1. Determinar los puntos del gráfico del campo escalar f(x, y) = $e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$ en los que el plano tangente es paralelo al plano xy. Entre los puntos hallados, ¿hay algún punto de ensilladura? Justificar.

2. Hallar la familia de primitivas de $f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x} + \frac{e^{-x}}{e^{-2x}(e^{-x}+1)}$

3. Considerar las superficies $S_1 = \{(x, y, z) \in R^3 / z = x^2 + y^2\}$, $S_2 = \{(x, y, z) \in R^3 / 6 - z = \sqrt{x^2+y^2}\}$

a. Proponer una parametrización para cada una de las superficies.
b. Proponer una parametrización para la curva intersección entre S_1 y S_2
c. Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva hallada en el ítem anterior, en el punto (1, 1, 2).

4. Sea $\bar{g}$ la función vectorial dada por $\bar{g} : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow R$ / $\bar{g}$ (t) = (2cos t, 3 sen t) y sea C la curva de ecuación cartesiana $x^2 - 4x + y^2 + 2 = 0$ con $0 \le y \le 2$. Hallar el área de la región comprendida por la curva imagen de $\bar{g}$, la curva C y el eje de las ordenadas.

5. Sea el campo escalar F(x, y) = $\ln(x^3y - x).\sqrt[4]{9-x^2}$
a. Hallar gráfica y analíticamente su dominio.
b. Hallar un valor aproximado de F(2,9; 1,01) mediante una aproximación lineal.

6. Dada la expresión del diferencial primero de un campo escalar $F: D \subseteq R^2 \rightarrow R$

$$dF(x\,;y\,;\Delta x\,;\Delta y) = ((x+1)^2 + 4y - 1)\Delta x + (2y - \frac{5}{2} + 4x)\Delta y$$

obtener la derivada de la función compuesta $h = F \circ \bar{g}$ para $t = 1$, sabiendo que $\bar{g}`(t) = (t^2+1\,;2t+1)$ y que $\bar{g}(1) = (-1\,;2)$.

7. Dada F(x;y;z) = $e^{x.z-2}$ + y.lnz – x.y + 5

a. Verificar que F(x;y;z) = 0 define implícitamente una función z = z(x,y) en un entorno de $(x_0;y_0)$ = (2; 3) con z_0 = z(2,3) = 1 y
b. Hallar el valor de la derivada direccional máxima de z = z(x,y) el punto (2, 3).
c. Obtener un valor aproximado de z(2, 01; 3,02) utilizando una aproximación lineal.

8. Sea f una función escalar cuya función derivada es $f'(x) = x^2.\ln(2x)$, que verifica $f(\frac{1}{2}) = \frac{71}{72}$ Sea el campo escalar $G: \Re^2 \rightarrow \Re \,/\, G(x\,;y) = x^{2y} - y.f(x)$. Determinar la expresión del diferencial de G en el punto $(1;0)$.

9. Obtener el área de la región limitada entre la función $f(x) = \begin{cases} e^{2x} & \text{si } x \le 0 \\ 1-x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$ y la trayectoria de la función vectorial $\bar{g}(t) = (3t\,;18t^2 - 2)$ con $-1 \le x \le b$ siendo b el valor de positivo de la abscisa del punto donde el gráfico de f se intersecta con la trayectoria de $\bar{g}$.

10. Sea D = {(u, v) $\in R^2$ / $0 \le v \le 2\pi,\ 0 \le u \le \frac{\pi}{2}$} y sea T: D → R^3 el campo vectorial dado por

T(u, v) = (2cos(v)sen(u),2sen(u)sen(v), 2cos(u))

a. Hallar la ecuación cartesiana de la superficie S = Im(T)

b. Dar la ecuación cartesiana del plano tangente a S en $P_0 = (1, 1, \sqrt{2})$ y la ecuación vectorial de la recta normal a S en P_0.

11. Sea u = u(x, y) un campo escalar de clase C^2 cuyo dominio es $R^2 - \{(0, 0)\}$, que satisface la ecuación

$$u_{xx} + u_{yy} = 0$$

Demostrar que el campo escalar dado por

$$v(x, y) = u\left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2}\right)$$

también satisface $v_{xx} + v_{yy} = 0$.

12. Sea el campo vectorial $\bar{F}$ dado por $\bar{F}(x, y) = (x + 1, 2y - e^x)$ y sea G: $R^2 \rightarrow R$ diferenciable tal que el polinomio de Mac Laurin de orden dos de $h = G o \bar{F}$ es

$$P(x, y) = 4 + 3x - 2y - x^2 + 5xy$$

Calcular $\nabla G(1, -1)$.

13. Sea f: (0, 1] → R tal que $f(t) = t^2 \ln(t) + \dfrac{\cos(\pi t)}{1+sen(\pi t)}$

a. Calcular $\int_0^1 f(t)\,dt$

b. Sea $\bar{\gamma}:(0,1] \rightarrow R^3 \,/\, \bar{\gamma}(t) = (f(t), t^2, 2t)$. Determinar la ecuación de la recta tangente a la curva parametrizada por $\bar{\gamma}$ en el punto $P_0 = (-1, 1, 2)$,

14. a. Proponer la expresión de una función vectorial $\bar{g}: R \rightarrow R^2$ cuya imagen sea la circunferencia de centro (-1, 3) y radio dos. Hallar la ecuación de la recta tangente a dicha curva en el punto (1, 3).

b. Proponer un campo escalar F: $R^2 \rightarrow R$, de clase C^1, tal que la matriz hessiana de f en el punto (1, 2) sea

$$H_f(1,2) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Para el campo propuesto, hallar el polinomio de Taylor de orden dos alrededor del punto (1, 2).

15. Sea el campo escalar F : $R^3 \rightarrow R$ / $F(x,y,z) = 3x^2 + 3y^2 + 3xy + 3e^z + 3z - 4$

a. Demostrar que en en entorno del punto $P = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0)$ la ecuación F(x,y,z) = 0 define a z = z(x,y)

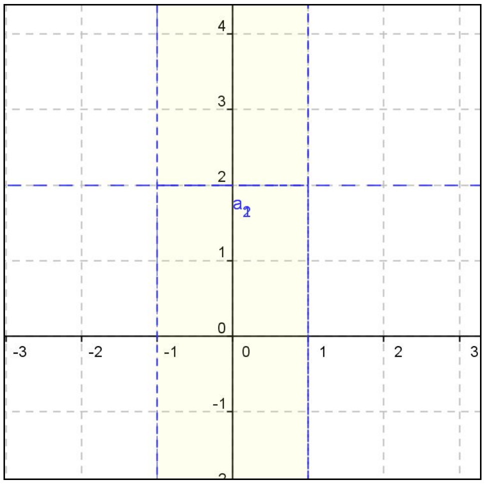
b. Calcular el $\vec{\nabla} z(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$

16. Obtener la derivada direccional de $H(x;y) = \sqrt{2x + F(x;y)}$ en (-1;2) hacia (3;4) sabiendo que el diferencial de F(x;y) desarrollado en (-1;2) es $dF(-1;2) = 2x + 3y - 4$

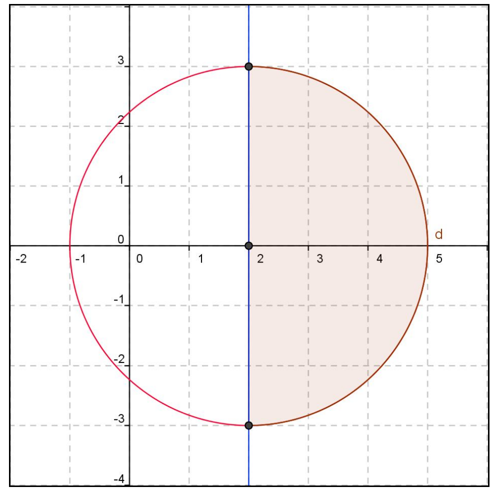
17. Hallar el área de la región limitada por el gráfico de $f(x) = -\frac{2}{9}(x-1)^2 + 9$, la curva imagen de la función $\bar{g}: R^2 \rightarrow R$, $\bar{g}(t) = (e^t - 3, e^t)$ y el eje x.

18. Proponer en cada caso la expresión de un campo vectorial $\bar{F}: R^2 \rightarrow R^3$ cuyo dominio sea la región dada

a.



b.



19. Sea a un número real positivo y sea C_1 la curva descripta por $\bar{f}(t) = (t^3, at^9)$, $\bar{f}: R \rightarrow R^2$. Sea C_2 la recta tangente a C_1 en el punto P= $\bar{f}(1)$.

Además de cortarse en P, las curvas C_1 y C_2 tienen en común otro punto Q. Al cortarse en dos puntos (P y Q), entre las dos curvas C_1 y C_2 queda encerrada una región plana D.

Determinar el único valor de la constante *a* para el cual resulta que el área de la región D es igual a 27.

20. a. Dada $h(x) = \begin{cases} k + 3^x & x > -2 \\ \dfrac{1}{x^3} & x < -2 \end{cases}$ se pide determinar el valor de la constante k para que resulte $\int_{-3}^{0} h(x)\,dx = 1$.

b. Si $\int_{2}^{5} f(x)\,dx = 4$ y $\int_{-3}^{5} (f(x)+1)\,dx = -2$, calcular $\int_{-3}^{2} (f(x)-x)\,dx$

21. Si el diferencial del campo escalar F es dF(x;y; dx;dy) = $(6x^2+y)dx - (5-x)dy$, se pide:

a. Determinar el valor de la derivada direccional de F en (1;-1) en la dirección y sentido dados por el vector (3;-4). ¿Es máximo este valor de derivada direccional para F en dicho punto? Justificar la respuesta.

b. Determinar, en el punto (2, 2), la matriz jacobiana del campo vectorial $\bar{S}(x, y) = (F(x, y) ; G(x, y))$ si

$$G(x, y) = x\ln\left(\frac{y}{2}\right) - \sqrt{\frac{x}{y}}$$

22. Si un móvil se desplaza sobre un plano y $\bar{f}(t) = (2t, t^2 - 1)$ indica su posición en el instante de tiempo t, respecto de un sistema de coordenadas cartesianas en ese plano, se pide:

a. determinar el vector velocidad para este móvil, en el instante en que pasa por el punto (2;0)
b. representar gráficamente la trayectoria recorrida por el móvil en el intervalo de tiempo [0;3]