UADE

Análisis Matemático II. 3.1.008. Tema 1

Examen Final Previo **07/09/2018**

NOMBRE Y APELLIDO:………………………………………………………………………………………………..

Esta evaluación está estructurada en cinco ejercicios. Dispones de tres horas para su desarrollo. Para aprobar el examen deberás resolver correctamente al menos tres de los cinco ejercicios propuestos. Durante el examen no se contestarán preguntas. Al finalizar el mismo firme e indique el número de hojas. ¡Buena suerte! ☺

1. Sea el campo escalar $g: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $g(x,y) = e^{2x(y-1)} + 3x^2 - y$ y el arco de curva C de ecuación cartesiana $25x^2 + 4y^2 = 100,\ x \geq 0$

(a) Definir una función vectorial cuya imagen sea el arco de curva C. Graficar e indicar el sentido de orientación sobre la misma

(b) Hallar la derivada direccional $g'((0,2), \breve{v})$, siendo $\breve{v}$ un versor ortogonal a la curva C en el punto $\left(\sqrt{3}, \frac{5}{2}\right)$

2. Probar que el campo escalar $f(x,y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$, tiene dos puntos de ensilladura y escribir una ecuación vectorial de la recta normal a la gráfica de f en cada uno de dichos puntos.

3. Analizar la convergencia o divergencia de la integral impropia $\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{e^{-x}\sqrt{2+2e^x}}\, dx$

4. Sea el campo escalar $f: D \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x,y) = \ln(y+2x)\sqrt{y-x}$, el campo vectorial $\bar{g}: D_{\bar{g}} \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ con matriz jacobiana $J_{\bar{g}}(u,v) = \begin{pmatrix} 2vu^{v-1} & 2u^v lnu \\ 6uv & 3u^2 - 2 \end{pmatrix}$ y $\bar{g}(1,2) = (0,1)$

(a) Hallar analíticamente y graficar el dominio del campo escalar f y calcular $\nabla f(0,1)$

(b) Considerando la función $h(u,v) = (f \circ \bar{g})(u,v)$. Calcular, utilizando una aproximación lineal, un valor aproximado de $h(1{,}01,\ 1{,}99)$.

5. Sea h una función escalar $h: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ cuya derivada es $h'(x) = x\, sen(x^2 - 1)$ que verifica que $h(-1) = \frac{1}{2}$. Sea el campo escalar $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x,y) = 2x^2 + xy - [h(x)]^2$. Determinar el valor de la derivada segunda $f_{xx}(-1,2)$

Análisis Matemático II. 3.1.008. Tema 2

Examen Final Previo **07/09/2018**

NOMBRE Y APELLIDO:…………………………………………………………………………………………………..

Esta evaluación está estructurada en cinco ejercicios. Dispones de tres horas para su desarrollo. Para aprobar el examen deberás resolver correctamente al menos tres de los cinco ejercicios propuestos. Durante el examen no se contestarán preguntas. Al finalizar el mismo firme e indique el número de hojas. ¡Buena suerte! ☺

1. Sea el campo escalar $g\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $g(x,y) = e^{2y(x-1)} + 3y^2 - x$ y el arco de curva C de ecuación cartesiana $4x^2 + 25y^2 = 100,\ x \geq 0$

(a) Definir una función vectorial cuya imagen sea el arco de curva C. Graficar e indicar el sentido de orientación sobre la misma

(b) Hallar la derivada direccional $g'((2,0),\breve{v})$, siendo $\breve{v}$ un versor ortogonal a la curva C en el punto $\left(\frac{5}{2},\sqrt{3}\right)$

2. Probar que el campo escalar $f(x,y) = y^3 + 3yx^2 - 15y - 12x$, tiene dos puntos de ensilladura y escribir una ecuación vectorial de la recta normal a la gráfica de f en cada uno de dichos puntos.

3. Analizar la convergencia o divergencia de la integral impropia $\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{e^{-x}\sqrt{7+2e^x}}\,dx$

4. Sea el campo escalar $f\colon D \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x,y) = \ln(x+2y)\sqrt{x-y}$, el campo vectorial $\bar{g}\colon D_{\bar{g}} \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ con matriz jacobiana $J_{\bar{g}}(u,v) = \begin{pmatrix} 2vu^{v-1} & 2u^v lnu \\ 6uv & 3u^2-2 \end{pmatrix}$ y $\bar{g}(1,2) = (1,0)$

(a) Hallar analíticamente y graficar el dominio del campo escalar f y calcular $\nabla f(1,0)$

(b) Considerando la función $h(u,v) = (f \circ \bar{g})(u,v)$. Calcular, utilizando una aproximación lineal, un valor aproximado de $h(1{,}01,\ 1{,}99)$.

5. Sea h una función escalar $h\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ cuya derivada es $h'(x) = x\,cos(x^2-1)$ que verifica que $h(-1) = 1$. Sea el campo escalar $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x,y) = 2x^2 + xy - [h(x)]^2$. Determinar el valor de la derivada segunda $f_{xx}(-1,2)$