

## FORMALISMO COMPLEJO

EL HECHO DE QUE LAS EXPRESIONES USADAS EN ALTERNA TENGAN INFORMACIÓN TANTO SOBRE VALORES DE PICO COMO ASÍ TAMBIÉN SOBRE FASES RELATIVAS ENTRE TENSION Y CORRIENTE, NOS SUGIERE INCORPORAR UNA DESCRIPCIÓN EN TÉRMINOS DE NÚMEROS COMPLEJOS. DE ESTE MODO, LOS DIAGRAMAS DE FASORES PUEDEN SER ENTENDIDOS COMO REPRESENTACIONES POLARES DE TALES NÚMEROS, Y SE RECUPERAN RELACIONES LINEALES ENTRE TENSION Y CORRIENTE.

LA TENSION Y LA CORRIENTE SERÁN ENTÓNCES:

$$V = \text{Re}(V); I = \text{Re}(I)$$

DONDE  $V$  E  $I$  SON NÚMEROS COMPLEJOS:

$$V = V_0 e^{j\omega t}; I = I_0 e^{j\omega t}$$

CON  $V_0$  E  $I_0$  COMPLEJOS (J ES LA UNIDAD IMAGINARIA)

ENTONCES TENDREMOS LA RELACIÓN LINEAL

$$V = Z I$$

SIENDO  $Z$  LA IMPEDANCIA (COMPLEJA)

A LOS ELEMENTOS PASIVOS DEL CIRCUITO LES ASIGNAMOS LAS IMPEDANCIAS:

RESISTENCIA  $\rightarrow Z_R = R$

INDUCTOR  $\rightarrow Z_L = jX_L = j\omega L$

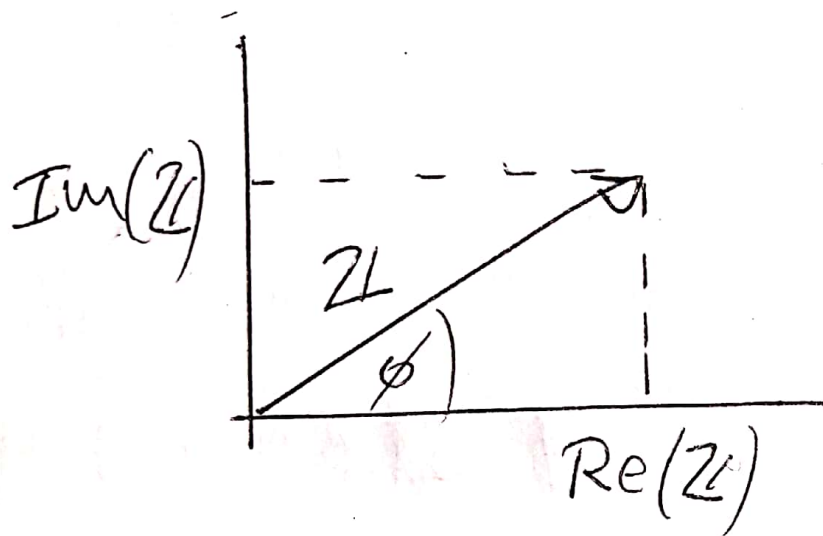
CAPACITOR  $\rightarrow Z_C = -jX_C = -j/\omega C$

PARA ASOCIACIONES DE IMPEDANCIAS, LA IMPEDANCIA EQUIVALENTE ES:

SERIE  $\rightarrow Z_{eq} = \sum_i Z_i$

PARALELO  $\rightarrow Z_{eq}^{-1} = \sum_i Z_i^{-1}$

LA IMPEDANCIA COMPLEJA TIENE ENTONCES UNA PARTE RESISTIVA  $\text{Re}(Z)$  Y UNA PARTE REACTIVA  $\text{Im}(Z)$ . LA PODEMOS REPRESENTAR EN EL PLANO COMPLEJO:



COMO  $V = Z I$  LA TENSION Y LA CORRIENTE ESTARÁN EN FASE SI  $\phi = 0$  O BIEN

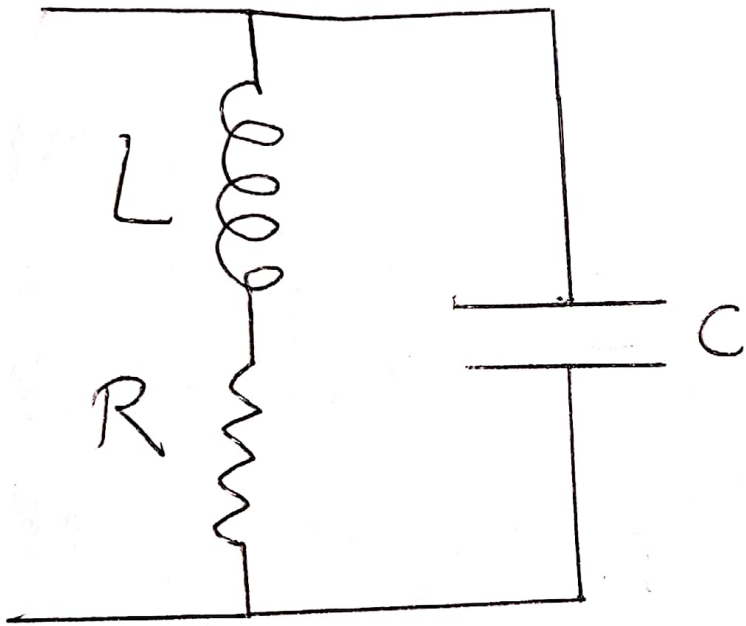
$$\text{Im}(Z) = 0 \quad \left( \begin{array}{c} \text{CONDICIÓN DE} \\ \text{RESONANCIA} \end{array} \right)$$

SE OBSERVA:

$$\tan \phi = \frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)} ; \quad \cos \phi = \frac{\text{Re}(Z)}{|Z|}$$



EJEMPLO: CAPACITOR EN PARALELO CON  
BOBINA DE RESISTENCIA INTERNA  $R$ ,  
CALCULAR LA FRECUENCIA DE RESONAN-  
CIA



SOLUCIÓN:  $Z_R = R$ ,  $Z_L = j\omega L$ ,  $Z_C = -\frac{j}{\omega C}$

$R$  y  $L$  EN SERIE  $\rightarrow Z_{RL} = Z_R + Z_L \rightarrow$

$\rightarrow Z_{RL} = R + j\omega L$

BOBINA Y CAPACITOR EN PARALELO  $\rightarrow$

$\rightarrow \frac{1}{Z_{ef}} = \frac{1}{Z_{RL}} + \frac{1}{Z_C} \rightarrow Z_{ef} = \frac{Z_{RL} Z_C}{Z_{RL} + Z_C} \rightarrow$

$$\rightarrow Z_{ef} = \frac{(R + j\omega L) \left(-\frac{j}{\omega C}\right)}{R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}} = \frac{\frac{L}{C} - j\frac{R}{\omega C}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$Z_{ef} = \frac{\frac{L}{C} - j\frac{R}{\omega C}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \cdot \frac{R - j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R - j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$Z_{ef} = \frac{\frac{LR}{C} - \frac{R}{\omega C}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) - j\left(\frac{R^2}{\omega C} + \frac{L}{C}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

CONDICIÓN DE RESONANCIA:  $\text{Im}(Z_{ef}) = 0$

$$\rightarrow 0 = \frac{R^2}{\omega C} + \frac{L}{C}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = \frac{R^2}{C} - \frac{L}{C^2} + \frac{L^2}{C}\omega^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow L^2\omega^2 = -R^2 + \frac{L}{C} \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}$$

$$\rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$



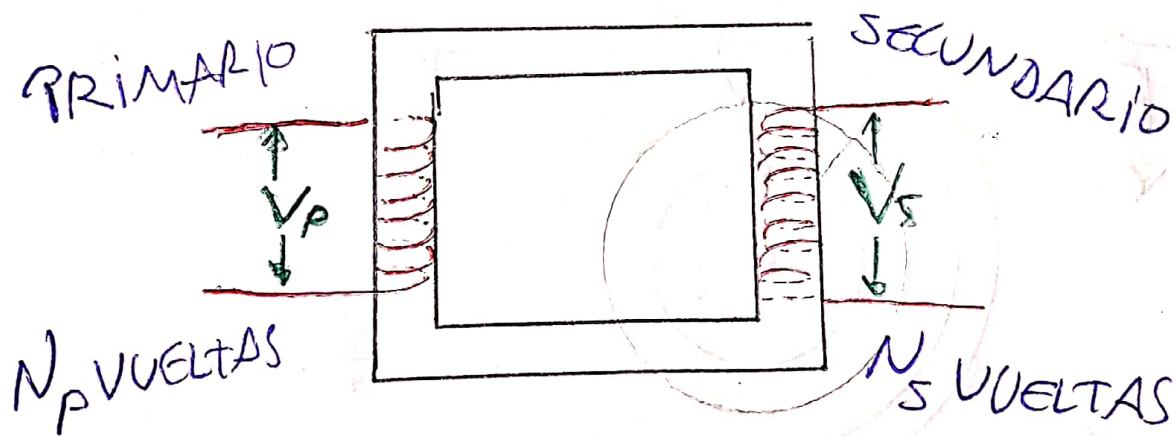
# TRANSFORMADOR

ES UN DISPOSITIVO QUE CONSISTE EN UNA APLICACIÓN DE LA TENSION ALTERNA, YA QUE NO CUMPLE LA FUNCIÓN CON CONTINUA.

SUPONGA QUE UNA PLANTA GENERADORA ENTREGA UNA CIERTA POTENCIA  $P = IV$ , SEGÚN VEMOS A UN DADO VALOR DE  $P$  ESTA PUEDE SER TRANSPORTADA A ALTOS VALORES DE  $V$  Y BAJOS VALORES DE  $I$ , O VICEVERSA.

PERO DADO QUE EN LOS CABLES EN QUE SE TRANSPORTA LA DISIPACIÓN DE POTENCIA ESTARÁ DADA POR  $P = RI^2$ , VEMOS QUE ES CONVENIENTE UNA CORRIENTE DE BAJA INTENSIDAD, QUE MINIMICE LAS PÉRDIDAS DURANTE EL TRANSPORTE, Y QUE PERMITA UTILIZAR CABLES DE SECCIÓN PEQUEÑA. POR LO TANTO LOS CABLES SERÁN DE ALTA TENSION, DEL ORDEN DE  $10^6$  V. AL ENTREGAR LA ENERGÍA EN EL DOMICILIO SE DEBE REDUCIR LA TENSION, Y ESTO LO

HARE EL TRANSFORMADOR, EL CUAL CONSISTE EN DOS BOBINAS ARROLLADAS SOBRE NUCLEOS DE HIERRO QUE ASEGURAN QUE TODAS LAS LINEAS DE CAMPO QUE PASAN POR UNA DE LAS BOBINAS TAMBIÉN PASEN POR LA OTRA:



EL VOLTAGE ALTERNO  $V_p$  SE APLICA EN EL PRIMARIO QUE TIENE  $N_p$  VUELTAS. EN EL SECUNDARIO SE GENERA UNA TENSION  $V_s$

SI  $\phi_1$  ES EL FLUJO A TRAVÉS DE UNA VUELTA DE ALAMBRE EN EL PRIMARIO, EL NUCLEO DE HIERRO, QUE CONCENTRA LAS LINEAS DE CAMPO, ME ASEGURA QUE TAMBIÉN LO SERÁ EN EL SECUNDARIO.



LUEGO LOS FLUJOS EN EL PRIMARIO Y EN EL SECUNDARIO SON  $\phi_p = N_p \phi_1$  Y  $\phi_s = N_s \phi_1$ .  
POR FARADAY:

$$V_p = \frac{d\phi_p}{dt} = N_p \frac{d\phi_1}{dt}$$

$$V_s = \frac{d\phi_s}{dt} = N_s \frac{d\phi_1}{dt}$$

DIVIDIENDO m.A.m.:

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s} \rightarrow V_s = \frac{N_s}{N_p} V_p$$

CON LO CUAL VARIANDO LA RELACIÓN DE VUELTAS DEL PRIMARIO Y EL SECUNDARIO PUEDE OBTENER UNA TENSIÓN DE SALIDA DISTINTA QUE LA DE ENTRADA.