

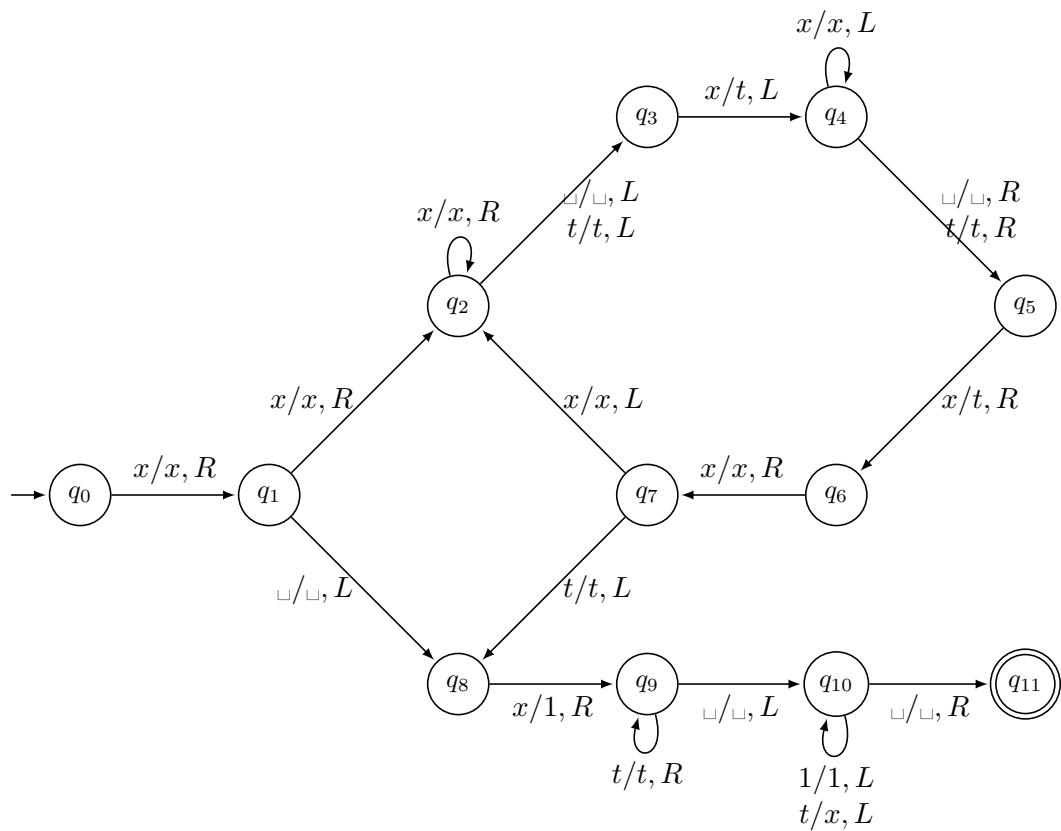
# Übungsblatt 6

## Kellerautomaten / Turing-Maschinen

Abgabe: Kalenderwoche 14

**Aufgabe 1.**

Gegeben sei eine Turing-Maschine  $M$ :



- Geben Sie alle Schritte der Berechnung von  $M$  auf den Wörtern  $w_1 = x$  und  $w_2 = xx$  an. Welche dieser beiden Berechnungen sind akzeptierend?
- Die Maschine  $M$  wird mit dem Eingabewort  $w = xxx$  ausgeführt. Geben Sie an, ob diese Eingabe akzeptiert wird und was nach der Ausführung auf dem Band gespeichert ist.

- (c) Geben Sie die Sprache  $L(M)$  über dem Eingabealphabet  $\Sigma = \{x\}$  an, die von der Turing-Maschine  $M$  akzeptiert wird.
- (d) Beschreiben Sie informell die Funktionsweise von  $M$ .

**16 Punkte**

**Aufgabe 2.**

Konstruieren (Zeichnen) Sie eine deterministische Turing-Maschine mit einem Band, welches ein Wort  $w \in \{a, b\}^*$  spiegelt.

Wird die Maschine auf die Eingabe  $w_1 = aabbaba$  angewandt, so muss das Band folgendes Resultat enthalten:  $ababbaa$ .

Wird die Maschine auf  $w_2 = ab$  angewandt, so ist das Resultat  $ba$ .

*Hinweis:* Eine leere Eingabe muss ebenfalls gültig sein. Hierbei bleibt das Band als Resultat natürlich leer.

**20 Punkte**

**Aufgabe 3.**

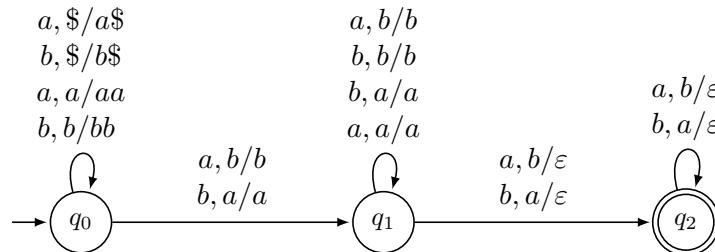
Entwerfen Sie für die folgenden Sprachen je einen KA oder NKA in der graphischen Darstellung.

- (a)  $L_1 = \{w = \{0, 1, 2\}^* \mid (|w| \bmod 3 = 0 \wedge |w|_0 + |w|_1 = |w|_2)\}$
- (b)  $L_2 = (\{\{S, T\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aaTaa \mid abTba \mid baTab \mid bbTbb, T \rightarrow TT \mid a \mid b \mid \varepsilon\}, S)$

**20 Punkte**

**Zusatzaufgabe 1.**

Gegeben ist der folgende Kellerautomat M.

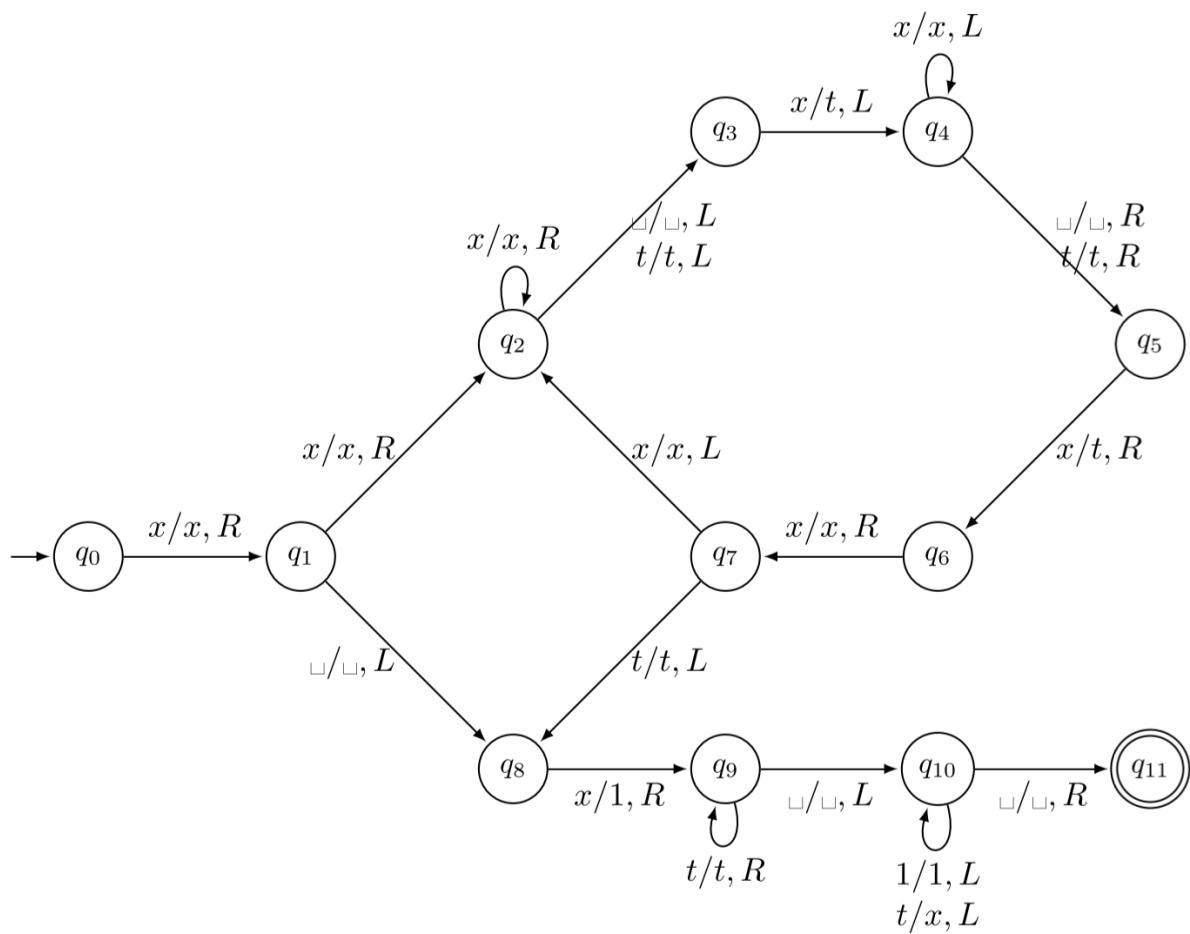


Geben Sie alle Berechnungen auf dem Wort  $w = aababb$  an und entscheiden Sie ob  $w$  in  $L(M)$  enthalten ist.

**Optional**

### Aufgabe 1.

Gegeben sei eine Turing-Maschine  $M$ :



- Geben Sie alle Schritte der Berechnung von  $M$  auf den Wörtern  $w_1 = x$  und  $w_2 = xx$  an. Welche dieser beiden Berechnungen sind akzeptierend?
- Die Maschine  $M$  wird mit dem Eingabewort  $w = xxx$  ausgeführt. Geben Sie an, ob diese Eingabe akzeptiert wird und was nach der Ausführung auf dem Band gespeichert ist.

a)  $w_1 = x$

$q_0 x \xrightarrow{} x q_1 \xrightarrow{} q_8 x \sqcup \xrightarrow{} 1 q_9 \sqcup + q_{10} 1 \sqcup + q_{10} \sqcup 1 \sqcup$   
 $\xrightarrow{} \sqcup q_{11} 1 \sqcup \Rightarrow w_1 \text{ ist akzeptiert}$

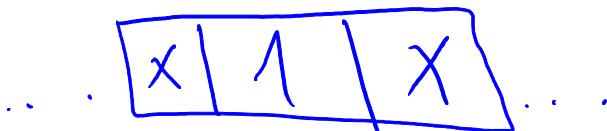
$w_2 = xx$

$q_0 xx \xrightarrow{} x q_1 x \xrightarrow{} xx q_2 \xrightarrow{} x q_3 x \sqcup \xrightarrow{} q_4 x t \sqcup +$   
 $q_4 \sqcup x t \sqcup \xrightarrow{} \sqcup q_5 x t \sqcup \xrightarrow{} \sqcup t q_6 t \sqcup$   
 $\Rightarrow w_2 \text{ ist nicht akzeptiert}$

b)  $\omega_1 = \text{xxx}$

$q_0 \text{XXX} \xrightarrow{} x q_1 \text{XX} \xrightarrow{} \text{xx} q_2 \text{X} \xrightarrow{} \text{xxx} q_2 \xrightarrow{} \text{xx} q_3 \text{xL} \xrightarrow{} x q_4 \text{xL} \xrightarrow{} q_4 \text{xxL} \xrightarrow{} q_4 \text{xxL} \xrightarrow{} \text{L} q_5 \text{xxL} \xrightarrow{} \text{L} q_6 \text{xL} \xrightarrow{} \text{L} \text{xxL} \xrightarrow{} \text{L} q_7 \text{xL} \xrightarrow{} \text{L} q_8 \text{xL} \xrightarrow{} \text{L} \text{L} q_9 \text{xL} \xrightarrow{} \text{L} \text{L} q_9 \text{L} \xrightarrow{} \text{L} \text{L} q_{10} \text{L} \xrightarrow{} \text{L} q_{10} \text{L} \xrightarrow{} \text{L} q_{10} \text{L} \xrightarrow{} q_{10} \text{L} \text{xxL} \xrightarrow{} \text{L} q_{11} \text{xxL}$

Auf dem Band steht:



$w = \text{xxx}$  ist akzeptierend

(c) Geben Sie die Sprache  $L(M)$  über dem Eingabealphabet  $\Sigma = \{x\}$  an, die von der Turing-Maschine  $M$  akzeptiert wird.

(d) Beschreiben Sie informell die Funktionsweise von  $M$ .

c)  $L(M) = \{w \mid |w| \bmod 2 = 1\}$

16 Punkte

1)

Funktionsweise von  $M$ :

M durchläuft einmal alle x und ersetzt diese durch ein x bis kein x mehr gelesen werden kann. Das letzte gelesene x wird durch ein t ersetzt. Danach werden alle x links davon wieder gelesen und durch ein x ersetzt, bis kein x mehr gelesen werden kann. Dieser Vorgang wird wiederholt bis kein x mehr gelesen werden kann. Abhängig von der Startkonfiguration, landet man am Schluss entweder in einem akzeptierenden Zustand (wenn das Wort w eine ungerade Anzahl x enthält) oder in einem nicht akzeptierenden Zustand.

## Aufgabe 2.

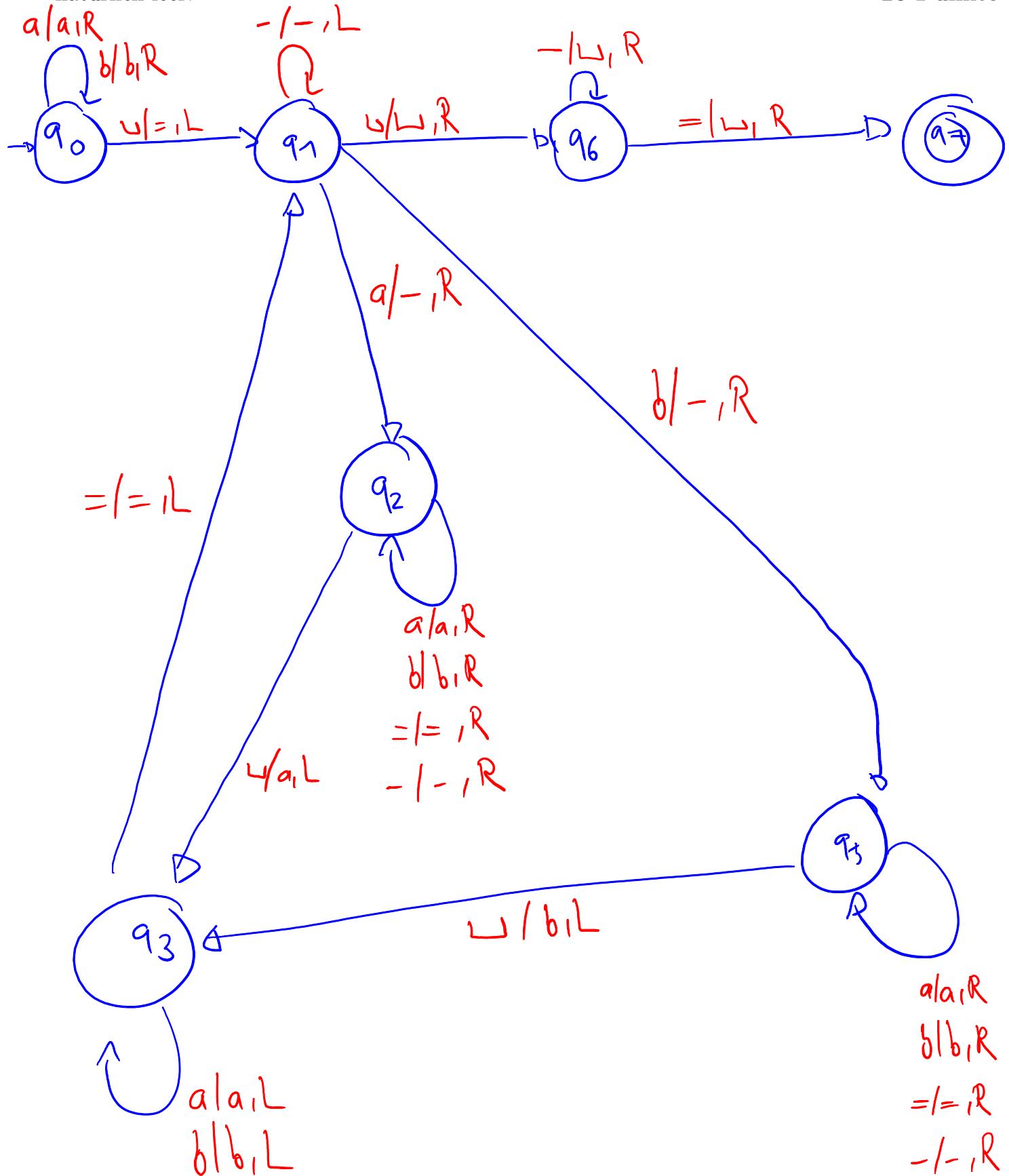
Konstruieren (Zeichnen) Sie eine deterministische Turing-Maschine mit einem Band, welches ein Wort  $w \in \{a, b\}^*$  spiegelt.

Wird die Maschine auf die Eingabe  $w_1 = aabbaba$  angewandt, so muss das Band folgendes Resultat enthalten:  $ababbaa$ .

Wird die Maschine auf  $w_2 = ab$  angewandt, so ist das Resultat  $ba$ .

*Hinweis:* Eine leere Eingabe muss ebenfalls gültig sein. Hierbei bleibt das Band als Resultat natürlich leer. **20 Punkte**

**20 Punkte**



### Aufgabe 3.

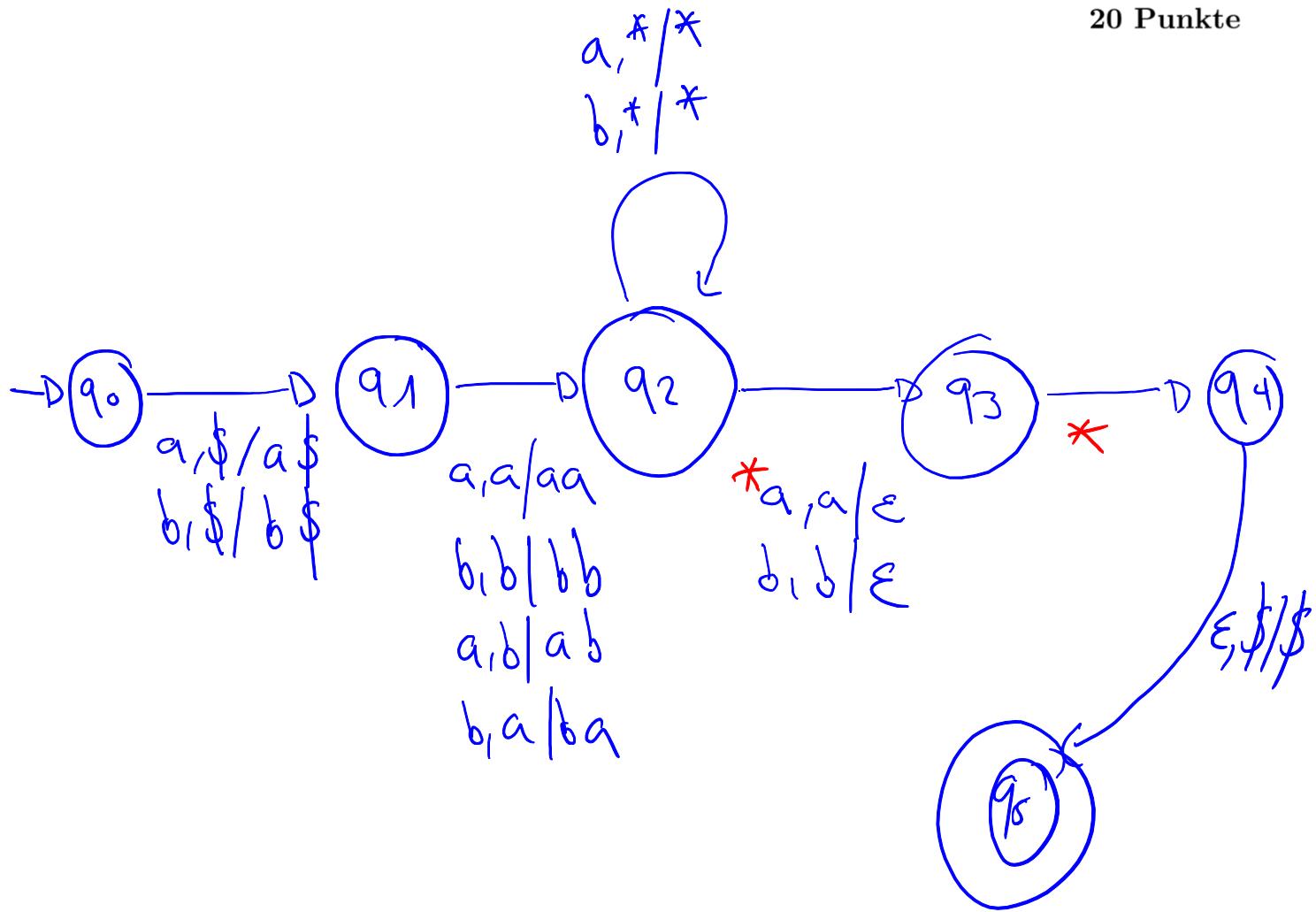
Entwerfen Sie für die folgenden Sprachen je einen KA oder NKA in der graphischen Darstellung.

(a)  $L_1 = \{ w = \{0, 1, 2\}^* \mid (|w| \bmod 3 = 0 \wedge |w|_0 + |w|_1 = |w|_2) \}$

(b)  $L_2 = (\{\{S, T\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aaTaa \mid abTba \mid baTab \mid bbTbb, T \rightarrow TT \mid a \mid b \mid \varepsilon\}, S)$

20 Punkte

b)



### Aufgabe 3.

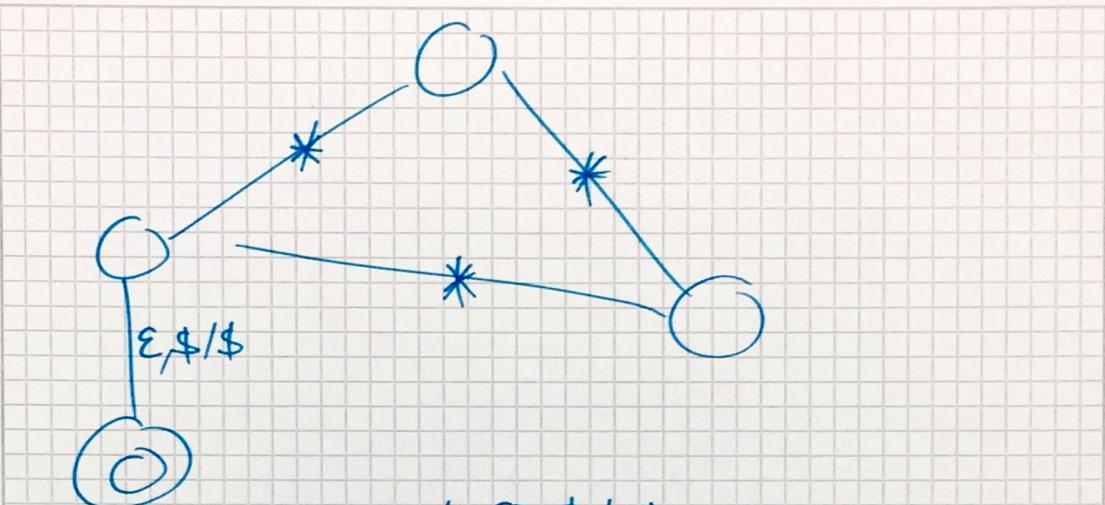
Entwerfen Sie für die folgenden Sprachen je einen KA oder NKA in der graphischen Darstellung.

(a)  $L_1 = \{ w = \{0, 1, 2\}^* \mid (|w| \bmod 3 = 0 \wedge |w|_0 + |w|_1 = |w|_2) \}$

(b)  $L_2 = (\{S, T\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aaTaa \mid abTba \mid baTab \mid bbTbb, T \rightarrow TT \mid a \mid b \mid \varepsilon\}, S)$

20 Punkte

a)



\* 0, \$ / -\$  
1, \$ / -\$  
2, \$ / + \$  
0, - / --  
1, - / --  
2, - / ε  
0, + / ε  
1, + / ε  
2, + / ++