

1. Dados $z = 2 + i$, $w = -3i$, $v = 1 + \frac{1}{2}i$ efectuar las siguientes operaciones

- $z + w$
- $-w + 2v$
- $z \cdot v + w^2$
- $\operatorname{Re}(3v - z) \cdot i$

2. Sea $z = x + iy$, con $x, y \in \mathbb{R}$, un número complejo. Demostrar que $\overline{z \cdot z} = x^2 + y^2$

3. Efectuar las siguientes operaciones entre números complejos:

- $(1 + i) : (2 + 3i)$
- $\frac{\overline{2 - i}}{i + 1}$
- $(2 + 3i) - \frac{5i}{7 - 2i}$

4. Para cada uno de los siguientes números complejos, calcular su módulo y su argumento. Representarlos en el plano complejo.

- $z = 1 + i$
- $w = -1 + \sqrt{3}i$
- $z = 2 - 2i$
- $v = -3 - \sqrt{3}i$

- 5.
- Geoméricamente, ¿qué efecto se produce en un número complejo z al sumarle $2 - i$? ¿y si a z se lo multiplica por $-3i$?
 - ¿Qué efecto produce geoméricamente la multiplicación de un número complejo z por $1 + i$?
 - Si a un número complejo z se lo multiplica por $-i$ y luego se le resta 2 ¿qué efecto se produce geoméricamente sobre z ?

6. Expresar los números complejos del ejercicio 4 en forma polar y en forma trigonométrica.

7. Probar cada una de las siguientes identidades, válidas para cualquier par de números complejos z, w (con la restricción w no nulo en los cocientes en que interviene).

- $|zw| = |z| |w|$
- $|z / w| = |z| / |w|$
- $|z^n| = |z|^n$, con $n \in \mathbb{N}$.
- $|z| = |\overline{z}|$
- $z^{-1} = \overline{z} / |z|^2$
- $|z^{-1}| = |z|^{-1}$

8. Interpretar geoméricamente las siguientes identidades válidas para cualquier par de números complejos.

- $\arg(z \cdot w) = \arg(z) + \arg(w)$
- $\arg(z) = -\arg(\overline{z})$

9. Dados los números complejos: $z_1 = 3 + 2i$; $z_2 = 4 e^{\frac{\pi}{2}i}$; $z_3 = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$, realizar las siguientes operaciones:

- $(z_1 + z_2)z_3$
- $|z_1| + i \overline{z_3}$
- $\frac{z_2}{z_3} + iz_1$
- $(z_1 \cdot z_2) + |z_2| - 2z_1$

10. Efectuar las siguientes operaciones en \mathbb{C} , utilizando el sistema de representación más adecuado en cada caso. Por $\sqrt[n]{z}$ con n natural, entender el conjunto de todos los números complejos w tales que $w^n = z$

- $\sqrt[3]{1+i}$
- $\sqrt[4]{16}$
- $\sqrt{-i}$
- $\sqrt[5]{i}$
- $(1+i)^{14}$
- i^{84}
- $(-i)^{35}$

11. Determinar todos los números complejos z que satisfacen las siguientes ecuaciones.

- $z^2 + 2 = 3z$
- $z^3 + 8 = 0$
- $z^4 + \sqrt{3}i = 1$
- $z^6 = 1 + i$
- $(z^2 - 4)(z^2 - 2z + 5) = 0$
- $z^3 - (1 + i)z = 0$
- $(z^3 - 1 + i)(z^2 + 9) = 0$