UADE

- El tiempo máximo para la resolución de este examen es de **2.5 h**
- Todas las respuestas deberán estar correctamente justificadas ya que para la corrección se tendrá en cuenta el desarrollo y no sólo el resultado de las mismas.
- Es condición suficiente para aprobar la resolución completa, sin errores algebraicos de 6 items entre los 10 propuestos.

**Algebra y Geometría Analítica**
**Examen Previo - 21 / 02 / 24**

***Ejercicio 1:***

**a)** Sea la ecuación en C : $z^4 - 125\, z\, i = 0$

Determinar todos los números complejos que satisfacen la ecuación dada.

**b)** Graficar en el plano complejo y escribir con notación de pares ordenados de números reales el siguiente conjunto: $A = \left\{ z \in C\colon |z-1| \le 1 \ \wedge\ -\frac{\pi}{4} \le \operatorname{Arg}(z) \le \frac{\pi}{4} \right\}$

***Ejercicio 2:*** Sea la transformación lineal $T\colon R^2 \to R^3$ definida por $T\,(1;1) = (2;2;2)$ y $T\,(0;\,1) = (1;\,1;\,1)$.

**a)** Verificar que T existe y es única. Hallar la expresión analítica de T.

**b)** Obtener una base y la dimensión del Nu(T) y de la Im(T).

**c)** Hallar las ecuaciones que definen al complemento ortogonal de la Im (T). Indicar también una base y la dimensión de dicho subespacio.

***Ejercicio 3:*** Dado $p(x) = x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x$.

Realizar la descomposición factorial de p(x) en R[x] y C [x], y graficarlo en su zona relevante

***Ejercicio 4:*** Sea el plano $\pi\colon x + y + z = 10$.

**a)** Hallar la intersección del plano $\pi$ con la recta $r\colon \frac{x-1}{2} = y - 1 = \frac{z-1}{3}$,

**b)** Obtener $k \in R$ para que el punto $(k^2; 0; -6)$ pertenezca al plano $\pi$.

***Ejercicio 5:***

Sea la superficie S : $9x^2 + y^2 + 9z^2 = 9$.

**a)** Hallar la traza de S con el plano coordenado xy. Identificar la curva correspondiente. Graficarla indicando sus elementos principales.

**b)** Hallar, si existen, los puntos de intersección de la superficie S con cada uno de los ejes coordenados

L.U. Nro. Nombre y apellido

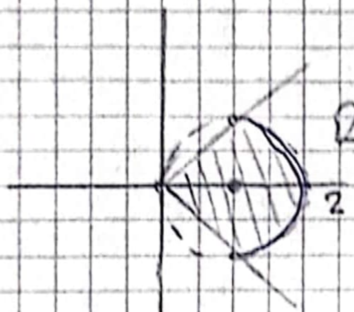
1) $z(z^3 - 125i) = 0$  $z = 0$  $z = \sqrt[3]{\underbrace{125i}_{w}}$  $|w| = 125$  $\arg w = \pi/2$

a)

$W_k = \sqrt[3]{125} \cdot e^{i\frac{1}{3}(\pi/2 + 2k\pi)}$  $k = 0, 1, 2$

$W_0 = 5e^{i\pi/6}$, $W_1 = 5e^{5/6\pi i}$, $W_2 = 5e^{\frac{3}{2}\pi i}$

b)



$R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -x \le y \le x \wedge (x-1)^2 + y^2 \le 1\}$

2) a) $B = \{(1,1)(0,1)\}$ son 2 vect LI $\Rightarrow$ forman Base de $\mathbb{R}^2$ $\Rightarrow$ TFTL $\Rightarrow \exists!$ TL

$(x,y) = a(1,1) + b(0,1)$

$= x(1,1) + (y-x)(0,1)$

$T(x,y) = x.(2,2,2) + (y-x)(1,1,1)$

$T(x,y) = (x+y, x+y, x+y)$

b) $x + y = 0$  $\mathrm{Nuc}(T) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = -x\}$

$y = -x$  $(x, -x)$  Dim = 1

$B = \{(1,-1)\}$

$\mathrm{Im} - B_I = \{(1,1,1)\}$ Dim 1

c) $\mathrm{Im}^{\perp} = \{(x,y,z).(1,1,1) = 0$

$x + y + z = 0$ Dim 2

$x = -y - z$

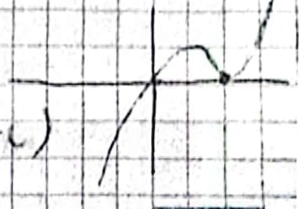
$(-y-z, y, z)$  $B = \{(-1,1,0)(-1,0,1)\}$

3) $x(x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1) = P$  $\sigma = \{0, 1(\text{doble}), \pm i\}$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | -2 | 2 | -2 | 1 |
| 1 | | 1 | -1 | 1 | -1 |
| | 1 | -1 | 1 | -1 | $\boxed{0}$ |
| 1 | | 1 | 0 | 1 | |
| | 1 | 0 | 1 | $\boxed{0}$ | |

$P = x(x-1)^2(x^2+1)$

$P = x(x-1)^2(x-i)(x+i)$



Hoja nro:

a) Adeuda correlativas o prerequisitos (sólo en el caso de examen final)
b) Adeuda la documentación mínima requerida (constancia de título del secundario en trámite)
c) Adeuda aranceles
d) Se encuentra en incumplimiento conforme la normativa de la Universidad

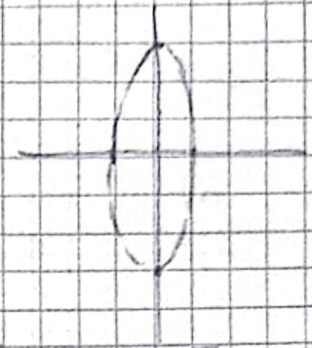
4a) $x = 1 + 2t$
$y = 1 + t$
$z = 1 + 3t$

$1+2t+1+t+1+3t = 10$
$6t = 7$
$t = 7/6$

$P = \left(10/3,\ 13/6,\ 9/2\right)$

b) $k^2 - 6 = 10$
$k^2 = 16$ $\begin{cases} k = 4 \\ k = -4 \end{cases}$

5)
a) $z = 0$ $9x^2 + y^2 = 9$
$x^2 + \frac{1}{9}y^2 = 1$ elipse $a = 3$ $b = 1$
$C = (0,0)$



$a^2 - c^2 = b^2$
$9 - c^2 = 1$
$8 = c^2$ $\to c = \sqrt{8}$

$f_1 = (0, \sqrt{8})$ $f_2 = (0, -\sqrt{8})$

b) $\cap$ con $x$ $y = z = 0$ $(1,0,0)$ $(-1,0,0)$
$\cap$ con $y$ $x = z = 0$ $(0,3,0)$ $(0,-3,0)$
$\cap$ con $z$ $(0,0,1)$ $(0,0,-1)$