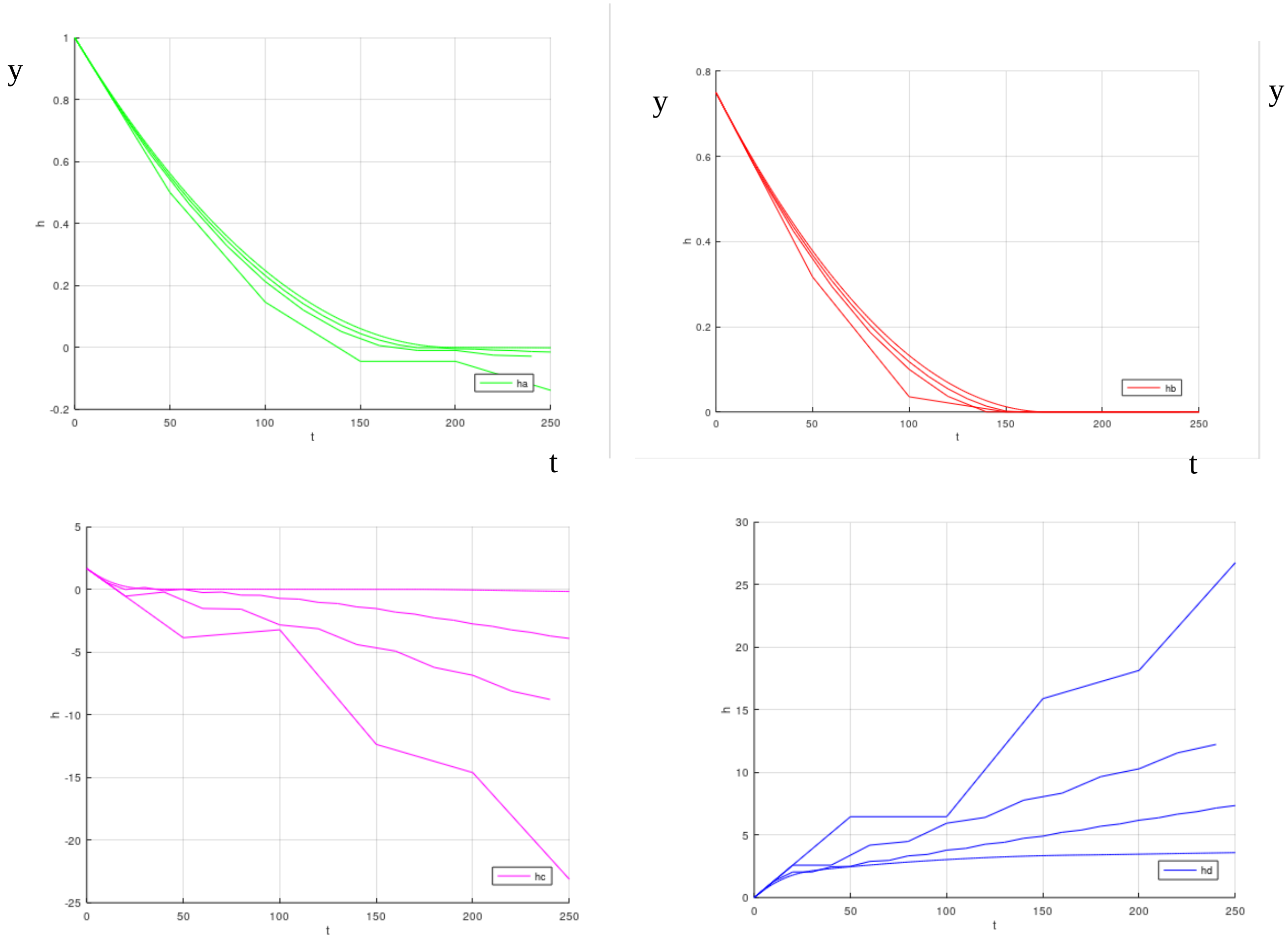
Ejercicio I

Un proceso de fabricación requiere la mezcla de dos líquidos, la cual se lleva a cabo mediante un sistema de cuatro tanques interconectados. La evolución (variación en el tiempo) de la altura de los líquidos se puede representar por una ecuación diferencial ordinaria.
Las siguientes figuras muestran las soluciones obtenidas al resolver las ecuaciones deferenciales para la altura del líquido en cada uno de los tanques (A, B, C y D). Cada curva corresponde a un valor diferente del paso (h). El intervalo de tiempo analizado es de 250 segundos y los valores de h corresponden a : h=50, h=20, h=10 y h=1.



a. Para cada una de las figuras, identificar las curvas que corresponden al mayor/menor valor de h.
b. ¿Qué ocurre con los valores de las alturas (y)para las soluciones con mayores valores de h?¿Son valores posibles de h?

Ejercicio II

Un modelo de crecimiento exponencial de población se describe mediante la siguiente ecuación:

$$y'(t) = 1.5.\ y(t)$$

Siendo la condición inicial: $y(0) = 50$, estimar la población para el instante $t = 1$.

a. Utilizar el método de Euler para h = 0.5, h = 0.2 y h = 0.1.
b. Utilizar el método de RungeKutta orden 2 para h = 0.5 y h = 0.2.

- Para cada caso generar una tabla con los valores de: k, t_k y y_k:

k	t_k	y_k
1	0	50
2	…	…
…	…	…
10	1	…

- Para cada uno de los métodos graficar (t_k , y_k), a partir de los resultados obtenidos. Observar las diferencias entre las curvas para los distintos valores de h.

Ejercicio III

En el proceso de esterilización de alimentos, resulta de interés estimar la evolución temporal de los contaminantes presentes. Como hipótesis de trabajo, asumimos que la velocidad de muerte de los contaminantes sigue la ecuación de primer orden dada por:

$$\frac{dN}{dt} = -k.N$$

siendo N el número de contaminantes y k [1/min] la velocidad específica de muerte. Consideremos el caso de un alimento prueba que contiene inicialmente microorganismos contaminantes en cantidad de 500 millones (N(0)=500). Supongamos que la constante cinética depende de la temperatura, según la siguiente ecuación

$$\mathrm{k} = e^{-\left(\frac{t_r - t}{t_r}\right)}$$

siendo t_r =121,1° la temperatura de referencia.

Calcular valores aproximados para N realizando dos iteraciones de los métodos de Euler y Runge Kutta, en el intervalo I= [0, 5] con paso h=0,1.

Ejercicio IV

La velocidad con la que varía la temperatura T de un cuerpo colocado en un ambiente que se supone a una temperatura constante T_a es proporcional a la diferencia entre T_a y T (La constante de proporcionalidad es k >0)

a) Plantear el problema de valor inicial con T(0) = T_0, para todos los valores de T_0, T_a. Resolver el problema utlizando alguna aplicación.
b) Considerando k =1/2, T_0 =20°, T_a. =25°, discretizar el problema por el método de Euler en el intervalo I=[0,100] con paso h a elección. Utilizando Octave, representar en un mismo gráfico la solución exacta y la aproximada.

Ejercicio V

En el intervalo I = [0, 1] se define la ecuación diferencial de primer orden

$$y' = t - y$$

Calcular, mediante el método de Euler, un valor aproximado de y(0,2) sabiendo que y(0) = 2 y considerando paso h =0,1