Examen Final Previo

Análisis Matemático II. 3.1.008.
Viernes 10 de noviembre de 2017

NOMBRE Y APELLIDO:……………………………………………………………………………………………….

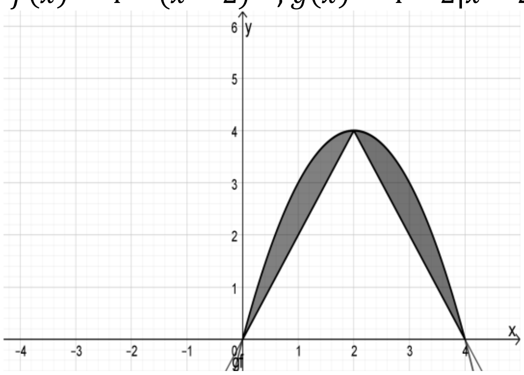
La condición suficiente de aprobación es la resolución completa, claramente detallada y justificada, sin errores conceptuales ni algebraicos, de cuatro subítems cualesquiera. No son tenidos en cuenta cálculos dispersos, o poco claros, o sin justificaciones. Al finalizar el examen firme e indique el número de hojas. Dispone de 2 horas y media.

1. El plano tangente al gráfico del campo escalar $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ en el punto $(1,2,-1)$ tiene ecuación $z = 2x + 3y - 9$. El campo vectorial $\bar{g}\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ con matriz jacobiana $J_{\bar{g}}(u,v) = \begin{pmatrix} 2uv & u^2 \\ v & u \end{pmatrix}$

es tal que $\bar{g}(1,1) = (1,2)$. Hallar el gradiente del campo escalar $h = f \circ \bar{g}$ en el punto $(1,1)$.

2. (a) Calcular el valor del área de la región sombreada , siendo las funciones del gráfico

$f(x) = 4 - (x-2)^2$, $g(x) = 4 - 2|x-2|$ con $x \in [0,4]$



(b) Considerando la función f del ítem (a) probar $\int_3^{+\infty} \frac{5}{4-f(x)}\,dx = 5$

3. Sea $\boldsymbol{f}\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ un campo escalar tal que $\boldsymbol{df}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\Delta\boldsymbol{x},\Delta\boldsymbol{y}) = (\boldsymbol{3x^2} + \boldsymbol{3y^2} - \boldsymbol{24})\Delta\boldsymbol{x} + (\boldsymbol{6y^2} + \boldsymbol{6xy})\Delta\boldsymbol{y}$

(a) Determinar la ecuación del plano tangente a la gráfica de la función f en el punto $(-1,1,24)$.

(b) Hallar y clasificar los puntos críticos de f

4. Dado el campo campo escalar $\boldsymbol{G}\colon \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{3zx^2y} + \boldsymbol{z^2e^{x+y}} + \boldsymbol{2}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})$

(a) Demostrar que en un entorno del punto $(1,-1)$ la ecuación $G(x,y,z) = 0$ define implícitamente a $z = f(x,y)$ siendo $f(1,-1) = 0$

(b) Calcular la derivada direccional de la función f en el punto $(1,-1)$ en la dirección que va desde $(1,-1)$ hacia $(2,2)$