ZHAW Zurich University of Applied Sciences

Institute for Applied Mathematics and Physics, School of Engineering

Lösungen PhIT Übung 10

Prof. Dr. R.M. Füchslin

Diese Übungen dienen dazu, Sie mit einigen Konzepten und Rechenmethoden der Physik vertraut zu machen. Sie machen diese Übungen für sich. Das bedeutet:

- Sie müssen keine Übungen abgeben.
- Sie können gerne in Gruppen arbeiten. Wir empfehlen das sogar.
- Wir machen keine Korrekturen, stellen aber Musterlösungen zur Verfügung. Der/die ÜbungsbetreuerIn ist Ihr Coach. Diese(r) wird Ihnen nach bestem Wissen Ihre Fragen beantworten. Die Fragen stellen müssen Sie aber selber.

Aufgabe 1

Nehmen Sie den menschlichen Körper als schwarzen Strahler der Temperatur 33 °C an (das ist etwa die Temperatur der Hautoberfläche) und berechnen Sie hierfür $\lambda_{\max}$, die Wellenlänge der maximalen Strahlungsleistung und schätzen Sie die ungefähre Strahlungsleistung des Körpers, wenn jemand unbekleidet in einer Umgebung mit 25 °C steht. Wie gross ist die Leistung, wenn die Aussentemperatur 0°C beträgt? Beachten Sie: Sie müssen die ungefähre effektiv nach aussen strahlende Oberfläche eines Menschen abschätzen.

Aufgabe 2

Eine Kupferplatte der Fläche $A = 1m^2$ mit Temperatur $T_0 = T(0) = 15°C$ wird an die Sonne gelegt. Die Aussentemperatur beträgt $T_{env} = 27°C$. Zwischen Temperatur und Energiegehalt einer Platte gibt es einen einfachen Zusammenhang:

$$\frac{dE}{dt} = c_{Cu} m_p \frac{dT}{dt}$$

Aufgabe 1

Schätzung Oberfläche: $1.8m \cdot 0,5 = 0,9m \approx$ 2

Aussentemperatur 25°C

$$\frac{dE}{dt} = P = \sigma \; A \; (T_{body}^4 - T_{env}^4) \overset{25°C}{=} 100\,W$$

$\sigma = 5.7\; e^{-8} \frac{W}{m^2 K}$ $\quad$ $1.9m^2$

$\overset{0°C}{=} 350\,W$

$(5.7 \times 10^{-8}) \cdot 1.9 \cdot ((33 + 273.15)^4 - 273.15^4)$

Aufgabe 2

- Kupferplatte
- Oberfläche $A = 1m^2$
- $T_0 = T(0) = 15°C \approx 288.15\,K$
- Aussentemp. $T_{env} = 27°C \approx 300.15\,K$
- $\dfrac{dE}{dt} = c_{cu} m_p \dfrac{dT}{dt}$ → Temperatur Platte = 288.15 K
- $m_p = 5kg$
- Wärmekapazität: $c_{cu} = 385 \frac{J}{KgK}$
- Absorptionskoeffizient: $\alpha = 0.5$
- Wärmeübertragungskoeffizient: $h = 15 \frac{W}{m^2 K}$
- Strahlungsintensität des Sonnenlichts: $J_{E,sol} = 1400 \frac{W}{m^2}$
- Einstrahlungswinkel der Sonne: $\phi = 45° = \frac{\pi}{4}$

Dabei bezeichnet T die Temperatur der Platte, $m_P = 5kg$ die Masse der Platte und die Konstante $c_{Cu} = 385\frac{J}{kgK}$ die sog. Wärmekapizität der Platte (Die Wärmekapazität ist materialabhängig, der angegebene Wert stimmt für Kupfer). Weitere Grössen die Sie brauchen, sind:

$$\alpha = 0.5: \text{ Absorptionskoeffizient der Platte}$$
$$h = 0.8\frac{W}{m^2K}: \text{ Wärmeübertragungskoeffizient}$$
$$J_{E,sol} = 1400\frac{W}{m^2}: \text{ Strahlungsintensität des Sonnenlichts.}$$

Der Einstahlungswinkel der Sonne brägt $\phi = 45° = \frac{\pi}{4}$ (s. Fig. 1). Die energetische Dynamik ist gegeben durch:

$$\frac{dE_{Platte}}{dt} = \alpha A j_{E,Sol,eff} - \varepsilon A\sigma(T^4 - T_{Luft}^4) - Ah(T - T_{Luft})$$

Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf der Temperatur der Platte als Funktion der Zeit (dazu brauchen Sie natürlich eine BM – Simulation) und bestimmen Sie die Temperatur, die die Platte nach ein paar Minuten angenommen hat.

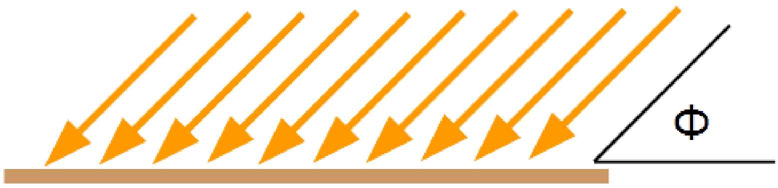


Fig. 1

Aufgabe 3 Erklären des Treibhauseffekts

Erklären Sie einem/r Mitstudierenden den Treibhauseffekt und warum Kohlendioxid ein Treibhausgas ist.

Aufgabe 4

Das Universum ist von einer sogenannten Hintergrundstrahlung erfüllt, von der man annimmt, dass sie letztlich vom Urknall herrührt. Nehmen Sie an, das gesamte Universum sei ein schwarzer Körper mit einer Temperatur von 2.725 K. Wie gross ist dann die Wellenlänge $\lambda_{\max}$ und Frequenz $\nu_{\max}$ der maximalen Strahlungsleistung?

Aufgabe 5 Herleitung des Wien'schen Verschiebungsgesetzes

Ein schwarzer Körper strahlt mit einer Intensitätsverteilung, welche dem Planck'schen Verteilungsgesetz folgt:

$$I(\lambda,T)=\frac{2h\pi c^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}}-1}$$
$$h=6.626\cdot 10^{-34}\ [Js]$$
$$c=3.0\cdot 10^{8}[ms^{-1}]$$
$$k_B=1.38\cdot 10^{-23}[JK^{-1}]$$

Diese Intensitätsverteilung hat ein Maximum. Gemäss dem sog. Wien'schen Gesetz gilt bei der Temperatur T :

$$\lambda_{\max}=\frac{b}{T}$$
$$b=2.8978\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{m\ K}]$$

Versuchen Sie, diese Beziehung herzuleiten!

Anleitung:

1. Leiten Sie die Funktion $I(\lambda,T)$ nach λ und setzen Sie das Resultat gleich null.
2. Die entstehende Gleichung können Sie nicht analytisch lösen. Finden Sie die Nullstelle graphisch oder numerisch (z.B. können Sie die Funktion plotten und die Nullstelle ablesen oder verwenden Sie eine Solve Routine).
3. Um sich das Leben nicht unnötig kompliziert zu machen, sollten Zahlwerte erst ganz am Schluss einsetzen, und den Verteilungssatz formal einfacher gestalten (durch Zusammenfassung von Naturkonstanten in Parameter):

$$I(\lambda,T)=\frac{2h\pi c^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}}-1}=\frac{A}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{B}{\lambda T}}-1}$$
$$A=2h\pi c^2$$
$$B=\frac{hc}{k_B}$$

Aufgabe 6 Metallplatte an der Sonne

Ein Architekt schlägt vor, den Platz vor Ihrem Gebäude mit Eisenplatten zu belegen. Sie haben Sicherheitsbedenken, denn Sie wissen, dass die Eisenplatten durch Sonneneinstrahlung erwärmt werden. Als IngenieurIn wollen Sie mit konkreten Abschätzungen in die entscheidende Sitzung gehen. Glück gehabt! Sie hatten Physik und können eine solche Schätzung präsentieren (Gott sei Dank haben Sie BM noch nicht gelöscht!)

Situation: Eine mit Kobalt überzogene Eisenplatte mit nicht - polierter Oberfläche (Keine Spiegeleffekte) liegt horizontal am Boden. Die Platte gegenüber dem Boden isoliert, d.h. es fliesst keine Wärme von der Platte in den Boden. Es kommt allerdings zu konvektivem Wärmetransport in die Luft. Zwischen Temperatur (Alle Temperaturen immer in Kelvin!) und Energiegehalt einer Platte gibt es einen einfachen Zusammenhang:

$$\frac{dE}{dt} = c_{Fe} m_p \frac{dT}{dt}$$

Die Fläche A der Platte beträgt 2 m^2, ihre Dicke d ist 2 mm. Die spezifische Wärmekapazität von Eisen beträgt c_{Fe} = 412 J kg^{-1} K^{-1} und die Dichte von Eisen ist ρ_{Fe} = 7874 kg m^{-3}. Die Masse des Kobaltüberzugs ist vernachlässigbar. Der Absorptionskoeffizient α der Platte für Licht im Bereich des solaren Spektrums beträgt etwa 0.9. Der Emissionskoeffizient ε für Strahlung im Infrarot – Bereich (thermische Strahlung 270 – 500 K) liegt bei 0.3 (http://www.redrok.com/concept.htm#emissivity). Die Umgebungstemperatur beträgt 20°C, und die Sonne steht mit einem Winkel von θ = 50° über dem Horizont (s. Fig. Fig. 2). Der konvektive Energietransferkoeffizient h beträgt 14 W K^{-1} m^{-2}. Die Intensität des Sonnelichts ohne Reflexion / Dämpfung in der Atmosphäre beträgt I_{sun} = 1361 W / m^2. Davon erreichen aber nur etwa 66% die Erdoberfläche.

a) Nehmen Sie an, die Platte habe zu Beginn eine Temperatur von 10° C. Erstellen Sie ein BM – Modell, und berechnen Sie, welche Temperatur die Platte annimmt.
b) Was ist die Rolle des Emissionskoeffizienten? Was würde passieren, wenn Sie die Metallplatten mit einer hellen Farbe anstreichen würden (α = 0.2, ε = 0.9)?
c) Wiederholen Sie die Rechnung mit einem konvektiven Energiestransferkoeffizienten von h = 0. Was beobachten Sie?

Wieso verwenden wir hier BM? Wir sind ja nur an der Endtemperatur interessiert! Nun, der Grund ist einfach. Die sich ergebenden Gleichungen kann man analytisch nur schwer lösen (es ginge gerade noch, da es Gleichungen vierter Ordnung sind). Mit BM können wir einen dynamischen Prozess simulieren und schauen, welche Endtemperatur erreicht wird.

Denken Sie zuerst einmal ein paar Minuten über die Aufgabe nach und versuchen Sie, die Aufgabe ohne Hilfe zu lösen. Danach lesen Sie den Abschnitt über das Vorgehen am Schluss des Übungsblattes.

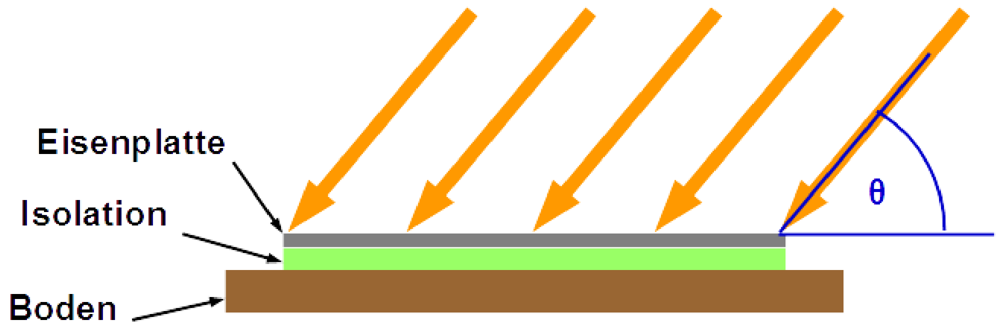


Fig. 2

Aufgabe 7 (Eine alte Prüfungsaufgabe)

Wir betrachten die Bahn eines Teilchens in einem Magnetfeld $\vec{B} = (0,0,B_z)$. Betrachten Sie B_z, die Ladung Q des Teilchens und dessen Masse M als Konstanten. Die Geschwindigkeit des Teilchens sei $\vec{v}(t) = (v_x(t), v_y(t), v_z(t))$ und es gilt $\vec{v}(0) = (1,0,0)$ (Einheit m/s). Das Teilchen ist zwei Kräften unterworfen:

- Die Lorenzkraft $\vec{F}_{mag}$
- Eine Reibungskraft $\vec{F}_{fric} = -\gamma \vec{v}$

Fragen:

a) (2.5 P) In Fig. 6 sehen Sie eine unvollständige Flowchart eines BM – Programms, welches die Dynamik des Teilchens im Magnetfeld beschreibt. Eine Variante der Vervollständigung braucht 8 Pfeile. Tragen Sie diese ein (Hinweis: Werfen Sie einen Blick auf die nachfolgenden Fragen. Dies kann Ihnen bei der Vervollständigung helfen.).

b) (0.5 P) Was müssen Sie bei Fxmag und Fymag in die Kugeln der BM – Flowchart einsetzen (Dabei bezeichnet Fxmag die x – Komponente der magnetischen Kraft, und analog Fymag die entsprechende y – Komponente)?

Fxmag = …………. Fymag = …………

c) (0.5 P) Was müssen Sie bei Fxtotal und Fytotal eintragen ($\vec{F}_{total}$ ist die totale Kraft auf das Teilchen)?

Fxtotal = ………… Fytotal = …………

d) (0.5 P) Was müssen Sie bei ax und ay eintragen?

ax = ………… ay = …………

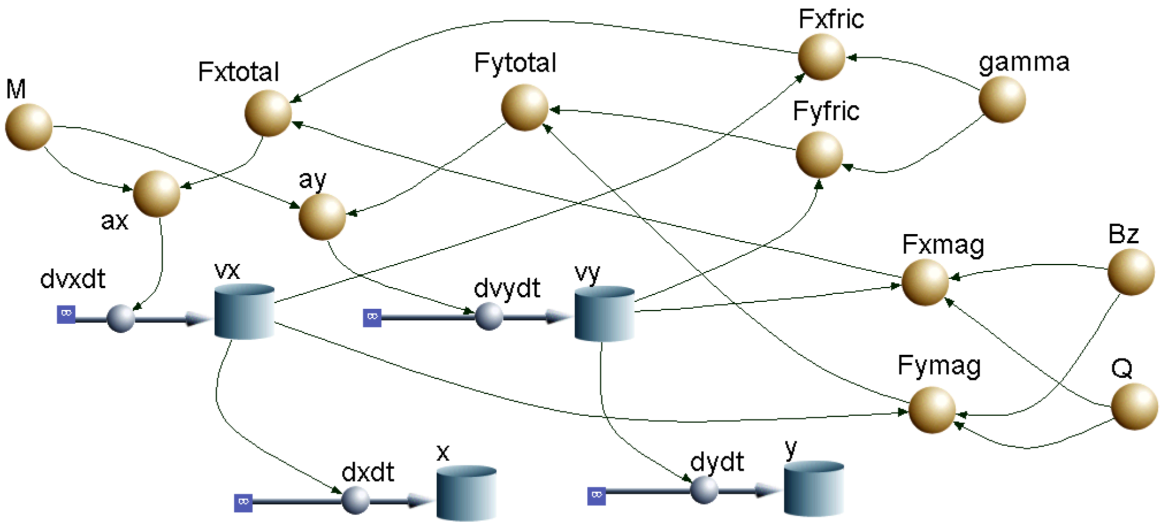
e) (0.5 P) Was müssen Sie bei dvxdt und dvydt eintragen?

dvxdt = ………… dvydt = …………

f) (0.5 P) Was müssen Sie bei dxdt und dydt eintragen?

dxdt = ………… dydt = ………..

Lösung (eine Variante):



Aufgabe 6: Vorgehen

Vorgehen: Sie kennen den Zusammenhang zwischen der Energie und der Temperatur eines Körpers (Temperaturverteilung im Körper als homogen angenommen). Es gilt:

$$\frac{dE}{dt} = mc\frac{dT}{dt} \tag{1}$$

Für die Energiebilanz der Metallplatte gilt:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{Ad\rho_{Fe}c_{Fe}}\left(0.66\alpha\sin(\theta)AI_{sun} - A\varepsilon\sigma\left(T^4 - T_{env}^4\right) - Ah\left(T - T_{env}\right)\right) \tag{2}$$

Sie sollten diese Gleichung verstehen (prüfungsrelevant) und nicht einfach abtippen. Wenn Sie etwas nicht verstehen, fragen Sie den/die ÜbungsbetreuerIn. Beachten Sie, dass BM das Argument des Sinus in Radian nimmt.