UADE

Jueves 6 de febrero de 2020

Análisis Matemático II. 3.1.008. Final Previo.

NOMBRE Y APELLIDO:……………………………………………………………………………….

Los ejercicios de este examen no ofrecen el mismo nivel de dificultad. Procure regular el tiempo disponible para resolverlos. La condición suficiente de aprobación es la resolución completa, claramente detallada y justificada, sin errores conceptuales ni algebraicos, con los gráficos representados en forma correcta de 6 ítems o ejercicios cualesquiera. Dispone de 2 horas y media. ¡Buena suerte! ☺

1. Sea el campo escalar $f: D_f \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x,y) = \frac{a}{x^2-y}$

(a) Obtener el valor de $a \in \mathbb{R}^+$ sabiendo que el valor de la derivada direccional máxima de f en el punto $(1,-1)$ es $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(b) Considerando el valor de $a = 1$ hallar analítica y gráficamente el dominio de la función compuesta $\bar{h}: D_{\bar{h}} \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ / $\bar{h}(x,y) = (\bar{g} \circ f)(x,y)$ con $\bar{g}: \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}^2 / \bar{g}(t) = \left(\frac{1}{t}, \ln(t)\right)$

2. Para el campo escalar $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x,y) = x^2y - y + 5$

(a) Hallar y clasificar sus puntos críticos

(b) Graficar el conjunto de nivel 5

(c) Determinar las ecuaciones del plano tangente y de la recta normal a la superficie gráfica del campo escalar f en el punto $(-2,1,8)$

3. Dado el campo escalar $G: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $G(x,y,z) = 2x^2 - xyz - x - e^{xy}$

(a) Mostrar que la ecuación $G(x,y,z) = 0$ define implícitamente a $y = g(x,z)$ en un entorno de $(x_0, z_0) = (1,2)$, con la condición $g(1,2) = 0$

(b) Considerando la función $y = g(x,z)$ definida en el ítem (a) calcular el diferencial $dg(1,2,\Delta x,\Delta z)$ para incrementos Δx y Δz cualesquiera.

4. (a) Hallar la única función $f: D \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ que verifica:

$$f'(x) = x^2 \ln(x) + \frac{\cos(\pi x)}{1 + sen(\pi x)}, f(1) = 0$$

(b) Obtener el valor del área de la región limitada por el gráfico de la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \leq 1 \\ -2x^2 + 4x & x > 1 \end{cases}$ y la curva imagen de la función vectorial de $\bar{\sigma}: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $\bar{\sigma}(t) = (2 - 2t^2,\ t^2)$

5. Hallar la ecuación cartesiana de la superficie S imagen del campo vectorial $\bar{f}$.
Siendo $\bar{f}: D \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3 / \bar{f}(u,v) = (u\,cos(v), u\,sen(v), 1 + u)$ y el dominio $D = \{(u,v) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq u \leq 4, 0 \leq v \leq 2\pi\}$. Graficarla