**1.** ¿Las siguientes magnitudes son vectoriales o escalares?

a. El costo de una entrada a un recital
b. La fuerza ejercida para empujar un objeto
c. La temperatura de un líquido
d. La posición de un móvil respecto de un punto fijo
e. El peso de un cuerpo
f. La masa de un cuerpo

En los ejercicios que se presentan a continuación se sugiere utilizar algún graficador, como por ejemplo:

- Aplicaciones gratuitas para iOS o Android:

| Geogebra Calculadora Gráfica (en $R^2$) | Geogebra Calculadora 3D (en $R^3$) |
|---|---|
| | |

- Página web: https://www.geogebra.org/graphing

**2.** a. Sean los vectores $\bar{v}_1 = (3, 2)$, $\bar{v}_2 = (0, -2)$ y $\bar{v}_3 = (-1, 1)$. Realizar las siguientes operaciones y representarlas gráficamente. ¿Cómo se interpreta geométricamente de cada una de las operaciones dadas?

i. $3\bar{v}_1$ ii. $-\frac{1}{2}\bar{v}_2$ iii. $\bar{v}_2 + \bar{v}_3$ iv. $\bar{v}_1 - \bar{v}_3$ v. $-2\bar{v}_3 + \frac{1}{3}\bar{v}_1$

b. Dados los vectores $\bar{w}_1 = (1, 2, 0)$, $\bar{w}_2 = (3, 0, 0)$ y $\bar{w}_3 = (2, -1, ½)$ realizar las siguientes operaciones y representarlas geométricamente.

i. $\bar{w}_1 + \bar{w}_2$ ii. $2\bar{w}_3$ iii. $-\frac{1}{3}\bar{w}_2$

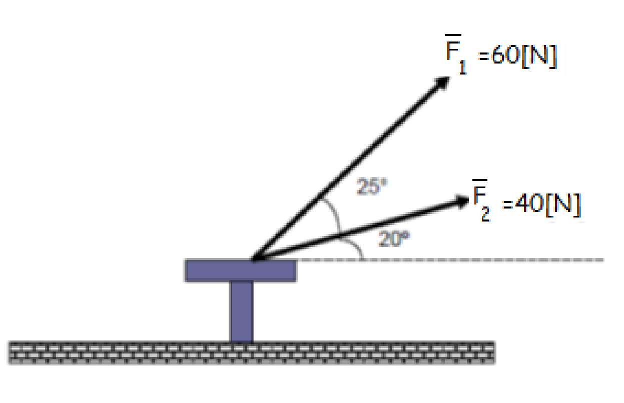
**3.** Si $\theta$ es el ángulo que forma el vector $\vec{v}$ con el eje x. Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores en el plano:

a. $\vec{v}$ tiene norma 3 y $\theta = \frac{\pi}{4}$

b. $\vec{v}$ tiene norma 2 y $\theta = \frac{\pi}{3}$

c. $\vec{v}$ tiene norma 1 y $\theta = \frac{4\pi}{3}$

**4.** Dos fuerzas $\overrightarrow{F_1}$ y $\overrightarrow{F_2}$ actúan sobre un tornillo, tal como se muestra en la siguiente figura (la fuerza está medida en Newton, N). Determinar la magnitud de la fuerza resultante $\vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F2}$




**5.** Dados los puntos P= (1, -3), Q = (-3, -1), R = (2, 3, 1) y S = (-2, 3, 0) se pide:

a. Calcular la longitud de los vectores $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$, $\overrightarrow{OR}$, $\overrightarrow{OS}$ siendo O el origen de coordenadas.

b. Hallar la norma del vector $\overrightarrow{PQ}$.

c. Hallar la distancia entre P y Q. Comparar con el ítem b.

d. Hallar la distancia entre R y S.

e. Hallar un vector unitario (versor) que tenga la misma dirección y sentido que $\overrightarrow{OR}$.

**6.** Encontrar un vector ortogonal a (1, -1) de longitud 5. ¿Es único? Y si la longitud del vector es 1, ¿es único el vector hallado?

**7.** Sean los vectores $\bar{u}$ = (4, -2. 1), $\bar{v}$ = (3, 1, -5) y $\bar{w}$ = (2, 3, -1)

a. Hallar $\bar{v} \cdot \bar{u}$ ; $\bar{w} \cdot (2\bar{u} - \bar{v})$ ; $\bar{v} \cdot (\bar{w} + \bar{u})$.

b. Obtener el ángulo comprendido entre $\bar{u}$ y $\bar{v}$ y entre $\bar{v}$ y $\bar{w}$.

c. Hallar $\bar{u}$ x $\bar{v}$, $\bar{u}$ x $\bar{w}$.

d. Obtener todos los vectores ortogonales a $\bar{v}$ y $\bar{w}$

Nota: Escaneando el siguiente código podrás visualizar todos los vectores ortogonales a $\vec{v}$ y $\vec{w}$.

**8.** Hallar el valor de k $\in$ R de modo tal que se verifiquen las condiciones pedidas en cada caso.

a. Los vectores (2, -1, 3) y ($\frac{k}{3}$, $\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{2}$) son paralelos.

b. Los vectores (1, 2. 3) y (k, 1, 5) son ortogonales.

**9.** Escribir una ecuación vectorial para cada una de las siguientes rectas en $R^2$ y representar gráficamente cada recta.

i. x + 2y = 4

ii. y = -x + 3

iii. L es la recta que pasa por los puntos (1, $\frac{2}{3}$) y (-2, $-\frac{1}{3}$).

iv. L es la recta que pasa por el origen de coordenadas, paralela a la recta x – 3y = 1.

**10.** Obtener en cada caso las ecuaciones vectorial, paramétrica y simétrica de la recta L en $R^3$ que verifica las siguientes condiciones. Representar gráficamente.

i. L es la recta que pasa por el punto (1, 3, -1) y tiene dirección (0, 1, 2).
ii. L es la recta que pasa por los puntos (1, 2, -1) y (2, 1, 1).
iii. L es la recta que pasa por los puntos (3, 2, -1) y (2, -2, 5).
iv. L es una recta ortogonal a $X=(0,0,1)+t(-1,2,-2)$ , $t \in R$, y pasa por el punto (-3, 2, 1). ¿Es única?

**11.** Determinar si las rectas dadas son coincidentes, paralelas, concurrentes o alabeadas.

i. X = (3, 1, 4) + $\lambda$ (-2, -3, 1) $\lambda \in R$ ; X = (6, -1, 2) + t(-5, -1, 3) , $t \in R$ .
ii. X = (0, -1, 2) + t(1, 3, 1); X = (1, 1, 2), + k(2, -1, 0), k, $t \in R$
iii. X = (1, 0, 0) + k(1, 0, -1) ; X = (3, 1, 1) + t(-2, 0, 2), k, $t \in R$
iv. $x+1=\frac{y+3}{2}=\frac{z+1}{-3}$ ; X = (-1, -3, -1) + $\lambda$ (2, 4, -6), $\lambda \in R$ .

**12.** Dado el plano de ecuación $\Pi$ : 3x + y + 2z = 1
a. Hallar dos puntos distintos que pertenezcan a $\Pi$ .
b. Hallar un versor normal a $\Pi$ .
c. Hallar la intersección del plano $\Pi$ con cada uno de los ejes coordenados.
d. Hallar la intersección del plano $\Pi$ con cada uno de los planos coordenados.
e. Hallar la ecuación de un plano paralelo a $\Pi$ que pase por el punto (1, 0, -1).
f. Hallar la ecuación de la recta normal a $\Pi$ que pasa por el punto (1, -1, 0).

**13.**

a. Hallar, en cada uno de los siguientes casos, las ecuaciones vectorial, cartesiana y paramétrica del plano normal al vector $\bar{n}$ que pasa por el punto P
   i. $\bar{n}$ = (-1, 3, -6) ; P = (5, 3, -2)
   ii. $\bar{n}$ = (0, -2, 1) ; P = (2, -1, 4)
b. Hallar las ecuaciones vectorial, cartesiana y paramétrica del plano que contiene a los puntos P, Q y R si:
   i. P = (1, 0, 0) ; Q = (0, 1, 1) ; R = (-1, 0, 2)
   ii. P = (2, -1, 3) ; Q = (3, 3, 2) ; R = (-1, -2, 0)

c. Hallar la ecuación del plano $\Pi$ que contiene al eje z y al eje x.
d. Hallar la ecuación del plano $\Pi$ que pasa por los puntos (1, -2, 4) y (1, 1, 8) y es normal al plano de ecuación x – 2y – 2z + 7 = 0.
e. Hallar la ecuación del plano $\Pi$ que pasa por el punto P = (0, 3, -4) y contiene a la recta de ecuación X = (2, -3, 1) + t(2, -2, 1), $t \in R$
   Nota: Escaneando el siguiente código podrás visualizar los objetos mencionados en el enunciado de este ítem que tal vez puedan resultarte de utilidad

f. Hallar la ecuación del plano $\Pi$ perpendicular a la recta de ecuación $\frac{x-1}{2}=\frac{y+6}{-1}=\frac{z-4}{4}$ y que pasa por el punto Q = (-1, 3, 2).

Nota: Escaneando el siguiente código podrás visualizar los objetos mencionados en el enunciado de este ítem que tal vez puedan resultarte de utilidad

Nota: Los ejercicios 13e) y 13f) y uno similar al 13b) los encontrarás resueltos a partir de la página 6.

**14.**

a. Hallar, si existe, la intersección entre los planos $\Pi_1$: $2x - y + z = 1$ y $\Pi_2$: $-x - y + 2z - 2 = 0$.
b. Hallar, si existe, la intersección entre los planos $\Pi_1$: $2x - y + 3z = 5$ y $\Pi_2$: $x + 3y - z = 2$.
c. Hallar, si existe, la intersección entre los planos $\Pi_1$: $-x + y + z = 1$ y $\Pi_2$: $-5x + 5y + 5z = 3$.
d. Hallar, si existe, la intersección entre el plano $\Pi$ : $x + 3y - z = 2$ y la recta L: $X = t(1, -1, -1) + (1, 0, -2)$, $t \in R$.
e. Hallar, si existe, la intersección entre el plano $\Pi$ : $2x + y + z = 0$ y la recta L: $X = t(-2, -1, -1) + (1, -1, 2)$, $t \in R$.

Nota: Los ejercicios 14b) y 14d) se encuentran resueltos en la página 10 de esta guía de trabajos prácticos. Para visualizar la representación gráfica de planos, podes utilizar aplicaciones gratuitas como el GeoGebra 3D (Android) y Quick Graph (IOs)

**15.** Sea $\Pi$ el plano que pasa por los puntos $P = (1, 0, 2)$; $Q = (0, -1, 3)$ y $R = (-1, 5, 2)$. Sea $B = (3, 4, 5)$ y sea r la recta perpendicular al plano $\Pi$ que pasa por B.

a. Determinar las ecuaciones del plano $\Pi$ y de la recta r.
b. Determinar las coordenadas del punto M, intersección de la recta r con el plano $\Pi$.

Nota: Escaneando el siguiente código podrás visualizar los objetos mencionados en el enunciado de este ítem y los pasos de construcción que tal vez puedan resultarte de utilidad

**16.** Dados los puntos $P_0 = (4, -1, 2)$, $P_1 = (k, 0, -1)$ y la recta $r_1$: $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$

a. Hallar la ecuación del plano $\Pi$ determinado por $P_0$ y $r_1$.
b. Obtener, si es posible, el valor de $k \in R$ para que el punto $P_1$ pertenezca a $\Pi$.

Nota: Escaneando el siguiente código podrás visualizar los objetos mencionados en el enunciado de este ítem y estimar el valor de k.

Algunos ejercicios resueltos

---

**Enunciado**:

Hallar las ecuaciones vectorial, cartesiana y paramétrica del plano que contiene a los puntos $P_0$ , $P_1$ y $P_2$ si

$$\begin{cases} P_0 = (-6; 6; 2) \\ P_1 = (-2; 3; 1) \\ P_2 = (4; 0; -1) \end{cases}$$

---

**Solución:**

"Tres puntos no alineados determinan un plano al cual pertenecen" expresa uno de los postulados de Euclides. Al plano que debemos determinar lo denominamos $\pi$ .

Tomando los puntos de a pares formamos dos vectores incluidos en el plano:

$\overrightarrow{P_0P_1} = \vec{a}$ A este vector formado por los puntos $P_0$ y $P_1$ lo denominamos $\vec{a}$ y se obtiene restando extremo menos origen.

$\vec{a} = P_1 - P_0$

$\vec{a} = (-2; 3; 1) - (-6; 6; 2)$

$\vec{a} = (4; -3; -1)$

De la misma forma se determina el vector $\vec{b}$

$\vec{b} = P_2 - P_0$

$\vec{b} = (4; 0; -1) - (-6; 6; 2)$

$\vec{b} = (10; -6; -3)$

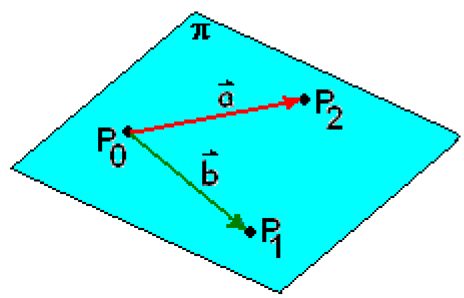



figura de análisis

Los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ no son paralelos pues sus componentes no forman proporción, esto refuerza la idea de que los puntos no están alineados y garantiza que podamos obtener las ecuaciones del plano $\pi$ .

Con estos dos vectores incluidos en el plano $\vec{a} \subset \pi$ y $\vec{b} \subset \pi$ y uno de los tres puntos dados como datos, por ejemplo $P_0$ = (-6; 6; 2) podemos armar la ***ecuación vectorial del plano***:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + t. \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + q. \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

con t y q reales

$$\Rightarrow \boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + t. \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} + q. \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{con } t, q \in R}$$

Desarrollando el segundo miembro de esta expresión, es decir, multiplicando los escalares t y q por los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ y sumando los vectores, se obtienen las ***ecuaciones paramétricas del plano***:

$$\boxed{\begin{cases} x = -6 + 4.t + 10.q \\ y = 6 - 3.t - 6.q \\ z = 2 - t - 3.q \end{cases} \quad \text{con } t, q \in R}$$

Volviendo a la figura de análisis, al realizar el producto vectorial entre los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, se obtiene un vector $\vec{n}$ perpendicular a ambos y en consecuencia también es perpendicular al plano donde están incluidos estos vectores. Esto se puede verificar aplicando la condición de perpendicularidad entre vectores, el producto escalar debe dar cero.

$\vec{a}=(4;-3;-1)$

$\vec{b}=(10;-6;-3)$

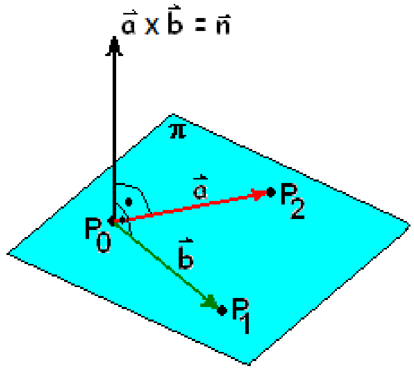


figura de análisis

El vector normal es $\vec{n}=\begin{vmatrix} \breve{i} & \breve{j} & \breve{k} \\ 4 & -3 & -1 \\ 10 & -6 & -3 \end{vmatrix} \Longrightarrow \vec{n}=3.\breve{i}+2.\breve{j}+6.\breve{k}$

Verificamos si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son perpendiculares a $\vec{n}$:

$$\begin{cases} \vec{a}.\vec{n}=0 \\ \vec{b}.\vec{n}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4.3-3.2-1.6=0 \text{ verifica } \vec{a}\perp\vec{n} \\ 10.3-6.2-3.6=0 \text{ verifica } \vec{b}\perp\vec{n} \end{cases}$$

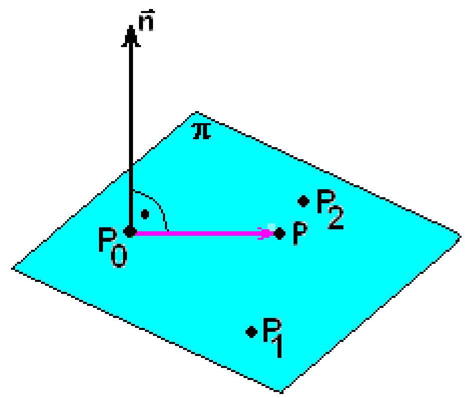


figura de análisis

Elegimos un punto P = (x;y;z) genérico del plano. Con él y el punto $P_0$ formamos el vector del plano $\overrightarrow{P_0P}$ que como todo vector del plano es perpendicular al vector normal $\vec{n}$.

Entonces por la condición de perpendicularidad se verifica que:

$\vec{n}.\overrightarrow{P_0P}=0$ ***Ecuación vectorial normal del plano***

$$(3;2;6).(x+6;y-6;z-2)=0$$
$$3.(x+6)+2.(y-6)+6.(z-2)=0$$
$$3x+18+2y-12+6z-12=0$$

$$\boxed{3x+2y+6z-6=0}$$

***Ecuación general del plano***

Como en este caso el plano no pasa por el origen de coordenadas ya que el (0 ; 0 ; 0) no satisface la ecuación se puede obtener la expresión segmentaria del plano:

$$3x+2y+6z-6=0$$
$$3x+2y+6.z=6$$

Dividimos miembro a miembro por 6

$$\frac{3x+2y+6.z}{6}=\frac{6}{6}$$

Distribuimos el denominador:

$$\frac{3x}{6}+\frac{2y}{6}+\frac{6.z}{6}=1$$

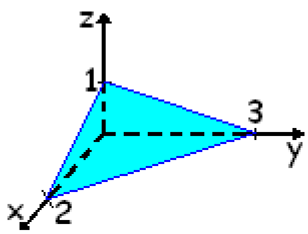
Simplificando:

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{1}=1$$ ***Ecuación segmentaria del plano***

Esta ecuación resulta útil para graficar al plano. Anulando de a dos a las variables obtenemos el punto de intersección entre el plano y el eje de la variable restante:

Si x = 0 y = 0 z = 1
Si x = 0 z = 0 y = 3
Si y = 0 z = 0 x = 2

Estos valores coinciden con los denominadores respectivos de la ecuación.




Tarea: verificar que la ecuación obtenida es correcta, es decir, que el plano obtenido pasa por los puntos indicados.

---

**Enunciado**:

13-e. Hallar la ecuación del plano π que pasa por el punto P = (0, 3, -4) y contiene a la recta de ecuación X = (2, -3, 1) + t(2, -2, 1), $t \in R$

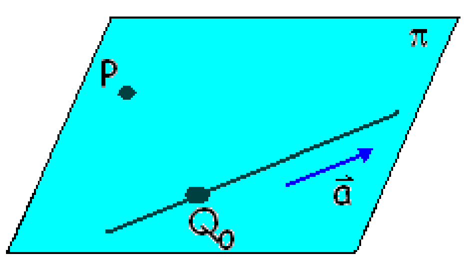
---

**Solución:**

De la ecuación de la recta podemos leer un punto de la misma y un vector director

$$X=\underbrace{(2;-3;1)}_{\text{Punto de la recta } Q_0}+t.\underbrace{(2;-2;1)}_{\text{Vector asociado } \vec{a}} \quad \text{con } t \in R$$

Como la recta está contenida en el plano, el vector asociado y el punto forman parte del plano



Con los puntos $Q_0$ de la recta y $P$ del plano formamos un vector $\overrightarrow{Q_0P}$ incluido en el plano.

$\overrightarrow{Q_0P} = P - Q_0 = (0;3;-4) - (2;-3;\ 1) \ \rightarrow \overrightarrow{Q_0P} = (-2;6;-5)$ lo llamamos $\vec{b}$

Con los datos obtenidos hasta ahora:

Los vectores $\vec{a} = (2;-2;1)$ y $\vec{b} = (-2;6;-5)$ y el punto $P$ = (0, 3, -4) podemos armar la ecuación vectorial del plano

$$\pi \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} + t.\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix} \text{con t y q reales}$$

Como el enunciado no especifica una ecuación particular del plano, podríamos tomar a la anterior por respuesta. Sin embargo, en general, se expresa al plano con su ecuación general. Para esto necesitamos un punto, que lo tenemos, es $P$, y un vector normal al plano que lo calculamos con el producto vectorial entre $\vec{a}$ y $\vec{b}$

$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \breve{i} & \breve{j} & \breve{k} \\ 2 & -2 & 1 \\ -2 & 6 & -5 \end{vmatrix} = 4.\breve{i} + 8.\breve{j} + 8.\breve{k}$ este vector es perpendicular al plano π, pero cualquier vector que sea múltiplo de él (paralelo) podemos usarlo como vector normal, por ejemplo a $\vec{n} = (1;2;2)$

Reemplazamos en la ecuación general del plano: $n_1x + n_2y + n_3z + k = 0$

$$x + 2.y + 2.z + k = 0$$

Como el punto $P$ = (0, 3, -4) pertenece al plano

$$1.0 + 2.3 + 2.(-4) + k = 0$$

Despejamos $k$:

$$k = 2$$

Reemplazamos en la ecuación el valor de $k$:

$$\pi \rightarrow x + 2.y + 2.z + 2 = 0$$

**Respuesta:** el plano buscado es $\boxed{\pi \rightarrow x + 2.y + 2.z + 2 = 0}$

---

**Enunciado**:

14-f. Hallar la ecuación del plano π perpendicular a la recta de ecuación $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+6}{-1} = \dfrac{z-4}{4}$ y que pasa por el punto Q = (-1, 3, 2).

---

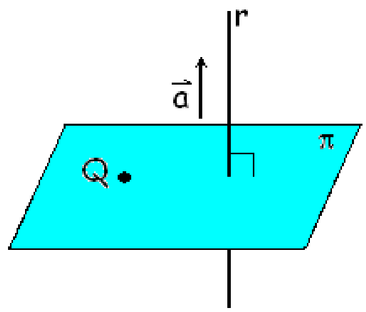
**Solución:**

De la ecuación de la recta podemos leer un punto de la misma y un vector asociado o vector director

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y+6}{-1}=\frac{z-4}{4}$$

Vector director $\vec{a}=(2;-1;4)$

Un punto perteneciente a la recta es P = (1; -6 ; 4).
La recta es perpendicular al plano, por lo que su vector asociado también lo es y lo usamos como vector normal al plano




Con el vector normal $\vec{a}=\vec{n}=(2;-1;4)$, armamos la ecuación general del plano: $n_1x+n_2y+n_3z+k=0$

Reemplazando:

$$2.x-y+4.z+k=0$$

Como el punto Q = (-1, 3, 2) pertenece al plano

$$2.(-1)-3+4.2+k=0$$

Despejando $k$ :

$$k=-3$$

Reemplazamos en la ecuación el valor de $k$:

$$\pi\rightarrow 2x-y+4z-3=0$$

**Respuesta:** La ecuación del plano buscado es: $\boxed{\pi\rightarrow 2x-y+4z-3=0}$

**Enunciado:**

14. b. Hallar, si existe, la intersección entre los planos $\pi_1$: 2x – y + 3z = 5 y $\pi_2$: x + 3y –z = 2.

**Solución:**

Si los planos se cortan pueden suceder dos cosas: una es que los planos sean coincidentes, y la otra es que se intersequen en una recta. La forma de averiguarlo es resolviendo el sistema de dos ecuaciones lineales con tres incógnitas, donde el sistema nunca puede dar compatible determinado (es imposible que dos planos que se corten den por resultado un único punto). Además al aplicar el teorema de clasificación de los sistemas a través del rango, el rango de la matriz de coeficientes y el de la ampliada (como máximo 2) no pueden valer igual al número de incógnitas (3).

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \end{array}\right) F_1\text{-}2.\,F_2 \rightarrow F_1 \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -7 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \end{array}\right) -\tfrac{1}{7}\,F_1 \rightarrow F_1 \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -\frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ 1 & 3 & -1 & 2 \end{array}\right) \rightarrow$$

$$F_2\text{-}3.F_1 \rightarrow F_2 \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -\frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ 1 & 0 & \frac{8}{7} & \frac{17}{7} \end{array}\right)$$

Volviendo a las variables: $\begin{cases} y-\frac{5}{7}z=-\frac{1}{7} \\ x+\frac{8}{7}z=\frac{17}{7} \end{cases}$ despejando: $\begin{cases} y=-\frac{1}{7}+\frac{5}{7}z \\ x=\frac{17}{7}-\frac{8}{7}z \end{cases}$

Armamos el conjunto solución:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{17}{7} - \frac{8}{7}z \\ -\frac{1}{7} + \frac{5}{7}z \\ z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{17}{7} \\ -\frac{1}{7} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{8}{7}z \\ \frac{5}{7}z \\ z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{17}{7} \\ -\frac{1}{7} \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{z}{7}.\begin{pmatrix} -8 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Llamamos a $t = \frac{z}{7}$ y queda: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{17}{7} \\ -\frac{1}{7} \\ 0 \end{pmatrix} + t.\begin{pmatrix} -8 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ , $t \in R$, que es la ecuación vectorial de la recta resultado de la intersección de los dos planos **$\pi_1$ y $\pi_2$**

Respuesta: $\pi_1 \cap \pi_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{17}{7} \\ -\frac{1}{7} \\ 0 \end{pmatrix} + t.\begin{pmatrix} -8 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} \text{, con } t \in R \right\}$

**Enunciado:**

14. d. Hallar, si existe, la intersección entre el plano π: x + 3y – z = 2 y la recta L: t(1, -1, -1) + (1, 0, -2), *t* ∈ *R* .

**Solución:**

La recta **L** dada por la ecuación en su forma vectorial:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t.\underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}}_{\text{Vector director la recta}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}}_{\text{Punto de la recta}} \qquad t \in R$$

A medida que cambiamos el valor del parámetro "t"se obtienen distintos puntos de la recta.

Expresamos sus ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = -t \\ z = -t - 2 \end{cases}$

Reemplazamos en la ecuación general del plano **π**: x + 3 . y – z = 2

① $(t+1) + 3.(-t) - (-t-2) = 2$

Buscamos si existe o no un valor particular de "t" para el cual se verifique la ecuación ①

$t + 1 - 3.t + t + 2 = 2$

$-t + 3 = 2$

$t = 1$

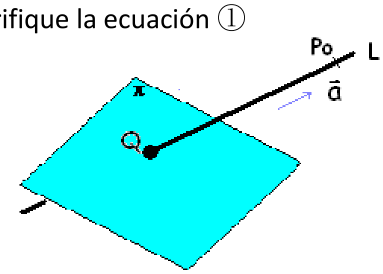



figura de análisis

Para obtener el punto de intersección, reemplazamos el valor de t obtenido en las ecuaciones paramétricas de la recta

$$\begin{cases} x = 1 + 1 = 2 \\ y = -1 \\ z = -1 - 2 = -3 \end{cases}$$

El punto Q de coordenadas (2; -1; -3) es común a la recta **L** y al plano **π.** Verificamos esto último reemplazando en la ecuación del plano: 2+ 3. (-1)- (-3) = 2.

**Respuesta: L ∩ π =** $\{(2;-1:-3)\}$

***Observaciones:***

1) En la expresión ① puede ocurrir que se cancelen todas las "t" y quede una igualdad. Esto significa que para todo valor real del parámetro "t" se verifica la igualdad, lo que geométricamente representa que no existe un único punto de intersección entre la recta y el plano, si no infinitos, es decir la recta está incluida en el plano.

2) En la expresión ① puede ocurrir que se cancelan todas las "t" y quede un absurdo. En este caso no existe ningún valor de "t" que cumpla con la condición: la recta es paralela exterior al plano y no hay intersección.