UADE 2020 Análisis Matemático III (3.1.009, clase 3393, aula 714) **Final Previo**, 03.03.2020

Alumno:	LU:

Duración: dos horas. La aprobación del escrito exige la resolución ***completa*** y ***justificada*** de ***dos*** ejercicios cualesquiera, con las suficientes explicaciones de los argumentos mediante los que se llega a los resultados. No se consideran cálculos dispersos o sin comentarios.

1. (a) Dada la familia de curvas $\mathcal{F} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 2y + k, k \in \mathbb{R}, k > -1\}$, determinar la única curva de la familia de trayectorias ortogonales a $\mathcal{F}$ que pasa por el punto $P_0 = (1, 2)$ y graficarla.

   (b) Obtener la tranformada de Laplace $\mathcal{L}(p)$ de la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ (u designa la función de Heaviside):

$$f(t) = e^{3t}t^2 \sin(4t)\, u(t)$$

2. (a) Hallar y graficar la solución del siguiente problema de valor inicial.

$$\left(4 - \frac{1}{2x}\right) \mathrm{d}x + \frac{1}{2x} \mathrm{d}y = 0, \quad y(1) = 0$$

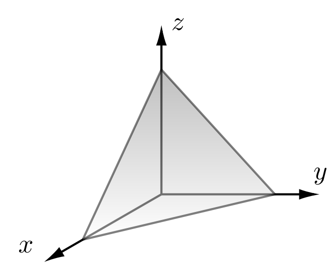
.

   (b) Sea $F(p)$ la transformada de Laplace de la función f continua por partes en $[0, \infty)$ de orden α-exponencial. Probar que la transformada de Laplace de $g(t) = tf(t)$ es $G(p) = -F'(p)$, con $p > \alpha$.

3. Sea $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ y C la curva borde de S.

   (a) Calcular el área de S.

   (b) Determinar la circulación del campo vectorial $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $\vec{f}(x, y, z) = \cos(x) - y + yz, xz + x - y^3, xy + z^2 \cos(z^3))$ a lo largo de la curva C, indicando claramente el sentido de circulación adoptado.



4. (a) Sea $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dado por $\vec{f}(x, y, z) = (y^2 \cos(yz) + x, y - \cos(xz^2), z + y)$, y sea $\mathcal{M}$ el sólido macizo dado por $\mathcal{M} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2\}$ cuya frontera es $S = \partial\mathcal{M}$. Calcular $\iint_S \vec{f} \cdot \check{n}\, \mathrm{d}S$, con S orientada con normal saliente.

   (b) Resolver el problema de valor inicial

$$y'(x) + \frac{1}{x}y(x) = 5x^3 + 3x, y(1) = 1$$