RAZONAMIENTOS DEDUCTIVOS

Un razonamiento deductivo es un conjunto de proposiciones en el cual una de ellas, llamada conclusión, se afirma sobre la base de las demás, denominadas premisas.

Ejemplo:
"Si las lentejas son legumbres, entonces son ricas en vitamina B. Las lentejas son legumbres. Por lo tanto, las lentejas son ricas en vitamina B."

La expresión "por lo tanto" es la que indica que la proposición "*Las lentejas son ricas en vitamina B."* está jugando el rol de conclusión, puesto que se está afirmando sobre la base de otras dos proposiciones: *"Si las lentejas son legumbres, entonces son ricas en vitamina B."* y *"Las lentejas son legumbres."*, que son las premisas de este razonamiento.

Forma simbólica de un razonamiento deductivo

Si p_1, p_2,…,p_n son las premisas del razonamiento y q es la conclusión del mismo, entonces es habitual simbolizar este razonamiento de la siguiente manera:

$$\begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ . \\ . \\ . \\ p_n \\ \hline \therefore q \end{array}$$

El símbolo ∴ se lee: "por lo tanto" o "en consecuencia" o "luego" o similar.

Condicional asociado a un razonamiento

Cada razonamiento deductivo tiene asociado un condicional. Este condicional tiene como antecedente la conjunción de las premisas y como consecuente, la conclusión del razonamiento. En forma simbólica, el condicional asociado a un razonamiento es entonces:

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n) \rightarrow q$$

Razonamiento válido

Un razonamiento deductivo es válido si y sólo si su condicional asociado es tautológico. Que un razonamiento deductivo sea válido significa esencialmente que si las premisas son verdaderas, entonces para ese razonamiento puede asegurarse que la conclusión también es verdadera.

Como la única posibilidad de que el condicional asociado al razonamiento sea falso es cuando el antecedente es verdadero y la conclusión falsa, resulta entonces que un razonamiento deductivo será no válido toda vez que: cada una de las premisas (y por lo tanto su conjunción) es verdadera y la conclusión es falsa.

Comprobación de validez de un razonamiento deductivo

- Una forma de comprobar la validez de un razonamiento deductivo es construir su condicional asociado y verificar mediante su tabla de verdad que resulta ser tautológico.

  Ejemplo: comprobar la validez del siguiente razonamiento

$$\begin{array}{c} p \to q \\ \underline{\quad p \quad} \\ \therefore q \end{array}$$

  Condicional asociado a este razonamiento: $[p \wedge (p \to q)] \to q$

  Tabla de verdad del condicional asociado:

p	q	$p \to q$	$p \wedge (p \to q)$	$[p \wedge (p \to q)] \to q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

  Como el condicional asociado al razonamiento resultó ser una tautología, podemos afirmar que el razonamiento es válido.

- Otra forma, mucho más usada en el contexto de la lógica proposicional para razonamientos un poco más complicados que el del ejemplo anterior, es utilizar otras estructuras simples de razonamiento ya conocidas como válidas. Estas estructuras son las denominadas reglas de inferencia. Se encuentran enunciadas en la hojita con dicho nombre (ver archivos).

  Ejemplo: comprobar la validez del siguiente razonamiento mediante el uso de reglas de inferencia

$$\begin{array}{l} q \to (t \wedge s) \\ p \\ \underline{q \vee \neg p \quad} \\ \quad \therefore s \vee n \end{array}$$

  Comprobación:

1) $q \to (t \wedge s)$ premisa 1
2) p premisa 2
3) $q \vee \neg p$ premisa 3
4) q se deduce a partir de los pasos 2) y 3), utilizando la regla de silogismo disyuntivo
5) $(t \wedge s)$ se deduce a partir de 1) y 4), utilizando la regla de Modus Ponens
6) s se deduce a partir de 5), por simplificación conjuntiva
7) $s \vee n$ se deduce a partir de 6) por amplificación disyuntiva

Dado que se partió de las premisas y utilizando estructuras válidas de razonamiento se pudo llegar a la conclusión, queda comprobado que el razonamiento es válido.

- Para demostrar que un razonamiento no es válido, basta hallar un contraejemplo, esto es, una combinación de valores de verdad de las proposiciones simples que intervienen, de modo tal que con esos valores de verdad las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa.

  Ejemplo: hallar un contraejemplo para comprobar que no es válido el siguiente razonamiento

$$\begin{array}{ll} & (p \wedge q) \rightarrow r \\ & (q \vee r) \wedge t \\ \hline \therefore & r \rightarrow p \end{array}$$

  Se buscan entonces valores de verdad de p, q, r, t que hagan verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión.
  Si la conclusión es falsa, como tiene formato de condicional, debe tener su antecedente (r) verdadero y su consecuente (p), falso.
  Siendo p falso, independientemente del valor de verdad de q, el antecedente del condicional que aparece en la primera premisa resulta falso y por lo tanto efectivamente la primera premisa es verdadera.
  Si la segunda premisa debe ser también verdadera, dado que tiene forma de conjunción, las componentes de esa conjunción deben ser verdaderos, de manera que $q \vee r$ es verdadera y también t es verdadera.
  Siendo r verdadera, efectivamente $q \vee r$ resulta verdadera sin importar el valor de verdad de q.
  Por lo tanto, si p es falsa, r verdadera, t verdadera y q con cualquier valor de verdad, se tiene que las premisas de este razonamiento resultan verdaderas y la conclusión falsa.
  En consecuencia, se halló un contraejemplo (en realidad dos, pues q puede ser verdadero o falso) que permite mostrar que el razonamiento dado no es válido.