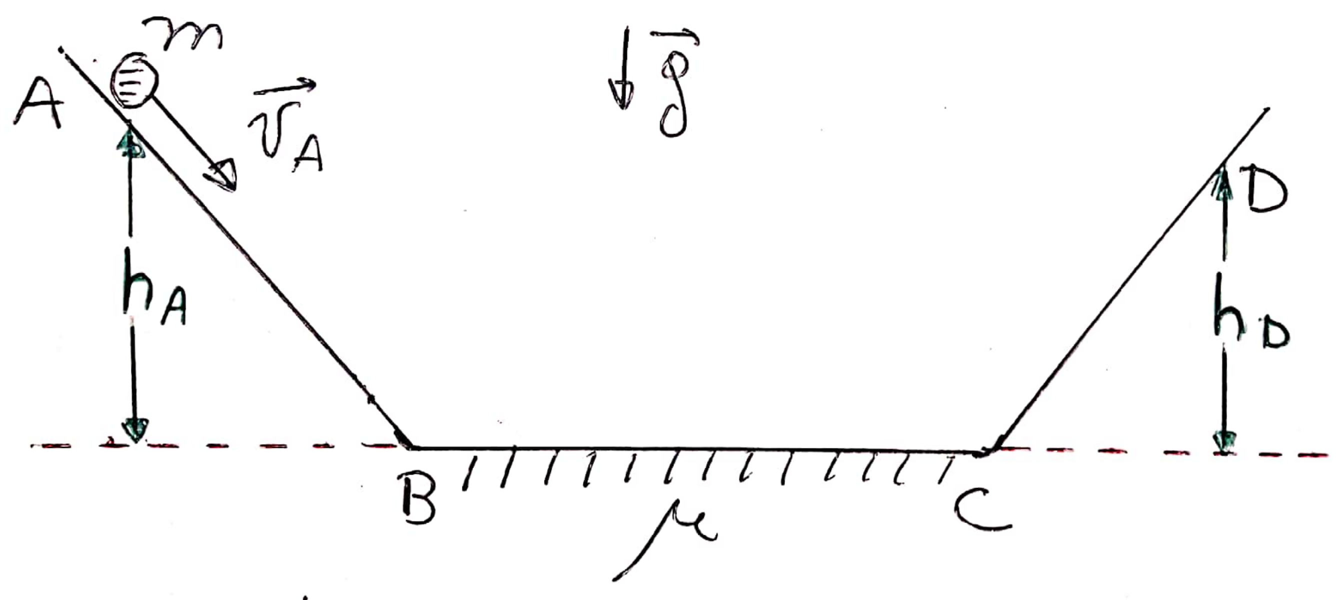
EJERCICIO 1: EL BLOQUE DE MASA $m = 2\,kg$ PASA POR A CON RAPIDEZ $v_A = 7\,m/s$. RECORRE EL CAMINO DE LA FIGURA Y SE DETIENE EN D. SOLO EXISTE ROZAMIENTO ENTRE B Y C ($\mu = 0{,}3$). CALCULAR:

a) v_C

b) h_D

c) EL TRABAJO DEL PESO ENTRE A Y D.

d) ¿DÓNDE SE DETIENE FINALMENTE EL BLOQUE?



DATOS: $h_A = 5\,m$

$\overline{BC} = 15\,m$

SOLUCIÓN

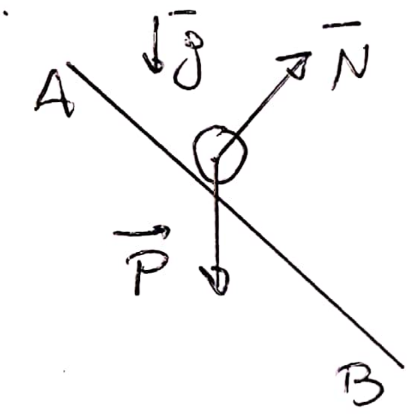
a) ELIJO EL CERO DE ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA AL NIVEL DEL SEGMENTO $\overline{BC}$.

EN A TENEMOS:

$$T_A = \frac{1}{2} m V_A^2 = \frac{1}{2} \times 2kg \times \left(7 \frac{m}{s}\right)^2 = 49\,J$$

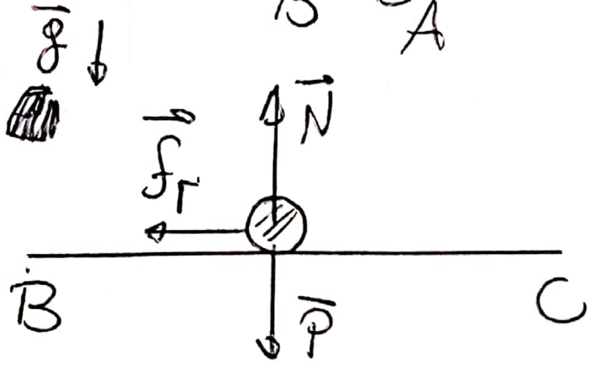
$$U_A = m g h_A = 2kg \times 9{,}8 \frac{m}{s^2} \times 5m = 98\,J$$

$$E_A = T_A + U_A \longrightarrow E_A = 147\,J$$



ENTRE A y B LA ÚNICA FUERZA NO CONSERVATIVA APLICADA ES LA NORMAL, Y NO HACE TRABAJO POR SER PERPENDICULAR AL DESPLAZAMIENTO.

LUEGO $E_B = E_A \longrightarrow E_B = 147\,J$.



ENTRE B Y C LA NORMAL NUEVAMENTE NO HACE TRABAJO, PERO EL ROZAMIENTO SÍ LO HACE.

$$\Delta E = W_{NC} \longrightarrow E_C - E_B = W_{NC} \longrightarrow E_C - E_B = f_r\, \overline{BC} \cos 180°$$

$$\longrightarrow E_C - E_B = \mu N \overline{BC}(-1) = -\mu m g \overline{BC} \longrightarrow$$

$\longrightarrow E_C - 147\,J = -0{,}3 \times 2\,kg \times 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \times 15\,m$

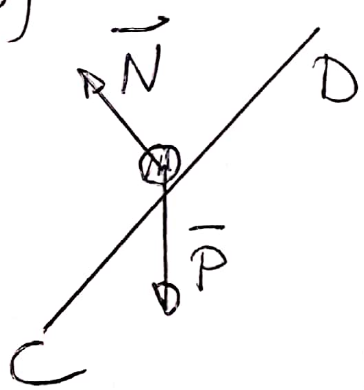
$E_C - 147\,J = -88{,}2\,J \longrightarrow E_C = 58{,}8\,J$

PERO $E_C = T_C + U_C$ CON $U_C = 0$, LUEGO

$E_C = T_C \longrightarrow 58{,}8\,J = \frac{1}{2} m v_C^2 = \frac{1}{2} \times 2\,kg\, v_C^2 \longrightarrow$

$\longrightarrow \boxed{v_C = 7{,}67\,\frac{m}{s}}$

b)



ENTRE C Y D NO HAY ROZAMIENTO Y LA NORMAL ES PERPENDICULAR AL DESPLAZAMIENTO, LUEGO LA ENERGÍA MECÁNICA SE CONSERVA $\longrightarrow E_D = E_C$

$\longrightarrow E_D = 58{,}8\,J$

PERO $E_D = T_D + U_D$ CON $T_D = 0$ (ALTURA MÁXIMA)

LUEGO $E_D = U_D \longrightarrow 58{,}8\,J = mg\,h_D = 2\,kg \times 9{,}8\,\frac{m}{s^2}\,h_D$

$\longrightarrow \boxed{h_D = 3\,m}$

c) POR DEFINICIÓN DE ENERGÍA POTENCIAL ES $\Delta U = -W_{CONS}$, LUEGO EN ESTE CASO:

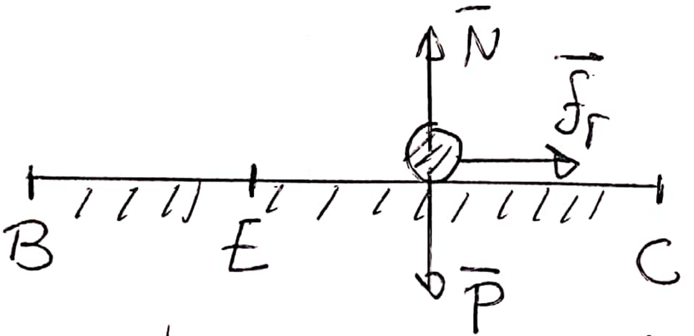
$$W_{PESO} = -(U_D - U_A) = -(mgh_D - mgh_A) =$$

$$= -mg(h_D - h_A) = mg(h_A - h_D)$$

$$W_{PESO} = 2\,kg \times 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \times (5\,m - 3\,m)$$

$$\boxed{W_{PESO} = 39{,}2\,J}$$

d) LUEGO DE DETENERSE EN D, EL BLOQUE SE DIRIGE NUEVAMENTE A C, DONDE LLEGA CON $E_C = 58{,}8\,J$, E INGRESA EN EL SEGMENTO $\overline{BC}$, DENTRO DEL CUAL SE DETIENE EN UN PUNTO E:



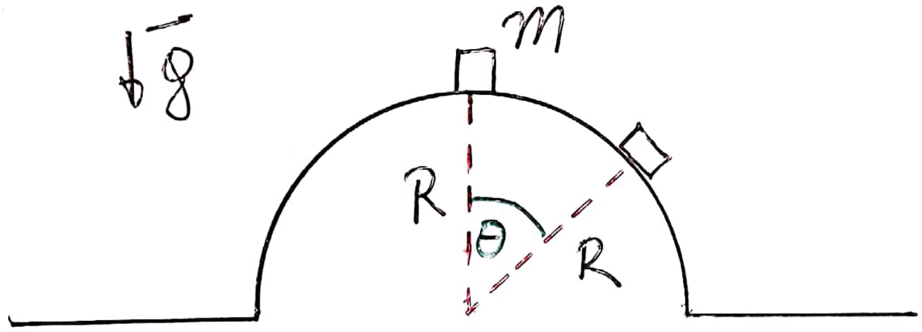
NUEVAMENTE LA NORMAL NO HACE TRABAJO.

EN E TENEMOS $T_E = 0$, $U_E = 0$, LUEGO $E_E = 0$.

$$\Delta E = W_{NC} \rightarrow E_E - E_C = f_r\,\overline{CE}\cos 180 = -\mu m g\,\overline{CE}$$

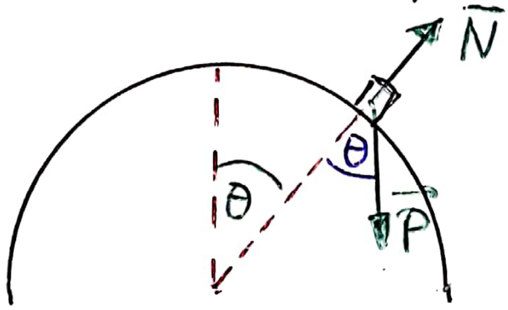
$$\rightarrow 0 - 58{,}8\,J = -0{,}3 \times 2\,kg \times 9{,}8\,\frac{m}{s^2}\,\overline{CE} \rightarrow \boxed{\overline{CE} = 10\,m}$$

EJERCICIO 2: UN CUERPO DE MASA m SE HALLA EN REPOSO SOBRE LA SEMIESFERA LIBRE DE ROZAMIENTO DE LA FIGURA, DE RADIO R. SE APARTA LIGERAMENTE AL CUERPO DE SU POSICIÓN DE EQUILIBRIO INESTABLE, TRAS LO CUAL ÉSTE DESLIZA POR LA SEMIESFERA. DETERMINAR EL ÁNGULO θ PARA EL CUAL EL CUERPO SE DESPEGA DE LA SEMIESFERA.



SOLUCIÓN

PARA UN ÁNGULO CUALQUIERA θ EL DCL ES:

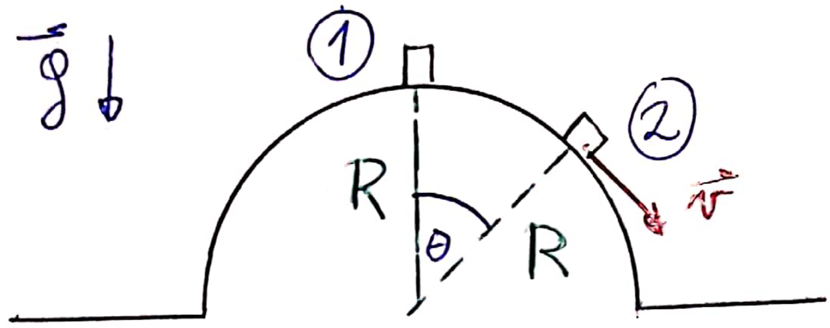


EN LA DIRECCIÓN RADIAL LA EC. DE NEWTON ES:

$$mg\cos\theta - N = m\,a_N = m\frac{v^2}{R}$$

$$\longrightarrow N = m\left(g\cos\theta - \frac{v^2}{R}\right) \quad \circledast$$

VEAMOS QUÉ OCURRE CON LA ENERGÍA:



EN LA POSICIÓN INICIAL 1 EL CUERPO ESTÁ EN REPOSO Y $T_1=0$. SI PONGO EL CERO DE ENERGÍA POTENCIAL AL NIVEL DEL PISO, ENTONCES $U_1 = mgR$. LUEGO $E_1 = T_1 + U_1$

$\longrightarrow E_1 = mgR$

EN 2 ES $T_2 = \frac{1}{2} m v^2$ Y $U_2 = mgR\cos\theta$,

LUEGO $E_2 = T_2 + U_2 \longrightarrow E_2 = \frac{1}{2} m v^2 + mgR\cos\theta$

COMO NO HAY ROZAMIENTO, Y COMO LA NORMAL ES PERPENDICULAR AL DESPLAZAMIENTO, EL TRABAJO DE LAS FUERZAS NO CONSERVATIVAS ES NULO Y LA ENERGÍA SE CONSERVA, $E_2 = E_1$. LUEGO:

$$\cancel{m} g R = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2 + \cancel{m} g R \cos\theta \rightarrow$$

$$\rightarrow v^2 = 2gR(1-\cos\theta)$$

REEMPLAZANDO EN ⊛:

$$N = m[g\cos\theta - 2g(1-\cos\theta)]$$

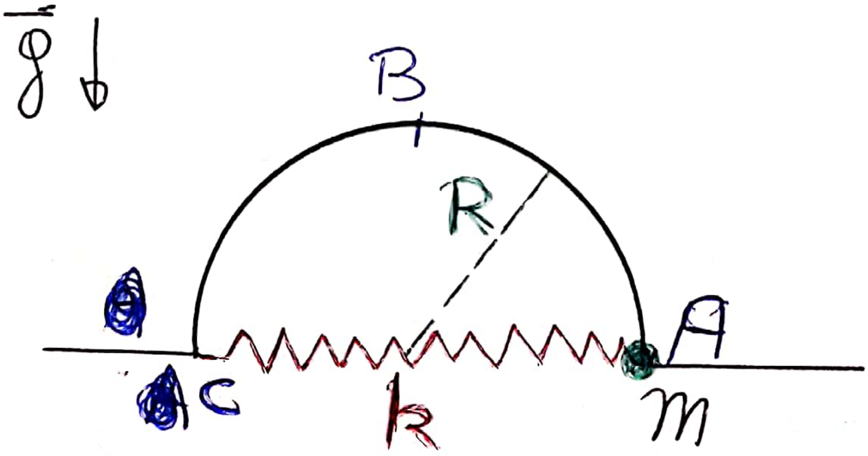
$$N = mg(\cos\theta - 2 + 2\cos\theta)$$

$$\boxed{N = mg(3\cos\theta - 2)}$$

EL BLOQUE SE DESPEGA CUANDO $N=0$, ES DECIR $0 = 3\cos\theta - 2 \rightarrow \cos\theta = 2/3$

$$\rightarrow \boxed{\theta = 48{,}19^\circ}$$

EJERCICIO 3: LA MASA m PUEDE MOVERSE POR EL RIEL SEMICIRCULAR DE RADIO R DE LA FIGURA, LIBRE DE ROZAMIENTO. EL CUERPO SE HALLA UNIDO A UN RESORTE DE CONSTANTE ELÁSTICA k Y LONGITUD NATURAL $l_0 = R$, CUYO OTRO EXTREMO ESTÁ FIJO EN C. INICIALMENTE LA MASA SE HALLA EN REPOSO EN A. SE LA APARTA LIGERAMENTE DE SU POSICIÓN DE EQUILIBRIO INESTABLE, Y LA MASA SE MUEVE POR EL RIEL. DETERMINAR CON QUÉ RAPIDEZ PASA POR B (PUNTO MÁS ALTO DE LA TRAYECTORIA).



SOLUCIÓN: EN ESTE CASO LA ENERGÍA POTENCIAL DEL CUERPO SERÁ LA SUMA DE LA POTENCIAL GRAVITATORIA Y LA POTENCIAL ELÁSTICA, DONDE ESTA ÚLTIMA ES DE LA FORMA $U_{EL} = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k (l - l_0)^2$.

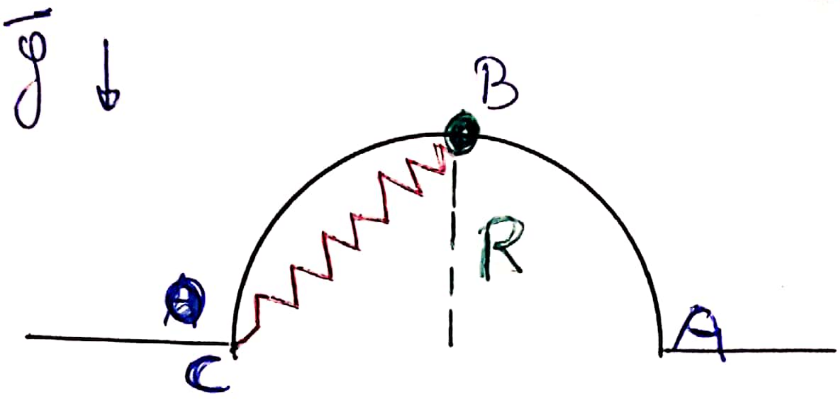
EN ESTE CASO $l_0 = R$ Y $U_{EL} = \frac{1}{2} k (l - R)^2$

ADEMÁS PONEMOS EL CERO DE ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA AL NIVEL DEL PISO. EN A TENEMOS CUERPO EN REPOSO, LUEGO $T_A = 0$. TAMBIÉN $U_{GRAV,A} = 0$. Y EN A ES $l = 2R$, LUEGO $U_{EL,A} = \frac{1}{2} k (2R - R)^2$

$\longrightarrow U_{EL,A} = \frac{1}{2} k R^2$. ENTONCES LA ENERGÍA MECÁNICA EN A ES $E_A = \frac{1}{2} k R^2$.

EN B TENEMOS $T_B = \frac{1}{2} m v_B^2$ Y

$U_{GRAV,B} = mgR$.



VEMOS QUE POR PITÁGORAS EN B ES $l = \sqrt{2}R$

Y ENTONCES $U_{EL,B} = \frac{1}{2}k(\sqrt{2}R - R)^2 \rightarrow$

$\rightarrow U_{EL,B} = \frac{1}{2}kR^2(\sqrt{2}-1)^2.$

SUMANDO TODAS LAS CONTRIBUCIONES:

$E_B = T_B + U_{GRAV,B} + U_{EL,B} \rightarrow$

$\rightarrow E_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgR + \frac{1}{2}kR^2(\sqrt{2}-1)^2$

COMO NO HAY ROZAMIENTO Y LA NORMAL ES PERPENDICULAR AL DESPLAZAMIENTO, TENEMOS $E_B = E_A$ (PUES $W_{NC} = 0$ Y $\Delta E = 0$)

ENTONCES:

$$E_B = E_A \rightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 + mgR + \frac{1}{2} kR^2 (\sqrt{2}-1)^2 = \frac{1}{2} kR^2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 = \frac{1}{2} kR^2 \underbrace{\left[1 - (\sqrt{2}-1)^2\right]} - mgR$$

$$= 1 - (2 - 2\sqrt{2} + 1)$$
$$= -2 + 2\sqrt{2} = 2(\sqrt{2}-1)$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 = (\sqrt{2}-1) kR^2 - mgR$$

$$\rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{\frac{2R}{m}\left[(\sqrt{2}-1)kR - mg\right]}}$$

OBSERVAR QUE PARA QUE EXISTA SOLUCIÓN SE DEBE CUMPLIR QUE $(\sqrt{2}-1)kR - mg \geq 0$

$\rightarrow k \geq \dfrac{mg}{(\sqrt{2}-1)R}$, LO QUE SIGNIFICA QUE EL RESORTE DEBE SER LO SUFICIENTEMENTE RÍGIDO COMO PARA CONSEGUIR VENCER AL PESO Y LLEVAR AL CUERPO HASTA B.

LE DEJAMOS COMO TAREA EL CÁLCULO DE LA NORMAL EN B.

POTENCIA

PENSEMOS EN DOS AUTOMÓVILES DE LA MISMA MASA, PERO UNO DE ELLOS ES UN VEHÍCULO NORMAL DE CALLE, Y EL OTRO ES UN COCHE DE CARRERAS. SI AMBOS PASAN DE 0 A 100 $\frac{km}{h}$, LA VARIACIÓN DE ENERGÍA ES LA MISMA, PERO EL AUTO DE CARRERAS LO HA LOGRADO HACER EN UN LAPSO DE TIEMPO MENOR, Y POR LO TANTO DIREMOS QUE SU MOTOR DESARROLLA UNA MAYOR POTENCIA QUE EL MOTOR DEL VEHÍCULO DE CALLE.

AJUSTÁNDONOS A ESTA IDEA, DEFINIMOS LA POTENCIA DESARROLLADA POR UNA FUERZA COMO EL TRABAJO QUE REALIZA EN LA UNIDAD DE TIEMPO:

$$\boxed{P = \frac{W}{\Delta t}}$$

SIENDO W EL TRABAJO EFECTUADO EN UN INTERVALO DE TIEMPO Δt.

NOTE QUE, ASÍ DEFINIDA, LA POTENCIA ES UN ESCALAR. SU UNIDAD EN EL S.I. ES EL WATT (W):

$$\boxed{[P] = \frac{J}{s} = W \text{ (WATT)}}$$

COMO $W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta r}$ NOS QUEDA:

$$P = \vec{F} \cdot \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}.$$

SI Δt ES MUY PEQUEÑO, $\frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}$ TIENDE A LA VELOCIDAD DEL CUERPO, Y QUEDA:

$$\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v}}$$

COMO EL TRABAJO ESTÁ ASOCIADO A UNA VARIACIÓN DE LA ENERGÍA, <u>LA POTENCIA MIDE LA TASA DE CAMBIO DE LA ENERGÍA.</u>