UADE – Departamento de Ciencias Básicas

Física I– 3.1.052

Guía de Actividades de Formación Práctica Nro: 4
Cinemática: tiro oblicuo

Bibliografía sugerida:

Básica

- Resnick, Robert y Halliday, David y Krane, Kenneth S. Física; 3a ed. en español México, D.F.: CECSA, 1998.Código de Biblioteca: 53/R442a.
- Sears, Francis W. y Zemansky, Mark W. y Young, Hugh D., Física universitaria; 6a ed. en español Delaware: Addison Wesley Iberoamericana, 1988. xxi, 1110 p. Código de Biblioteca: 53/S566b.
- Alonso, Marcelo y Finn, Edward J. Física; Buenos Aires: Addison Wesley Iberoamericana, 1992.969 p, Código de Biblioteca: 53/A459a.

Complementaria

- Tipler, Paul Allen. Física para la ciencia y la tecnología; 4a ed. Barcelona : Reverté, c2001. vol.1.Código de Biblioteca: 53/T548a.
- Blackwood, Oswald H. Física general; México, D.F.: CECSA, 1980. 860 p. Código de Biblioteca: 53/B678.
- Bueche, Frederick J. Física para estudiantes de ciencias e ingeniería; 3. ed. en español México, D.F.:McGraw Hill, 1992. Código de Biblioteca: 53/B952.
- Roederer, Juan G. Mecánica elemental; Buenos Aires: EUDEBA, 2002. 245 p. Manuales. Código de Biblioteca: 531/R712.

Objetivo de la guía: Que el alumno sea capaz de describir el movimiento bidimensional de una partícula material y, en particular, de aquellos cuerpos en vuelo sólo sometidos a la atracción gravitatoria (tiro oblicuo).

Ejercicio 1

Un perro se lanza a cruzar un río. Su vector posición en función del tiempo, expresado en unidades SI, viene dado por:

$$\vec{r} = (2t, 5t)m$$

Calcular:

a) Los vectores posición correspondientes a t = 1s y t = 3s.
b) El desplazamiento en ese intervalo.
c) La velocidad media en ese intervalo y su módulo.
d) La velocidad instantánea a los 3s y su módulo.
e) La ecuación de la trayectoria.

Rtas: a) (2 ; 5) m y (6 ; 15)m, b) (4 ;10)m, c) (2;5) m/s; 5.4m/s; d) (2;5) m/s; 5.4m/s ; e) y =5x/2.

Ejercicio 2

Una partícula describe una parábola cuyas ecuaciones paramétricas son:
$x(t) = 200t$; $y(t) = 100-5t^2$
Determinar:

a) la ecuación de la trayectoria;
b) el vector posición en función del tiempo;
c) el vector velocidad en función del tiempo;
d) el vector aceleración;

Rtas: a) $y = 100-x^2/8000$; b) $(200t, 100-5t^2)$; c) (200, -10t); d) (0 ; -10) m/s^2

Ejercicio 3 (ver PROBLEMAS RESUELTOS al final de la guía)

Se dispara un proyectil desde la cima de una colina de 150 m de altura con una rapidez de 180 m/s y formando un ángulo de 30° con la horizontal. Calcular:
a) La distancia horizontal entre el punto de lanzamiento y el punto de caída del proyectil.
b) La altura máxima del proyectil con respecto al suelo.
c) La componente normal y tangencial de la aceleración al salir en el punto de disparo.

Rtas: a)3039,8m; b) 555 m; d) -5 m/s^2 y -8,66m/s^2.

Ejercicio 4

Desde una altura de 10 m se lanza una piedra con velocidad de v_0=12 m/s formando un ángulo de -20° con la horizontal. Calcular:

a) la ecuación de la trayectoria;
b) la posición de la piedra al segundo del lanzamiento;
c) el tiempo que tarda en impactar con el suelo;
d) el alcance máximo;
e) la velocidad en el momento de llegar al suelo;

Rtas: $y = 10-0.36\,x-0.039\,x^2$, b) (11.3; 0.99) m; c) 1.07 s; d) 12.05 m; e) 18.54 m/s.

Ejercicio 5

Una lanzadora de jabalina realiza un lanzamiento oblicuo de 50° respecto a la horizontal, a una altura de 1.85 m en el momento de soltar la jabalina. Si el tiempo que tarda la jabalina en clavarse en el suelo es de 3.5 s, hallar:

a) La velocidad con la que se realizó el lanzamiento.
b) El tiempo que tarda la jabalina en alcanzar la altura máxima.
c) La altura máxima que alcanza la jabalina.

Rtas: a) 21.69 m/s; b) 1.7 s, c) 16 m.

Ejercicio 6

En un salto, una pulga ha cubierto una distancia horizontal de 50 cm. Suponiendo que haya efectuado el salto con la inclinación óptima para lograr la distancia máxima, ¿con qué velocidad impulsó su salto? ($g = 9.8\ m/s^2$).

Rta: 2.21m/s.

Ejercicio 7

Un niño lanza una piedra con una honda y alcanza un objetivo que está a 250 m en la horizontal del lugar de lanzamiento. Si el ángulo de salida fue de 45°, calcular ($g = 9.8\ m/s^2$):

a) La velocidad de lanzamiento.
b) Hallar la altura máxima alcanzada.
c) Hallar el tiempo de vuelo.

Rtas: a) 49.5 m/s; b) 62.4m; c) 7.14s.

Ejercicio 8

Si un avión vuela a 120 m de altura con una velocidad de 54 m/s ¿a qué distancia horizontal del blanco deberá soltar la bomba?

Rta: 267.23 m.

Ejercicio 9

Un avión está volando horizontalmente con velocidad de 200 km/h a 1 km de altura. Arroja una bomba que puede pegar en un blanco que se mueve con igual dirección y sentido de 20 km/h. Determinar cuál debe ser la distancia entre el blanco y el avión, en el instante de arrojar la bomba, para que ésta de en el blanco ($g = 9.8\ m/s^2$).

Rta: 714, 28 m.

Ejercicio 10

De un avión, en vuelo horizontal a 150 m de altura se suelta un paquete cuando lleva una velocidad de 125 m/s ($g = 9.8\ m/s^2$).

a) ¿qué tiempo tarda en paquete en llegar al suelo?
b) ¿dónde cae visto desde un observador en tierra?
c) ¿dónde cae respecto al piloto del avión?
d) Hallar el vector velocidad del paquete a los 3 s de soltarlo.

Rtas: a) 5.53 s; b) 690.9 m; c) respecto al piloto la caída es vertical; d) (125, -29.4) m/s.

Ejercicio 11

Indicar a qué altura debe volar un avión con velocidad 70 m/s si quiere dejar caer un paquete que alcance una distancia máxima de 150 m.

Rta: 22.5m

Ejercicio 12

Un objeto se lanza en tiro oblicuo desde el origen de coordenadas. En un instante pasa por el punto (2 *m*; 3 *m*) y en otro por el (5 *m*; 2 *m*). Calcular la velocidad inicial y el ángulo de inclinación del disparo.

Rta: 9,20 m/s y 66 °.

Ejercicio 13 (ver **PROBLEMAS RESUELTOS al final de la guía)**

Un muchacho parado en el suelo apunta con una honda a un gato que se encuentra en la rama de un árbol. La perpendicular trazada desde el gato hacia el suelo corta a éste en el punto P. La distancia entre P y el muchacho es L. En el mismo instante en que la piedra se pone en movimiento, el gato se lanza verticalmente hacia abajo sin velocidad inicial:

a) ¿Golpea la piedra al gato?
b) Discutir la necesidad de la condición de alcance L.
c) Si el gato se lanza verticalmente hacia abajo con velocidad inicial $\mathbf{v_0}$, ¿golpea la piedra al gato?

Rta: a) siempre; b) es innecesaria; c) no.

Ejercicio 14

Elija en cada caso la respuesta correcta.

a) Cecilia y Julieta se encuentran en un balcón. Cada una posee una bola idéntica a la de su compañera y ambas la liberan al mismo tiempo. Sin embargo, Cecilia deja caer su bola mientras que Julieta arroja la suya con una pequeña velocidad horizontal. Suponiendo que la resistencia del aire es insignificante, ¿qué bola llegará al suelo primero?

□ La bola de Cecilia
□ La bola de Julieta
□ Falta información para decidir
□ Las dos bolas alcanzan el suelo al mismo tiempo

b) Se lanza una bola con un ángulo de 45° por encima de la horizontal. ¿Cuál de las siguientes opciones describe mejor su aceleración de la bola desde el momento en que deja la mano del lanzador hasta el momento en que golpea el suelo? Ignorar la resistencia del aire.

□ Siempre en sentido descendente (apuntando hacia el suelo), con el mismo valor constante
□ Siempre en la misma dirección que el movimiento, inicialmente positiva y gradualmente cayendo a cero cuando llega al suelo
□ Inicialmente positiva en la dirección ascendente (apuntando en la dirección contraria al suelo), luego cero a la altura máxima, luego negativo desde allí hasta que toque el suelo
□ Siempre en dirección opuesta al movimiento, inicialmente negativa y gradualmente reduciendo su módulo hasta llegar a cero cuando la bola toca el suelo

Ejercicio 15

Elija la respuesta que mejor completa la frase.

Una chica lanza una bola horizontalmente desde un techo de 10 metros de altura. Si la resistencia del aire es despreciable, la velocidad vertical de la bola _______________ su velocidad horizontal.

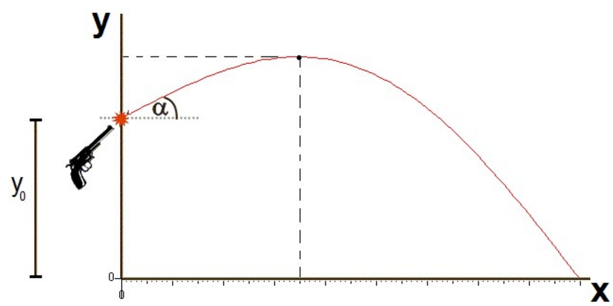
□ depende de
□ no depende de
□ es la misma que

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 1

Se dispara un proyectil desde la cima de una colina de 150 m de altura con una rapidez de 180 m/s y formando un ángulo de 30° con la horizontal. Calcular: a) La distancia horizontal entre el punto de lanzamiento y el punto de caída del proyectil. b) La altura máxima del proyectil con respecto al suelo. c) La componente normal y tangencial de la aceleración al salir en el punto de disparo.

En primer lugar esquematizamos el problema:



$$x_0 = 0m$$
$$y_0 = 150m$$
$$\alpha = 30° = \frac{\pi}{6} rad$$
$$v_{0x} = 180\frac{m}{s}cos(\alpha)$$
$$v_{0y} = 180\frac{m}{s}sin(\alpha)$$

a) La aceleración del proyectil será la de la gravedad (g) en el eje "y". Luego:

$$\vec{a} = (0, -g)$$

Por lo tanto, la velocidad y posición estarán dadas por:

$$\vec{v} = (v_{0x}, -g.t + v_{0y})$$

$$\vec{r} = (v_{0x}.t + x_0, -g.\frac{t^2}{2} + v_{0y}.t + y_0)$$

Para hallar el "x" donde cae el proyectil primero debemos averiguar cuál es el tiempo de la caída(t_c). Con este dato, podremos calcular $x(t_c)$.
t_c se puede calcular a partir de la condición $y(t_c)=0$.

$$y(t_c) = -g.\frac{{t_c}^2}{2} + v_{0y}.t_c + y_0) \Rightarrow t_c = \frac{-v_{0y} \pm \sqrt{{v_{0y}}^2 + 4.g/2.y_0}}{-g}$$

Nos quedamos con la solución positiva para el tiempo que nos da t_c=19.5s. Luego, tomando g=10 m/s^2, la distancia a la que el proyectil cae será:

$$x(t_c) = 3039.8m$$

b) En primer lugar hallamos el tiempo en que la altura del proyectil es máxima (t_m) y luego calculamos $y(t_m)$.

Para hallar t_m maximizamos $y(t)$.

$$\left.\frac{\partial y}{\partial t}\right|_{t_m} = v_y(t_m) = -g.t_m + v_{0y} = 0 \Rightarrow t_m = \frac{v_{0y}}{g} = 9s$$

Luego, la altura máxima a la que el proyectil llega es:

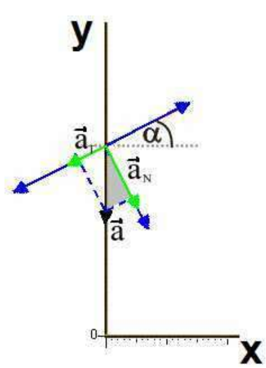
$$y(t_m) = 555m$$

c) El vector tangencial a la velocidad unitario está dado por:

$$\vec{T} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = (cos(30), \sin(30))$$

Luego, la aceleración tangencial estará dada por la proyección de la aceleración sobre este vector:

$$a_N = \vec{a}.\vec{T} = -g.\sin(30) = -5m/s^2$$



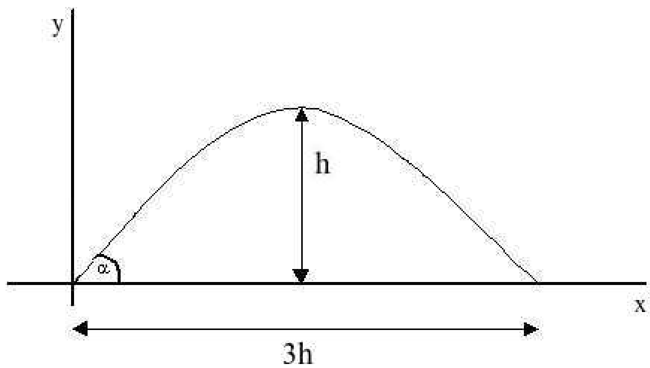
Observando la figura y aplicando Pitágoras sobre el triángulo sombreado se obtiene:

$$a_t = -\sqrt{a^2 - a_t{}^2} = -g.\sin(30) = -8.66m/s^2$$

PROBLEMA 2:

Se dispara un proyectil de modo que su alcance horizontal es igual al tripe de la altura máxima. Encontrar el ángulo de lanzamiento.

La siguiente figura muestra un esquema del problema:



$y_0 = 0$
$x_0 = 0$

Nos piden calcular el ángulo de lanzamiento, por lo cual necesitamos saber v_{0x} y v_{0y} para luego poder hacer arctg(v_{0y}/ v_{0x}) y obtener el ángulo.
Al igual que en el problema anterior la aceleración, la velocidad y la posición estarán dadas por:

$$\vec{a} = (0, -g)$$

$$\vec{v} = (v_{0x}, -g.t + v_{0y})$$

$$\vec{r} = (v_{0x}.t + x_0, -g.\frac{t^2}{2} + v_{0y}.t + y_0)$$

El punto de máxima altura primero calculamos el tiempo de máxima altura t_m y luego hallamos $y(t_m)$.
Para hallar t_m maximizamos y(t), condición que es e4quivalente a pedir que $v_y(t_m)=0$.

$$v_y(t_m) = -g.t_m + v_{0y} = 0 \Rightarrow t_m = \frac{v_{0y}}{g}$$

Luego, poniendo la condición de que la altura máxima es h, hallamos v_{0x}:

$$y(t_m) = -\frac{g}{2}.\left(\frac{v_{0y}}{g}\right)^2 + v_{0y}\frac{v_{0y}}{g} = h \Rightarrow v_{0y} = \sqrt{2gh}$$

Seguidamente, calculamos el tiempo de caída t_c, para luego poner la condición de que $x(t_c)=3h$ y de ahí despejar v_{0x}:

$$y(t_c) = -\frac{g}{2}.{t_c}^2 + v_{0y}t_c = 0 \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{8h}{g}}$$

.

donde elegimos para el tiempo la solución distinta de cero.
Ahora sí podemos calcular $x(t_c)$ y de ahí despejar v_{0x}.

$$x(t_c) = v_{0x}.t_c = 3h \Rightarrow v_{0x} = \sqrt{\frac{9}{8}hg}$$

Finalmente:

$$\alpha = arctg\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right) = arctg\left(\frac{4}{3}\right) = 53°8'$$

PROBLEMA 3

Un cazador que no sabe que los proyectiles caen, dispara directamente a un mono que está sobre un árbol. El mono, que tampoco sabe física, se deja caer justo cuando el cazador dispara. Probar que el disparo llega al mono.

Solución. Sea h la altura inicial del mono, d su distancia horizontal al cazador. Entonces el ángulo de disparo está dado por

$$\tan\alpha = \frac{h}{d}.$$

Las ecuaciones de movimiento del proyectil (P) y mono (M) son

$$\begin{aligned} x_P &= v_0 t\cos\alpha,\ x_M = d, \\ y_P &= v_0 t\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2,\ y_M = h - \frac{1}{2}gt^2, \end{aligned}$$

de modo que cuando $x_P = x_M$ resulta

$$v_0 t\cos\alpha = d \Longrightarrow t = \frac{d}{v_0\cos\alpha},$$

para ese tiempo comparemos las alturas

$$\begin{aligned} y_P &= v_0 t\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2 = d\tan\alpha - \frac{1}{2}gt^2, \\ y_M &= h - \frac{1}{2}gt^2, \end{aligned}$$

que son iguales porque $d\tan\alpha = h$.

Es decir, se trata de una tautología. Siempre el disparo llega al mono, pero éste tiene que dejarse caer. De lo contrario no le pegaría.