Betrachten Sie die folgenden Aussagen:

- Der Graph einer Exponentialfunktion $f(x) = c \cdot a^x$ in einem Koordinatensystem mit logarithmischer y-Achse ist eine Gerade.
- Der Graph einer Potenzfunktion $f(x) = c \cdot x^a$ ist eine Gerade, wenn man beide Koordinatenachsen logarithmisch wählt.

a) Beweisen Sie diese beiden Aussagen zuerst für sich selbst analytisch (Tipp: berechnen Sie $y = \log f(x) = ...$). Geben Sie dann den y-Achsenabschnitt und Steigung der untenstehenden Funktionen in dem Koordinatensystem an, in dem der Funktionsgraph eine Gerade ist. Scannen Sie Ihre Lösung in *Name_ Vorname_ Gruppe_ S4_ Aufg1a.pdf.*

- $f(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{2x^2}}$
- $g(x) = 10^5 \cdot (2\mathrm{e})^{-x/100}$
- $h(x) = (\frac{10^{2x}}{2^{5x}})^2$

1a) $f(x) = c \cdot a^x \Rightarrow y = \log(f(x))$

$\Rightarrow y = \log(c \cdot a^x)$

$= \log(c) + \log(a^x)$

$= \underbrace{\log(c)}_{q} + \underbrace{x}_{x} \cdot \underbrace{\log(a)}_{m}$

Geradengleichung $\Rightarrow mx + q$

$\Rightarrow$ Der Wert $\log(c)$ ist der y-Achsenabschnitt der Gerade.

Der Wert $\log(a)$ ist die Steigung der Gerade

$f(x) = c \cdot x^a \Rightarrow y = \log(f(x))$

$\Rightarrow y = \log(c \cdot x^a)$

$\Rightarrow y = \log(c) + \log(x^a)$

$\Rightarrow y = \underbrace{\log(c)}_{q} + \underbrace{a}_{m} \cdot \underbrace{\log(x)}_{x}$

$\Rightarrow$ Wieder eine Gerade

$$f(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{2x^2}} = 5 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2x^2}} = 5 \cdot \frac{1}{(2x^2)^{\frac{1}{3}}}$$

$$= 5 \cdot \frac{1}{2^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}}}$$

$$y = \log(5) + \log(2 \cdot x^2)^{-\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow y = \log(5) - \frac{1}{3} \log(2 \cdot x^2)$$

$$\Rightarrow y = \underbrace{\log(5)}_{q} - \underbrace{\frac{2}{3}}_{m} \underbrace{(\log(2) + \log(x))}_{x}$$

y-Achsenabschnitt: $\underline{\log(5)}$

Steigung : $\underline{\underline{-\frac{2}{3}}}$

$$g(x) = 10^5 \cdot (2e)^{-\frac{x}{100}} \Rightarrow y = 5 \cdot \log(10) + \log((2e)^{-\frac{x}{100}}$$

$$\Rightarrow y = \underbrace{5 \cdot \log(10)}_{q} + \underbrace{x}_{x} \cdot \underbrace{(\log(2e)^{-\frac{1}{100}})}_{m}$$

y-Achsenabschnitt: $\underline{5 \cdot \log(10)}$

Steigung : $\underline{\log((2e)^{-\frac{1}{100}})}$

$$h(x) = \left(\frac{10^{2x}}{2^{5x}}\right)^2 \Rightarrow \frac{10^{4x}}{2^{10x}} \Rightarrow y = \log(10^{4x}) - \log(2^{10x})$$

y-Achsenabschnitt: 0 $\Rightarrow y = x \cdot \log(10^4) - x \cdot \log(2^{10})$

Steigung: $\log(10^4) - \log(2^{10})$ $= \underbrace{x}_{x}\underbrace{(\log(10^4) - \log(2^{10}))}_{m} \underbrace{}_{q}$