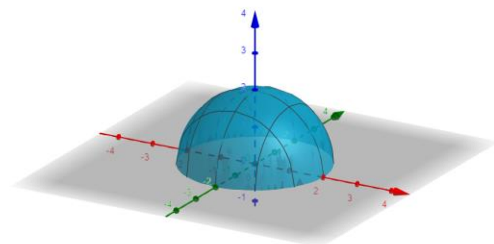
1. Dados los siguientes campos, decidir si son escalares o vectoriales:
   a) El campo que proporciona la temperatura de un cuerpo de acuerdo a su posición (x, y, z)
   b) El campo de velocidad de un fluído
   c) El campo gravitacional que actúa sobre un cuerpo ubicado en la posición (x,y,z)
   d) El campo que describe la densidad de una población de aves (número de individuos por unidad de área o volumen)

2. Dados los siguientes campos escalares $F: \mathrm{A} \subseteq \mathrm{R}^2 \rightarrow \mathrm{R}$, expresar analíticamente y representar gráficamente el dominio de cada uno de ellos.

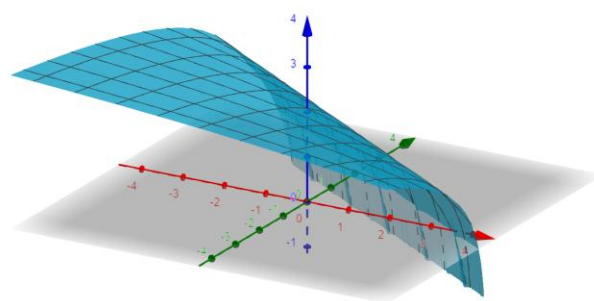
   a. $F(x; y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

Gráfico de F



   b. $\mathrm{F(x, y)} = \ln\left(8 - (2\mathrm{x} + 3\mathrm{y})\right)$

Gráfico de F



   c. $F\ (x; y) = 3y - 6xy$

   d. $F(x; y) = \frac{\sqrt[3]{8+y}}{x-y+3}$

3. Si la función $T = T(x; y)$ representa la temperatura media anual en la posición $(x; y)$, las curvas de nivel se denominan curvas isotermas.
   Indicar las isotermas de nivel k de los siguientes campos escalares, que describen la temperatura de un cuerpo en la posición $(x; y)$. Representar gráficamente las correspondientes a los niveles $k = -1, 0, 1$.

   a. $T(x; y) = x - 3y$ b. $T(x; y) = \frac{2}{x-y}$

   c. $T(x; y) = \frac{y}{x^2-1}$ d. $T(x; y) = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$

4. Si la función $V = V(x; y)$ representa el voltaje de un punto $(x; y)$ en el plano, las curvas de nivel se denominan curvas equipotenciales. Hallar, analítica y gráficamente, las curvas equipotenciales para $V = 1$ y $V = 4$ si la función de voltaje está dada por $V(x; y) = \frac{4}{\sqrt{(x-2)^2+(y+3)^2}}$.

5. Para cada una de las siguientes funciones vectoriales con imágenes en R^2, se pide obtener, si es posible, la ecuación cartesiana de la curva $C = Im\bar{f}$ (eliminación del parámetro). Considerar las restricciones sobre las variables x e y. Graficar la curva $C = Im\bar{f}$

   i. $\bar{f}: [0,1] \to R^2, \bar{f}(t) = (t; t^2 + 3)$
   ii. $\bar{f}: [0,2\pi] \to R^2, \bar{f}(t) = \left(\sqrt{2}\,cos\,t\,; \sqrt{2}sent\right)$
   iii. $\bar{f}: [0, \pi] \to R^2,\ \bar{f}(t) = (2\cos(t)\,; 3sen(t))$
   iv. $\bar{f}(t) = (t^2; t^2), t \in R$
   v. $\bar{f}(t) = (3\cos(t)\,; 3sen(t))$

   Para i. t ∈ R
   ii. t ∈ [-π/2; π/2]

6. Dada la ecuación de cada una de las siguientes curvas en forma cartesiana, se pide dar la expresión de una función vectorial que tenga a dicha curva como imagen (es decir, dar una parametrización de la curva).

   a. $y = x^2 - 3x$
   b. $x^2 + y^2 = 25, x \leq 0$
   c. $9x^2 + y^2 = 1$
   d. El arco de curva $y = x^3$ que une los puntos (0, 0) y (1, 1)
   e. El arco de parábola $x = y^2$, desde (1,-1) hasta (1,1)
   f. $(x + 1)^2 + y^2 = 1$
   g. $3x^2 + 2y^2 = 1$, con $x < 0, y < 0$
   h. $y - 2x = 0$, con $x^2 + y^2 < 25$

7. Un móvil se desplaza según la trayectoria descripta por $\bar{f}(t) = (1 + \cos(t)\,; sen(t))$ y otro por $\bar{g}(t) = (\cos(t)\,; 1 + sen(t))$, con t ∈ [0; 4π]. Determinar si estos móviles se encuentran en algún instante t. Representar gráficamente las trayectorias.

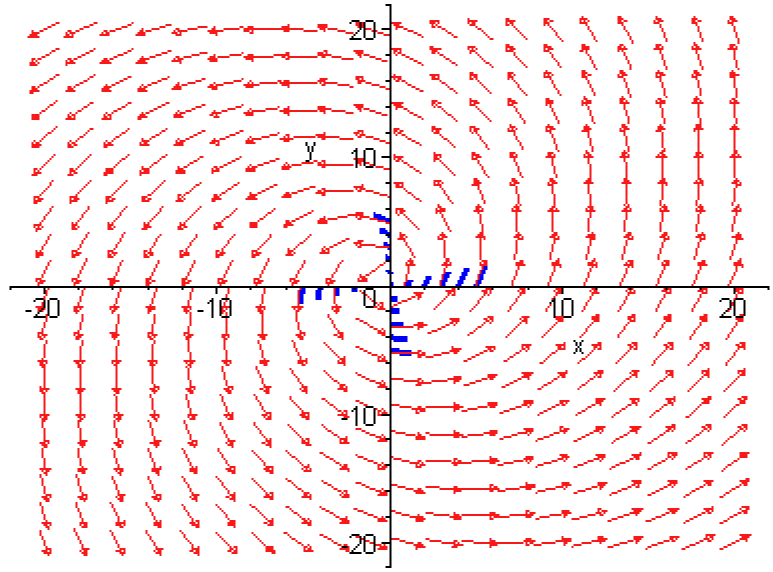
8. Un móvil se desplaza según la trayectoria descripta por $\bar{f}(t) = (t; t + 1)$ y otro por $\bar{g}(t) = (t;\ -t^2 + 3)$, con t ∈ [0; 3]. Determinar si estos móviles se encuentran en algún instante t, de ser afirmativa la respuesta dar el instante y la velocidad que lleva cada uno al encontrarse. Representar gráficamente las trayectorias.

9. Describir mediante ecuaciones de la forma x(t) = f(t), y(t) = g(t) la trayectoria de una partícula que se desplaza de acuerdo a las siguientes condiciones:

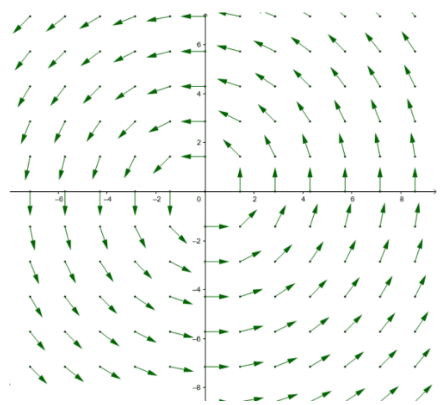
   a. parte del punto (0; 1) y recorre la circunferencia$x^2 + y^2 = 1$ dos veces en el sentido contrario a las agujas del reloj.
   b. recorre el cuarto de circunferencia unitaria desde (1; 0) hasta (0; 1).

10. Cuando se quiere describir un fluido es conveniente indicar la velocidad con que pasa un elemento de fluido por un punto dado del espacio. Para ello, en el caso de flujo estacionario (es decir, que no depende del tiempo), se usa un campo vectorial de velocidades $\bar{V} = \bar{V}(x; y)$.
    Dados los siguientes campos vectoriales con sus respectivos gráficos, en cada caso, determinar analíticamente su dominio

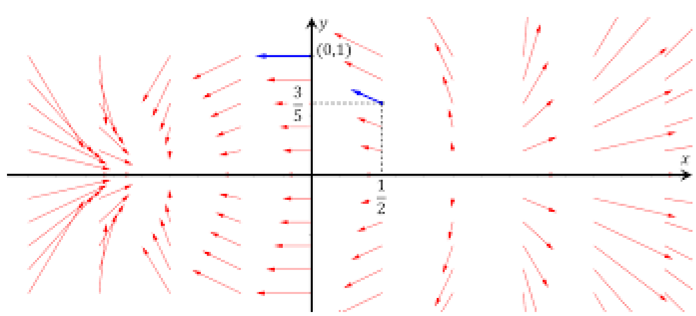
    a. $\bar{V}(x; y) = (-y, x)$



b. $\bar{V}(x;y) = \left(\frac{-x}{\sqrt{x^2+y^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$



c. $\bar{V}(x;y) = \left(\frac{1}{4}(x^2 - y^2 - 1), \frac{xy}{2}\right)$



11. Hallar la ecuación cartesiana de la superficie que resulta ser el conjunto imagen del campo vectorial $\bar{F}: A \subseteq R^2 \to R^3$. Identificar la superficie.

a. $\bar{F}(u;v) = (u;v;\, u^2 + v^2)$ i. con $(u;v) \in \mathrm{R}^2$

ii. con $(u;v)$ tales que $u^2 + v^2 \leq 1$

b. $\bar{F}(u;v) = (u;v;\, 1 - u - v)$

c. $\overline{F}(u\,;v) = (\cos(u)\,sen(v); sen(u)sen(v); \cos(v))$

d. $\overline{F}(u\,;v) = (\cos(u)\,; sen(u); \mathrm{v})$

i. con $(u\,;v) \in \mathrm{R}^2$

ii. con $(u\,;v)$ tales que $0 \leq u \leq \pi, 1 \leq v \leq 2$

e. $\overline{F}(u\,;v) = (u\,;v\,;\ (u-1)^2 + 2v^2)$

12. Dadas las ecuaciones cartesianas de las siguientes superficies, se pide dar la expresión de un campo vectorial que tenga como imagen a dicha superficie (es decir, dar una parametrización de la superficie)
   a. $2x - y + z = 3$
   b. $z - x^2 - y^2 = 0$
   c. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$
   d. $x^2 + y^2 = 9$
   e. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$
   f. La porción de cilindro $x^2 + y^2 = 9$ ubicada en el primer octante.