

Trabajo Práctico N° 5
Distribución del estadístico \bar{x}
Estimación por intervalo

- 1) Una población P está formada por bolillas marcadas con los números 2,4,6,8 en proporciones iguales.
 - a) Si se define la variable x como el número obtenido al extraer una bolilla, halle: $\mu = E(x)$ y $\sigma^2(x) = \text{Var}(x)$
 - b) Haga una lista de todas las muestras que puedan formarse extrayendo y reponiendo sucesivamente en cualquier orden dos fichas de la población P.
 - c) Calcule la media muestral de para cada una de las muestras de tamaño dos.
 - d) Halle la función probabilidad de la variable: \bar{x} .
 - e) Calcule $E(\bar{x}) = \mu(\bar{x})$, $\text{Var}(\bar{x}) = \sigma^2(\bar{x})$.
 - f) Saque conclusiones.
- 2) El peso de las mujeres de 18 años de una ciudad tiene una distribución normal con $\mu = 50\text{kg}$ y desvío $\sigma = 15\text{kg}$.
 - a) Calcule la probabilidad de que el peso de una mujer elegida al azar de esta población esté comprendido entre 40,5kg y 52,5kg.
 - b) Se extraen muestras aleatorias de 100 mujeres de 18 años y se calcula el peso medio \bar{x} , calcule $P(40,5 < \bar{x} < 52,5)$.
 - c) Saque conclusiones.
- 3) Se toman muestras de tamaño 25 de una población P que sigue una distribución normal con media 240 y desvío 20:
 - a) Describa la distribución de \bar{x} .
 - b) Calcule $P(\bar{x} < 250)$
 - c) Calcule $P(\bar{x} \leq 249)$
 - d) Calcule $P(\bar{x} > 260)$
 - e) Calcule $P(230 < \bar{x} < 245)$
- 4) Repita el ejercicio anterior suponiendo que el tamaño de la población es $N = 500$.
- 5) Suponiendo que el ingreso de personas que trabajan en una empresa es una variable con distribución normal con media \$1300 y desvío \$250. Se extraen muestras de 100 empleados, ¿cuál es la probabilidad de que una muestra tenga una media que supere los \$1400?
- 6) Despejar x de las siguientes ecuaciones:
 - a) $0,25 = \frac{y-3}{\sqrt{x}}$
 - b) $y = \frac{52-x}{\sqrt{8}}$

- 7) El tiempo que los clientes de una marca de comida chatarra esperan un pedido sigue una distribución normal con varianza 4 segundos². Si el 81,59% de los clientes esperan menos de 13,8 segundos.
- Calcule la media de la población.
 - Si se toman muestras aleatorias de 25 clientes y \bar{x} es la media muestral halle $P(11,2 < \bar{x} < 12,8)$
 - ¿Cuál es el tamaño de muestra que deberá tomarse si se quiere que la probabilidad de que \bar{x} esté entre esos mismos valores sea del 80%?
- 8) En una universidad se desea efectuar un estudio acerca de la edad promedio de los alumnos. Se sabe que dicha variable se distribuye normalmente y por experiencias anteriores se sabe que el desvío es de 1,2. Se extrae una muestra al azar de 25 alumnos y se obtiene una edad promedio de 22,6.
- Estime la edad promedio de los alumnos de la universidad con un nivel de confianza del 95%.
 - Realice la misma estimación pero con un nivel de confianza del 90%.
 - Compare resultados y extraiga conclusiones.
 - Si la muestra es de 40 alumnos y la media muestral es la misma, halle un intervalo de confianza del 95% y compare con el resultado obtenido en a).
 - ¿Qué tamaño de muestra debe extraerse si se desea un error máximo de 0,2 y un nivel de confianza del 90%?
- 9) En una fabrica de ropa informal se desea efectuar un estudio acerca de la altura promedio de las personas consumidoras de ese tipo de prendas. Se realiza una experiencia donde una muestra de 100 personas arroja un promedio de 1,73m y un desvío de 0,27m.
- Halle un intervalo de confianza para la altura promedio de los consumidores sabiendo, por experiencias anteriores, que el desvío de la variable es de 0,25m y que se requiere un nivel de confianza del 99%. Realice supuestos necesarios.
 - ¿Qué tamaño de muestra debe extraerse si se desea un error máximo de 0,03 y un nivel de confianza del 90%?
- 10) Los siguientes datos corresponden a las ventas diarias de un medicamento en una farmacia durante 16 días tomados al azar:

29, 23,34,25,29,26,22,19,24,32,31,25,22,31,33,28.

La experiencia de encuestas anteriores indica que el desvío estándar es de 4,1 ventas diarias:

- Halle un intervalo de confianza del 95% para la cantidad promedio de medicamentos vendidos en la farmacia. Realice supuestos necesarios.
- Si se desea reducir el error máximo en un 20% ¿qué tamaño de muestra deberá extraerse?

- 11) El director de una agencia de publicidad quiere estimar el número promedio de avisos de suplementos vitamínicos que aparecen en revistas dedicadas a la buena salud, tomó para ello la siguiente muestra:

x: N° de avisos	2	3	5	6
f: Cantidad de revistas	15	6	3	1

Halle un intervalo de confianza para la cantidad media de avisos que aparecen en las revistas de buena salud, si se sabe por estudios previos que el desvío de la variable es de 0,8 avisos, con un nivel de confianza del 95%. Realice supuestos necesarios.

- 12) Un intervalo de confianza para el promedio de una variable aleatoria $N(\mu;\sigma)$ con desvío conocido tiene los siguientes límites (83;105).

- ¿Cuál es la media de la muestra a partir de la cuál se obtuvo el intervalo?
- Si el tamaño de la muestra es 16 y el coeficiente de confianza de 0,98, halle el desvío poblacional.

- 13) La siguiente corresponde a una muestra aleatoria tomada de una población $N(\mu;\sigma)$:

70,47,42,51,56,71,75,61,62

- Hallar un intervalo de confianza para la media con un coeficiente de confianza del 0,95, sabiendo que el desvío de la variable es de 15. Realizar supuestos necesarios para la estimación.
 - Sabiendo que la media poblacional es de 50, ¿son coherentes los resultados?
 - ¿De qué manera podría mejorar la estimación?
- 14) En una productora de TV se desea efectuar un estudio acerca de la edad promedio de los espectadores de cierto programa. Por experiencias anteriores se sabe que el desvío es de 1,4 años y que la edad de los espectadores de dicho programa se distribuye normalmente.
- ¿Qué tamaño de muestra debe extraerse si se desea un error máximo de 0,2 y un nivel de confianza del 95%?
 - Se toma una muestra de 90 personas obteniendo una media de 25,6 años y un desvío de 1,29 años ¿Con qué nivel de confianza deberá trabajar para obtener un error de 0,2?
- 15) En un curso se desea efectuar un estudio acerca de la calificación promedio de los alumnos de primer año. Se sabe que las calificaciones se distribuyen de forma normal y el desvío es de 2,3 puntos
- Si el promedio de una muestra de 200 alumnos es de 7,83 puntos. Hallar un intervalo de confianza para la calificación promedio de los alumnos con un nivel de confianza del 95%.
 - Repita el ítem anterior sabiendo que la cantidad total de estudiantes de la universidad es de 934.
 - ¿Qué tamaño de muestra debe extraerse si se desea un error máximo de 0,4 y un nivel de confianza del 99%?

- 16) Marque todas las afirmaciones que considere correctas. Dada una estimación con un intervalo de confianza, si se desea reducir el error
- Se puede aumentar el tamaño de la muestra.
 - Se puede aumentar el nivel de riesgo.
 - Se puede aumentar el nivel de confianza.
 - Disminuir el desvío.
- 17) Si se toman dos muestras de igual tamaño de una misma población, para estimar la media poblacional por intervalos con un nivel de confianza del 95%:
- Ambos intervalos de confianza tendrán la misma amplitud.
 - La amplitud de los intervalos depende del desvío de cada muestra.
 - Ninguna de las anteriores.
- 18) Un intervalo del 95% de confianza para la media μ de una variable aleatoria resultó $18 \pm 0,2$. Indicar si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Justificar
- $$P(17,8 < \mu < 18,2) = 0,95$$
- 19) Contestar V o F. Justificar.
- El valor esperado de \bar{x} es igual al valor esperado de x , siendo $x \sim N(\mu; \sigma)$.
 - El desvío de \bar{x} es igual al desvío de x , siendo $x \sim N(\mu; \sigma)$.
 - La distribución del estadístico \bar{x} siempre es normal.
 - A medida que aumenta el valor de n el desvío de \bar{x} también aumenta.
- 20) Es importante tener en claro los siguientes conceptos:
- Características de la distribución de \bar{x} .
 - Valor esperado de \bar{x} .
 - Desvío de \bar{x} .
 - Estimación por intervalo para el promedio.
 - Nivel de confianza.
 - Relación entre el nivel de confianza, la confiabilidad de la estimación y la precisión de la estimación