



Examen Final Previo

Análisis Matemático II. 3.1.008.
Viernes 2 de febrero de 2018

NOMBRE Y APELLIDO:.....

La condición suficiente de aprobación es la resolución completa, claramente detallada y justificada, sin errores conceptuales ni algebraicos, de cuatro de los 7 ítems o ejercicios. No son tenidos en cuenta cálculos dispersos, o poco claros, o sin justificaciones. Al finalizar el examen firme e indique el número de hojas. Dispone de 3 horas.

1. Dado el campo vectorial $\vec{g}: D_{\vec{g}} \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 / \vec{g}(x, y) = (\sqrt{y(x^2 + y^2 - 4x)}, \ln(x^2 + y^2))$. Hallar gráfica y analíticamente el dominio $D_{\vec{g}}$.

2. Hallar la ecuación cartesiana de la curva imagen $C = Im_{\vec{f}}$ de $\vec{f}: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $\vec{f}(t) = (1 + \cos(t), \cos(t))$ y calcular el área de la región acotada limitada por $y = \frac{3}{x+1}$, $x = 0$ y la curva C .

3. Hallar la única función $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / f'(x) = \frac{e^{(\sqrt{4x}-1)}}{\sqrt{x}}$ y $f(1) = e$

4. Sea el campo escalar $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / f(x, y) = x^3 + kxy + y^2$

(a) Sabiendo que k es un número real negativo y que el valor de la derivada direccional máxima de la función f en el punto $(1, 1)$ es 5, determinar la ecuación del plano tangente al gráfico del campo escalar f en el punto $(1, 1, f(1, 1))$

(b) Considerando $k = 1$, determinar la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la curva de nivel del campo escalar f que pasa por el punto $(1, 2)$

5. Sean los campos vectoriales $\vec{g}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $\vec{g}(x, y) = (3x - 2y, x^3 - xy)$ y $\vec{f}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $\vec{f}(u, v) = (f_1(u, v), f_2(u, v), f_3(u, v))$, $\vec{f}(1, 0) = (2, 3, 1)$ y su matriz jacobiana es

$$J_{\vec{f}}(u, v) = \begin{pmatrix} 4ue^v & 2u^2e^v \\ 2 & e^v \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Hallar la matriz jacobiana de la función compuesta $\vec{f} \circ \vec{g}$ en el punto $(1, 1)$

(b) Determinar la ecuación de la recta normal a la superficie, gráfica del campo escalar f_2 en el punto $(1, 0, f_2(1, 0))$