


3.1.046 - CALCULO I - PRIMER PARCIAL – LUNES TT	
ALUMNO: LEGAJO:	
Fecha: 29/04/2024 Cant. de hojas:	

Ejercicio:	1a)	1b)	1c)	4	5	TOTAL
Puntaje ejercicio	0.75	0.75	2.5	2	2	10
Puntaje Obtenido						

- Responda clara y prolijamente las consignas, justificando todos los pasos dados.
- La duración del examen es de 3 horas.

TEMA A

1.- PROBLEMAS VERBALES APLICADOS A FUNCIONES

1.a) Juana leyó un libro completo, a razón de 55 páginas por hora. Después de leer 4 horas, le quedaban 350 páginas.

Completa la ecuación para la **relación lineal** entre el número de páginas y el tiempo.

$y = \dots\dots\dots$

Dado que Juana leyó 55 páginas por hora, la pendiente de la recta es 55. Pero para completar la ecuación, necesitamos encontrar la ordenada al origen (bb).

Al comienzo, $x=0$ horas, y Juana no ha leído ninguna página, por lo tanto, $y=0$. Entonces, el punto $(0,0)$ pertenece a la línea.

Con esta información, podemos completar la ecuación de la siguiente manera:

$$y = 55x + 0$$

Entonces, la ecuación para la relación lineal entre el número de páginas y el tiempo es $y = 55x$

1.b) Martin está leyendo un libro que tiene un total de 323 páginas, y la cantidad de hojas que ha leído hasta el momento sigue una **trayectoria parabólica** **parábola** de la forma $y = ax^2 + bx + c$, de cantidad de hojas en función del tiempo.

Sabiendo que, para $t=0$ hs la cantidad de hojas es cero, después de 3 horas de lectura, leyó 120 páginas. Después de 5 horas de lectura, Martin ha leído 210 páginas.

¿Cuánto tiempo le llevara leer el libro completo?


Dado que sabemos que para $t = 0$ horas la cantidad de hojas es cero, esto nos da $c = 0$.

1. Para $t = 3$ horas, $y = 120$ páginas.

$$120 = a(3)^2 + b(3) + 0$$

$$120 = 9a + 3b$$

2. Para $t = 5$ horas, $y = 210$ páginas.

3.1.046 - CALCULO I - PRIMER PARCIAL – LUNES TT		
ALUMNO:		
LEGAJO:		
Fecha: 29/04/2024		
Cant. de hojas:		

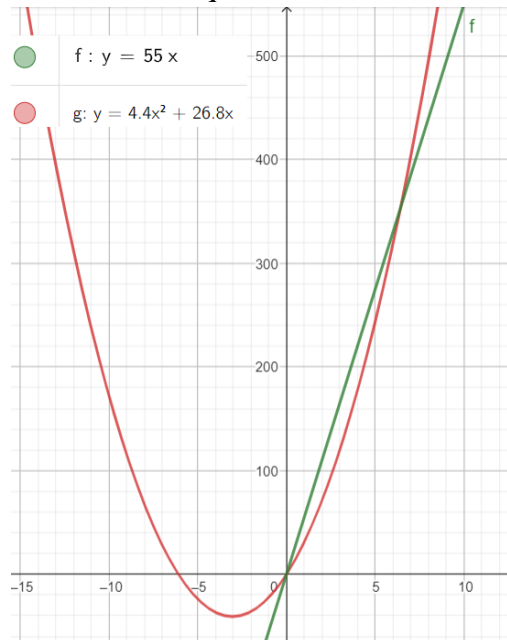
$$210 = a(5)^2 + b(5) + 0$$

$$210 = 25a + 5b$$

Al armar el sistema de ecuaciones de 1 y 2:

Entonces, los valores de a y b son aproximadamente $a \approx 4.3836$ y $b \approx 26.8492$,

1.c) Dibuje en un mismo gráfico ambas funciones, quien termina antes de leer el libro?.



Para Juana:

$$323 = 55x$$

$$x \approx \frac{323}{55}$$

$$x \approx 5.873$$

Para Martin:

$$x_1 \approx \frac{52.9612}{8.7672} \approx 6.034$$



$$323 = 4.3836x^2 + 26.8492x$$

$$x_2 \approx \frac{-106.6596}{8.7672} \approx -12.16$$

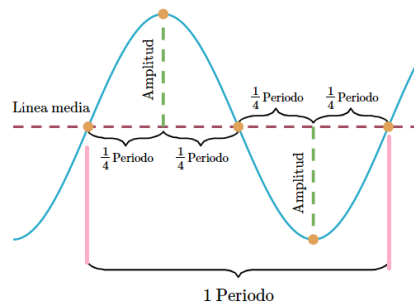
Dado que el tiempo no puede ser negativo, descartamos x_2 . Por lo tanto, la única solución válida es

$$x_1 \approx 6.034.$$

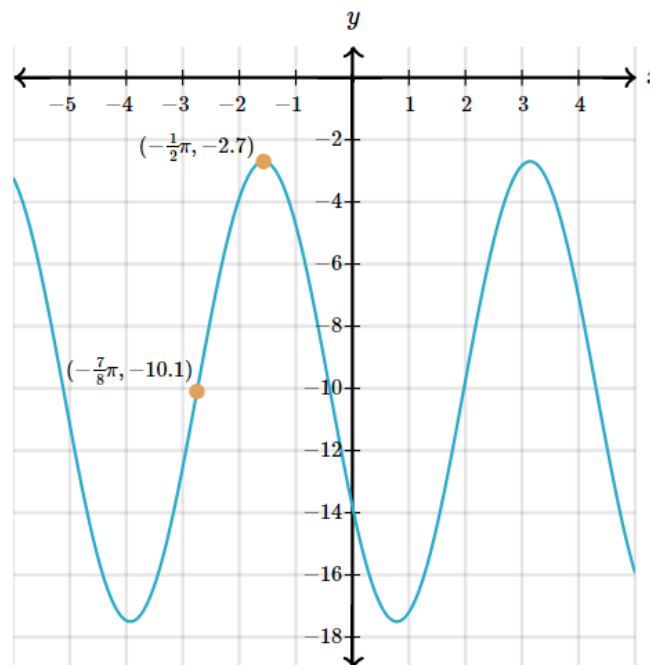
Juana terminará de leer el libro antes que Martin

3.1.046 - CALCULO I - PRIMER PARCIAL – LUNES TT		 
ALUMNO:		
LEGAJO:		
Fecha: 29/04/2024		
Cant. de hojas:		

2.-FUNCION TRIGONOMETRICA: Dado que, el periodo de una función sinusoidal es la distancia horizontal entre los puntos extremos de un solo ciclo de su gráfica.




¿Cuál es la frecuencia de la función? Sabiendo que:
Cual es la amplitud?



3.- LIMITES Y CONTINUIDAD

Dada la función $f(x) = (x^2 - x) / (x^3 - x)$:

1. Encuentra el límite de $f(x)$ cuando x tiende a 1.
2. Determina si $f(x)$ es continua en $x=1$. Si no lo es, identifica el tipo de discontinuidad.
3. Determina los ceros de la función.

3.1.046 - CALCULO I - PRIMER PARCIAL – LUNES TT		
ALUMNO:		
LEGAJO:		
Fecha: 29/04/2024 Cant. de hojas:		

Ejercicio:	1a)	1b)	1c)	2	3	TOTAL
Puntaje ejercicio	2	2	1	2,5	2,5	10
Puntaje Obtenido						

- Responda clara y prolijamente las consignas, justificando todos los pasos dados.
- La duración del examen es de 3 horas.

TEMA B

1.- PROBLEMAS VERBALES APLICADOS A FUNCIONES

1.a) Bernardo trató de tomarse un vaso de jugo lo más rápido posible, lo bebió a una velocidad constante. Originalmente había 275 mililitros de jugo en el vaso. Después de 13 segundos, quedaban 210 mililitros. Completa la ecuación que modela la relación lineal entre la cantidad de jugo en el vaso en función del tiempo.

$y = \dots\dots\dots$

Entonces, la pendiente m se calcula como:

$$m = \frac{210 - 275}{13 - 0}$$

$$m = \frac{-65}{13}$$

$$m = -5$$

Ahora que tenemos la pendiente, podemos completar la ecuación. Usamos el punto $(0, 275)$ como punto en la línea (la cantidad inicial de jugo):


$$y = mx + b$$

$$275 = -5(0) + b$$

$$b = 275$$

Entonces, la ecuación completa es:

$$y = -5t + 275$$

3.1.046 - CALCULO I - PRIMER PARCIAL – LUNES TT		
ALUMNO:		
LEGAJO:		
Fecha: 29/04/2024		
Cant. de hojas:		

1.b) María tiene un vaso de jugo que inicialmente contiene 275 mililitros. La cantidad de jugo en el vaso disminuye con el tiempo y sigue una parábola de la forma $y=ax^2+bx+275$, donde a y b son coeficientes que determinan la forma de la parábola.

Sabiendo que se parte de velocidad inicial cero y que, después de 13 segundos, la cantidad de jugo en el vaso se reduce a 210 mililitros. Determine la ecuación cuadrática que modela la cantidad de jugo en el vaso en función del tiempo.

$y=$

Sabemos que después de 13 segundos, la cantidad de jugo en el vaso es de 210 mililitros. Entonces, podemos usar esta información para formar una ecuación basada en la ecuación de la parábola $y = ax^2 + bx + c$.

$$210 = a(13)^2 + b(13) + 275$$

$$210 = 169a + 13b + 275$$

$$210 - 275 = 169a + 13b$$

$$-65 = 169a + 13b$$

También se nos dice que se parte de una velocidad inicial cero, lo que significa que en $t = 0$, la velocidad (la derivada de y con respecto a t) es cero. La velocidad de cambio de la cantidad de jugo con respecto al tiempo es representada por $\frac{dy}{dt}$. Entonces, si se parte de velocidad inicial cero, tenemos:


$$\frac{dy}{dt} = 0$$

Cuando $t = 0$, esto se convierte en:

$$0 = 2a(0) + b$$

$$b = 0$$

$$a \approx -0.3846 \text{ y } b = 0.$$

3.1.046 - CALCULO I - PRIMER PARCIAL – LUNES TT		
ALUMNO:		
LEGAJO:		
Fecha: 29/04/2024		
Cant. de hojas:		

Entonces, la ecuación completa sería:

$$y = -0.3846x^2 + 275$$

1.c) Dibuje en un mismo gráfico ambas funciones, quien termina antes el vaso?

Para Bernardo:

$$0 = -5x + 275$$

$$5x = 275$$

$$x = \frac{275}{5}$$

$$x = 55$$

Para María:

$$0 = -0.3846x^2 + 275$$

$$0.3846x^2 = 275$$

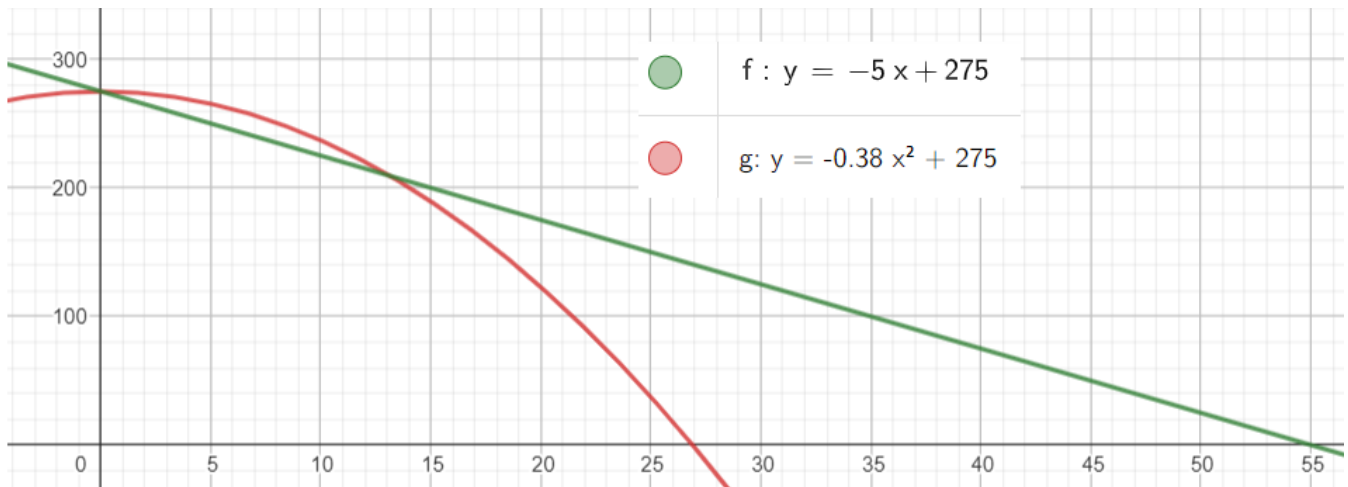
$$x^2 = \frac{275}{0.3846}$$

$$x^2 \approx 714.113$$

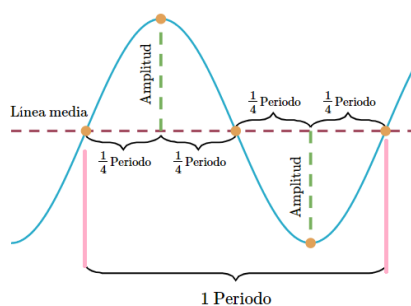
$$x \approx \sqrt{714.113}$$

$$x \approx 26.73$$

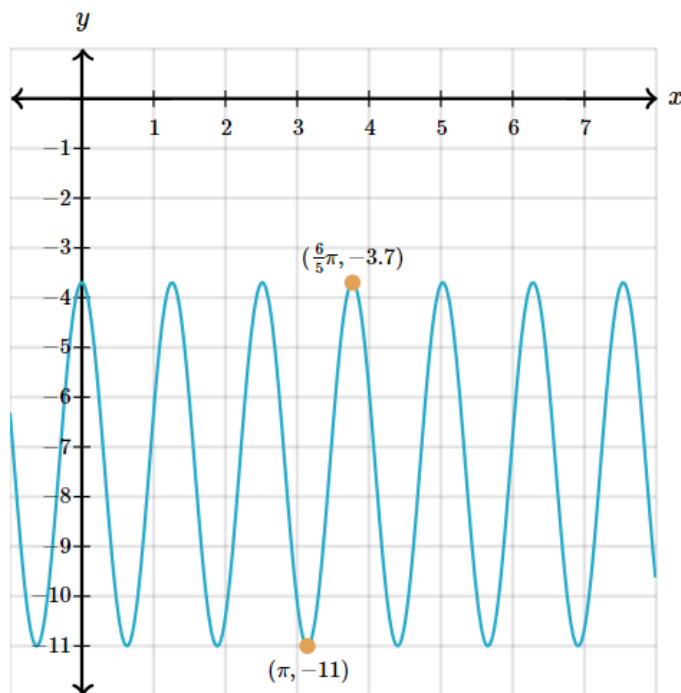
Entonces, Bernardo tardará aproximadamente 55 segundos en consumir todo el jugo del vaso, mientras que María tardará aproximadamente 26.73 segundos. Por lo tanto, María terminará antes de consumir todo el jugo del vaso.



2.-FUNCION TRIGONOMETRICA: Dado que, el periodo de una función sinusoidal es la distancia horizontal entre los puntos extremos de un solo ciclo de su gráfica.



¿Cuál es la frecuencia de la función? Sabiendo que:
Cuál es la amplitud?



3.- LIMITES Y CONTINUIDAD

Dada la función $f(x) = (x^3 - 4x) / (x^2 - 4x)$:

4. Encuentra el límite de $f(x)$ cuando x tiende a 2.
5. Determina si $f(x)$ es continua en $x=2$. Si no lo es, identifica el tipo de discontinuidad.
6. Determina los ceros de la función.