Álgebra matricial

1. a. $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ b. No se puede realizar c. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ -1 & 2 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ tr(AB) = 3 f. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$ tr(BA) = 3

2. a. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

b. $AB = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -2 & 4 & 10 \\ -2 & 10 & 22 \end{pmatrix} \neq BA = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 13 & 10 & 13 \\ 22 & 16 & 10 \end{pmatrix}$

3. $x = \frac{-1}{3},\ y = -2$

4. a. 1 b. 6 c. -8 d. -1

5. $k = 0,\ k = 2,\ k = -2,\ k = -1,\ k = \frac{1+\sqrt{5}}{2},\ k = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

6. a) $\det(A) = 2$, $\det(B^T) = 6$, $\det(AB) = 12$, $\det(2A) = 16$, $\det(A^{10}) = 2^{10}$, $\det(A^5B - A^5) = 2^8$
b) 360

7. a. No es inversible

b. i. Es inversible ii. $B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

c. i. Es inversible ii. $C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -13 & 1 & -5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

d. i. Es inversible ii. $D^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{5}{28} \\ 0 & 1 & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$

8. i. $X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 3 & 0 \\ \frac{3}{2} & -9 & 2 \\ -1 & 9 & -2 \end{pmatrix}$ ii. $X = (4A + 2B)A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 16 \\ 6 & 12 & 24 \\ 6 & 9 & -23 \end{pmatrix}$

<u>Sistema de ecuaciones lineales</u>

10. a. $X = (1\ \ 2)^T$ Sistema compatible determinado

b. $X = (0\ \ 1) + t(1\ \ -2)$, con $t \in R$. Sistema compatible indeterminado.

c. Sistema incompatible

d. $X = (1\ \ 2)^T$ Sistema compatible determinado

e. $X = (0\ \ 2)^T + t(1\ \ -2)^T$, con $t \in R$. Sistema compatible indeterminado.

f. Sistema incompatible.

11.

a. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

b. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, Sistema incompatible

c. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ Sistema incompatible.

12. a. i. $X = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ii. Nul (A) = $(0\ \ 0\ \ 0)^T$

b. i. $X = (-1\ \ 0\ \ 1)^T + \lambda(-4\ \ 3\ \ 5)^T,\ \lambda \in R$ ii. Nul(A) = gen{(-4 3 5)}

c. i. $X = (3\ \ -2\ \ -1\ \ 0)^T + \lambda(-1\ \ 1\ \ 1\ \ 1)^T,\ \lambda \in R$ ii. Nul(A) = gen{(-1 1 1 1)}

13. Hay dos posibilidades:

- 12 camiones del tipo A, 6 del tipo B y 2 del tipo C

- 13 camiones del tipo A, 2 del tipo B y 4 del tipo C.

14. Hay tres posibilidades:

- 2 alacenas, 0 escritorios, 2 mesas y 2 sillas.
- 4 alacenas, 2 escritorios y ninguna mesa ni ninguna silla.
- 3 alacenas y una unidad de cada uno de los restantes muebles.

15. a. $k \neq -\frac{3}{4}$ b. No existen tales valores de k c. $k = -\frac{3}{4}$

16. Si $k \neq 0,\ k \neq -1$ es sistema es compatible determinado. Para $k = 0$ y $k = -1$ el sistema es incompatible.