

2. Sean los polinomios  $p(x) = x$ ,  $q(x) = x^2 + 1$ ,  $r(x) = -x^3 + 5x - 2$

a. y b.

i.  $p(x) + r(x) = -x^3 + 6x - 2$ , grado 3, coeficiente principal -1

ii.  $q(x) - r(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$ , grado 3, coeficiente principal 1

iii.  $p(x)q(x) = x^3 + x$ , grado 3, coeficiente principal 1

iv.  $p(x) + 2r(x) - q(x) = -2x^3 - x^2 + 11x - 5$ , grado 3, coeficiente principal -2

3.

i.  $c(u) = 0$ ,  $r(u) = u^3 - 25u$

ii.  $c(t) = t^4 - t^2 + t + 1$ ,  $r(t) = -t^2 + 2t - 1$

iii.  $c(t) = t^6 + t^4 + t^2 + 1$ ,  $r(t) = 0$ .

iv.  $c(x) = 3x + 15$ ,  $r(x) = 0$

4. Para los siguientes polinomios:

i. a)  $\sigma(p_1) = \{-1, 0, 1\}$  b) En  $\mathbb{Q}[t]$ ,  $\mathbb{R}[t]$  y  $\mathbb{C}[t]$ :  $p_1(t) = t(t - 1)(t + 1)$

ii. a)  $\sigma(p_2) = \{0(\text{doble}), 1\}$  b) En  $\mathbb{Q}[t]$ ,  $\mathbb{R}[t]$  y  $\mathbb{C}[t]$ :  $p_2(t) = -t^2(t - 1)$

iii. a)  $\sigma(p_3) = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i\}$

b) En  $\mathbb{Q}[t]$ :  $p_3(t) = (t^2 - 2)(t^2 + 2)$

En  $\mathbb{R}[t]$ :  $p_3(t) = (t - \sqrt{2})(t + \sqrt{2})(t^2 + 2)$

En  $\mathbb{C}[t]$ :  $p_3(t) = (t - \sqrt{2})(t + \sqrt{2})(t - \sqrt{2}i)(t + \sqrt{2}i)$

iv. a)  $\sigma(p_4) = \{-3, -2, 0, 2, 3\}$  b) En  $\mathbb{Q}[t]$ ,  $\mathbb{R}[t]$  y  $\mathbb{C}[t]$ :  $p_4(t) = t(t - 2)(t + 2)(t - 3)(t + 3)$

v. a)  $\sigma(p_1 + p_2) = \{0, 1\}$  b) En  $\mathbb{Q}[t]$ ,  $\mathbb{R}[t]$  y  $\mathbb{C}[t]$ :  $(p_1 + p_2)(t) = t(t - 1)$

vi. a)  $\sigma(p_1 p_2) = \{0(\text{triple}), 1(\text{doble}), -1\}$  b) En  $\mathbb{Q}[t]$ ,  $\mathbb{R}[t]$  y  $\mathbb{C}[t]$ :  $(p_1 p_2)(t) = -t^3(t - 1)^2(t + 1)$

5.

a.  $a = \frac{1}{5}$ ,  $\sigma(p) = \{2, -1\}$

b.  $a = -\frac{253}{6}$ ,  $b = \frac{223}{3}$

c.  $a = -16$ ,  $b = 12$ .

7.

a.  $p(t) = \frac{1}{9}(t + 3)(t + 1)(t - 1)(t - 3)$

b.  $q(t) = \frac{1}{48}(t + 3)^2(t + 2)t^2(t - 2)^2(t - 3)$

c.  $r(t) = \frac{1}{4}(t + 2)(t + 1)^2(t - 1)^2(t - 2)$

d.  $s(t) = -\frac{1}{9}(t + 2)^2(t + 1)t^2(t - 2)^2$

8.

i. En  $\mathbb{R}[t]$  y  $\mathbb{C}[t]$ :  $p(t) = (t - 1)^2(t - 2)(t - 3)$

ii. En  $\mathbb{R}[t]$ :  $p(t) = (t^2 - 2t + 5)(t - 1)(t - 2)$  En  $\mathbb{C}[t]$ :  $p(t) = (t - (1 + 2i))(t - (1 - 2i))(t - 1)(t - 2)$

iii. En  $\mathbb{R}[t]$  y  $\mathbb{C}[t]$ :  $p(t) = t(t-1)(t+1)(t-2)(t+2)$

iv. En  $\mathbb{R}[t]$  y  $\mathbb{C}[t]$ :  $p(t) = t(t-1)(t-2)(t-3)(t-4)$

v. En  $\mathbb{R}[t]$ :  $p(t) = -2 \cdot (t^2 + 4)(t-3)$       En  $\mathbb{C}[t]$ :  $p(t) = -2 \cdot (t-2i)(t+2i)(t-3)$

vi. En  $\mathbb{R}[t]$  y  $\mathbb{C}[t]$ :  $p(t) = -3t^3(t+2)^2(t-2)^2$

9. a.  $p(x) = -\frac{3}{4}\left(x + \frac{1}{3}\right)(x^2 + 4)$

b. El polinomio  $p$  no es divisible por  $Q(x) = x^2 + 7x + 2$  porque las raíces de  $Q$  no son raíces de  $p$ .