TP nº 5. INDUCCIÓN - RECURSIÓN y CONTEO (Anexo)

Agregar estos ejercicios al final del TP nº 5 con la numeración que aquí se menciona.

1. Demuestre que las siguientes igualdades son válidas para todo $n \in N$.

a) $1+2+3+4+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

b) $1+3+5+7+\cdots+(2n-1)=n^2$

c) $1.1!+2.2!+\cdots+n.n!=(n+1)!.n$

d) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}=1-\frac{1}{2^n}$

e) $\sum_{i=1}^{n} i^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

f) $\sum_{i=1}^{n} 3^i=\frac{3\,(3^n-1)}{2}$

2. Encontrar los 5 primeros términos de estas sucesiones definidas por recurrencia.

a. $a_2=98$ $\quad a_n=7\,.\,a_{n-1}$ $\quad (n \geq 1)$

b. $a_n=a_{n-1}+n-1$ $\quad a_0=0$ $\quad n \geq 2$

3. Encontrar una relación de recurrencia con condición inicial de las siguientes sucesiones geométricas.

a. 2, 10, 50, 250,…….

b. 6, -18, 54, -162……

4. Dadas las sucesiones (a_n) de números reales, halle la expresión de a_n para un n arbitrario, utilizando el método de iteración.

a. $a_1=2$ $\quad a_{n+1}=a_n+4$ $\quad (n \in N)$

b. $a_1=3$ $\quad a_n=a_{n-1}+3^n$ (n > 1) (sug: Utilice el ejercicio 1-f)

c. $a_1=1$ $\quad a_n=a_{n-1}+2$ $\quad (n>1)$

d. $a_1=1$ $\quad a_{(k>2)}+a_{[(k+1)>2]}+2$ $\quad (k \geq 2)$

5. Resolver las siguientes ecuaciones homogéneas.

a. $a_0=2$ $\; a_1=1$ $\quad a_n-7a_{n-1}+10a_{n-2}=0$ $\;(n>2)$

b. $a_0=6$ $\; a_1=8$ $\quad a_n=4a_{n-1}-4a_{n-2}$ $\quad (n>1)$

c. $a_1=6$ $\; a_2=0$ $\quad a_n-5a_{n-1}+6a_{n-2}=0$ $\;(n \geq 3)$

d. $a_0=a_1=1$ $\quad a_{n+2}=5a_{n+1}-4a_n$ $\quad (n \geq 0)$

7. Hallar el valor de $k \in R$ de modo tal que 5^n sea solución de $a_{n+2}-3_{n+1}=ka_n$ $(n \geq 0)$