FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS EXACTAS

3.1.020 CÁLCULO NUMÉRICO

Transformación de EDO de orden superior a sistemas de 1er orden

1. El movimiento de un objeto lanzado verticalmente en el aire y sujeto a rozamiento aerodinámico se puede describir por el siguiente problema de valores iniciales:

$$\begin{cases} \ddot{y} = -\dfrac{k}{m}|\dot{y}|\dot{y} - g \\ y(0) = y_0 \\ y'(0) = v_0 \end{cases}$$

donde y es la altura, k es una constante aerodinámica, m es la masa del objeto, g es la aceleración de la gravedad, e y_0 y v_0 son la posición y la velocidad inicial, respectivamente.

   a) Expresar como un Sistema de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Primer Orden.
   b) Discretizar por Euler.
   c) Simular para el caso k=10, m=1, y_0=100, y v_0=0. Considerar paso h a elección.

2. En un accidente contra un árbol un automóvil se frena desde su velocidad v_0 hasta su detención total en fracciones de segundo. Un posible modelo de este movimiento es el expresado por el siguiente PVI:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -c\dot{x}^2 - dx \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = v_0 \end{cases}$$

siendo x la distancia recorrida por el automóvil a partir de momento del impacto, supuesto a t=0, y c y d son constantes relacionadas con la masa del automóvil y la rigidez de la carrocería.

   a) Expresar como un Sistema de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Primer Orden.
   b) Discretizar por Euler
   c) Para el caso c=20m^{-1}, d=2000s^{-2}, y v0=20m/s, encuentre cuánto avanzó el automóvil y a qué velocidad se está moviendo para t=0.01s, resolviendo por Euler con h=0.001s.

3. Un circuito RLC serie se puede representar por el siguiente PVI:

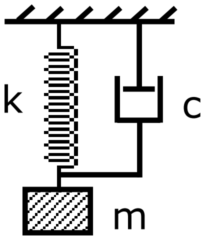
$$\begin{cases} L\ddot{q} + R\dot{q} + \dfrac{1}{C}q = V(t) \\ q(0) = a \\ \dot{q}(0) = b \end{cases}$$

   a) Expresar como un Sistema de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Primer Orden.
   b) Discretizar por Euler para el caso a=10, b=0, $V(0)$=0.

4. Considere un sistema masa-resorte-amortiguador. Aplicando la segunda ley de Newton para la masa m, y suponiendo que el rozamiento es proporcional a la velocidad, se puede plantear el siguiente problema de valores iniciales:

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} = mg - kx - c\dfrac{dx}{dt}; \qquad 0 \le t \le 2 \\ x(0) = 0; \qquad x'(0) = 0 \end{cases}$$

donde t es el tiempo, x es el desplazamiento medido desde la posición en la que el resorte no está sujeto a tensión, k es la constante del resorte, m es la masa y c es un coeficiente de fricción.



a. Transforme este problema de valores iniciales en otro equivalente que contenga solamente ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Especifique claramente cuáles son las variables dependientes de este problema equivalente.
b. Encuentre algebraicamente el estado estacionario del sistema.
c. Resuelva el sistema por el método de Euler utilizando un tamaño de paso de 0.5 seg. para estos valores de las constantes: *m*=2 kg, *k*=10 kg/s^2, *g*=9.8 m/s^2, *c*=5 kg/s.

5. Considere el siguiente PVI, compuesto de una ecuación lineal no homogénea de 2do orden y sus correspondientes condiciones iniciales:

$$\begin{cases} \ddot{x} + a(t)\dot{x} + b(t)x = c(t) \\ x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = \dot{x}_0 \end{cases},$$

donde *a(t), b(t)* y *c(t)* son funciones conocidas del tiempo.

a) Expresar como un Sistema de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Primer Orden.
b) Discretizar por Euler.