UADE - Análisis Matemático II **Final previo diciembre 2018**

Apellido y nombre:..

Esta evaluación está estructurada en cinco ejercicios. Dispones de tres horas para su desarrollo. Te sugerimos distribuir adecuadamente el tiempo que dedicarás a cada ejercicio, dado que no necesariamente todos tienen el mismo nivel de dificultad. Para aprobar el examen deberás resolver correctamente al menos tres de los cinco ejercicios propuestos. Por favor, recuerda poner el nombre en todas las hojas del examen, numerarlas y firmar al final del examen. ¡Buena suerte!

<u>Ejercicios</u>

1) Si un móvil se desplaza sobre el plano y la expresión $\bar{f}(t)=(2t, t^2-1)$ indica su posición para cada instante de tiempo t, se pide:
   a) determinar el vector velocidad para este móvil, en el instante en que pasa por el punto del plano (2,0)
   b) representar gráficamente la trayectoria recorrida por el móvil en el intervalo de tiempo [0,3]

2) Dada la función escalar h, definida por: $h(x)=\begin{cases} k+3^x & \text{si } x>-2 \\ 1/x^3 & \text{si } x<-2 \end{cases}$, se pide determinar si existe o no una constante real k de modo tal que resulte $\int_{-\infty}^{0} h(x)dx$ =1. En el caso en que k exista, hallar su valor.

3) Sean $H: R^2 \to R^2$, $H(u;v)=\left(-e^{u.v-3}, 5.u^2-4.u.\cos(v-3)\right)$ y $G: R^2 \to R$, $\nabla G(x,y)=\left(2.x.y+y^2-1, 2.xy+x^2\right)$. Se define $F=G\circ H$. Hallar el valor de la derivada direccional de F en el punto (1, 3), en la dirección y sentido dados por el vector (1, -1).

4) Indicar en cada caso si lo que se indica es verdadero o falso. Justificar.
   a) Si $P(x,y) = 4 + 3(x-2)^2 + 4(x-2)(y+3) + 5(y+3)^2$ es el polinomio de Taylor de orden dos de un campo escalar F que tiene derivadas parciales hasta el orden 4 continuas en un entorno de $P_0 = (2,-3)$, entonces el punto (2, -3, F(2, -3)) es un punto de ensilladura para F.
   b) Sea $F: R^2 \to R$ un campo escalar con derivadas parciales continuas. Si el diferencial de F es: $dF(x;y;\Delta x;\Delta y) = 3y.e^{2xy}\,\Delta x + (3x.e^{2xy}+4)\,\Delta y$, entonces todas las derivadas direccionales de F en $P_0 = (0, 1)$ toman valores entre - 5 y 5.
   c) El área de la región del plano que constituye el dominio del campo escalar definido por $F(x,y) = \sqrt{-x^2-y+1}+\sqrt{y}$ es 2/3.

5) Analizar si es posible que la ecuación $2x^2-xyz-x+z-2=e^{xy}$ defina implícitamente $z=z(x,y)$ en un entorno de $(x_0,y_0)=(1,0)$, con la condición z(1,0)=2. En caso afirmativo, determinar la expresión del diferencial de z=z(x,y) en el punto dado.