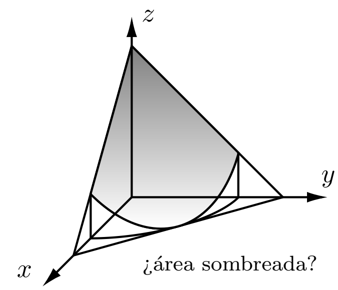
Alumno: LU:

La aprobación del escrito exige la resolución ***completa*** y ***justificada*** de ***dos*** ejercicios cualesquiera, con las suficientes explicaciones de los argumentos mediante los que se llega a los resultados. No se consideran cálculos dispersos o sin comentarios.

1. Calcular el área de la porción de plano definida por $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq z = 2 - x - y, 0 \leq x, 0 \leq y\}$.



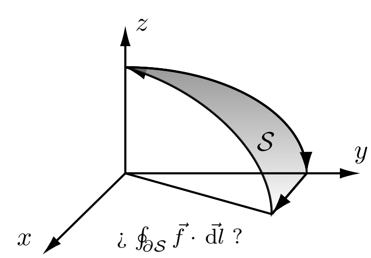
2. (a) Determinar y graficar las trayectorias ortogonales a la familia de curvas dada por la ecuación $y = cx^4$ con $c \in \mathbb{R}$, identificando en particular la trayectoria ortogonal que pasa por el punto $P_0 = (2, 0)$.

   (b) Resolver el siguiente problema de valor inicial:

$$\left(e^{xy}(1 + xy) + 2x + \pi\cos(\pi x)\right) \mathrm{d}x + \left(x^2 e^{xy} + 3y^2 + 1\right) \mathrm{d}y = 0, \qquad y(1) = 0$$

   .

3. Sean $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \vec{f}(x, y, z) = (2x + e^{yz} - y, xze^{yz} + z, xye^{yz} + y)$, y $\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + 4z^2 = 4, 0 \leq x \leq 1, 2x \leq y \leq 2, 0 \leq z\}$. Calcular la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la frontera de $\mathcal{S}$ orientada como lo indica la figura.



4. (a) Determinar la transformada de Laplace de la siguiente función:

$$f(t) = \begin{cases} 2t - t^2 & \text{si} \quad t \in [0, 2] \\ 0 & \text{si} \quad t \notin [0, 2] \end{cases}$$

   (b) Determinar la posición $P_0 = (x_0, y_0)$ del baricentro de un alambre homogéneo curvo $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4, y \geq 0\}$.