

Estimado alumno el siguiente examen está integrado por tres ejercicios. Dispones de dos horas y media para su resolución, por lo que te aconsejamos que distribuyas adecuadamente tu tiempo.

Criterio de aprobación Para aprobar este examen con la calificación de 4 (cuatro) necesitas realizar correctamente cinco de los ocho ítems propuestos (el ejercicio III a cuenta como dos ítems).

Esperamos que realices un buen trabajo. ¡Éxitos! 😊

Ejercicio I Sea S el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$S: \begin{cases} x + y + 2z = b \\ ax + 2y + 2z = -3 \\ 5x + 4y + 6z = -15 \end{cases}$$

- Hallar los valores de a y b para los cuales: $(1, 1, -4)$ es solución del sistema.
- Para los valores de a y b hallados en el ítem anterior, dar todas las soluciones del sistema.

Ejercicio II Dado el subespacio

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - y + 2z = 0, x + 3z = 0\}$$

- Hallar una base de S y su dimensión.
- El vector $\vec{v} = (-6, -2, 2)$, ¿pertenece a S ? En caso afirmativo, dar sus coordenadas en la base hallada en el ítem a
- Dar tres vectores pertenecientes al complemento ortogonal de S .

Ejercicio III Sea $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la transformación lineal cuya matriz en la base canónica es

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

- Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando en cada caso:
 - $\text{Im}(T) = \mathbb{R}^3$
 - $T(1, -1, 2) = (5, 3, 8)$
- ¿Es M diagonalizable? Justificar.