1. Dados los polinomios $p_1(x) = -x^2 + 3x - 5$; $p_2(x) = 2x^3 + 4x - x^2$; $p_3(x) = \frac{x}{3} + 1$

a. Identificar grado, coeficiente principal y término independiente en cada uno de ellos.
b. Hallar el valor numérico del polinomio p_2 en x = -2.
c. Hallar el valor numérico del polinomio p_2 en x = 4..
d. Calcular $p_1(-2) - p_3(4) + p_2(0)$
e. Calcular $\frac{p_2(3)}{p_1(-2)} . \left[p_3(1) + p_2(-1)\right]^2$

2. Dados los polinomios $p(x) = 3x^2 - 2x + 5$; $q(x) = \frac{1}{2}x^3 - x$; $r(x) = -x^2 - 2x + 1$, efectuar las siguientes operaciones:

a. 2q(x)
b. p (x) - r(x)
c. p(x). q(x)
d. 5 q(x). r(x)
e. p(x) + q(x) - r(x)

3. Hallar los coeficientes desconocidos para los siguientes polinomios, de modo tal que en cada caso se cumplan las condiciones indicadas.

a. $p(x) = -x^3 + ax^2 - 3x + 1$, $p(-1) = -2$
b. q (x) = $(x + 2)(x + b)$, $q(\frac{1}{2}) = 0$
c. $r(x) = x(ax + 3)(x + b)$, $r(1) = 2$ y el coeficiente principal de r es igual a -1.

4. Determinar, para cada uno de los siguientes polinomios, el cociente y el resto que se obtiene al hacer p dividido q.

a. $p(w) = w^4 - 1$; $q(w) = w^3 - 25w$
b. $p(u) = u^3 - 25u$; $q(u) = u^4 - 1$
c. $p(t) = t^7 - t^5 + t^3 + t - 2$; $q(t) = t^3 - 1$
d. $p(t) = t^4 - 1$; $q(t) = t^2 - 1$
e. $p(x) = 3x^3 - 3x^2 - 66x + 120$; $q(x) = x^2 - 6x + 8$
f. $p(x) = x^2 + 3x - 1$; $q(x) = x + 2$
g. $p(t) = t^2 + 5t + 10$ $q(t) = t^2 + 5$

5. Determinar, sin efectuar la división, el resto que se obtiene al dividir p por q

a. $p(x) = x^2 - x + 6$; $q(x) = x - 3$
b. $p(x) = -x^3 + 2x - 1$; $q(x) = x + 3$
c. $p(x) = 2x^4 - 3x^2 - x + 5$; $q(x) = x + \frac{1}{2}$

6. ¿Es divisible el polinomio $p(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 8$ por el polinomio $q(x) = x - 2$?

7. Sea $p(x) = -x^2 + ax - 2$.

a. Hallar el valor de $a \in \mathbb{R}$ de modo tal que el polinomio p sea divisible por el polinomio $q(x) = x - 1$.

b. Para el valor de a hallado, factorizar el polinomio p.

8. Factorizar cada uno de los siguientes polinomios de grado dos.

a. $p(x) = x^2 - 4$

b. $q(t) = 2t^2 + 20t + 50$

c. $r(x) = \frac{1}{4}x^2 - 9$

d. $p(x) = x^2 + 2x + 1$

e. $r(t) = -t^2 + t + 20$

f. $q(t) = t^2 - 2$

g. $p(x) = (x + 1)(x + 2) - 3(x + 1)$

9. i. Hallar el conjunto de raíces racionales de los siguientes polinomios

a. $p(x) = 2x^5 + 3x^4 + 2x^3 - x$

b. $p(x) = x^3 - \frac{1}{9}x$

c. $p(x) = x^3 - 5x^2 - x - 3$

d. $p(x) = 3x^4 + 8x^3 + 6x^2 + 3x - 2$

e. $p(t) = 4t^3 + t^2 + 8t + 1$

f. $p(t) = 5t^3 + 12t^2 + 9t + 2$

g. $p(x) = 2x^3 - 8x^2 - 6x + 36$

ii. Factorizar en $\mathbb{Q}[x]$ cada uno de los polinomios del ítem anterior.

10. Para cada uno de los siguientes polinomios, hallar el conjunto de raíces reales y factorizarlo en $\mathbb{R}[x]$

a. $P(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 + 9x - 54$

b. $P(x) = 2x^4 + 5x^3 - 8x^2 - 25x - 10$

c. $Q(x) = x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 4$

d. $P(x) = x^3 + 2x^2 - 11x - 12$

e. $Q(t) = 2x^3 - 14x^2 + 8x - 56$

11. Hallar el valor de $a \in \mathbb{R}$ de manera tal que el polinomio dado por $p(x) = x^4 - ax^3 + 2x^2 + x + 1$ resulte divisible por $q(x) = x^2 + x + 1$

12. Sea P el polinomio dado por $P(t) = 2t^4 + at^3 + 16t - b$

a. Hallar los valores reales de a y b sabiendo que el polinomio P es divisible por Q(t) = t + 2 y que el valor numérico del polinomio en t = -1 es 14.

b. Para los valores de a y b hallados en el ítem anterior, hallar el conjunto de raíces de P y expresar su descomposición factorial en R [t]

13. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.

a. Si un polinomio P es divisible por un polinomio Q entonces toda raíz de P es raíz de Q.

b. Si un polinomio P es divisible por un polinomio Q entonces el conjunto de raíces de P es igual al conjunto de raíces de Q.

c. Si un polinomio P es divisible por un polinomio Q entonces el resto de la división de Q por P es igual a cero.

d. Si un polinomio P es divisible por un polinomio Q, entonces grado (P) $\leq$ grado(Q)

e. Un polinomio P es divisible por un polinomio Q si y sólo si toda raíz de Q es raíz de P

14.

a. Hallar la expresión de un polinomio P de grado tres sabiendo que el conjunto de sus raíces es $\sigma(P) = \{-1;\ 2\ ;\ 4\}$ y que P(1) = 3. El polinomio hallado, ¿es único?

b. b. Hallar la expresión de un polinomio P de grado tres sabiendo que x = 1 es raíz de multiplicidad dos y que x = -3 es raíz simple y que P (5) = 1

15. Dados los siguientes polinomios, efectuar su descomposición factorial en R[t]

a. $p(t) = t^4 - 7t^3 + 17t^2 - 17t + 6$, sabiendo que es divisible en $q(t) = (t-1)^2$

b. $p(t) = t^5 - 5t^3 + 4t$

c. $p(t) = t^5 - 10t^4 + 35t^3 - 50t^2 + 24t + k$, sabiendo que es divisible en $q(t) = t^3 - 3t^2 + 2t$

d. P es tal que gr(p) = 7, σ (p) = {-2(doble), 2(doble), 0(triple)}, p(-1) = 27

16. Realizar las operaciones indicadas en las siguientes expresiones algebraicas, factoreando y simplificando convenientemente. Indicar previamente para qué conjunto de números reales las expresiones dadas en cada caso están definidas.

a. $\dfrac{x^2-36}{2x^2+6x-36} : \dfrac{6-x}{4x^2-12x}$

b. $\dfrac{2a^2+2a+1}{a^2-a} - \dfrac{a+4}{a-1}$

c. $\dfrac{x^3-x}{x} \cdot \dfrac{x-5}{3x^2-3x-6} \cdot \dfrac{1}{x^2-25}$

d. $\dfrac{x^3-1}{x-1}$

e. $\dfrac{2x^3-x-1}{x^4-x^3} \cdot \dfrac{4}{2x^2+2x+1}$

17. Hallar el conjunto solución las siguientes ecuaciones, verificando el resultado obtenido.

a. $\frac{x}{x+1}+\frac{1}{(x+1)+(x+1)^2}=-1$

b. $\frac{x+2}{x-1}+\frac{x+1}{2-x}=0$

c. $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x^2-4}=\frac{3}{4}$

d. $\frac{x-2}{1-x^2}=\frac{(x-1)^2-2x(x-1)}{x^3+2x^2-x-2}$

e. $\frac{x}{x^2-4x+3}=\frac{x-3}{x^2+2x+8}+\frac{-x-1}{x^2-9}$