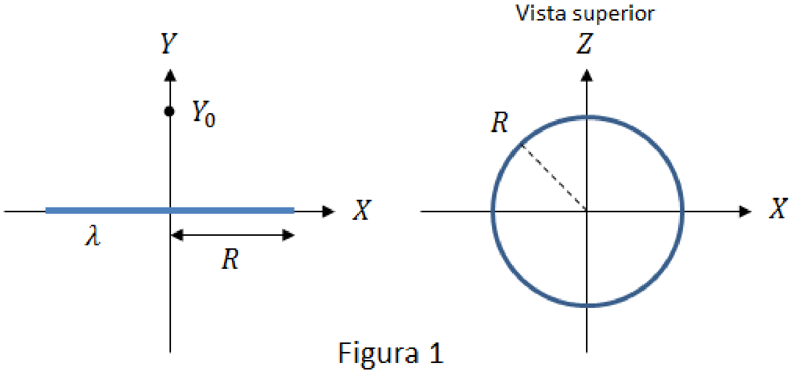


Figura 1

a) Calcule o vetor campo elétrico (módulo, direção e sentido) gerado pelo anel delgado num ponto qualquer sobre o eixo Y. Chame de Y_0 a coordenada desse ponto ao longo do eixo Y.

Considere agora que o anel delgado é substituído por uma calha cilíndrica com base circular de raio R, altura 2L e densidade superficial de carga σ(Y) não uniforme. Como indicado na figura 2, o plano XZ corta a calha no plano mediano dela.

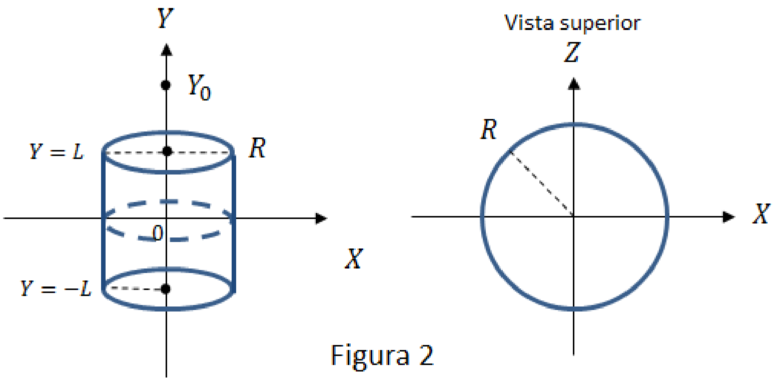


Figura 2

b) Calcule o campo elétrico (módulo, direção, sentido) gerado pela calha no ponto **P** (0, Y_0, 0), considerando $Y_0 > L$. Podendo usar o resultado do item a ou diretamente.

Respostas:

a) $\vec{E} = \dfrac{\lambda R Y_0}{2\varepsilon_0\left(R^2 + Y_0^2\right)^{\frac{3}{2}}}\,(\hat{y})$ b) $\vec{E} = \dfrac{R}{2\varepsilon_0}\displaystyle\int_{-L}^{L}\dfrac{(Y_0 - y)\sigma(y)}{(R^2 + (Y_0 - y)^2)^{\frac{3}{2}}}dy\ (\hat{y})$

<u>9ª Questão:</u>

Uma barra delgada de comprimento L é envergada até formar um semi-círculo, conforme mostra a Figura 1:

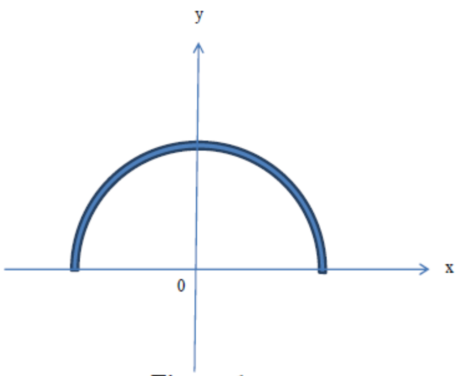


Figura 1

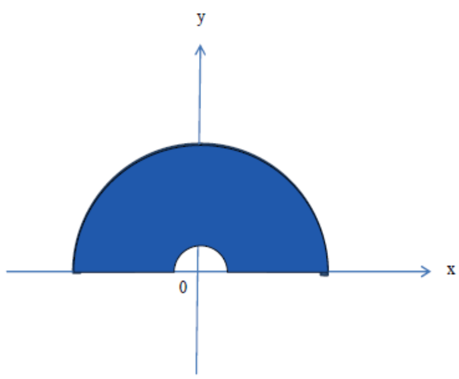


Figura 2

a) Se a barra tem uma densidade de carga uniforme $\lambda > 0$, calcule o campo elétrico na origem.

b) Onde deveria ser colocada uma carga pontual de valor igual ao da carga total da barra para que o campo na origem fosse nulo?

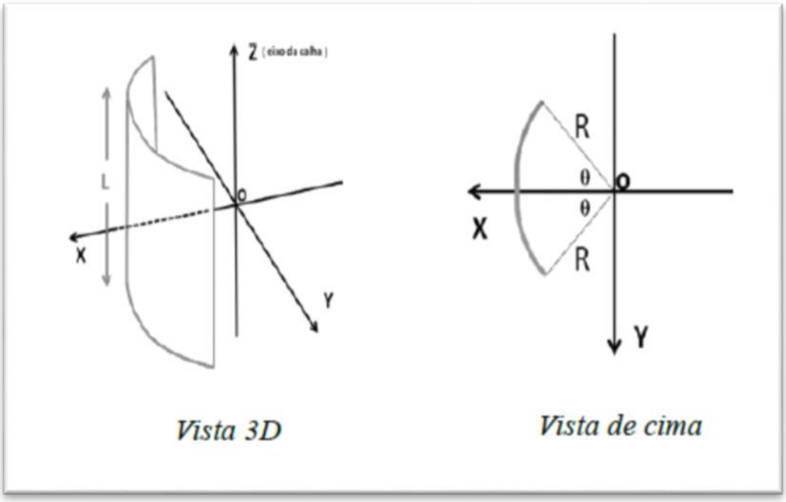
c) Considere agora que esse semicírculo se torne um semidisco de mesmo raio com um orifício concêntrico semicircular de raio $\dfrac{L}{10\pi}$ [m] e com uma densidade superficial uniforme σ, como mostrado na Figura 2. Calcule o campo elétrico na origem devido a esta nova configuração.

Respostas:

a) $\vec{E} = -2\pi k\frac{\lambda}{L}\,(\hat{y})$ b) $\vec{r} = \left(0\,,\, \frac{-L}{\sqrt{2\pi}}\,, 0\right)$ c) $\vec{E} = -2k\sigma \ln 10\,(\hat{y})$

10ª Questão:

Considere um sistema constituído por uma calha cilíndrica isolante de comprimento L, raio de curvatura R, carregada uniformemente com uma carga total Q positiva. A origem do eixo x está situada sobre o eixo da calha, a uma distância R da superfície lateral da mesma e no plano mediano que corta a calha em duas partes idênticas de comprimento $L/2$. A interseção da calha com o plano XY descreve um arco de circunferência de ângulo igual a 2θ, com $\theta = \frac{\pi}{4}$, conforme representado na figura.



a) Considere a calha constituída por fios de carga infinitesimal dQ, largura dL e comprimento L. Calcule a carga infinitesimal dQ de cada fio. (A densidade superficial de carga na calha é $\sigma = \frac{2Q}{\pi RL}$.

b) Considerando que L >> R, obtenha o módulo, direção e sentido do campo elétrico gerado pela calha carregada na origem O dos eixos.

Respostas:	
a) $dQ = \frac{2Q}{\pi} d\varphi$	b) $\vec{E}_{total}(0) = \frac{Q\sqrt{2}}{RL\epsilon_0\pi^2}\ (-\hat{x})$

Formulário

$$\int \frac{dx}{(a-x)^2} = \frac{1}{(a-x)}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$\int x\ sen\ x\ dx = -x\cos x + sen\ x$$

$$\int \frac{xdx}{(x^2+a^2)^{1/2}} = \sqrt{x^2+a^2}$$

$$\int \frac{xdx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$\int x\cos x\ dx = x\ sen\ x + \cos x$$