

1- a) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 25 - x^2 - y^2 \geq 0 \wedge x - y \neq 0\}$

b) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 9 - x^2 - y^2 \geq 0\}$ c) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} - 1 > 0\}$

d) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + 5y > 0\}$

e) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x - 2y - 4 > 0 \wedge \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} - 1 \neq 0\}$

f) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y > 0\}$

g) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2\}$

h) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 - 1 \neq 0\}$

i) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y - 4 \neq 0\}$

j) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 2x + y > 0 \wedge 1 - x^2 - y^2 \geq 0\}$

k) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 9 - 2x - 3y \geq 0\}$

l) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 16 - x^2 + 4y^2 > 0\}$

2- a) $C_{-2} = \{\}$

$C_{-1} = \{(x, y) = (0, 0)\}$

$C_0 = \{(x, y) \in DomF / x^2 + y^2 = 1\}$

$C_1 = \{(x, y) \in DomF / x^2 + y^2 = 2\}$

$C_2 = \{(x, y) \in DomF / x^2 + y^2 = 3\}$

$C_3 = \{(x, y) \in DomF / x^2 + y^2 = 4\}$

b) $C_{-2} = C_{-1} = \{\}$

$C_0 = \{(x, y) \in DomF / x^2 + y^2 = 36\}$

$C_1 = \{(x, y) \in DomF / x^2 + y^2 = 35\}$

$C_2 = \{(x, y) \in DomF / x^2 + y^2 = 32\}$

$C_3 = \{(x, y) \in DomF / x^2 + y^2 = 27\}$

c) $C_{-2} = \{(x, y) \in DomF / y = -\frac{1}{x}\}$

d) $C_{-2} = C_0 = C_1 = C_2 = C_3 = \{\}$ $C_{-1} = \mathbb{R}^2$

$C_{-1} = \{(x, y) \in DomF / y = -\frac{1}{2x}\}$

$C_0 = \{(x, y) \in DomF / y = 0 \wedge x = 0\}$

$C_1 = \{(x, y) \in DomF / y = \frac{1}{2x}\}$

$C_2 = \{(x, y) \in DomF / y = \frac{1}{x}\}$

$C_3 = \{(x, y) \in DomF / y = \frac{3}{2x}\}$

e) $C_{-2} = \{(x, y) \in DomF / y = -\frac{1}{2}x^2 - 2\}$

f) $C_{-2} = \{(x, y) \in DomF / y = -2x^2 - 1\}$

$C_{-1} = \{(x, y) \in DomF / y = -x^2 - 3\}$

$C_{-1} = \{(x, y) \in DomF / y = -x^2\}$

$C_0 = \{\}$

$C_0 = \{(x, y) \in DomF / y = 1\}$

$C_1 = \{(x, y) \in DomF / y = x^2 + 1\}$

$C_1 = \{(x, y) \in DomF / y = x^2 + 2\}$

$C_2 = \{(x, y) \in DomF / y = \frac{1}{2}x^2\}$

$C_2 = \{(x, y) \in DomF / y = 2x^2 + 3\}$

$C_3 = \{(x, y) \in DomF / y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}\}$

$C_3 = \{(x, y) \in DomF / y = 3x^2 + 4\}$

g) $C_{-2} = \{(x, y) \in DomF / y = -x - 2\}$
 $C_{-1} = \{(x, y) \in DomF / y = -x - 1\}$
 $C_0 = \{(x, y) \in DomF / y = -x\}$
 $C_1 = \{(x, y) \in DomF / y = -x + 1\}$
 $C_2 = \{(x, y) \in DomF / y = -x + 2\}$
 $C_3 = \{(x, y) \in DomF / y = -x + 3\}$

h) $C_{-2} = C_{-1} = \{ \}$
 $C_0 = \{(x, y) \in DomF / y = -x - 1\}$
 $C_1 = \{(x, y) \in DomF / y = -x\}$
 $C_2 = \{(x, y) \in DomF / y = -x + 3\}$
 $C_3 = \{(x, y) \in DomF / y = -x + 8\}$

i) $C_{-2} = \{(x, y) \in DomF / y = -x - \frac{1}{2}\}$
 $C_{-1} = \{(x, y) \in DomF / y = -x\}$
 $C_0 = \{ \}$
 $C_1 = \{(x, y) \in DomF / y = -x\}$
 $C_2 = \{(x, y) \in DomF / y = -x + \frac{1}{2}\}$
 $C_3 = \{(x, y) \in DomF / y = -x + \frac{1}{3}\}$

j) $C_{-2} = \{(x, y) \in DomF / -\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 1\}$
 $C_{-1} = \{(x, y) \in DomF / -x^2 + y^2 = 1\}$
 $C_0 = \{(x, y) \in DomF / y = x \wedge y = -x\}$
 $C_1 = \{(x, y) \in DomF / x^2 - y^2 = 1\}$
 $C_2 = \{(x, y) \in DomF / \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1\}$
 $C_3 = \{(x, y) \in DomF / \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{3} = 1\}$

3- a) $DomF = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 1 - x^2 - y^2 \geq 0 \wedge x + 2y + 1 \geq 0\}$

b) $C_{\frac{5}{2}}$

4- a) $F_x = -9$ es la pendiente de la Recta Tangente en $(2; -3; 6)$ a la Curva que queda determinada por la intersección de la gráfica de F con el plano vertical $y = -3$

$F_y = -2$ es la pendiente de la Recta Tangente en $(2; -3; 6)$ a la Curva que queda determinada por la intersección de la gráfica de F con el plano vertical $x = 2$

b) $F_x = 22 \quad F_y = -10$

c) $F_x = F_y = -\frac{1}{16}$

5- a) $F_x = 2xy + \cos x$

$F_y = x^2 + 3 \cdot \text{sen}(3y)$

c) $F_x = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\ln(3x - y)}} \cdot \frac{3}{3x - y} + 2 \cdot x \cdot e^{x^2}$

$F_y = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\ln(3x - y)}} \cdot \frac{-1}{3x - y} - \frac{3}{2} \cdot \sqrt{y}$

b) $F_x = -\frac{y^2}{x^2} + 2^{xy} \cdot \ln 2 \cdot y$

$F_y = \frac{2y}{x} + 2^{xy} \cdot \ln 2 \cdot x$

d) $F_x = \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{xy}{z}} \cdot \frac{y}{z} + z \cdot \cos(xz)$

$F_y = \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{xy}{z}} \cdot \frac{x}{z}$

$F_z = \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{xy}{z}} \cdot \left(-\frac{xy}{z^2}\right) + x \cdot \cos(xz)$

$$\text{e) } F_x = 4 \cdot \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{4x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \text{f) } F_x = \frac{(2x \cdot e^{xy+y^2} + x^2 \cdot e^{xy+y^2} \cdot y)(2y + x^2) - x^2 \cdot e^{xy+y^2} \cdot 2x}{(2y + x^2)^2}$$

$$F_y = 8y + \frac{4xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad F_y = \frac{x^2 \cdot e^{xy+y^2} \cdot (x + 2y)(2y + x^2) - x^2 \cdot e^{xy+y^2} \cdot 2}{(2y + x^2)^2}$$

$$\text{g) } F_x = -\frac{5}{2} \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2x$$

$$F_y = -\frac{5}{2} \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2y$$

$$F_z = -\frac{5}{2} \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2z$$

$$\text{h) } F_x = \frac{\left(\frac{3}{2\sqrt{x}} \cdot e^{\frac{y}{x}} + 3 \cdot \sqrt{x} \cdot e^{\frac{y}{x}} \cdot \left(-\frac{y}{x^2}\right)\right) \cdot (3y^2 + 2x^3) - 3\sqrt{x} \cdot e^{\frac{y}{x}} \cdot 6x^2}{(3y^2 + 2x^3)^2}$$

$$F_y = \frac{3 \cdot \sqrt{x} \cdot e^{\frac{y}{x}} \cdot \frac{1}{x} \cdot (3y^2 + 2x^3) - 3\sqrt{x} \cdot e^{\frac{y}{x}} \cdot 6y}{(3y^2 + 2x^3)^2}$$

$$\text{i) } F_x = 4 \cdot yz \cdot x^{y-1} + \frac{2z}{x} \quad \text{j) } F_x = \frac{2(x-y) \cdot (x+y) - (x-y)^2}{(x+y)^2} - (3y-1)^{2x^3+4} \cdot \ln(3y-1) \cdot 6x^2$$

$$F_y = 4z \cdot x^y \cdot \ln(x) - \frac{z}{y} \quad F_y = \frac{-2(x-y) \cdot (x+y) - (x-y)^2}{(x+y)^2} - (2x^3+4) \cdot 3 \cdot (3y-1)^{2x^3+3}$$

$$F_z = 4 \cdot x^y + \ln\left(\frac{x^2}{y}\right)$$

$$6\text{- a) } \nabla F(\pi; 1) = (2; \pi \cdot \ln \pi + \pi)$$

$$\text{b) } \nabla F(1; 2) = (2; 4)$$

$$\text{c) } \nabla F(1; 1; 0) = (0; 0; 1)$$

$$7\text{- a) } F_x = 3x^2 y^2 + y \cdot x^{y-1} \quad F_{xx} = 6xy^2 + y \cdot (y-1) \cdot x^{y-2} \quad F_{xy} = 6x^2 y + x^{y-1} + y \cdot x^{y-1} \cdot \ln x$$

$$F_x = 2x^3 y + x \cdot \ln x \quad F_{yy} = 2x^3 + x \cdot (\ln x)^2$$

$$\text{b) } F_x = e^y - 2x \operatorname{sen}(xy) - x^2 y \cdot \cos(xy) \quad F_{xx} = -2 \operatorname{sen}(xy) - 4xy \cdot \cos(xy) + x^2 y^2 \cdot \operatorname{sen}(xy)$$

$$F_y = x \cdot e^y - x^3 \cdot \cos(xy) \quad F_{yy} = x \cdot e^y + x^4 \cdot \operatorname{sen}(xy)$$

$$F_{xy} = e^y - 3x^2 \cdot \cos(xy) + x^3 \cdot y \cdot \operatorname{sen}(xy)$$

$$8\text{- a) } \Delta F(1; 2) = 8\Delta x + 3\Delta y + 3\Delta x \cdot \Delta y + (\Delta x)^2$$

$$dF(1; 2) = 8\Delta x + 3\Delta y$$

$$\text{b) } \Delta F(P_0) = (6x_0 - y_0)\Delta x + (4y_0 - x_0)\Delta y + 3(\Delta x)^2 - \Delta x \cdot \Delta y + 2(\Delta y)^2$$

$$dF(P_0) = (6x_0 - y_0)\Delta x + (4y_0 - x_0)\Delta y$$

9- a) $dF(P; \Delta x; \Delta y) = (2x + 3x^2 y^3 \cdot \cos(x^3 y))\Delta x + (2y \cdot \sin(x^3 y) + y^2 x^3 \cos(x^3 y))\Delta y$

b) $dF(P; \Delta x; \Delta y) = (\frac{1}{y^2} + \frac{1}{x})\Delta x + (-\frac{2x}{y^3} + \frac{1}{y})\Delta y$

c) $dF(P; \Delta x; \Delta y) = (y^3 \cdot \cos(xy^2) + \frac{1}{y} \cdot x^{\frac{1}{y}-1})\Delta x + (\sin(xy^2) + 2y^2 x \cos(xy^2) - \frac{1}{y^2} x^{\frac{1}{y}} \cdot \ln x)\Delta y$

d) $dF(P; \Delta x; \Delta y) = (e^y + \frac{1}{x})\Delta x + (1 + x \cdot e^y)\Delta y$

10- a) 1.06

b) 5.42

11- a) $z_t = -1$ b) $z_t = -2 + 2 \cdot (x-1) + 2 \cdot (y+1)$ c) $z_t = \frac{9}{5} + \frac{48}{125} \cdot (x-3) - \frac{36}{125} \cdot (y-4)$

a) -1

b) -1.94

c) 1.75872

12- $dF(-1; 2; \Delta x; \Delta y) = -4\Delta x + \Delta y$

13- $z_t = 5 + 4 \cdot (x+1) - 4 \cdot (y-1)$

14-a) $P_2(x, y) = 1 + 5 \cdot (x-1) + 1 \cdot (y+2) + 11 \cdot (x-1)^2 + 5(x-1)(y+2) + \frac{1}{2}(y+2)^2$

b) $P_2(x, y) = 1 + \ln 2 \cdot (y-1) + \frac{1}{2}x(y-1) + \frac{1}{2}\ln^2 2(y-1)^2$

c) $P_2(x, y) = 2 \cdot (x-1) - (x-1)^2 + (x-1)(y-2)$

15- a) $P_2(x, y) = x \cdot y$

b) $P_2(x, y) = 1 + x + y + \frac{1}{2}x^2 + x \cdot y + \frac{1}{2}y^2$

c) $P_2(x, y) = x + y$

16- a) $P_2(x, y) = 1 + 3 \cdot (x-1) - (y+1) + 3 \cdot (x-1)^2 - 5(x-1)(y+1) + (y+1)^2$

b) $P_2(x, y) = 260 + 30 \cdot (x-2) - 240 \cdot (y+3) + 6 \cdot (x-2)^2 - 12 \cdot (x-2)(y+3) + 76 \cdot (y+3)^2$

17- a) 0.6581

b) 0.99796

18- a) $P_2(x, y) = 9 + 6 \cdot (x-3) + 9 \cdot y + (x-3)^2 + \frac{9}{2} \cdot (x-3) \cdot y$

b) 12.44

19- a) Punto de Ensilladura $(0,0, F(0,0))$

b) Mínimo Relativo en $(1,-2)$

Mínimo Relativo en $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$

c) Punto Crítico en $(0,0)$

d) Punto de Ensilladura $(0,1, F(0,1))$

Punto de Ensilladura $(0,-1, F(0,-1))$

e) Máximo Relativo en $(0,0)$

f) Puntos Críticos en $(1,0)$ y $(-1,0)$

g) Puntos de Ensilladura $(1,0, F(1,0))$ y $(2,0, F(2,0))$

Mínimos Relativos en $(1,1)$ y $(2,1)$

20- a) Mínimo Relativo en $(0,0)$

21- a) Máximo Relativo $F(2,2) = 4$ b) Máximo Relativo $F(\sqrt{2},0) = F(-\sqrt{2},0) = 1$

Mínimo Relativo $F(0,1) = F(0,-1) = \frac{1}{2}$

c) Mínimo Relativo $F(6,9) = 612$

22- $P = (6,3)$ $Z_t = -\frac{1}{4}(y-3) - 3$

23- a) $(g \circ F) = e^{-2x^3-2xy} \cdot \text{sen}(x^3 + xy)$ $(F \circ g)$ No es posible

b) $(G \circ f) = (\text{sen } t^{\frac{3}{2}} + \ln t; \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\ln t}; \sqrt{t})$ $(f \circ G)$ No es posible

c) $(h \circ G) = ((2x+y+z)^2; 4x+2y+2z; 2x+y+z-1)$
 $(G \circ h) = 2t^2 + 3t - 1$

24- $h'(t) = 5 + 10t$

25- a) $h'(-3) = 1863$

b) $h'(2) = \ln 2 - \frac{1}{4}$

26- a) $\frac{\partial H}{\partial s} = 3s^2 - 10st + 5t^2 + t$ $\frac{\partial H}{\partial t} = -5s^2 + 10st - 3t^2 + s$

b) $\frac{\partial H}{\partial s} = 300s + 120t + 15s^2 + 14st - 10t^2s - 7t^3 + 2t^2$

$\frac{\partial H}{\partial t} = 120s + 48t + 7s^2 + 4ts - 21t^2s + 8t^3 - 10ts^2$

27- a) $\nabla H(1; 0) = (\frac{8}{9}; \frac{4}{3})$ b) $Z_t = \frac{8}{9}(x-1) + \frac{4}{3}y + \frac{4}{3}$ c) $H(1,01; 0,02) \cong 1,368$

28- a) $n = 2$ b) $n = 1$ c) No es homogénea d) $n = 0$ e) No es homogénea f) $n = 2$

29- $C_2 = \{(x, y) \in \text{Dom}F / y = x^2 - 2\}$

30- a) $F_z(1,1,0) = 0$ No se verifican las condiciones de existencia

b) $Z_x(1,-2) = \frac{7}{13}$ $Z_y(1,-2) = \frac{5}{13}$

31- $X_y(1,2) = -\frac{11}{4}$

32- a) $F_x = y \cdot e^{xy} + \text{sen} x - 3$

$F_y = x \cdot e^{xy}$

$F_z = 6z - 4$

b) $F_x = 2y^2 + e^y + y.e^x - yz$

$F_y = 4xy + x.e^y + e^x - xz$

$F_z = -xy$

c) $X_y = -3 \quad X_z = -2 + \frac{1}{z}$

$Y_x = -\frac{1}{3} \quad Y_z = \frac{-2 + \frac{1}{z}}{3}$

$Z_x = \frac{-1}{2 - \frac{1}{z}} \quad Z_y = \frac{-3}{2 - \frac{1}{z}}$

33- $dz(2,0) = -8\Delta x + 16\Delta y$