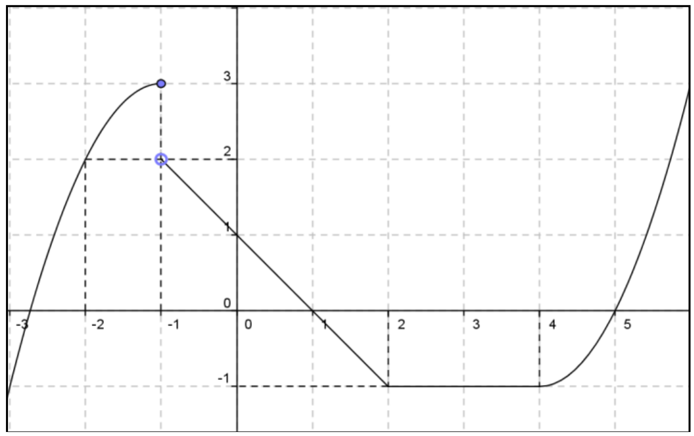
Nota: Los ejercicios indicados con (*) se encuentran resueltos al final de la guía.

1. A partir del gráfico dado, determinar los límites que se piden en cada caso

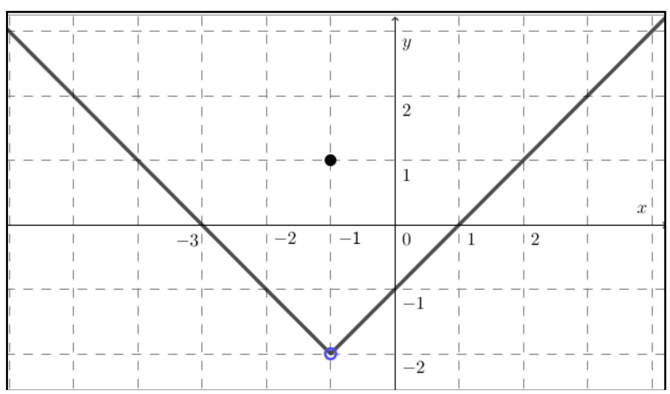
a)



$i) \lim_{x\to -2} f(x)$ $ii) \lim_{x\to -1^-} f(x)$ $iii) \lim_{x\to -1^+} f(x)$ $iv) \lim_{x\to -1} f(x)$

$v) \lim_{x\to 0} f(x)$ $vi) \lim_{x\to 2} f(x)$ $vii) \lim_{x\to 4^-} f(x)$ $viii) \lim_{x\to 4^+} f(x)$

b)



$iv) \lim_{x\to -1} f(x)$

2. Dadas las siguientes funciones:

a) Hallar su dominio de definición.
b) Calcular los límites indicados.
c) Analizar puntos de discontinuidad para las funciones dadas en los ítems iii), iv).

i) $f(t) = e^{t-1}$ $\lim_{t\to 1} f(t)$

ii) $f(x)=\cos x+3$ $\qquad \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x)$

iii) $f(x)=\begin{cases} x+2 & \text{si } x\neq 3 \\ 2 & \text{si } x=3 \end{cases}$ $\qquad \lim\limits_{x\to 3} f(x)$

iv) $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{si } x\leq 3 \\ 2 & \text{si } 3<x<5 \\ x+1 & \text{si } x\geq 5 \end{cases}$ $\qquad \lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 5} f(x)$

3. Dada la función $f:A\subseteq R\to R/f(x)=\begin{cases} \log_2(x+4) & \text{si } x\leq 4 \\ \sqrt{x-4}-1 & \text{si } x>4 \end{cases}$

a) Representar gráficamente la función f, determinando previamente su dominio.
b) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificando en cada caso:

B1) $\text{Lim}_{x\to 4} f(x)=-1$

B2) $\text{Lim}_{x\to -2} f(x)=1$

4. Calcular los siguientes límites:

a. $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^2-x-12}{x^2-2x-8}$

b. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{-2x^4+6x^3-4x^2}{x^3+x^2}$

c. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$

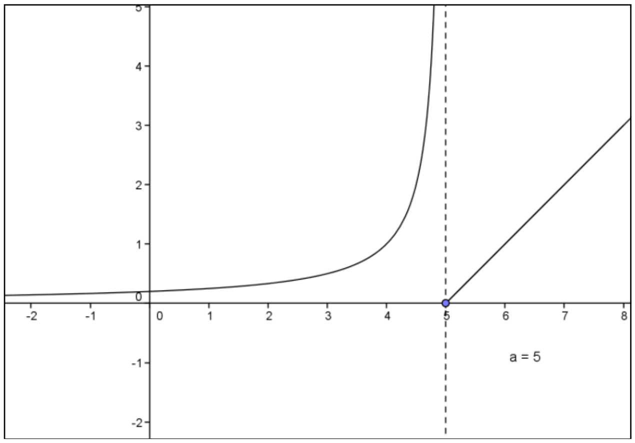
5. En un Parque Nacional se ha realizado un estudio sobre cierta especie y se ha concluido que la cantidad de individuos en los próximos años se rige por la fórmula $P(x)=\frac{15000x+6600}{3x+1}$, donde x representa la cantidad de años transcurridos a partir del momento en que se ha realizado el estudio.

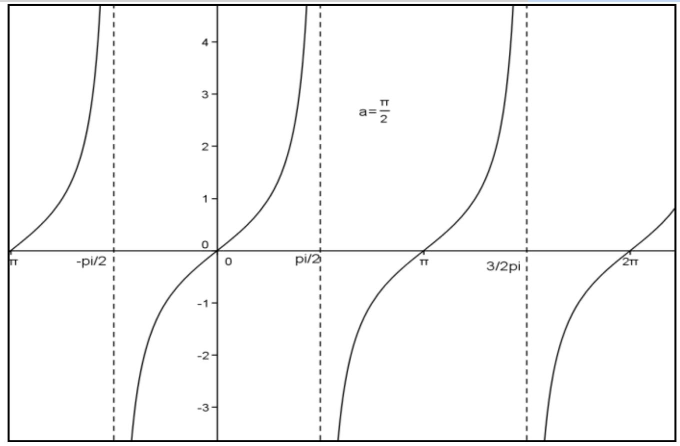
a) ¿Cuántos individuos había en el momento de realizar el estudio? ¿Cuántos habrá dentro de cinco años?
b) ¿Llegará a extinguirse la población, o tiende a estabilizarse en torno a un número determinado de individuos? Justificar.

6. A partir de las siguientes gráficas, calcular los límites pedidos:

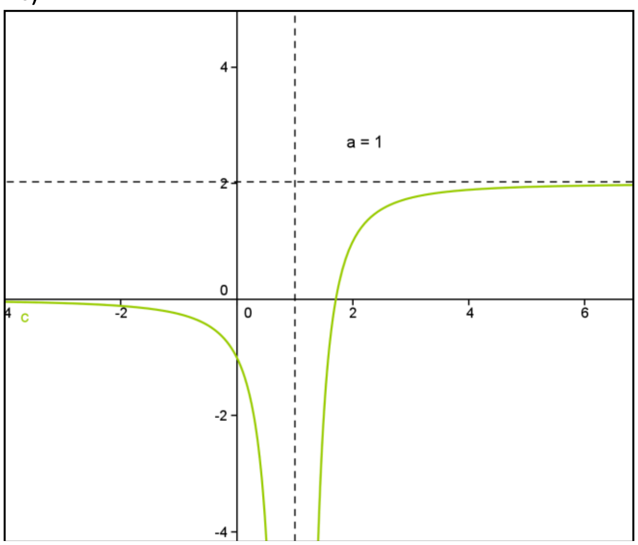
I) i) $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ $\qquad$ ii) $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ $\qquad$ iii) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ $\qquad$ iv) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

a) $\qquad\qquad$ b)

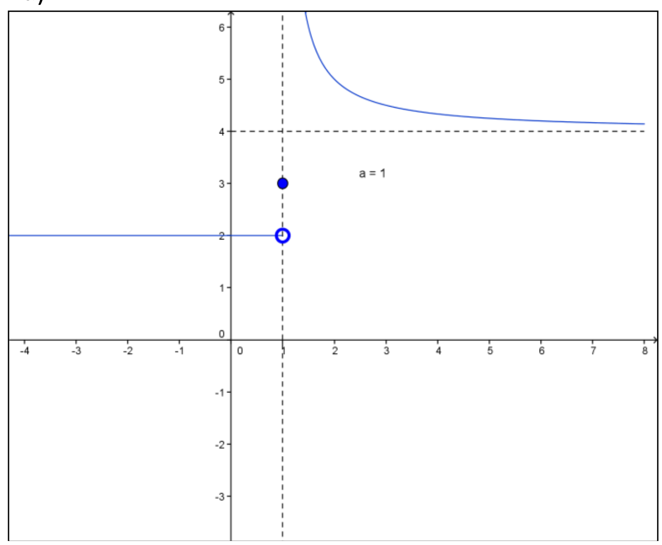




c)



d)



7. Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{a \to 2} \dfrac{1}{a-2}$ d) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3x^5+6x+2}{x^4+4x^2}$

b) $\lim\limits_{b \to 0^+} b^3 - b^{-2} + 1$ f) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x+4}{3x+5}$

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[2^{-x} + \left(\dfrac{4}{5} \right)^x \right]$ g) $\lim\limits_{t \to \infty} \dfrac{t+2}{3t^3+2t}$

8. Una población biológica comienza creciendo según una función exponencial. Si no se presentan catástrofes (incendios, plagas, depredadores, etc.) la población puede llegar a saturar los recursos del hábitat y su crecimiento se amortigua de acuerdo con la siguiente función: $B(t) = \dfrac{c}{1+k e^{-at}}$, dónde *c*, *k* y *a* son parámetros (constantes) que no dependen del tiempo *t* y *a* > 0.

a) ¿Cuál es la población inicial en este modelo?
b) ¿Cuál es la población límite?

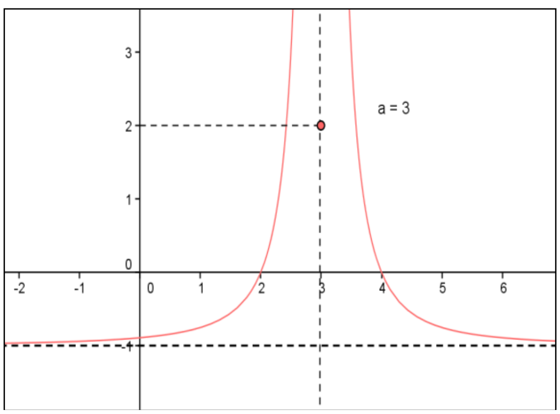
9. El tejido vivo sólo puede ser excitado por una corriente eléctrica si ésta alcanza o excede un cierto valor que designamos v. El valor v depende de la duración t de la corriente. De acuerdo con la ley de Weiss, se tiene que $v = \frac{a}{t} + b$, siendo a y b constantes positivas. Analizar e interpretar el comportamiento de v cuando:

a) t se aproxima a cero.

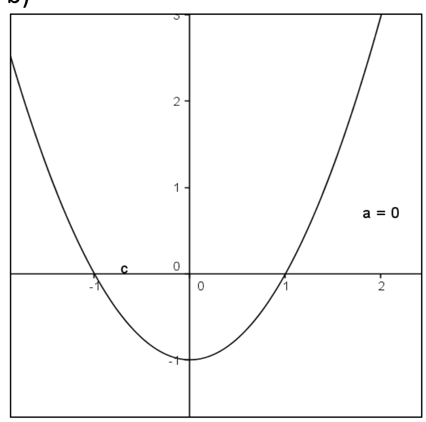
b) t tiende a infinito.

10. Dadas las siguientes gráficas de funciones analizar su continuidad en x = *a*. Si presentan alguna discontinuidad, clasificarla

a)



b)



11. Determina la constante $k \in$ R, para que la función f sea continua.

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 10 & si \ x \neq 1 \\ 7 - 2k & si \ x = 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} ln(x-3) + k & si \ x > 4 \\ 2 + k(x+1) & si \ x \leq 4 \end{cases}$

12. Hallar el valor de k$\in$ R, de modo que x = -1/2 sea asíntota de la función $f(x) = \frac{4x-5}{kx+3}$. Para el valor de k obtenido calcular las ecuaciones de todas las asíntotas de f. (*)

<u>Algunos ejercicios resueltos</u>

Ejercicio 12

Hallar el valor de k∈R, de modo que x=-1/2 sea asíntota de la función $f(x)=\dfrac{4x-5}{kx+3}$. Para el valor de k obtenido calcular las ecuaciones de todas las asíntotas de f.

En primer lugar, notemos que la asíntota tiene ecuación x=-1/2, por lo que se trata de una asíntota vertical y deberá verificarse

$$\lim_{x\to -\frac{1}{2}} \frac{4x-5}{kx+3}=\infty \ (\blacklozenge)$$

Analicemos cuál es el k∈R que verifica (♦).

$$\lim_{x\to -\frac{1}{2}} \frac{\overbrace{4x-5}^{\to -7}}{\underbrace{kx+3}_{\to -\frac{k}{2}+3}}$$

Para que el límite sea infinito, el denominador deberá tender a cero, por lo que buscamos k tal que $-\dfrac{k}{2}+3=0$. Luego, k=6.

Luego, para k=6 la recta de ecuación x=-1/2 es asíntota vertical de f.

Entonces $f(x)=\dfrac{4x-5}{6x+3}$.

Busquemos la ecuación de la asíntota horizontal de f.

Recordemos que para que exista asíntota horizontal debe cumplirse $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\ell$**,** $\ell\in\mathbf{R}$ y en tal caso su ecuación será $y=\ell$.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\overbrace{4x-5}^{\to\infty}}{\underbrace{6x+3}_{\to\infty}}=\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{4x-5}{x}}{\frac{6x+3}{x}}=\lim_{x\to\infty} \frac{4-\overbrace{\frac{5}{x}}^{\to 0}}{6+\underbrace{\frac{3}{x}}_{\to 0}}=\frac{4}{6}$$

Luego, f tiene asíntota horizontal de ecuación $y=\dfrac{4}{6}$.