

Estimado alumno:

Esta evaluación está estructurada en seis ejercicios. Dispone de tres horas para su desarrollo. Para aprobar el examen con calificación cuatro es suficiente que resuelva correctamente y en forma completa al menos tres de los seis ejercicios. ¡Buena suerte!

Ejercicios

- 1) Para cada una de las siguientes afirmaciones indicar si es verdadera o falsa y justificar adecuadamente:
 - a) Si el valor de verdad de la proposición $\neg p \rightarrow q$ es falso, entonces el valor de verdad de la proposición $q \vee [s \wedge (\neg q \rightarrow p)]$ es falso.
 - b) El coeficiente de $x^{14}y^5$ en el desarrollo de $(2x^2 + y)^{12}$ es 792
 - c) Si R es una relación de equivalencia definida en un conjunto A y si a y b son elementos de A cuyas clases de equivalencia coinciden, entonces $(a,b) \in R^{-1}$.

- 2) Sea $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ un álgebra de Boole. Se define en el conjunto B la siguiente relación R:

$$\forall x, y \in B: x R y \leftrightarrow x + y = x$$

Demostrar que R es una relación de orden en B.

- 3) Hallar la expresión de los términos de la sucesión $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, que resultan solución de la ecuación de recurrencia: $a_{n+1} - a_n = 12a_{n-1}$ y que además verifican las condiciones: $a_0 = 2$, $a_1 = 1$.
- 4) Dado el conjunto $S = \{x \in \mathbb{Q} / x = 5^k \text{ con } k \in \mathbb{Z}\}$, analizar si (S, \cdot) es o no es un subgrupo del grupo $(\mathbb{Q} - \{0\}, \cdot)$
- 5) Demostrar que para dos conjuntos A, B incluidos en un mismo universal U se verifica $A \Delta (B \cup A) = B - A$. Justificar cada paso de la demostración.
- 6) Trazar el grafo dirigido o digrafo representado por la siguiente matriz de adyacencia e indicar si se trata o no de un grafo dirigido simple, si tiene o no tiene vértices aislados, si tiene o no tiene vértices de grado negativo impar y si es o no es conexo. Justificar cada respuesta.

$$M_a(D) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$