

Estimado alumno: la siguiente evaluación consta en total de 6 ejercicios. Tienes tres horas para su resolución. Para aprobar este examen necesitas realizar de manera correcta y justificada por lo menos 3 ejercicios completos.
¡Buena suerte! ☺

Ejercicio 1

- Demostrar que siendo A y B dos conjuntos en un universal U, se verifica que $(A \cup B) - (A' \cap B) = A$
- Obtener, si existe, el termino independiente del desarrollo del siguiente binomio $(3x^2 + \frac{2}{x})^{48}$

Ejercicio 2

Sea $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ un álgebra de Boole. Se define en el conjunto B la siguiente relación R:

$$\forall x, y \in B: xRy \text{ si y sólo si } x \cdot y = x$$

Demostrar que R es una relación de orden en toda álgebra de Boole B.

Ejercicio 3

Indicar si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa, justificar cada respuesta:

- $S = \{x \in \mathbb{Z} / x = 4 \cdot k, \text{ para algún } k \in \mathbb{Z}\}$, analizar si $(S, +)$ es o no un subgrupo del grupo $(\mathbb{Z}, +)$.
- $\neg[\forall x : (\neg p(x) \rightarrow q(x))] \Leftrightarrow \exists x : [\neg p(x) \wedge \neg q(x)]$

Ejercicio 4

Hallar el valor de a_{12} para la sucesión $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, que es solución de la ecuación de recurrencia: $a_{n+2} - 2a_n = -a_{n+1} \quad (n \geq 1)$, con las condiciones: $a_1 = -1$, $a_2 = 5$.

Ejercicio 5

Con los dígitos 1,2,3,5,7 y 9 se forman números de cuatro dígitos.

- Si los dígitos tienen que ser diferentes ¿Cuántos de estos están entre 2000 y 7500?
- Si pueden repetirse dígitos ¿cuántos de estos son pares y tienen por lo menos dos veces al 1?

Ejercicio 6

- Demostrar que para toda n natural resulta que: $4^n - 1$ es divisible por 3
- Dada la siguiente matriz de adyacencia M de un grafo, determinar el grado de cada vértice y analizar si el grafo es o no simple. ¿Es un grafo conexo? Justificar.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$