Propiedades en operaciones matemáticas

Las propiedades matemáticas son una gran herramienta para resolver operaciones rápidamente, pues son como pequeños trucos de cálculo.

Propiedad conmutativa

La propiedad conmutativa es una de las propiedades fundamentales de la adición y la multiplicación. Se trata de la propiedad que establece que el orden en el que se suman o multiplican dos números no altera el resultado. Es decir, $a+b = b+a$ y $a·b = b·a$.

•Ejemplo de la **propiedad conmutativa de la suma**:

$$9 + 5 = 5 + 9 = 14$$

•Ejemplo de la **propiedad conmutativa de la multiplicación**:

$$9 \cdot 5 = 5 \cdot 9 = 45$$

Propiedad asociativa

La propiedad asociativa de la multiplicación y la suma se refiere a la capacidad de intercambiar el orden de los términos en una operación (con tres o más términos), sin cambiar el resultado. Esto se puede ilustrar de la siguiente manera:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$
$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

Los términos entre paréntesis se pueden intercambiar, y el resultado será el mismo.

•Ejemplo de la **propiedad asociativa de la suma**:

$$3 + (9 + 5) = (3 + 9) + 5 = 17$$

•Ejemplo de la **propiedad asociativa de la multiplicación**:

$$3 \cdot (9 \cdot 5) = (3 \cdot 9) \cdot 5 = 135$$

Propiedad distributiva

La propiedad distributiva es una de las propiedades más importantes que existen, especialmente en el álgebra. Esta propiedad se utiliza para simplificar expresiones y hacer los cálculos más sencillos. La propiedad distributiva se puede aplicar al producto de un número por una suma o resta.
La propiedad distributiva establece que, si tenemos un número y lo multiplicamos por una suma o una diferencia, el resultado será igual a la suma o diferencia de los números individuales multiplicados por el número original.

•Ejemplo de la **propiedad distributiva con el producto de una suma**:

$$3 \cdot (9 + 5) = 3 \cdot 9 + 3 \cdot 5 = 42$$

•Ejemplo de la **propiedad distributiva con el producto de una resta**:

$$3 \cdot (9 – 5) = 3 \cdot 9 – 3 \cdot 5 = 12$$

Propiedad identidad o elemento neutro

La propiedad identidad o elemento neutro se refiere a un elemento que no cambia el valor de una operación. En la suma y la resta, el elemento neutro es el 0 y en la multiplicación es el 1. Por lo tanto, se puede decir que:

$$a + 0 = a$$

$$a – 0 = a$$

$$a \times 1 = a$$

•Ejemplo de la **propiedad identidad de la suma**:

$$5 + 0 = 5$$

•Ejemplo de la **propiedad identidad de la resta**:

$$5 – 0 = 5$$

•Ejemplo de la **propiedad identidad de la multiplicación**:

$$5 \cdot 1 = 5$$

Propiedades de la resta

Como has podido ver, todas las propiedades que hemos comentado hasta ahora, son aplicables a la suma y a la multiplicación. Pero, solo el elemento neutro es aplicable a la resta. Aunque en realidad, hay un par más de propiedades de la resta:

•La **propiedad fundamental de la resta**: la cual dice que: «si sumamos o restamos el mismo número al minuendo y al substraendo, obtenemos una resta equivalente».
A continuación, te lo demostramos con un ejemplo numérico, partiendo de la resta 9 – 5:

$$9 – 5 = (9 + 1) – (5 + 1) = 4$$

•La **segunda propiedad de la resta**: si sumamos el resultado de una resta más el sustraendo, obtenemos el minuendo:

$$6 – 4 = 2, \text{ y se cumple que } 4 + 2 = 6.$$

Orden de prioridad de las operaciones

Una ecuación matemática puede tener varios términos operaciones que se deben resolver.

$$X = \underbrace{a \cdot b}_{\text{1er término}} - \underbrace{c}_{\text{2do término}} + \underbrace{d \,/\, (e - f)}_{\text{3er término}} + \underbrace{g \cdot h^{45}}_{\text{4to término}}$$

siendo {a, b, c, d, e, f, g,h} pertenecientes a los números reales.

Se debe respetar el **orden de prioridad en el cuales se realizan las operaciones** de la siguiente manera:

1 – Si hay **paréntesis**, se respetan la operaciones en ella. En ejemplo básico, el tercer término presenta : 3er term = $d \,/\, (e - f)$

debemos resolver el $(e - f)$ antes de ver qué divide a d.

Luego, encontramos que

si $e - f = 4$ entonces 3er term= $d \,/\, 4$

2– Si hay **exponente**, se resuelve primero el exponente y luego la siguiente operación que le afecta. En ejemplo básico, el cuarto término presenta :

4to term = $g \cdot h^{45}$

debemos resolver el h^{45} antes de multiplicar por g.

Luego, encontramos que

si $h^{45} = 789$ entonces 4to term= $g \cdot 789$

3– Si hay **multiplicación/división**, se resuelve primero la multiplicación/división. Veamos un sub-ejemplo de esta situación, tenemos

$$X = 9 \cdot 5 + 8$$

En el enunciado la expresión de X **no tiene expresamente el paréntesis en ningún término**. Si en el enunciado **no está, no lo puedo inventar**. En el primer término tenemos una multiplicación que debe ser respectada ANTES de pasar a la operación suma que afecta al segundo término.

$$X = 9 \cdot 5 + 8$$
$$X = 45 + 8$$
$$X = 53$$

Volviendo al ejemplo básico, tenemos en el primer término:

1er term = $a \cdot b$

y en el segundo término : 2do term = c

Debemos resolver $a \cdot b$ ANTES de restar por c pues

$$a \cdot b - c \neq a \cdot b - c$$

ej.

$$2 \cdot 3 - 15 \neq 2 \cdot 3 - 15$$
$$6 - 15 \neq 2 \cdot (-12)$$
$$-9 \neq -24$$

¿OK?

Hay algunos casos donde tenemos división y multiplicación en el mismo término. En este caso, el orden de las operaciones se resuelven de izquierda a derecha.

Sub-ejemplo 2: $X = 36 / 9 \cdot 21 - 4$

Empezando a leer de izquierda a derecha, la operación que tiene prioridad es la división 36/ 9 por sobre la multiplicación por 21. Luego,

$$X = 36/9 \cdot 21 - 4$$
$$X = 4 \cdot 21 - 4$$
$$X = 84 - 4$$
$$X = 80$$

4- Si hay **suma/resta**, nuevamente empezamos a leer de izquierda a derecha. En el ejemplo básico, tenemos:

$$X = a \cdot b - c + d / (e - f) + g \cdot h^{45}$$

con $h^{45} = 789$ entonces 4to term= $g \cdot 789$

$e - f = 4$ entonces 3er term= $d / 4$

La expresión nos queda:

$$X = a \cdot b - c + d / 4 + g \cdot 789$$

Para simplificar el ejemplo, vamos a decir que $d=8$ y $g = 2$ para tener una expresión

$$X = a \cdot b - c + 8/4 + 2 \cdot 789$$
$$X = a \cdot b - c + 2 + 1578$$
$$X = a \cdot b - c + 1580$$

Para simplificar el ejemplo aún más, decimos que $a=950$ y $b= 2$

$$X = 950 \cdot 2 - c + 1580$$
$$X = 1900 - c + 1580$$

Para resolver esta expresión, de izquierda a derecha la operación con prioridad es la resta ANTES de resolver la suma. Si $c=1980$ nos queda

$$X = 1900 - 1980 + 1580$$
$$X = -80 + 1580$$
$$X = 1500$$