Examen Final Previo

Análisis Matemático II. 3.1.008.

Tema 1

NOMBRE Y APELLIDO:………………………………………………………………………………………………………..

La condición suficiente de aprobación es la resolución completa, claramente detallada y justificada, sin errores conceptuales ni algebraicos, de cuatro de los 7 ítems o ejercicios. No son tenidos en cuenta cálculos dispersos, o poco claros, o sin justificaciones. Al finalizar el examen firme e indique el número de hojas. Dispone de 2 horas y media.

1. Obtener el valor del área de la región limitada por el gráfico de la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que

$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & x \leq 1 \\ 2 + x^2 & x > 1 \end{cases}$ y la curva imagen de la función vectorial de $\overline{g}: [0, \sqrt{2}\,] \rightarrow \mathbb{R}^2$

tal que $\overline{g}(t) = (\,t^2,\ t^2 + 4)$

2. Probar que la integral impropia $\int_1^{\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} dx$ es convergente

3. El sistema de ecuaciones $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 0 \end{cases}$ se satisface en el punto $A = (1,0,1)$ y define una curva C. Hallar la ecuación vectorial de la recta tangente a la curva C en el punto A. Graficar.

4. Sea el campo escalar $F: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $F(x, y, z) = ze^{z+1} + xy^2 + z$

(a) Mostrar que la ecuación $F(x, y, z) = 0$ define implícitamente a $z = f(x, y)$ en un entorno de $(x_0, y_0) = (2, 1)$, con la condición $f(2,\ 1) = -1$ y calcular $\overline{\nabla} f(2,1)$

(b) Considerando la función definida implícitamente en el ítem (a). Determinar la derivada direccional $\frac{\partial f}{\partial \check{v}}(2,1)$ siendo $\check{v}$ un versor tangente en el punto $(1,1)$ a la curva definida por $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 - 6xy - 4y^2 = -6\}$

5. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique sus respuestas.

(a) Si $(1, -1)$ es un punto crítico del campo escalar f con derivadas segundas continuas en $\mathbb{R}^2$ y $f_{xx}(1, -1) = 0$ siendo $f_{xy}(1, -1) \neq 0$ entonces la función f no alcanza un extremo en el punto $(1, -1)$

(b) Si $p(x, y) = 4 + 3y - 2x - y^2 + 5xy$ es el polinomio de Mac laurin de orden dos del campo escalar $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, entonces la máxima derivada direccional en el origen es $\sqrt{13}$

Examen Final Previo

Análisis Matemático II. 3.1.008.

Tema 2

NOMBRE Y APELLIDO:…………………………………………………………………………………………………..

La condición suficiente de aprobación es la resolución completa, claramente detallada y justificada, sin errores conceptuales ni algebraicos, de cuatro de los 7 ítems o ejercicios. No son tenidos en cuenta cálculos dispersos, o poco claros, o sin justificaciones. Al finalizar el examen firme e indique el número de hojas. Dispone de 2 horas y media.

1. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique sus respuestas.

(a) Si $(2,-1)$ es un punto crítico del campo escalar f con derivadas segundas continuas en $\mathbb{R}^2$ y $f_{xx}(2,-1)=0$ siendo $f_{xy}(2,-1)\neq 0$ entonces la función f no alcanza un extremo en el punto $(2,-1)$

(b) Si $p(x,y)=4+3y-2x-y^2+5xy$ es el polinomio de Mac laurin de orden dos del campo escalar $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, entonces la mínima derivada direccional en el origen es $-\sqrt{13}$

2. Obtener el valor del área de la región limitada por el gráfico de la función $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que

$f(x)=\begin{cases} 4-x^2 & x\geq 1 \\ 2+x^2 & x<1 \end{cases}$ y la curva imagen de la función vectorial de $\overline{g}\colon [0,\sqrt{2}\,] \to \mathbb{R}^2$ tal que $\overline{g}(t)=(\,t^2,\ 2-t^2)$

3. Probar que la integral impropia $\int_1^{\infty}\frac{\ln(x)}{x^2}dx$ es convergente

4. El sistema de ecuaciones $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=6 \\ x^2+y^2-z=0 \end{cases}$ se satisface en el punto $A=(1,1,2)$ y define una curva C. Hallar la ecuación vectorial de la recta tangente a la curva C en el punto A. Graficar.

5. Sea el campo escalar $F\colon \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $F(x,y,z)=ze^{z+1}+yx^2+z$

(a) Mostrar que la ecuación $F(x,y,z)=0$ define implícitamente a $z=f(x,y)$ en un entorno de $(x_0,y_0)=(1,2)$, con la condición $f(1,\ 2)=-1$ y calcular $\overline{\nabla} f(1,2)$

(b) Considerando la función definida implícitamente en el ítem (a). Determinar la derivada direccional $\frac{\partial f}{\partial \check{v}}(1,2)$ siendo $\check{v}$ un versor tangente en el punto $(1,1)$ a la curva definida por $C=\{(x,y)\in\ \mathbb{R}^2\colon 4x^2+6xy-4y^2=6\}$