

Álgebra matricial

1. a. $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

b. No se puede realizar

c. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ -1 & 2 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \text{ tr}(AB) = 3$

f. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \end{pmatrix} \text{ tr}(BA) = 3$

2. a. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

b. $AB = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -2 & 4 & 10 \\ -2 & 10 & 22 \end{pmatrix} \neq BA = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 13 & 10 & 13 \\ 22 & 16 & 10 \end{pmatrix}$

3. $x = \frac{-1}{3}, y = -2$

4. a. 1 b. 6 c. -8 d. -1 e. 96

5. $k = 0, k = 2, k = -2, k = -1, k = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, k = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

6. $\det(A) = 2, \det(B^T) = 6, \det(AB) = 12, \det(2A) = 16, \det(A^{10}) = 2^{10}, \det(A^5B - A^5) = 2^8$

7. a. $\det(B) = 80$ b. $\det(B) = 160$ c. $\det(B) = -10$ d. $\det(B) = 80$

8. a. No es inversible

b. i. Es inversible ii. $B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

c. i. Es inversible ii. $C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -13 & 1 & -5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

d. i. Es inversible ii. $D^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{5}{28} \\ 0 & 1 & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$

9. i. $X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 3 & 0 \\ \frac{3}{2} & -9 & 2 \\ -1 & 9 & -2 \end{pmatrix}$ ii. $X = (4A + 2B)A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 16 \\ 6 & 12 & 24 \\ 6 & 9 & -23 \end{pmatrix}$

11. a. $\det(A^2 B^T C) = -3$ b. $\det(B) = \frac{3}{8}$, $\det((4B)^{-1}) = \frac{1}{24}$, $\det(4B^{-1}) = \frac{512}{3}$ c. $\det(B) = \frac{2}{3}$

Sistema de ecuaciones lineales

12. a. No es solución del sistema original ni del sistema homogéneo asociado.
 b. Es solución del sistema original ni del sistema homogéneo asociado.
 c. Es solución del sistema homogéneo asociado.
 d. No es solución del sistema original ni del sistema homogéneo asociado.
 e. No es solución del sistema original ni del sistema homogéneo asociado.

13. a. $X = (1 \ 2)^T$ Sistema compatible determinado
 b. $X = (0 \ 1) + t(1 \ -2)$, con $t \in \mathbb{R}$. Sistema compatible indeterminado.
 c. Sistema incompatible
 d. $X = (1 \ 2)^T$ Sistema compatible determinado
 e. $X = (0 \ 2)^T + t(1 \ -2)^T$, con $t \in \mathbb{R}$. Sistema compatible indeterminado.
 f. Sistema incompatible.

14.

a. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

b. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, Sistema incompatible

c. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ Sistema incompatible.

15. a. i. $X = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ii. $\text{Nul}(A) = (0 \ 0 \ 0)^T$

b. i. $X = (-1 \ 0 \ 1)^T + \lambda(-4 \ 3 \ 5)^T$, $\lambda \in \mathbb{R}$ ii. $\text{Nul}(A) = \text{gen}\{(-4 \ 3 \ 5)\}$

c. i. $X = (3 \ -2 \ -1 \ 0)^T + \lambda(-1 \ 1 \ 1 \ 1)^T$, $\lambda \in \mathbb{R}$ ii. $\text{Nul}(A) = \text{gen}\{(-1 \ 1 \ 1 \ 1)\}$

d. Sistema incompatible

16. Hay dos posibilidades:

- 12 camiones del tipo A, 6 del tipo B y 2 del tipo C
- 13 camiones del tipo A, 2 del tipo B y 4 del tipo C.

17. Hay tres posibilidades:

- 2 alacenas, 0 escritorios, 2 mesas y 2 sillas.
- 4 alacenas, 2 escritorios y ninguna mesa ni ninguna silla.
- 3 alacenas y una unidad de cada uno de los restantes muebles.

18. El sistema tiene infinitas soluciones.

19. a. $k \neq -\frac{3}{4}$ b. No existen tales valores de k c. $k = -\frac{3}{4}$

20. Si $k \neq 0$, $k \neq -1$ es sistema es compatible determinado. Para $k = 0$ y $k = -1$ el sistema es incompatible.