Operaciones entre vectores

1. a. i. (9,6) ii. (0, 1) iii. (-1, -1) iv. (4, 1) v. $\left(3, -\frac{4}{3}\right)$

b. i. (4, 2, 0) ii. (4, -2, 1) iii. (-1, 0, 0)

2. a. $\left\|\overrightarrow{OP}\right\| = \sqrt{10}$ $\left\|\overrightarrow{OQ}\right\| = \sqrt{10}$ $\left\|\overrightarrow{OR}\right\| = \sqrt{14}$ $\left\|\overrightarrow{OS}\right\| = \sqrt{13}$

b. $\left\|\overrightarrow{PQ}\right\| = 2\sqrt{5}$

c. d(P, Q) = $2\sqrt{5}$

d. $d(R, S) = \sqrt{17}$

e. $\left(\frac{\sqrt{14}}{7}, \frac{3\sqrt{14}}{14}, \frac{\sqrt{14}}{14}\right)$

3. a. $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$ y $\left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}, -\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$ b. $\alpha = \frac{\pi}{3}$ c. $\left(-1, \sqrt{3}\right)$

4. a. $\bar{v}.\bar{u} = 5$, $\bar{w}.(2\bar{u} - \bar{v}) = -12$, $\bar{v}.(\bar{w} + \bar{u}) = 19$

b. El ángulo comprendido entre $\bar{u}$ y $\bar{v}$ es de aproximadamente 1,38 radianes. El ángulo comprendido entre $\bar{v}$ y $\bar{w}$ es de aproximadamente 0,886 radianes.

c. $\bar{u} \times \bar{v} = (9, 23, 10)$ $\bar{u} \times \bar{w} = (-1, 6, 16)$

d. k(14, -7, 7) con k $\in$ R

5. a. k = -3 b. k = -17

Ecuación de la recta y del plano

6. i. X = (0 2) + λ(2 -1) $\lambda \in$ R ii. X = (0 3) + λ(1 -1) $\lambda \in$ R

iii. X = $\left(1 \ \ \frac{2}{3}\right)$ + λ(3 1) $\lambda \in$ R iv. X = λ(3 1) $\lambda \in$ R

7. i. X = (1 3 -1) + λ(0 1 2) $\lambda \in$ R ii. X = (1 2 -1) + λ(1 -1 2) $\lambda \in$ R iii. X = (3 2 -1) + λ(1 4 -6) $\lambda \in$ R

iv. Una posibilidad es X = (-3 2 1) + λ(2 1 0) $\lambda \in$ R. No es única.

8. i. Son concurrentes. Se intersecan en el punto (1 -2 5)

ii. Son alabeadas.

iii. Son paralelas.

iv. Son coincidentes.

9. a. Dos puntos del plano podrían ser (1, 1, -2) y (0, 0, 0).

b. Un versor normal podría ser $\left(\frac{3\sqrt{14}}{14} \quad \frac{\sqrt{14}}{14} \quad \frac{\sqrt{14}}{7}\right)$

c. La intersección del plano con cada uno de los ejes coordenados es el origen de coordenadas.

d. 3x + y + 2z = 1

e. X = (1, -1, 0) + λ(3, 1, 2) con $\lambda \in$ R

10.

a. i. x + y +2z = 2 ii. 2y + z = 2 iii. z = 3

b. i. x + z = 1 ii. -13x + 6y + 11z = 1

c. y = 0

d. 2x + 4y – 3z = -18

e. x + 2y + 2z = -2

f. 2x – y + 4z = 3

11.

a. X = λ(1 5 3) + (0 0 1) con $\lambda \in$ R

b. X = λ (-8 5 7) + $\left(\frac{17}{7} \quad -\frac{1}{7} \quad 0\right)$ con $\lambda \in$ R

c. $(2 \; -1 \quad -3)$

d. $\left(0 \quad -\frac{3}{2} \quad \frac{3}{2}\right)$

12.

a. Π: 5x + 2y + 7z = 19 r: X = λ(5 2 7) + (3 4 5) con $\lambda \in$ R

b. M = $\left(\frac{1}{2} \quad 3 \quad \frac{3}{2}\right)$

13. a. -2x + 14y + 5z + 12 = 0

b. k = $\frac{7}{2}$

14. k = 5, k = -4

<u>Distancia de un punto a una recta, proyecciones y simetrías respecto de una recta</u>

15. a. A' = $\left(\frac{1}{2} \quad 1\right)$ b. A' = (3 2 - 1)

16. a. A'' = $\left(\frac{47}{5} \quad \frac{21}{5}\right)$ b. A'' = $\left(\frac{22+2\sqrt{3}}{3} \quad \frac{-5-\sqrt{3}}{3} \quad \frac{-5\sqrt{3}+5}{3}\right)$

17. a. P' = $\left(\frac{3}{2} \quad \frac{7}{2} \quad 1\right)$ b. P´= (-5 0 4)

18. a. P'' = $\left(-\frac{4}{3} \quad -\frac{2}{3} \quad \frac{5}{3}\right)$ b. P'' = (0 3 1)

19. a. $X = \lambda(1\ \ 0\ \ 1)\ \ \lambda \in R$ b. No existe tal recta c. r: $X = \lambda(1\ \ 1) + (5\ \ -1)$ con $\lambda \in R$

20. a. $x - 3y + 2z + 10 = 0$ b. $d(A, \Pi) = \sqrt{14}$

21. a. $B' = \left(\frac{6}{7}\ \ -\frac{162}{35}\ \ -\frac{4}{35}\right)$, $C' = (-2\ \ 0\ \ 1)$

Espacios vectoriales, subespacios y bases

22. a. V es subespacio b. V no es subespacio c. V es subespacio d. V no es subespacio.

23. a. Si es posible b. Si es posible c. No es posible d. Si es posible

24. a. linealmente independiente b. linealmente dependiente c. li d. li

25. a. $k \neq -10$ b. $k = -10$

26. a. B = {(2 3)} dim(S) = 1 b. B = {(-3 2 0) (2 0 1)} dim(S) = 2 c. B = {(1 -1 -1)} dim(S) = 1

d. B = {(-1 1 3) (0 5 -1)} dim(S) = 2 e. B = {(2 6 9)} dim(S) = 1

27. a. B = {(-1 0 1 3)(2 1 0 5)(0 4 8 -4)} dim(S) = 3
b. k = -2

28. a. B = {(1 -2 1)} $\dim(S^{\perp}) = 1$
b. B = {(1 0 0 1)(1 -3 0 1)} $\dim(S^{\perp}) = 2$
c. B = { (2 1 0) (-1 0 1)} $\dim(S^{\perp}) = 2$
d. $\dim(S^{\perp}) = 0$. $S^{\perp}$ no tiene base

29. Si es un subespacio. Una base de $S^{\perp}$ es B = {(1 1 1)}, $\dim(S^{\perp}) = 1$.