Unidad 3 · Ecuaciones e Inecuaciones

Analicemos el siguiente problema:

N pinturas distintas se pueden colgar en dos clavos de 110 formas distintas. ¿Cuántas pinturas hay?

En este problema, aparece una cantidad o incógnita a revelar que es el número de pinturas, dicha incógnita se simboliza con la letra N.

Tenemos 2 clavos y 110 posibilidades de seleccionar 2 cuadros de un total de N para colgar en dichos clavos…

¿Cómo podemos expresar simbólicamente este enunciado de manera de poder dar respuesta a esta pregunta?

Pensemos un poco…

Si tenemos 2 clavos y N cuadros a colgar podemos seleccionar cualquiera de estas N pinturas para colgar en el primer clavo. Una vez elegida dicha pintura nos quedan (N-1) pinturas para elegir la segunda a colgar.

Por lo tanto tenemos N elecciones posibles para el primer clavo y por cada una de estas N elecciones tenemos (N-1) elecciones para el segundo cuadro. De donde N(N-1) es igual al número de formas en que se pueden colgar los N cuadros, es decir N(N-1)=110

Llegamos a una igualdad N(N-1)=110 la cual contiene una incógnita N que queremos encontrar, es decir estamos ante una ecuación.

Una ecuación es una igualdad en la que aparecen juntos números y letras a las que llamamos incógnitas. Resolver una ecuación consiste en hallar aquellos valores de la incógnita que hacen verdadera la igualdad.

En nuestro problema la ecuación a la cual llegamos es $N^2 - N = 110$

¿Cómo podemos resolverla?

En esta unidad aprenderemos a resolver ecuaciones. Al terminar, ustedes, deberán poder resolver correctamente ecuaciones e inecuaciones lineales y cuadráticas; tanto aquellas dadas en forma explícita, como aquellas que se deducen de una situación problemática o requieren de un proceso algebraico previo.

También, deberán ser capaces de interpretar enunciados de problemas, realizar un planteo inicial y desarrollar procedimientos que lleven a la solución de los mismos. Asimismo, tendrán que decidir qué soluciones no tienen sentido en el contexto del problema o para determinadas condiciones iniciales y descartarlas.

Esperemos entonces a profundizar en este tema para dar respuesta a la ecuación planteada…

Contenidos de esta unidad

TEMA 1 · Ecuaciones Lineales

Una ecuación lineal es el tipo más sencillo de ecuación. Es aquella donde la incógnita aparece elevada a la 1.

En forma simbólica, una ecuación lineal es aquella que se puede reducir a la expresión: $\boxed{ax + b = c}$

Donde *a, b* y *c*, representan constantes reales con $a \neq 0$ y x es la incógnita a determinar.

$3x + 4 = 7$

$14x + 8 = -x + 18$

Resolución de ecuaciones

Resolver una ecuación, consiste en hallar el conjunto de valores de la incógnita que verifican la igualdad.

Para hallar dicha solución, intentaremos transformar la ecuación original en otra equivalente, donde la variable aparezca sola de un lado del igual, y del otro lado aparezca la cantidad que es solución de dicha ecuación.

Llamamos ecuación equivalente a aquella que resulta de aplicar algún procedimiento a la ecuación dada y posee el mismo conjunto solución que la original.

Las reglas que nos permiten transformar una ecuación en otra equivalente son las siguientes:

:: Si se suma o resta un mismo número a ambos miembros de una ecuación, las soluciones de dicha ecuación no cambian, es decir se obtiene una ecuación equivalente a la dada.

$A=B \Leftrightarrow A+k=B+k$ $\qquad$ $A=B \Leftrightarrow A-k=B-k$

donde k es una constante real y A y B expresiones algebraicas

:: Si se multiplica o divide por un mismo número, distinto de cero, a ambos miembros de la ecuación, las soluciones de dicha ecuación no cambian.

$A=B \Leftrightarrow A.k=B.k$ $\qquad$ $A = B \Leftrightarrow \frac{A}{k} = \frac{B}{k}$

donde k es una constante real no nula y A y B expresiones algebraicas.

El símbolo $\Leftrightarrow$ se lee "es equivalente a" o "si y sólo si".

Resuelvan las siguientes ecuaciones:

1) $3x+4=7$

Nuestro objetivo es transformar la ecuación original en otra equivalente de la forma x=k donde k sería la solución de dicha ecuación.

$3x+4=7 \Leftrightarrow$

Sumamos -4 a ambos términos y operamos

$3x+4+(-4)=7+(-4) \Leftrightarrow$

$3x=3$

Noten que las operaciones propuestas persiguen la finalidad ya enunciada que es dejar sólo x en un miembro de la ecuación. Por este motivo se eligen operaciones "contrarias"

$\frac{1}{3}3x=\frac{1}{3}3 \Leftrightarrow$

Multiplicamos por $\frac{1}{3}$ ambos términos y operamos.

$x=1$

Llegamos a la solución

Verificación

Para verificar que x=1 es solución de dicha ecuación, sustituimos x por 1 en la ecuación original y deberemos obtener una identidad.

En la ecuación 3x+4=7 sustituimos x por 1: $3(1)+4\overset{?}{=}7$

Si ahora operamos, llegamos a $7=7$, por lo tanto x=1 es solución.

Veamos otro caso.

2) $5x+2=5(x-1)$

$5x+2=5(x-1) \Leftrightarrow$

Aplicamos distributiva en el segundo término.

$5x+2=5x-5 \Leftrightarrow$

Juntamos las incógnitas para lo cual sumamos a ambos términos -5x.

$5x+2+(-5x)=5x-5+(-5x) \Leftrightarrow$

Si ahora sumamos los términos semejantes…

2=-5 ABSURDO!!

2 no es igual a 5 **nunca**. Como esta última ecuación es equivalente a la original, el absurdo nos está indicando que la misma no posee solución y que por lo tanto el conjunto solución **es vacío**

A continuación, compartimos otra situación:

3) $5x+2=5\left(x+\frac{2}{5}\right)$

$5x+2=5\left(x+\frac{2}{5}\right) \Leftrightarrow$

Al igual que el en caso anterior aplicamos distributiva en el segundo término:

$5x+2=5x+2 \Leftrightarrow$

Juntamos las x para lo cual sumamos (-5x) en ambos términos

$5x+2+(-5x)=5x+2+(-5x)$

$\Leftrightarrow 2=2$ IDÉNTICOS

Operamos sumando términos semejantes

2 es igual a 2 siempre. Como esta última ecuación es equivalente a la primera, la identidad nos está indicando que la ecuación original se verifica siempre, cualquiera sea el valor de x, es decir posee infinitas soluciones. Por este motivo, **el conjunto solución son todos los números reales.**

Veamos otros casos:

4) Seguidamente, mostramos la resolución de una ecuación que está mal hecha, les proponemos que sigan dicha resolución e indiquen cuál fue el error cometido.

$$7-3x=-5 \Leftrightarrow 7+x=\frac{-5}{3} \Leftrightarrow x=\frac{-5}{3}-7 \Leftrightarrow x=\frac{-26}{3}.$$

Verificación:

$7-3\left(\frac{-26}{3}\right)\overset{?}{=}-5 \Leftrightarrow 7+26\overset{?}{=}-5$, pero 33≠-5 MAL!!! La solución hallada **No** verifica la ecuación.

¿Descubrieron cuál fue el error?

Veamos si es así…

Una forma de detectar el error es intentar justificar, tal cual lo hicimos en las resoluciones anteriores, cada paso de la resolución. Analicemos entonces el primer paso de la resolución

$7+3x=-5 \Leftrightarrow$ Para lograr que la variable x quede multiplicada por 1 deberemos multiplicar **ambos términos de la ecuación por** $\frac{1}{3}$

En este caso nos quedaría $\left(\frac{1}{3}\right)(7+3x)=\frac{-5}{3}\left(\frac{1}{3}\right)$ En la expresión obtenida primero deberemos distribuir el $\frac{1}{3}$ para poder seguir despejando nuestra incógnita.

$7+x=\frac{-5}{3} \Leftrightarrow$

$$\left(\frac{1}{3}\right)(7+3x)=\frac{-5}{3}\left(\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{7}{3}+x\right)=\frac{-5}{9}$$

Esto nos permite ver que la expresión $7+x=\frac{-5}{3}$ **no es equivalente** a nuestra ecuación original. El error proviene de que 3 sólo estaba multiplicando a x y no a todo el primer término de la ecuación. Resolvamos el ejercicio anterior correctamente:

$7+3x=-5 \Leftrightarrow$

Antes de empezar conviene siempre identificar cuál es la operación principal

En nuestro ejemplo esta operación es la suma.

$7+3x$

$(-7)+7+3x=(-7)-5 \Leftrightarrow$

Para lograr despejar x primero conviene sumar -7 a ambos términos

$\left(\frac{1}{3}\right)3x=-12\left(\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow$

Ahora sí multiplicamos por $\frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow x=-4$

Verificación: $7+3(-4)\overset{?}{=}-5$

5=5 Verifica! De donde x=-4 es solución de la ecuación

Analicemos ahora problemas en cuya resolución intervienen ecuaciones de primer grado.

5) Las amplitudes en grados de los ángulos interiores de un triángulo son tales que uno de ellos es el triple del menor y la mitad del mayor. Determinen cuánto mide cada ángulo.

1º paso: identificamos las variables que intervienen en el sistema

En nuestro ejemplo las incógnitas son las medidas de los ángulos interiores al triángulo.

Supongamos que llamamos **x la medida del ángulo al que hace referencia el problema**.

A partir de esto podemos definir la amplitud de los restantes ángulos en función de x:

Sabemos que “la amplitud de uno de ellos es el triple del menor”

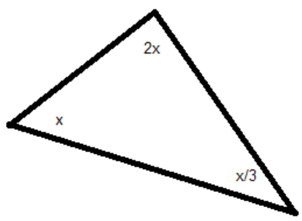
En símbolos: x = 3. (amplitud ángulo menor) **Medida ángulo menor:** $\frac{x}{3}$

“la amplitud de uno de ellos es la mitad del mayor”

En símbolos: $x = \frac{\textit{amplitud ángulo mayor}}{2}$ Amplitud ángulo mayor: 2x

2º paso: Si es posible realizamos una figura de análisis y ubicamos los datos en dicha figura

Figura de análisis



3º paso: Establecemos una ecuación que permita relacionar la incógnita a revelar con otros datos numéricos a partir de los datos del problema o de verdades matemáticas.

Sabemos que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180º, por lo tanto la ecuación nos queda:

$$x + 2x + \frac{x}{3} = 180°$$

4º paso: resolvemos la ecuación planteada.

$x + 2x + \frac{x}{3} = 180° \Leftrightarrow$ Sumamos términos semejantes

$\frac{10}{3}x = 180° \Leftrightarrow$ Multiplicamos ambos términos por $\frac{3}{10}$

$\left(\frac{3}{10}\right)\frac{10}{3}x = 180°\left(\frac{3}{10}\right) \Leftrightarrow x = 54°$

Ángulo mayor = 2. 54º=108º Ángulo menor= 54º/3=18º

5º paso: verificamos la solución hallada.

$54º+108º+18º \overset{?}{=} 180º$ $\qquad$ $180º=180º$ Verifica!

6º Formulamos la respuesta:

Solución: los ángulos interiores del triángulo son de : 54 , 108, 18 grados.

¿Vemos juntos otro caso?

6) Una habitación rectangular posee un largo igual a una vez y media su ancho. Si su perímetro es igual a 500 metros, ¿cuáles son las dimensiones de la habitación?

En este ejemplo nuestras incógnitas son las dimensiones de la habitación, es decir desconocemos su ancho y su largo. Sin embargo podemos expresar el largo en función del ancho.

Sea x la medida del ancho la habitación, entonces el largo es $\left(1+\frac{1}{2}\right)x = \frac{3}{2}x$

Realicemos nuestra figura de análisis:

Planteamos la ecuación:

Omitimos las unidades para facilitar el trabajo algebraico

Perímetro del rectángulo:

$x+\frac{3}{2}x+x+\frac{3}{2}x = 500\ m \Leftrightarrow 2x+2\frac{3}{2}x = 500 \Leftrightarrow 2x+3x = 500$

Resolvemos la ecuación:

$2x+3x=500 \Leftrightarrow 5x=500 \Leftrightarrow x=\frac{500}{5} \Leftrightarrow \boxed{x=100}$ En el contexto del problema x=100 m.

Dejamos a su cargo la verificación

Respuesta: Las dimensiones de la habitación son largo 150 m y ancho 100 m.

3.1.2 Ecuaciones de segundo grado

Una ecuación de segundo grado es toda ecuación que se puede llevar a la forma: $ax^2 + bx + c = 0$ donde *a*, *b* y *c*, representan constantes reales con $a \neq 0$ y x es la incógnita a determinar.

A diferencia de lo que nos ocurrió con ecuaciones lineales, donde pudimos despejar nuestra incógnita aplicando reglas que nos permitían obtener ecuaciones equivalentes, en las ecuaciones de segundo grado esto es más trabajoso. Podremos hacerlo fácilmente sólo para el caso en que la ecuación sea incompleta (b=0 o c=0).

Presentamos entonces la fórmula de Bhaskara que nos simplificará el problema en todos los casos de ecuación cuadrática.

Dada una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, Las soluciones de la misma son

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Al argumento de la raíz cuadrada $\Delta = b^2 - 4ac$ se lo denomina discriminante y de acuerdo a su valor la ecuación:

- Posee dos soluciones reales y distintas ($x_1 \neq x_2$ donde ambas toman valores reales)cuando $\Delta > 0$
- Posee dos soluciones iguales ($x_1 = x_2$ con $x_1 \in \Re$) cuando $\Delta = 0$
- No posee solución en reales cuando $\Delta < 0$.

Es importante que, previo a usar la fórmula, la ecuación sea llevada a la forma $ax^2 + bx + c = 0$.

A continuación, veamos algunos procedimientos para pensar y resolver entre todos.

7) Resuelvan las siguientes ecuaciones cuadráticas:

i) $4x^2 - 20x = 75$

En primer lugar, igualamos a 0 para poder aplicar la fórmula:

$$4x^2 - 20x - 75 = 0 \begin{cases} a = 4 \\ b = -20 \\ c = -75 \end{cases}$$

Aplicamos la fórmula resolvente:

$$x_{1,2} = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4.4.(-75)}}{2.4} \Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{1600}}{8} \Leftrightarrow$$

En este caso, el discriminante es igual a 1600 por lo tanto la ecuación posee dos soluciones reales y distintas y éstas son:

$$x_1 = \frac{20+40}{8} = \frac{15}{2} \qquad x_2 = \frac{20-40}{8} = -\frac{5}{2}$$

Verificamos: Si $x = \frac{15}{2}$ $\quad 4\left(\frac{15}{2}\right)^2 - 20\left(\frac{15}{2}\right) = 225 - 150 = 75$ verifica.

Si $x = -\frac{5}{2}$ $\quad 4\left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 20\left(-\frac{5}{2}\right) = 25 + 50 = 75$ verifica

Soluciones: $\boxed{x_1 = \frac{15}{2}}$ $\quad \boxed{x_2 = -\frac{5}{2}}$

ii) $\quad 3x^2 = 5\left(2x - 5 + \frac{2}{5}x^2\right)$

Llevamos a la forma $ax^2 + bx + c = 0$

Aplicamos propiedad distributiva

$$3x^2 = 5\left(2x - 5 + \frac{2}{5}x^2\right) \Leftrightarrow$$

$$3x^2 = 10x - 25 + 2x^2 \Leftrightarrow$$

Igualamos a 0

$$3x^2 - 2x^2 - 10x + 25 = 0 \Leftrightarrow$$

Sumamos los términos semejantes

$$x^2 - 10x + 25 = 0 \begin{cases} a = 1 \\ b = -10 \\ c = 25 \end{cases}$$

Aplicamos la fórmula resolvente

$$x_{1,2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4.1.(25)}}{2.1} \Leftrightarrow$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 100}}{2} \Leftrightarrow$$

$$x_1 = x_2 = \frac{10}{2} = 5$$

El discriminante es 0 por lo tanto las soluciones son iguales

Soluciones: $\boxed{x_1 = x_2 = 5}$ $\quad$ No olviden verificarlo

iii) $x^2+1=-(x+1)$

Aplicamos propiedad distributiva e igualamos a 0 $\quad x^2+x+2=0 \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=2 \end{cases}$

Aplicamos la fórmula resolvente: $\quad x_{1,2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{(1)^2-4.1.2}}{2.1} \Leftrightarrow x_{1,2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}$

El discriminante es negativo $\Delta=-3<0$ y por lo tanto la ecuación **no posee soluciones reales.**

iv) $\quad 4x^2-20x=0 \begin{cases} a=4 \\ b=-20 \\ c=0 \end{cases}$

v) Aplicamos la fórmula: $\quad x_{1,2}=\dfrac{20\pm\sqrt{(20)^2-4.4.0}}{2.4} \Leftrightarrow x_{1,2}=\dfrac{-20\pm 20}{8}$

Soluciones: $\boxed{x_1=0 \;\; y \;\; x_2=5}$

En este caso el valor de c = 0, es decir, la ecuación está incompleta, como anticipamos al inicio, podemos también resolverlo de manera más rápida aplicando factorización.

Veamos como: $4x^2-20x=0 \Leftrightarrow$

Sacamos factor común 4x

$4x(x-5)=0$

De esta forma obtenemos un producto de dos factores igualado a cero.

Propiedad:

Dados dos factores A y B: A.B=0
$\Leftrightarrow A=0 \text{ o } B=0$

Esta propiedad sólo puede aplicarse cuando el producto A.B está igualado a cero

Por lo tanto:

$4x(x-5)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x=0 \\ o \\ x-5=0 \end{cases}$

Resolvemos ambas ecuaciones

$4x=0 \Leftrightarrow x=0$

$x-5=0 \Leftrightarrow x=5$

Solución: $\boxed{x_1=0}$ $\boxed{x_2=5}$

vi) $3x^2-12=0$

En este caso, a=3, b=0 y c=-12

Al igual que en el anterior, la ecuación cuadrática está incompleta, si bien puede aplicarse la fórmula resolvente, es más sencillo despejar directamente la variable x o aplicar factorización:

$$3x^2-12=0 \Leftrightarrow 3x^2=12 \Leftrightarrow x^2=\frac{12}{3} \Leftrightarrow x^2=4$$

En este momento debemos pensar ¿qué números elevados al cuadrado dan por resultado 4?

La respuesta será: $x_1=2$ y $x_2=-2$

Otra forma en que se podría resolver este ejercicio es utilizando factorización:

Factorizamos la expresión $3x^2-12$

Sacamos factor común 3 $\quad 3x^2-12=3(x^2-4)$

Aplicamos diferencia de cuadrados: $\quad 3(x^2-4)=3(x-2)(x+2)$

De esta forma la ecuación $3x^2-12=0$ es equivalente a $3(x-2)(x+2)=0$

Por la propiedad anterior el producto $3(x-2)(x+2)=0$ implica $(x-2)=0$ o bien $(x+2)=0$

Resolvemos ambas ecuaciones lineales:

$(x-2)=0 \Leftrightarrow \boxed{x=2}$

$(x+2)=0 \Leftrightarrow \boxed{x=-2}$

Que por supuesto coinciden con los resultados obtenidos por el otro método.

Soluciones: $\boxed{x=2}$ $\boxed{x=-2}$

Factorización de expresiones algebraicas de la forma ax^2+bx+c

Si x_1 y x_2 son raíces de la ecuación $ax^2+bx+c=0$, entonces la expresión ax^2+bx+c puede factorizarse como $a(x-x_1)(x-x_2)$

8) Factoricen las siguientes expresiones algebraicas:

i) $4x^2-20x-75$

En primer lugar, buscamos las raíces $4x^2-20x-75=0$.

En este caso, esta ecuación ya fue resuelta por nosotros y sus raíces son $x_1 = \frac{15}{2}$ y $x_2 = -\frac{5}{2}$.

La expresión factorizada de $4x^2 - 20x - 75$ es $4\left(x - \frac{15}{2}\right)\left(x + \frac{5}{2}\right)$

Si una expresión cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ no posee raíces reales, entonces la expresión algebraica $ax^2 + bx + c$ es irreducible.

ii) $x^2 - 10x + 25$

Las raíces $x^2 - 10x + 25 = 0$ son ambas iguales a 5 es decir $x_1 = x_2 = 5$ por lo tanto $x^2 - 10x + 25 = 1(x-5)(x-5) = (x-5)^2$

Esto quiere decir que $x^2 - 10x + 25$ es un trinomio cuadrado perfecto y encontramos otra forma de identificarlo.

Analicemos ahora problemas en cuya resolución intervienen ecuaciones de segundo grado:

Como primer ejemplo vamos a retomar el problema de las pinturas planteado al iniciar esta unidad. Vamos a recordarlo.

Veamos, juntos el siguiente planteo:

9) N pinturas distintas se pueden colgar en dos clavos de 110 formas distintas. ¿Cuántas pinturas hay?

Recordemos que habíamos llegado a la ecuación: N(N-1)=110.

Operamos para llevarla a la forma general de una ecuación cuadrática: $N(N-1) = 110 \Leftrightarrow N^2 - N = 110 \Leftrightarrow N^2 - N - 110 = 0$

Aplicamos la fórmula resolvente con a = 1, b =-1, c = -110 :

$$N_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.(-110)}}{2.1} \Leftrightarrow N_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+440}}{2} \Leftrightarrow N_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{441}}{2}$$

$$N_1 = \frac{1+21}{2} = 11 \qquad N_2 = \frac{1-21}{2} = -10$$

Analicemos las respuestas

Recordemos que N representa el número de cuadros, por lo tanto N debe ser un número entero positivo, por ese motivo descartamos la respuesta $\boxed{\cancel{N_2 = -10}}$

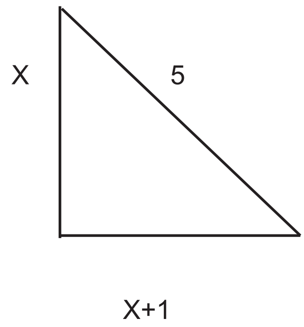
Respuesta: El número total de pinturas es 11. Verifiquenlo!!

10) Un triángulo rectángulo es tal que su hipotenusa es de 5 cm y uno de los catetos mide 1 cm más que el otro. Determinen el área del triángulo que verifica dichas condiciones.

Para poder determinar el área del triángulo, necesitamos en primer lugar, conocer la medida de nuestros catetos.

Si llamamos x a la medida del cateto más chico, entonces el otro cateto mide x+1

Realicemos nuestra figura de análisis:



A partir de nuestra figura de análisis y utilizando el teorema de Pitágoras, planteamos:

$$(\text{cateto mayor})^2 + (\text{cateto menor})^2 = (\text{hipotenusa})^2$$

En términos de nuestra variable:

$$(x+1)^2 + x^2 = 25cm^2 \Leftrightarrow$$

Desarrollamos el cuadrado para llevar la ecuación a la forma: $ax^2 + bx + c = 0$

$$x^2 + 2x + 1 + x^2 = 25 \Leftrightarrow$$
$$2x^2 + 2x + 1 - 25 = 0 \Leftrightarrow$$

Sacamos factor común 2 para simplificar la cuentas y dividimos todo por 2

$$2x^2 + 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow 2\left(x^2 + x - 12\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow$$

Aplicamos la fórmula resolvente

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.1.(-12)}}{2.1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2.1}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{-1-7}{2} = -4} \quad \boxed{x_1 = \frac{-1+7}{2} = 3}$$

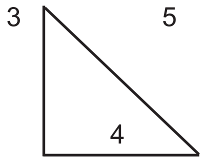
Verifiquen que ambos valores son solución

Si analizamos las respuestas obtenidas en términos del problema, como x representa la medida de un cateto, debe ser un número real positivo, por este motivo descartamos la repuesta x=- 4

$\boxed{\text{La medida del cateto menor es 3cm}}$

Recordemos que el problema nos pedía calcular el área del triángulo:

Ubicamos los datos en nuestra figura de análisis:

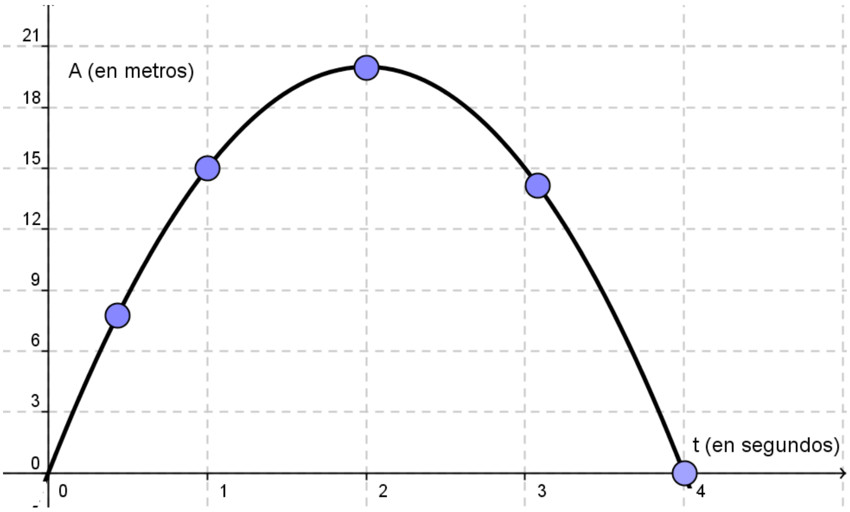


Calculamos el área del triángulo: $\boxed{\text{Área} = \frac{3.4}{2} = 6cm^2}$

11) El siguiente gráfico muestra la trayectoria de un objeto lanzado en tiro vertical. La altura A en metros alcanzada por dicho objeto para cada instante t, está dada por la fórmula $A = 20t - 5t^2$ donde t representa tiempo en segundos. Hallen el tiempo transcurrido hasta alcanzar una altura de:

a. 15 m

b. 0 m



Para responder a esta pregunta bastará igualar nuestra fórmula a las cantidades pedidas y resolver la ecuación resultante.

En el caso de la altura de 15 m:

$20t - 5t^2 = 15 \Leftrightarrow$ Igualamos a 0

$20t - 5t^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow$

$-5\left(t^2 - 4t + 3\right) = 0 \Leftrightarrow$ Ordenamos y sacamos factor común -5 para simplificar las cuentas

Dividimos ambos términos por -5

$\left(t^2 - 4t + 3\right) = 0$

Aplicamos la fórmula resolvente

$$t_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{4^2-4.1.(3)}}{2.1}\Leftrightarrow t_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}t_2=\frac{4-2}{2}\Leftrightarrow t_2=1\\ t_1=\frac{4+2}{2}\Leftrightarrow t_1=3\end{cases}$$

Ahora deberíamos preguntarnos si las dos respuestas son válidas…

Si analizamos el gráfico, podemos observar que sí, debido a que en el instante t=1, durante la subida, podemos ver que el objeto alcanza una altura de 15 m y que luego al caer, en el instante t=3 vuelve a alcanzar dicha altura.

Para el caso de t=0, debemos resolver la ecuación: $20t-5t^2=0$

La ecuación no está completa (c=0) por este motivo podemos resolverla por factorización.

Sacamos factor común 5t $\quad 20t-5t^2=0\Leftrightarrow\quad 5t(4-t)=0\Leftrightarrow\begin{cases}4-t=0\Leftrightarrow\boxed{t=4}\\ 5t=0\Leftrightarrow\boxed{t=0}\end{cases}$

Es decir que en el instante t=4 el objeto vuelve al lugar desde donde fue lanzado, es decir a la altura 0.

Recuerden verificar las soluciones!!!!

12) Determinen el valor de $k\in R-\{0\}$, para que la ecuación de segundo grado $3x^2-kx+10k=0$ posea sus dos soluciones iguales. Encuentren dicha solución.

La ecuación $3x^2-kx+10k=0$ posee soluciones iguales si el discriminante es nulo. Deberemos analizar entonces para qué valores de k dicho discriminante es 0.

Recordemos que el discriminante de la ecuación de segundo grado esta definido por $\Delta=b^2-4ac$. En nuestro ejemplo a=3, b=-k y c=10k.

El discriminante entonces será $k^2-4.3.10k$, lo igualamos a cero resultando:

$$k^2-4.3.10k=0\Leftrightarrow k^2-120k=0\Leftrightarrow\quad (k-120)k=0\Leftrightarrow\begin{cases}k=0\\ k=120\end{cases}$$

Veamos a qué solución conduce cada valor de k

Para el caso de k=0 la ecuación nos queda $3x^2=0$ que posee ambas soluciones iguales a 0.

Para el caso k=120 la ecuación nos queda $3x^2-120x+1200=0$, que posee como soluciones $x_1=x_2=-20$.

Recuerden que en ambos casos para obtener dichas soluciones bastará con calcular $\frac{-b}{2a}$ ya que como recordarán para los valores de k hallados el discriminante vale 0.

Ecuaciones reducibles a ecuaciones cuadráticas:

Existen ecuaciones que mediante un cambio de variable conveniente, pueden ser transformadas en ecuaciones cuadráticas.

Dada la ecuación $2x^4 - 3x^2 + 1 = 0$ la misma posee grado 4 y por ese motivo no sabemos resolverla, sin embargo podemos re-escribirla como $2\left(x^2\right)^2 - 3x^2 + 1 = 0$

Observamos ahora, que si realizamos un cambio de variable $y = x^2$ la ecuación nos queda: $2y^2 - 3y + 1 = 0$ la cual ya sabemos resolver.

Aplicamos entonces la fórmula resolvente $y_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{4}$ y obtenemos como resultados $y_1 = 1$ *e* $y_2 = \frac{1}{2}$

Ahora bien para obtener los valores de x que verifican la ecuación original volvemos al cambio de variable planteado $y = x^2$

Si y=1, entonces $1 = x^2$, resolver esta ecuación implica hallar los valores de x que elevados al cuadrado dan 1. Estos valores son $\boxed{1 = x}$ *y* $\boxed{x = -1}$

Si $y = \frac{1}{2}$, entonces $x^2 = \frac{1}{2}$, de donde llegamos a las soluciones $\boxed{x_3 = -\sqrt{\frac{1}{2}}}$ *e* $\boxed{x_4 = \sqrt{\frac{1}{2}}}$

Dejamos en sus manos la verificación de las mismas.

Es importante que luego de halladas las soluciones de la ecuación expresada en nuestra nueva variable, recuerden hallar los valores de la variable original que verifican la ecuación dada en un principio.

Veamos el siguiente caso:

13) $\left(x^2 + 1\right)^2 - 9\left(x^2 + 1\right) - 10 = 0$

En este caso nos conviene llamar y a $\left(x^2 + 1\right)$

La nueva ecuación nos queda: $y^2 - 9y - 10 = 0$ (2) cuyas soluciones son: $\boxed{y_1 = 10}$ *y* $\boxed{y_2 = -1}$ Verifíquenlo realizando la fórmula resolvente y remplazando en la ecuación (2)

Buscamos ahora las soluciones de la ecuación original:

Si y= 10, entonces $x^2 + 1 = 10 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{x_1 = 3} \\ \boxed{x_2 = -3} \end{cases}$

Si y=-1, entonces $x^2 + 1 = -1 \Leftrightarrow x^2 = -2$ ABSURDO!! Ya que no existe un número que elevado al cuadrado de un número negativo.

Por lo tanto las soluciones de $\left(x^2+1\right)^2-9\left(x^2+1\right)-10=0$ son sólo $\boxed{x_1=3}$ y $\boxed{x_2=-3}$

3.1.2 Ecuaciones fraccionarias

Analicemos los siguientes ejemplos…

14) Encuentren la solución de:

$$\frac{1+x}{x^2+4x+4}-\frac{1}{x+2}=\frac{1}{x}$$

Antes de comenzar a resolver la ecuación, al igual que ocurrió con expresiones algebraicas fraccionarias, deberemos determinar para qué valores de variable dicha ecuación tiene sentido. Dichos valores son los x que no anulan el denominador.

$x^2+4x+4=0 \Leftrightarrow x_1=x_2=-2$ $\qquad x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ $\qquad x=0$

Entonces la ecuación tiene sentido para $x \neq 0,\ x \neq 2, x \neq -2$

$$\frac{x+1}{x^2+4x+4}-\frac{1}{x+2}=\frac{1}{x} \quad \text{para} \quad x \neq 0,\ x \neq 2, x \neq -2 \quad \Leftrightarrow$$

Resolvemos la resta, para lo cual factorizamos los denominadores

Como vimos $x^2+4x+4=0 \Leftrightarrow x_1=x_2=-2$, entonces $x^2+4x+4=(x+2)^2$

El denominador común será entonces $(x+2)^2$

$$\frac{1+x-(x+2)}{(x+2)^2}=\frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{-1}{(x+2)^2}=\frac{1}{x} \Leftrightarrow$$

$$\frac{-1}{(x+2)^2}-\frac{1}{x}=0 \Leftrightarrow \frac{-x-(x+2)^2}{x(x+2)^2}=0 \Leftrightarrow$$

$$-x-(x+2)^2=0 \Leftrightarrow$$

Igualamos a 0 y resolvemos la resta

Multiplicamos ambos términos por x $(x+2)^2$

$$-x^2-5x-4=0 \Leftrightarrow x=-1 \ \ o \ \ x=-4$$

Desarrollamos el cuadrado y operamos para llevar la ecuación a la forma $ax^2+bx+c=0$

Finalmente aplicamos la fórmula resolvente.

Dejamos en sus manos la verificación de las soluciones halladas.

Si algunas de los valores hallados coincide con los excluidos, dicho valor debe ser descartado.

15) Encuentren la solución de:

$$\frac{x+4}{3x-6}-\frac{x-6}{4x-8}=\frac{x+1}{x-2}$$

Estudiamos los valores de x para los cuales la ecuación tiene sentido:

$3x-6=0 \Leftrightarrow x=2$ $\quad$ $4x-8=0 \Leftrightarrow x=2$

$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

La ecuación por lo tanto nos queda: $\frac{x+4}{3x-6}-\frac{x-6}{4x-8}=\frac{x+1}{x-2}$ siempre que $x \neq 2$

Igualamos a 0 y resolvemos la resta: $\frac{x+4}{3x-6}-\frac{x-6}{4x-8}-\frac{x+1}{x-2}=0 \Leftrightarrow$

$$\frac{x+4}{3(x-2)}-\frac{x-6}{4(x-2)}-\frac{x+1}{x-2}=0 \Leftrightarrow \frac{4(x+4)-3(x-6)-12(x+1)}{12(x-2)}=0 \Leftrightarrow$$

Multiplicamos ambos términos por $12(x-2)$

$$4(x+4)-3(x-6)-12(x+1)=0 \Leftrightarrow -11x+22=0 \Leftrightarrow x=2$$

Sin embargo x=2 no puede ser solución debido a que anula los denominadores.

Por lo tanto **la ecuación no tiene solución.**

Algunos comentarios sobre ecuaciones irracionales

16)

Hallen los valores de x que verifican $x-1=\sqrt{1+x}$

$$x-1=\sqrt{1+x} \Rightarrow$$

La raíz cuadrada no nos permite despejar la variable x para así resolver la ecuación.

Para eliminar la raíz elevamos ambos miembros al cuadrado

$$(x-1)^2=\left(\sqrt{1+x}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$(x-1)^2=x+1 \Leftrightarrow$$

$$x^2-3x=0 \Leftrightarrow$$

Desarrollamos el cuadrado e igualamos a 0

$$(x-3)x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$

Sacamos factor común x

Si sustituimos estos valores en la ecuación original, concluimos que sólo x=3 es solución debido a que x=0 no verifica la igualdad.

Esto se debe a que al elevar al cuadrado ambos términos un valor que no es solución de la ecuación original, puede serlo para la nueva ecuación.

Por ejemplo $-2 \neq 2$ *pero* $(-2)^2 = 2^2$

De esta forma la ecuación resultante de elevar al cuadrado puede ser cierta para más valores que la ecuación original, es por este motivo que del primer paso al segundo utilizamos el signo $\Rightarrow$, se lee implica, en lugar de $\Leftrightarrow$

ii) Hallen los valores de x que verifican $(x+3)\sqrt{2+x} = 0$

Como analizamos anteriormente: $(x+3)\sqrt{2+x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ \sqrt{2+x}=0 \end{cases}$

Resolvemos cada ecuación: $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$

$\sqrt{2+x} = 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{2+x}\right)^2 = 0^2 \Leftrightarrow 2+x=0 \Leftrightarrow x=-2$

Si sustituimos éstos valores en la ecuación original concluimos que sólo x=-2 es solución debido a que x=-3 no verifica la igualdad: $0\sqrt{(-1)} \overset{?}{=} 0$ ABSURDO!!!

El absurdo proviene de que la ecuación sólo tiene sentido para valores de x donde el argumento de la raíz sea positivo, o nulo esto es $2+x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

TEMA 2 · Inecuaciones con una incógnita

Una inecuación es una desigualdad entre expresiones algebraicas. Resolver una inecuación implica encontrar los valores de la variable que verifican la desigualdad y esto depende del conjunto numérico donde se está trabajando.

$3 \leq x$ en $\mathbb{N}$ tendrá como respuesta el conjunto $\{3,4,5.... \}$

$3 \leq x$ en $\mathbb{R}$ tendrá como respuesta el intervalo $[3,+\infty)$

Generalmente, las inecuaciones poseen infinitas soluciones que se expresan como intervalos o unión de intervalos.

Las propiedades que nos ayudan a resolver inecuaciones son muy similares a las utilizadas para ecuaciones.

Veamos cuáles son:

:: Si sumamos o restamos una misma cantidad a ambos miembros de una desigualdad, obtenemos una desigualdad equivalente, es decir una nueva inecuación, la cual posee el mismo conjunto solución.

En símbolos

$A \geq B \Leftrightarrow A+k \geq B+k$

$A \leq B \Leftrightarrow A+k \leq B+k$

Donde k es una constante real y A y B expresiones algebraicas.

:: Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por una misma cantidad **positiva**, obtenemos una desigualdad equivalente.

$A \geq B \Leftrightarrow A.k \geq B.k$

$A \leq B \Leftrightarrow A.k \leq B.k \text{ con } k > 0$

:: Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por una misma cantidad **negativa**, para obtener una desigualdad equivalente debemos invertir la dirección de la desigualdad.

$A \geq B \Leftrightarrow A.k \leq B.k$

$A \leq B \Leftrightarrow A.k \geq B.k \text{ con } k < 0$

Pensemos juntos los siguientes casos:

Comencemos por una desigualdad sencilla:

1- Resuelvan la desigualdad $5x < 9x - 8$ en $\mathbb{R}$

$5x < 9x - 8 \Leftrightarrow$

En primer lugar, juntamos todos los términos que contienen a nuestra incógnita de un mismo lado de la desigualdad

En este caso restamos a ambos términos 9x

$5x - 9x < 9x - 8 - 9x \Leftrightarrow$

$-4x < -8 \Leftrightarrow$

Para terminar de resolver nuestra desigualdad debemos multiplicar ambos términos por $\left(-\frac{1}{4}\right)$ y como dicha cantidad en negativa **debemos invertir la desigualdad**

$\left(-\frac{1}{4}\right)(-4x) > \left(-\frac{1}{4}\right)(-8) \Leftrightarrow$

$x > 2$

Si ahora expresamos como intervalo…

$\boxed{S = (2, +\infty)}$ donde S representa el conjunto solución

2) Resuelvan $x^2 \leq 4x$

$x^2 \leq 4x \Leftrightarrow$

En este caso no es posible despejar la x simplemente aplicando las propiedades enunciadas anteriormente.

Intentaremos con otra estrategia…

Re-escribimos la desigualdad de forma de que todos los términos distintos de 0 se encuentren juntos de un lado de la desigualdad.

$x^2 - 4x \leq 0 \Leftrightarrow$

Para ello, restamos ambos términos 4x.

Factorizamos la expresión de la izquierda.

$(x-4)x \leq 0 \Leftrightarrow$

Obtuvimos un producto de dos factores, el cual debe ser menor o igual a 0.

Un producto de dos factores es menor o igual a 0 si dichos factores poseen signos distintos.

En símbolos: $\boxed{AB \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \;\; y \;\; B \leq 0 \\ o \\ A \leq 0 \;\; y \;\; B \geq 0 \end{cases}}$

En forma similar: $\boxed{AB \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A \leq 0 \;\; y \;\; B \leq 0 \\ 0 \\ A \geq 0 \;\; y \;\; B \geq 0 \end{cases}}$

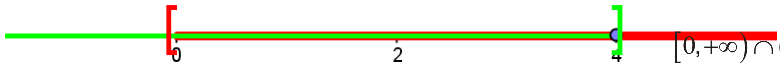
$$\begin{cases} x \geq 0 \;\; y \;\; x-4 \leq 0 \\ x \leq 0 \;\; y \;\; x-4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \;\; y \;\; x \leq 4 \\ x \leq 0 \;\; y \;\; x \geq 4 \end{cases}$$

Recordemos que "y" significa intersección (simultaneidad

en las condiciones), mientras "o" indica unión (posibles alternativas)

$(x \geq 0 \;\; y \;\; x \leq 4) \Leftrightarrow [0,+\infty) \cap (-\infty,4]$

Veamos gráficamente



$[0,+\infty)\cap(-\infty,4]$ = [0,4]

$(\,x \le 0 \quad y \quad x \ge 4\,) \Leftrightarrow [4,+\infty)\cap(-\infty,0]$

$[4,+\infty)\cap(-\infty,0] = \varnothing$

Por lo tanto, la solución de la inecuación planteada es S= [0,4] U $\varnothing$ = S= [0,4]

Otra forma en que podemos analizar $(x-4)x \le 0$

Intervalos	$(-\infty,0)$	0	(0,4)	4	$(4,+\infty)$
Signo x	-	0	+	4	+
Signo (x-4)	-	-4	-	0	+
Signo x(x-4)	+	0	-	0	+

Las columnas correspondientes a 0 y 4 deben destacarse puesto que en dichos valores se anula uno de los factores y por ello la expresión algebraica vale 0. Por lo tanto S = [0,4].

3- Resuelvan $\dfrac{2}{x+3} \ge \dfrac{1}{x}$

En este ejemplo, al igual que nos ocurrió en el anterior, no es tan sencillo despejar la variable x…

Es importante que nunca multipliquen o dividan por una expresión que contenga a la variable puesto que según qué valores tome la misma la expresión podría ser negativa y en ese caso debemos invertir la desigualdad.

Lo que no debemos olvidar es descartar los valores de x que anulen algún denominador, es decir definir la región de validez de la inecuación.

En este caso la inecuación será válida para los x distintos de -3 y 0.

Dicho esto, estamos en condiciones de comenzar a resolver la inecuación:

$$\frac{2}{x+3} \geq \frac{1}{x} \; con \;\; x \neq 0 \; y \; x \neq -3 \Leftrightarrow$$

Comenzamos, al igual que hicimos en el caso anterior, despejando de manera que de un lado de la inecuación quede 0.

Para ello restamos a ambos términos $\frac{1}{x}$

Resolvemos la resta.

$$\frac{2}{x+3} - \frac{1}{x} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2x-(x+3)}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x-3}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow$$

Para que un cociente de dos expresiones algebraicas de un resultado positivo ambas expresiones deben poseer igual signo.

$$\begin{cases} x-3 \geq 0 \;\; y \;\; x+3 > 0 \; (1) \\ \qquad\qquad o \\ x-3 \leq 0 \; y \; x+3 < 0 \;\; (2) \end{cases}$$

Es importante notar que si bien en la inecuación original la desigualdad es de mayor o igual, cuando nos referimos al signo del denominador sólo pedimos que éste sea > o < que 0

De (1)

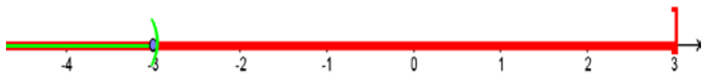
$$(x-3 \geq 0 \;\; y \;\; x+3 > 0) \Leftrightarrow$$

$$(x \geq 3 \;\; y \;\; x > -3)$$

Resolvemos gráficamente

La solución de (1) es el intervalo $[3, +\infty)$

Resolvemos gráficamente



De (2) $(x-3 \leq 0 \; y \; x+3) \geq 0 \Leftrightarrow$

$$x \leq 3 \quad y \quad x < -3$$

La solución de (2) es el intervalo $(-\infty, -3)$

Otra forma de resolver $\frac{x-3}{x+3} \geq 0$

	$(-\infty,\ -3)$	$(-3,\ 0)$	$(0,\ 3)$	3	$(3,+\infty)$
Signo de x-3	-	-	-	0	+
Signo (x+3)	-	+	+	+	+
Signo $\frac{x-3}{x+3}$	+	-	-	0	+

En este caso la partición en intervalos se hace destacando 3 puesto que en dicho valor se anula en denominador y omitiendo las columnas correspondientes a 0 y -3 debido a que la expresión original no está definida en dichos valores

El conjunto solución de la inecuación $\frac{2}{x+3} \geq \frac{1}{x}$ *con* $x \neq 0$ *y* $x \neq -3$ es S= $(-\infty,-3)U[3,+\infty)$ y esto no se puede expresa de forma más simple.

Es importante verificar que ni -3 ni 0 quedan incluidos en los intervalos que forman la solución.

4- Hallen la solución de : $\frac{2x+1}{x+1} > 2$

Al igual que hicimos en los ejercicios anteriores buscamos un 0 del lado izquierdo para lo cual restamos 2 a ambos términos

$$\frac{2x+1}{x+1} > 2 \text{ Con } x \neq -1 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x+1} - 2 > 0 \Leftrightarrow$$

Resolvemos la resta:

$$\frac{2x+1-2(x+1)}{x+1} > 0 \Leftrightarrow \frac{2x+1-2x-2}{x+1} > 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{x+1} > 0$$

En este caso si bien nos quedo un cociente que debe ser positivo o cero, el numerador ya sabemos que es negativo, por este motivo, bastará pedir que el denominador lo sea para que el cociente resulte positivo.

En símbolos:

$$\frac{-1}{x+1} > 0 \Leftrightarrow \quad x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$$

El conjunto solución es S= $(-\infty,\ -1)$

Unidad 3 · Actividades

Referencias para actividades:

RO·CC
Resolución optativa con clave de corrección

RO·P
Resolución optativa para enviar al profesor

TPO
Trabajo Práctico Obligatorio

RO·P

3.3 Ejercitación propuesta

1. Resolver las siguientes ecuaciones

a. $3(x-1)+5(2-x)=x+1$

b. $5(2-x)x+5x^2-3x=4(x-2)+27$

c. $-7x+18-x^2=0$

d) $x^2+9x=0$

e) $\left(2x^2-3x+1\right)\left(x^2-25\right)=0$

f) $\left(x^2+4\right)^2-4\left(x^2+4\right)-5=0$

2. Determinar los valores de k que verifican que las raíces de la ecuación $x^2-2kx+9=0$ son iguales. Para los valores encontrados hallar las soluciones de la ecuación.

3. Determinar los valores de k que verifican que la ecuación $2x^2-3x+k=0$, posee una solución igual a -2. Halle el valor de la otra raíz.

4. Determine el conjunto solución de las siguientes ecuaciones:

a. $\dfrac{2x+3}{x}+1=\dfrac{x+1}{x-1}$

b. $\left(\dfrac{x-2}{x+2}\right)^2-2=\dfrac{x-2}{x+2}$

c. $\dfrac{x^2}{x^3-2x^2}-\dfrac{x}{x+2}=\dfrac{x+1}{x-2}$

5. Hallar que ecuación presenta el mismo conjunto solución que $\dfrac{5}{\left(x+1\right)^2}=1-\dfrac{4}{x+1}$

a. $2+\dfrac{1}{x-4}=\dfrac{x^2-1+4x}{4-x}$

b. $3x^2-6x-24=0$

c. $x^2-8=-2x$

d. Ninguno de los anteriores.

6. Hallar tres números consecutivos tales que la suma de los dos menores más el doble del mayor es 17.

7. Un cateto de un triángulo rectángulo mide 7 cm más que el otro y 2 cm menos que la hipotenusa. Hallar el perímetro de dicho triángulo.

8. En un jardín que mide 8m por 6m se quiere instalar una pileta de natación. La misma debe estar rodeada por un césped de ancho constante e igual área que la pileta. ¿cuál debe ser el ancho del césped y cuáles las dimensiones de la pileta?

9. Una manguera puede llenar una pileta en 15 min y otra en 30 min. Cuánto tardan en llenar la pileta las dos juntas.

10. Resolver las siguientes inecuaciones.

a. $x^2 - 8 \leq -2x$

b. $\dfrac{x}{x+3} \geq 0$

c. $\dfrac{x}{x+3} < 1$

d. $\dfrac{x+2}{x^2+4} \geq 0$

Podrán encontrar más ejercitación en el cuadernillo: Facultad de Ingeniería y Ciencias Exactas examen de ingreso (EDI). Curso de apoyo. Comprensión de textos. Matemática. Autor: Universidad Argentina de la Empresa Secretaría Académica y legal. 2011.

Respuesta de los ejercicios correspondientes a la Unidad 3

1-

a) x=2

b) $S = \left\{\dfrac{19}{3}\right\}$

c) $S = \{-9, 2\}$

d) $S = \{-9, 0\}$

e) $S = \left\{-5, 5, \dfrac{1}{2}, 1\right\}$

f) $S = \{-1, 1\}$

2- k=3 con $S = \{3\}$

k=-3 con $S = \{-3\}$

3- k=-14 la otra solución es $x = \dfrac{7}{2}$

4- a) $S = \left\{-1, \dfrac{3}{2}\right\}$ b) $S = \{-6, 0\}$ c) $S = \phi$

5- b) $S = \{-2, 4\}$

6- los números son: 3, 4,5.

7- perímetro = 40.

8.-El ancho del césped debe ser de 1 m, las dimensiones de la pileta son de 4 m por 6 m.

9- 10 min.

10-. a) [-4,2]

b) $(-\infty,-3)\cup[0,+\infty)$

c) $(-3,+\infty)$

d) $\mathbb{R}-\{-3\}$

e) $[-2,+\infty)$