EJERCICIOS ADICIONALES DE NÚMEROS COMPLEJOS

1) Graficar en el plano complejo el conjunto M $= \{z \in \mathbb{C} : |z+2-i| \leq 3, Re(z) \leq 0, Im(z) \geq 0\}$ y determinar si alguna de las soluciones de la ecuación en la incógnita $z \in \mathbb{C}$ dada por $z^3 + 8i = 0$ pertenece al conjunto M

2) Sean los números complejos $z_1 = 6 - 6i$; $z_2 = 3e^{\frac{3}{2}\pi i}$. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando en cada caso:

(a) $arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \frac{7}{4}\pi$

(b) $(\overline{z_1})^4 = 72\, i$

3) (a) Hallar todas las soluciones complejas de la ecuación $(z^2+4)(z^3-1-\sqrt{3}\, i) = 0.$

(b) Sean los números complejos $z_1 = (1-i)^{16}, z_2 = \left(\frac{1}{2}i\right)^5, z_3 = 2+i.$ Calcular $|w|$, donde $w = z_1 . z_2 + \frac{5}{z_3}$.

(c) Representar gráficamente el conjunto $A = \left\{z \in \mathbb{C}: Im(z) - |\bar{z}|^2 + [Re(iz)]^2 \geq e^{i\pi}\right\}$

4) (a) Hallar todas las soluciones complejas de la ecuación $(z^2+1)(z^2+16i) = 0.$

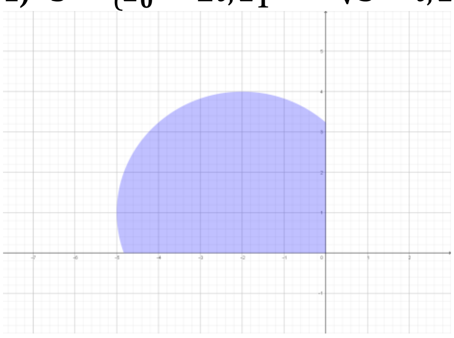
(b) Hallar el argumento y el módulo de los siguientes complejos: $z_1 = i\left(\sqrt{3}-i\right)^6, z_2 = \frac{8i}{2+2i}$

5) (a) Hallar todas las soluciones complejas de la ecuación $(z^2+9)(z^2-4i) = 0.$

(b) Hallar el argumento y el módulo de los siguientes complejos: $z_1 = 2i\left(1-\sqrt{3}\, i\right)^6$, $z_2 = \frac{12i}{1-i}$

RESPUESTAS

1) $\boldsymbol{S = \left\{z_0 = 2i, z_1 = -\sqrt{3} - i, z_2 = \sqrt{3} - i\right\},\ z_0 \in M}$



2) Los dos ítems son falsos

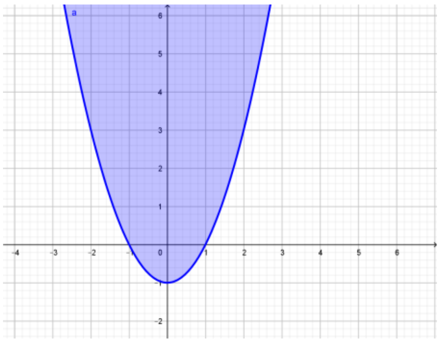
a) $\frac{z_1}{z_2} = 2 + 2i; \quad arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \frac{\pi}{4} \neq \frac{7\pi}{4}$

b) $(\overline{z_1})^4 = -72^2$

3) a) $S = \left\{-2i, 2i, \sqrt[3]{2}e^{\frac{\pi}{9}i}, \sqrt[3]{2}e^{\frac{7\pi}{9}i}, \sqrt[3]{2}e^{\frac{13\pi}{9}i}\right\}$

b) $z_1 = 2^8$, $z_2 = \frac{1}{2^5}i$; $z_1 z_2 = 8i$; $w = 2 + 7i$; $|w| = \sqrt{53}$

c) $y \geq x^2 - 1$



4) a) $S = \{-i, i, -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i, 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i\}$
b) $|z_1| = 2^6$; $\arg(z_1) = \frac{3\pi}{2}$
$z_2 = 2 + 2i$, $|z_2| = 2\sqrt{2}$ $\arg(z_2) = \frac{\pi}{4}$

5) a) $S = \{-3i, 3i, \sqrt{2} + \sqrt{2}i, -\sqrt{2} - \sqrt{2}i\}$
b) $|z_1| = 2^7$; $\arg(z_1) = \frac{\pi}{2}$
c) $z_2 = -6 + 6i$, $|z_2| = 6\sqrt{2}$ $\arg(z_2) = \frac{3\pi}{4}$