

Estimado alumno: Este examen está integrado por cuatro ejercicios. Dispones de dos horas y media para su resolución, por lo que te aconsejamos que distribuyas adecuadamente tu tiempo.

Criterio de aprobación Para aprobar este examen con la calificación de 4 (cuatro) necesitas realizar correctamente al menos seis de los diez ítems propuestos. Esperamos que realices un buen trabajo. ¡Éxitos! ☺

Ejercicio I Sea  $\pi$  el plano cuya ecuación cartesiana es

$$\pi: 2x - y + 2z = -3$$

- Obtener la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $P = (-2, 1, 1)$  y  $Q = (1, -1, 0)$ .
- Dar la ecuación cartesiana del plano que contiene a la recta  $r$  y pasa por el punto  $(0, 0, 1)$ .
- Hallar, si existe, el punto de intersección entre la recta  $r$  y el plano  $\pi$ .
- Sea  $r_1$  la recta de ecuación  $(x, y, z) = \alpha(2, -1, -1) + (0, 1, 1), \alpha \in \mathbb{R}$ . Decidir si  $r_1$  y  $r$  son concurrentes, paralelas o alabeadas.

Ejercicio II

- Sea la cónica de ecuación  $x^2 - 2x + y^2 + 6y + 6 = 0$ 
  - Identificar de qué cónica se trata y graficarla identificando sus principales elementos (centro, focos, vértices, semieje mayor y menor).
  - Hallar, si existen, los puntos de intersección entre la cónica dada y la recta

$$L: (x, y) = t(-1, 0) + (0, -3), t \in \mathbb{R}$$

- Dada la cuádrica de ecuación  $z = x^2 + y^2$ , hallar las trazas con los planos  $z=0, z=4, x=0, y=1$ . Identificar la superficie y realizar un gráfico aproximado.

Ejercicio IV Dado el polinomio

$$P(x) = (x^2 + 9)(x^2 - 2x + 2)$$

- Hallar el conjunto de raíces de  $P$  y factorizarlo en  $\mathbb{C}[x]$ .
- Escribir en forma trigonométrica las raíces de  $P$ .
- Decidir cuáles son las raíces de  $P$  que pertenecen a la región  $M$ , siendo

$$R = \{z \in \mathbb{C} / \operatorname{Re}(z) < 2, \operatorname{Im}(z) < 1, 0 \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{4}\}$$

