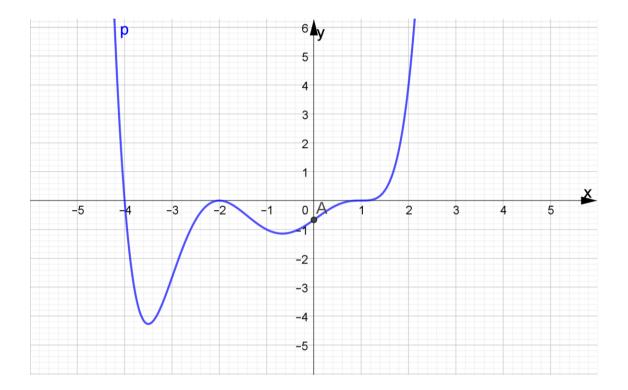
EJERCICIOS POLINOMIOS

- 1) Hallar las raíces y factorizar en $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$ y $\mathbb{C}[x]$ el polinomio $p(x) = -2x^4 + 21x^3 74x^2 + 85x$ sabiendo que 4 i es raíz del polinomio p
- 2) Hallar un polinomio de grado mínimo cuyo gráfico se muestra en la siguiente figura, sabiendo que pasa por el punto $A=(0,-\frac{2}{3})$



- 3) Dado el polinomio $q(x)=ax^3-3x^2+bx+12\,$ hallar los valores de $a,b\in\mathbb{R}$ sabiendo que $q(-1)=18\,$ y que $x=2\,$ es una raíz de q.
- 4) Dado el polinomio $p(t) = t^3 8i$
- (a) Hallar la suma de **todas** las raíces del polinomio p
- (b) Proponer la expresión de un polinomio q, de grado dos y coeficientes reales de modo tal que una de sus raíces sea también raíz de p. Justificar

Respuestas

1)
$$\sigma(p) = \left\{0, \frac{5}{2}, 4-i, 4+i\right\}$$

Factorización en $\mathbb{Q}[x]$ y en $\mathbb{R}[x]$

$$p(x) = -2x(x - \frac{5}{2})(x^2 - 8x + 17)$$

Factorización en $\mathbb{C}[x]$

$$p(x) = -2x(x - \frac{5}{2})(x - 4 + i)(x - 4 - i)$$

2)
$$p(x) = \frac{1}{24} (x+4)(x+2)^2(x-1)^3$$

3)
$$a = 3, b = -12$$

4) a)
$$\sigma(p) = \{-2i, \sqrt{3} + i, -\sqrt{3} + i\}$$

La suma de las raíces es $-2i + \sqrt{3} + i - \sqrt{3} + i = 0$

b) Como se pide un polinomio de grado dos con coeficientes reales hay que usar raíces complejas conjugadas.

Por ejemplo, un polinomio puede ser $q(t)=(t+2i)(t-2i)=t^2+4$