

Guía de problemas 1

Modelado matemático

Problema 1a

La reacción $A \rightarrow P$ se desarrolla en fase líquida y su cinética es $r = k C_A$ siendo $k = 5 \times 10^{-4} \text{ seg}^{-1}$ a la temperatura de operación. La misma se lleva a cabo en procesos discontinuos en los que se pretende alcanzar una conversión de A del 99 %. Dado que la reacción es fuertemente exotérmica y el proceso debe llevarse a cabo a temperatura constante, se ha pensado regular la generación de calor operando en forma semicontinua. El reactor a utilizar es de 4 m^3 y se han propuesto tres políticas de operación:

- i) llenar el reactor con 2 m^3 de solvente y 2 m^3 de una solución de A de concentración 1 kmol/m^3 y operar totalmente en forma discontinua.
- ii) cargar el reactor con 2 m^3 de solvente y agregar una solución de A de concentración de 1 kmol/m^3 con un caudal de $1 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.
- iii) cargar el reactor con 2 m^3 de solvente y 1 m^3 de una solución de A de concentración 1 kmol/m^3 y luego continuar agregando el resto de la solución de A con un caudal de $5 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$.

En ambos casos, la corriente de la solución de A alimentada al reactor está a la temperatura de operación del reactor.

Se desea conocer la ecuación diferencial de balance de masa (expresado en unidades de $[A]/\text{tiempo}$) y energía para cada caso.

Problema 1b

Se instala un frigorífico en las inmediaciones de un arroyo que desemboca en un lago cuyo volumen es prácticamente constante en aproximadamente 106 m^3 por la acción de un brazo efluente que desagota agua a la misma velocidad con que el lago lo recibe. Si la fábrica bombea al arroyo sus efluentes industriales que portan con un contaminante no biodegradable a razón de $2 \text{ m}^3/\text{seg}$ con una concentración de 1 kg/m^3 , a) como evolucionará los niveles de contaminación al cabo de 10 hs, 100 hs y un año en verano, cuando el caudal del arroyo es de $500 \text{ m}^3/\text{seg}$ y en invierno cuando éste desciende a $100 \text{ m}^3/\text{seg}$?, b) como se modifica la formulación del modelo si el contaminante se degrada en el lago con una cinética de primer orden?

Problema 2

Plantee el modelo diferencial y las condiciones de contorno e iniciales (cuando corresponda) que describen matemáticamente los siguientes procesos:

- Esterilización de una lata conteniendo una crema de limpieza, mediante vapor condensante sobre la superficie. Inicialmente la lata se encuentra a temperatura uniforme.
- Refrigeración de una esferas de alginato conteniendo bacterias en una cámara fría. Inicialmente, en el interior de las esferas la temperatura varía proporcionalmente con el radio. Considere un Biot=1 y que la generación de calor por respiración no es despreciable.
- Difusión de sal en un cubo de queso que inicialmente se encuentra sin sal y que el proceso de salado se produce en un tanque de grandes dimensiones con un coeficiente convectivo de transferencia de materia tendiendo a infinito.

Problema 3

El siguiente modelo fue extraído de: **Ismail Tosun, "Modelling in Transport Phenomena. A Conceptual Approach". Copyright © 2002 Elsevier B.V. All rights reserved**

$$\boxed{\frac{\partial c_A}{\partial t} = \frac{D_{AB}}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial c_A}{\partial r} \right) - k c_A} \quad (11.3-6)$$

The initial and the boundary conditions associated with Eq. (11.3-6) are

$$\text{at } t = 0 \quad c_A = 0 \quad (11.3-7)$$

$$\text{at } r = 0 \quad \frac{\partial c_A}{\partial r} = 0 \quad (11.3-8)$$

$$\text{at } r = R \quad c_A = c_A^* \quad (11.3-9)$$

where c_A^* is the equilibrium solubility of species \mathcal{A} in liquid \mathcal{B} .

Describa, con nivel de detalle adecuado, a que modelo físico y proceso puede asociarse dicho modelo matemático.

Problema 4

Describe un modelo físico representado por el siguiente modelo matemático, indicando geometría, condiciones del ambiente, otras consideraciones, etc.:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right)$$

$$C(t, R, z) = 10$$

$$C(t, r, H) = 10$$

$$\left. \frac{\partial C}{\partial r} \right|_{r=0} = 0$$

$$\left. \frac{\partial C}{\partial z} \right|_{z=0} = 0$$

Donde la variable "C", indica concentración de un componente y D es el coeficiente de difusión del componente C en la matriz correspondiente.

Problema 5

Se estudia el caso de la esterilización de un guiso de carne, papas y arvejas en un autoclave comercial con mezclado interno y de doble pared por la que circula agua a temperatura de ebullición.

Se supone que:

- La temperatura de la salsa del guiso alcanza instantáneamente la del agua de calentamiento (transferencia de calor muy rápida a la solución y mezclado perfecto)
- Los alimentos tienen tamaño y composición constante a lo largo del proceso.
- El coeficiente de transferencia de calor salsa-ingredientes es lo suficientemente alto como para aceptar temperatura superficial constante e igual a la de la solución.

Las condiciones del procesamiento son las siguientes:

- Tamaño de los alimentos: Carne: Cubos de 1.25 cm de lado; Papa: Cubos de 1.00 cm de lado; Arvejas: Esferas de 0.9 cm de diámetro.

- Temperatura inicial de los componentes: 20.0 °C
- Temperatura final a alcanzar: 80.0°C en el centro de los cubos de carne

Se pide:

1- Los valores específicos de:

Propiedades térmicas de papa, arveja y carne, las que se consideran variables con la temperatura

Además:

- 2- Hallar los balances microscópicos de energía que caracterizan al sistema
- 3- Indicar condiciones iniciales y de contorno correspondientes

Problema 6

Se estudia el caso de la esterilización continua de una solución de goma xántica de alta viscosidad en un intercambiador de calor de doble tubo. Por el tubo interior circula la solución y por el exterior circula agua a temperatura de ebullición.

Se supone que:

- La solución circula con flujo laminar por el interior del tubo.

Las condiciones del procesamiento son las siguientes:

- Temperatura inicial de la solución: 20.0 °C
- Temperatura final a alcanzar: 80.0°C en el centro del tubo.

- 1- Hallar los balances microscópicos de energía que caracterizan al sistema
- 2- Indicar condiciones iniciales y de contorno correspondientes

Problema 7

Teniendo en cuenta el siguiente texto, desarrolle los modelos que a su criterio puedan representar el proceso de fritura en cuanto a los cambios de masa y energía, considerando como productos bastones de papa de 1x1x10 cm.

24.2.2 Heat and mass transfer in frying

Several phenomena take place simultaneously during frying:

1. Cooking (thermal effects): one of the major objectives of frying is to cook the food, i.e. to induce thermal reactions such as gelatinization of starch, denaturation of proteins, hydrolysis, development of flavors, Maillard browning and caramelization etc., known collectively as cooking
2. Dehydration: loss of moisture occurs, intentionally or unintentionally, during frying
3. Changes in fat content: oil uptake by the food occurs during deep frying while loss of fat may take place in pan frying (Ufheil and Escher, 1996; Sioen et al., 2006; Haak et al., 2007)

Problema 8

Se secan rodajas de manzana de 8cm de diámetro por 3cm de espesor. La cáscara que envuelve el espesor de la rodaja es hermética a la difusión de agua. El proceso de secado ocurre en un ambiente a alta velocidad de flujo de aire caliente.

La siguiente ecuación diferencial permite describir la evolución del contenido de agua en la rodaja:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right)$$

- a) Puede usted asegurar que el modelo propuesto describe correctamente el modelo físico en cuestión?. Justifique su respuesta.
- b) Complete el modelo matemático indicando las condiciones iniciales y de contorno.
- c) Proponga valores para los parámetros y constantes del modelo.

Problema 9

Una esfera sólida de acero que se encuentra a temperatura uniforme T_1 se sumerge de manera repentina en un tanque con agua bien agitado. La temperatura inicial del agua en el tanque es T_0 ($T_1 > T_0$) y el tanque se encuentra perfectamente aislado.

Asumiendo que las propiedades físicas de la esfera y del fluido permanecen constantes.

- a) Encuentre una expresión que relacione la temperatura de la esfera y del fluido con el tiempo. Calcule el valor numérico de la temperatura en el centro de la misma, si $T_1=100$ y $T_0=30$ y la relación volumen de esfera/volumen de agua = 0.05.

Encuentre una expresión para calcular la temperatura de estado estacionario y el valor de la misma.

Problema 10

Se realiza una extracción en una etapa, utilizando un solvente alcohólico, para obtener un extracto de pimienta, cuyo componente principal es la piperina.

Como materia prima se utiliza pimienta en grano.

Se coloca solvente hasta completar el volumen del tanque. Se mantienen en contacto las fases agitando durante un tiempo t_1 .

- a) Suponiendo que la difusión es controlada por la resistencia en la interfase pimienta-solvente (esto es, **resistencia interna despreciable**), plantear las ecuaciones de balance correspondientes que describan la evolución y el perfil de la concentración de piperina en la pimienta.
- b) Suponiendo que la difusión es controlada por la resistencia interna (con **resistencia externa despreciable**). plantear las ecuaciones de balance correspondientes que describan la evolución y el perfil de la concentración de piperina en la pimienta.

Suponer en ambos casos que la concentración inicial de piperina en el solvente es cero y que el volumen de solvente es infinito.

Indicar las condiciones iniciales y de contorno en caso que el modelo lo requiera.

En todos los casos indique las unidades de cada una de las variables involucradas.