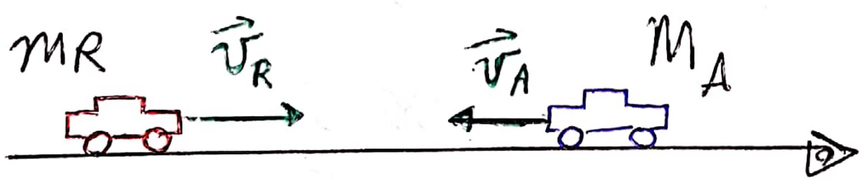
EJEMPLO 1: LOS AUTOMÓVILES ROJO ($m_R = 1200\,kg$) Y AZUL ($m_A = 1500\,kg$) VAN UNO DE ENCUENTRO AL OTRO EN RUMBO DE COLISIÓN, CON RAPIDECES $|\vec{v}_R| = 70\,\frac{km}{h}$ Y $|\vec{v}_A| = 40\,\frac{km}{h}$, RESPECTIVAMENTE. SABIENDO QUE EL CHOQUE ES PLÁSTICO DETERMINE LA VELOCIDAD DE LOS VEHÍCULOS, INMEDIATAMENTE DESPUÉS DE LA COLISIÓN.

SOLUCIÓN: EL SISTEMA ES EL DE LOS DOS AUTOS. COMO EL CHOQUE ES PLÁSTICO, LUEGO DEL CHOQUE AMBOS VEHÍCULOS QUEDAN PEGADOS Y ADQUIEREN LA MISMA VELOCIDAD $\vec{V}$.

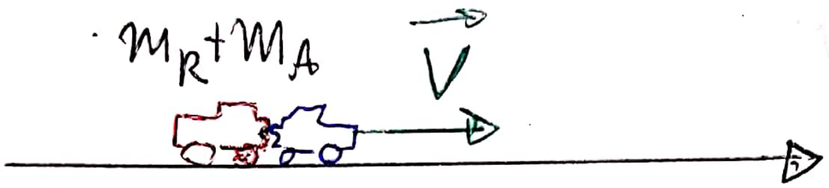
ANTES DEL CHOQUE:



$$p_i = m_R v_R + m_A v_A = 1200\,kg \times 70\,\frac{km}{h} + 1500\,kg \times \left(-40\,\frac{km}{h}\right)$$

$$p_i = 24000\,kg\,\frac{km}{h}$$

DESPUÉS DEL CHOQUE:



$$p_f = (m_R + m_A)V = 2700\,kg\,V$$

(SISTEMA FORMADO POR LOS DOS AUTOS!!)

DURANTE EL CHOQUE SE CONSERVA $\vec{p}$:

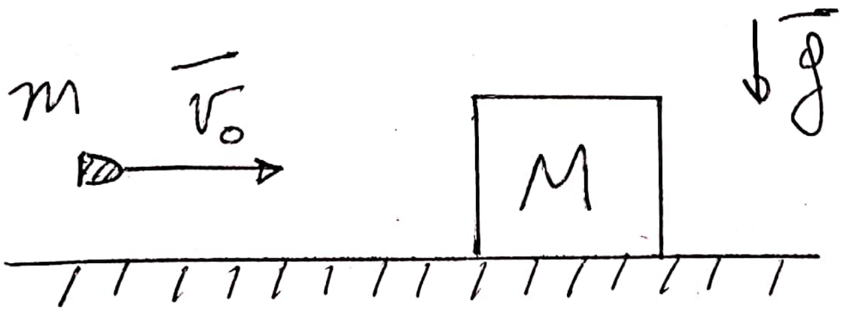
$$p_i = p_f \to 24000\,kg\,\frac{km}{h} = 2700\,kg\,V$$

$$\to \boxed{V = 8{,}9\,\frac{km}{h}}$$

EJEMPLO 2: UNA BALA DE MASA $m = 80\,g$ QUE SE MUEVE CON RAPIDEZ v_0 IMPACTA EN UN BLOQUE DE MASA $M = 20\,kg$ QUE SE HALLA INICIALMENTE EN REPOSO EN UN PISO RUGOSO ($\mu_c = 0{,}2$). LUEGO DEL IMPACTO, EL BLOQUE SE DESPLAZA UNA DISTANCIA $d = 50\,cm$ HASTA DETENERSE. DETERMINE EL VALOR DE v_0, EN LOS SIGUIENTES CASOS:

a) LA BALA SE INCRUSTA EN EL BLOQUE.

b) LA BALA ATRAVIESA COMPLETAMENTE AL BLOQUE Y EMERGE CON RAPIDEZ $50\,\frac{m}{s}$



SOLUCIÓN

a) SE TRATA DE UN CHOQUE PLÁSTICO.

IGUALAMOS LAS CANTIDADES DE MOVIMIENTO INMEDIATAMENTE ANTES Y DESPUÉS DEL IMPACTO, PARA EL SISTEMA FORMADO POR EL BLOQUE Y LA BALA:

$$p_i = p_f \rightarrow m v_0 = (m+M)V$$

SIENDO V LA VELOCIDAD DEL BLOQUE INMEDIATAMENTE DESPUÉS DEL IMPACTO.

LUEGO:

$$0{,}08\ kg\ v_0 = (0{,}08+20)\ kg\ V \rightarrow$$

$$\rightarrow v_0 = 251\ V$$

LUEGO DEL IMPACTO EL BLOQUE, CON LA BALA INCRUSTADA, SE DESPLAZA UNA DISTANCIA d:

$$0 - \frac{1}{2}\cancel{(M+m)}V^2 = -\mu \cancel{(M+m)} g\, d$$

5

$$\rightarrow V=\sqrt{2\mu g d}=\sqrt{2\times 0{,}2\times 9{,}8\frac{m}{s^2}\times 0{,}5m}$$

$$V=1{,}4\frac{m}{s} \quad Y \quad v_0=251V \rightarrow \boxed{v_0=351{,}4\frac{m}{s}}$$

b) IGUALAMOS LAS CANTIDADES DE MOVIMIENTO INMEDIATAMENTE ANTES Y DESPUÉS DEL IMPACTO, PARA EL SISTEMA DEL BLOQUE Y LA BALA:

$$P_i=P_f \rightarrow m v_0 = MV + m\times 50\frac{m}{s}$$

DONDE V ES LA VELOCIDAD DEL BLOQUE INMEDIATAMENTE DESPUES DEL IMPACTO. ENTONCES:

$$0{,}08\,kg\, v_0 = 20\,kg\, V + 0{,}08\,kg\times 50\frac{m}{s}$$

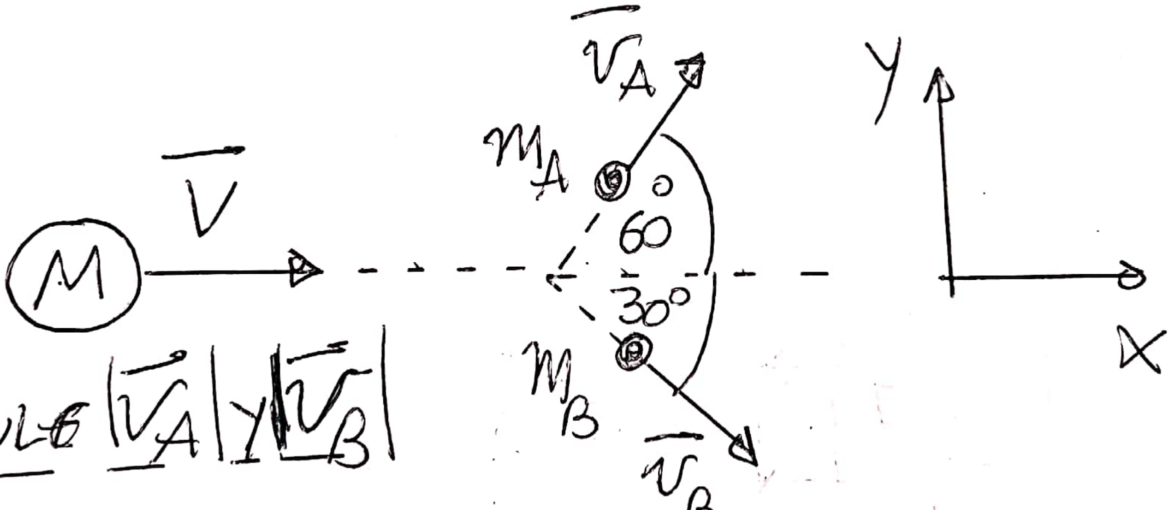
$$\rightarrow v_0 = 250\,V + 50\frac{m}{s}$$

PERO $0-\frac{1}{2}MV^2=-\mu M g d \rightarrow V=1{,}4\frac{m}{s}$

Y ENTONCES $v_0 = 250\times 1{,}4\frac{m}{s}+50\frac{m}{s}$

$$\rightarrow \boxed{v_0 = 400\frac{m}{s}}$$

EJEMPLO 3: UN PROYECTIL DE MASA M Y VELOCIDAD DE MÓDULO $V = 200\ m/s$ ESTALLA Y SE SEPARA EN DOS FRAGMENTOS DE MASAS m_A Y $m_B = 3m_A$, LOS CUALES INMEDIATAMENTE DESPUÉS DE LA EXPLOSIÓN TIENEN VELOCIDADES $\vec{v}_A$ Y $\vec{v}_B$ SEGÚN SE INDICA EN LA FIGURA:



CALCULE $|\vec{v}_A|$ Y $|\vec{v}_B|$

SOLUCIÓN: TENEMOS $m_B = 3m_A$ Y $m_A + m_B = M$,

LUEGO
$$\left[\begin{array}{l} m_A = \dfrac{M}{4} \\ m_B = 3\dfrac{M}{4} \end{array}\right]$$

DURANTE LA EXPLOSIÓN ACTÚA UNA FUERZA EXTERNA QUE ES EL PESO. SIN EMBARGO, EL PESO NO ES UNA FUERZA IMPULSIVA, Y PODEMOS PLANTEAR CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO INMEDIATAMENTE ANTES Y DESPUÉS DE LA EXPLOSIÓN.

ANTES DE LA EXPLOSIÓN:

$$\vec{p}_i = M\vec{V} = MV\hat{i} = 200\,\frac{m}{s}\,M\,\hat{i}$$

DESPUÉS DE LA EXPLOSIÓN:

$$\vec{p}_f = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = \frac{M}{4}\vec{v}_A + 3\frac{M}{4}\vec{v}_B =$$

$$= \frac{M}{4}v_A\left(\cos 60^\circ\,\hat{i} + \operatorname{sen} 60^\circ\,\hat{j}\right) +$$

$$+ \frac{3M}{4}v_B\left(\cos 30\,\hat{i} - \operatorname{sen} 30\,\hat{j}\right)$$

$$\vec{p}_f = \frac{M}{4} v_A \left(\frac{1}{2}\hat{\imath} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\jmath}\right) + \frac{3M}{4} v_B \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\imath} - \frac{1}{2}\hat{\jmath}\right)$$

$$\vec{p}_f = \frac{M}{8}\left[\left(v_A + 3\sqrt{3}v_B\right)\hat{\imath} + \left(\sqrt{3}v_A - 3v_B\right)\hat{\jmath}\right]$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \rightarrow$$

$$\rightarrow 200\,\frac{m}{s}\,\cancel{M}\,\hat{\imath} = \frac{\cancel{M}}{8}\left[\left(v_A + 3\sqrt{3}v_B\right)\hat{\imath} + \left(\sqrt{3}v_A - 3v_B\right)\hat{\jmath}\right]$$

$$\rightarrow 1600\,\frac{m}{s}\,\hat{\imath} = \left(v_A + 3\sqrt{3}v_B\right)\hat{\imath} + \left(\sqrt{3}v_A - 3v_B\right)\hat{\jmath}$$

IGUALANDO COMPONENTE A COMPONENTE:

$$\begin{bmatrix} 1600\,\frac{m}{s} = v_A + 3\sqrt{3}v_B \\ 0 = \sqrt{3}v_A - 3v_B \end{bmatrix}$$

RESOLVIENDO EL SISTEMA:

$$\boxed{v_A = 400\,\frac{m}{s}\;;\; v_B = 230{,}94\,\frac{m}{s}}$$

EJEMPLO 4: UNA FUERZA DE MÓDULO $F(t) = 2\frac{N}{s^3}t^3$ ACTÚA SOBRE UNA PARTÍCULA DE MASA $M = 300g$ QUE SE HALLA INICIALMENTE EN REPOSO. DETERMINE LA RAPIDEZ DE LA PARTÍCULA EN $t = 3s$.

SOLUCIÓN

$$Mv(3s) - 0 = \Delta p = I = \int_0^{3s} F(t)\,dt$$

$$\longrightarrow 0{,}3\,kg\, v(3s) = 2\frac{N}{s^3}\int_0^{3s} t^3\,dt = \frac{2}{4}\frac{N}{s^3}(3s)^4$$

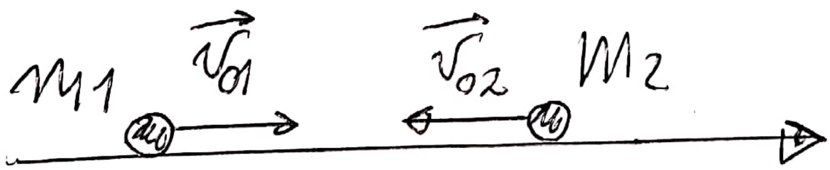
$$\longrightarrow 0{,}3\,\cancel{kg}\, v(3s) = \frac{81}{2}\,\cancel{kg}\frac{m}{s}$$

$$\boxed{v(3s) = 135\,\frac{m}{s}}$$

EJEMPLO 5: DOS PARTÍCULAS DE MASAS $m_1 = 100g$ Y $m_2 = 250g$ SE MUEVEN UNA DE ENCUENTRO A LA OTRA (CON VELOCIDADES DE SENTIDOS OPUESTOS) Y CHOCAN. SI LAS RAPIDECES INICIALES SON $|\vec{v}_{01}| = 12\frac{m}{s}$ Y $|\vec{v}_{02}| = 10\frac{m}{s}$, Y EL COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN ES $e = 0,7$, CALCULAR LAS VELOCIDADES DESPUÉS DEL CHOQUE.

SOLUCIÓN: SISTEMA DE AMBAS PARTÍCULAS.

ANTES DEL CHOQUE:



$$p_i = m_1 v_{01} + m_2 v_{02} \quad \text{CON} \quad v_{01} = 12\frac{m}{s}$$

$$v_{02} = -10\frac{m}{s}$$

$$p_i = 100g \cdot 12\frac{m}{s} + 250g \cdot \left(-10\frac{m}{s}\right)$$

$$p_i = -1300\, g\frac{m}{s}$$

DESPUÉS DEL CHOQUE:

LOS CUERPOS ADQUIEREN VELOCIDADES FINALES V_1 Y V_2.

$$p_f = m_1 V_1 + m_2 V_2 = 100\,g\, V_1 + 250\,g\, V_2$$

PLANTEO CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO:

$$p_i = p_f \longrightarrow -1300\,\cancel{g}\,\frac{m}{s} = 100\,\cancel{g}\,V_1 + 250\,\cancel{g}\,V_2$$

$$\longrightarrow V_1 + 2{,}5\,V_2 = -13\,\frac{m}{s} \quad (1)$$

ADEMÁS CONOZCO EL COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN: $e = -\dfrac{V_2 - V_1}{V_{02} - V_{01}} \longrightarrow$

$$\longrightarrow 0{,}7 = -\frac{V_2 - V_1}{-10\,\frac{m}{s} - 12\,\frac{m}{s}} \longrightarrow V_2 - V_1 = 15{,}4\,\frac{m}{s} \quad (2)$$

RESOLVIENDO EL SISTEMA (1) - (2):

$$\boxed{V_1 = -14{,}71\,\frac{m}{s}\ ;\ V_2 = 0{,}69\,\frac{m}{s}}$$