Final Previo de Álgebra y Geometría Analítica – 3.1.006 **26 de octubre de 2021**

Apellido y Nombre:

Para resolver el siguiente final dispones de tres horas. La condición suficiente para la aprobación es la resolución completa, claramente detallada y justificada, sin errores algebraicos de 6 de los 10 ítems propuestos.

---

1. a) Hallar la Ecuación Cartesiana del Plano $\boldsymbol{\pi}$ que contiene a las rectas r y s

$$r: (x, y, z) = (0, -1, 1) + t(1, 2, 0), \quad t \in R$$
$$s: (x, y, z) = (0, 0, 4) + k(3, 5, -3), \quad k \in R$$

b) Sea el plano $\boldsymbol{\beta}: x - 2y + 3z = 2$. Hallar el punto de intersección entre la recta $l: \frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-3}{-4}$ y el plano $\boldsymbol{\beta}$.

---

2. Dada la transformación lineal $T: R^3 \to R^3$, tal que $T(x, y, z) = (-x - 3y, 6x + 8y, -6x - 3y + 5z)$

a) Hallar una base y dimensión de la imagen de T. ¿Qué dimensión tiene el núcleo de T?

b) Hallar los autovalores y autovectores de la matriz asociada de la transformación lineal anterior. Y determinar si esta matriz es diagonalizable, justificar.

---

3. a) Determinar todos los Números Complejos Z que satisfacen la siguiente ecuación:
$(z + 14i^{147}).(Z^3 + 1 + i) = 0$

b) Graficar la región $R = \left\{z \in C: 1 < |z| < 4 \wedge \frac{\pi}{4} < \arg(z) \leq \frac{5\pi}{4}\right)\}$.

---

4. a) Dado $\boldsymbol{P(x) = x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 80x + k}$. Hallar el valor de $k \in R$ sabiendo que $\boldsymbol{P}$ es divisible por el polinomio $Q(x) = x^2 + 5x - 6$. Escribir su descomposición factorial en $\Re[x]$ y $C[x]$.

b) Proponer un polinomio $w(x)$ de grado mínimo con coeficientes reales que cumpla lo siguiente:
- $w(1) = 8$
- $x = 3$ es raíz doble de w
- $x = 1 - i$ es raíz de w

---

5. Dada la ecuación $9x^2 + y^2 - 72x + 135 = 0$

a) Expresar la ecuación en forma canónica y clasificar la cónica.

b) Realizar un gráfico aproximado, hallando previamente todos sus elementos: centro, vértices, focos.
