

*Esta evaluación está estructurada en cinco ejercicios. Dispones de tres horas para su desarrollo. Para aprobar el examen deberás resolver correctamente al menos tres de los cinco ejercicios propuestos. ¡Buena suerte! ☺*

Ejercicios

- Sea  $C_1$  la curva imagen de la función vectorial  $\bar{g} : (-1,1) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ , definida por  $\bar{g}(t) = (2t^2+1, 4t^2+2)$  y sea  $C_2$  la curva de nivel 0 del campo escalar  $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x,y) = y - x^2 + 2x - 3$ .  
 a) Representar  $C_1$  y  $C_2$  en un mismo gráfico y determinar el área de la región del plano que queda encerrada entre ambas curvas.  
 b) Hallar, en caso de ser posible,  $F \circ \bar{g}$ .
- Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función con derivada continua que verifica  $f(0)=1$ ,  $f(1)=3$ .  
 Determinar el valor de  $\int_0^1 (f(x) \cdot f'(x) + x^2 e^{4x}) dx$ .
- Dados el campo escalar  $F(x,y) = \ln(1+x^2 y^2)$  y el campo vectorial  $\bar{G}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  cuya matriz jacobiana es  $J\bar{G}(u,v) = \begin{bmatrix} uv^2 & u^2 v \\ 3u^2 & -2 \end{bmatrix}$  y tal que  $\bar{G}(1,0) = (-1,2)$ , determinar:  
 a) la ecuación del plano tangente a la gráfica de  $F$  en el punto correspondiente a  $(1,1)$ .  
 b) el gradiente en  $(1,0)$  de la función compuesta  $F \circ \bar{G}$ .
- Dado el campo escalar definido por  $F(x,y) = x^2 y - 3y^2 + 2 + 3y$ ,  
 a) ¿En qué direcciones la derivada direccional de  $F$  en el punto  $(1,-1)$  es nula?  
 b) Analizar la existencia de extremos relativos de  $F$ .
- Determinar si es posible que la ecuación  $2x^2 - xyz - x + z - 2 = e^{xy}$  defina implícitamente  $z = z(x,y)$  en un entorno de  $(x_0, y_0) = (1,0)$ , con la condición  $z(1,0) = 2$ . En caso afirmativo, determinar la expresión del diferencial de  $z = z(x,y)$  en el punto dado.