

# Óptica y Calor - Diseño Térmico

Docente: Francesca Battista

UADE 2024



# Presentación de la materia:

- Unidad I: Ondas, Naturaleza y Propagación de la Luz.
- Unidad II: Óptica Geométrica.
- Unidad III: Óptica Física.
- Unidad IV: Calor y Temperatura.
- Unidad V: Transferencia Térmica.

# UNIDAD I: ONDAS Y PROPAGACION

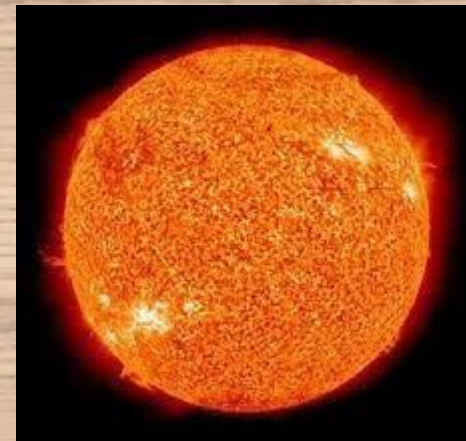
# Ondas

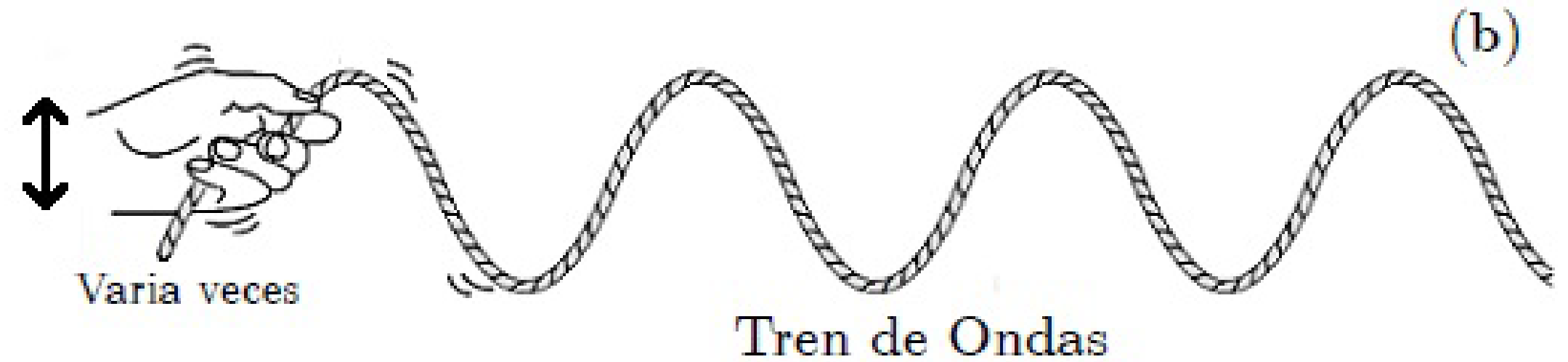
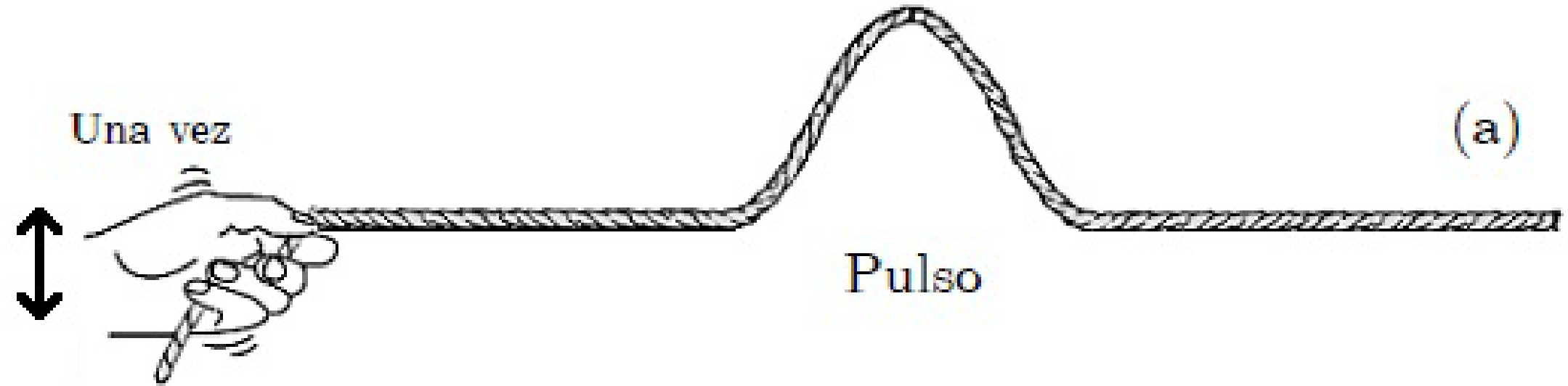
- Una onda es una perturbación que se propaga en el espacio. Puede requerir de un medio físico, ondas mecánicas, o puede no requerir de un medio físico, como las ondas electromagnéticas que se pueden propagar en el vacío.

Ondas mecánicas



Onda Electromagnética







# Ondas Longitudinales y Transversales

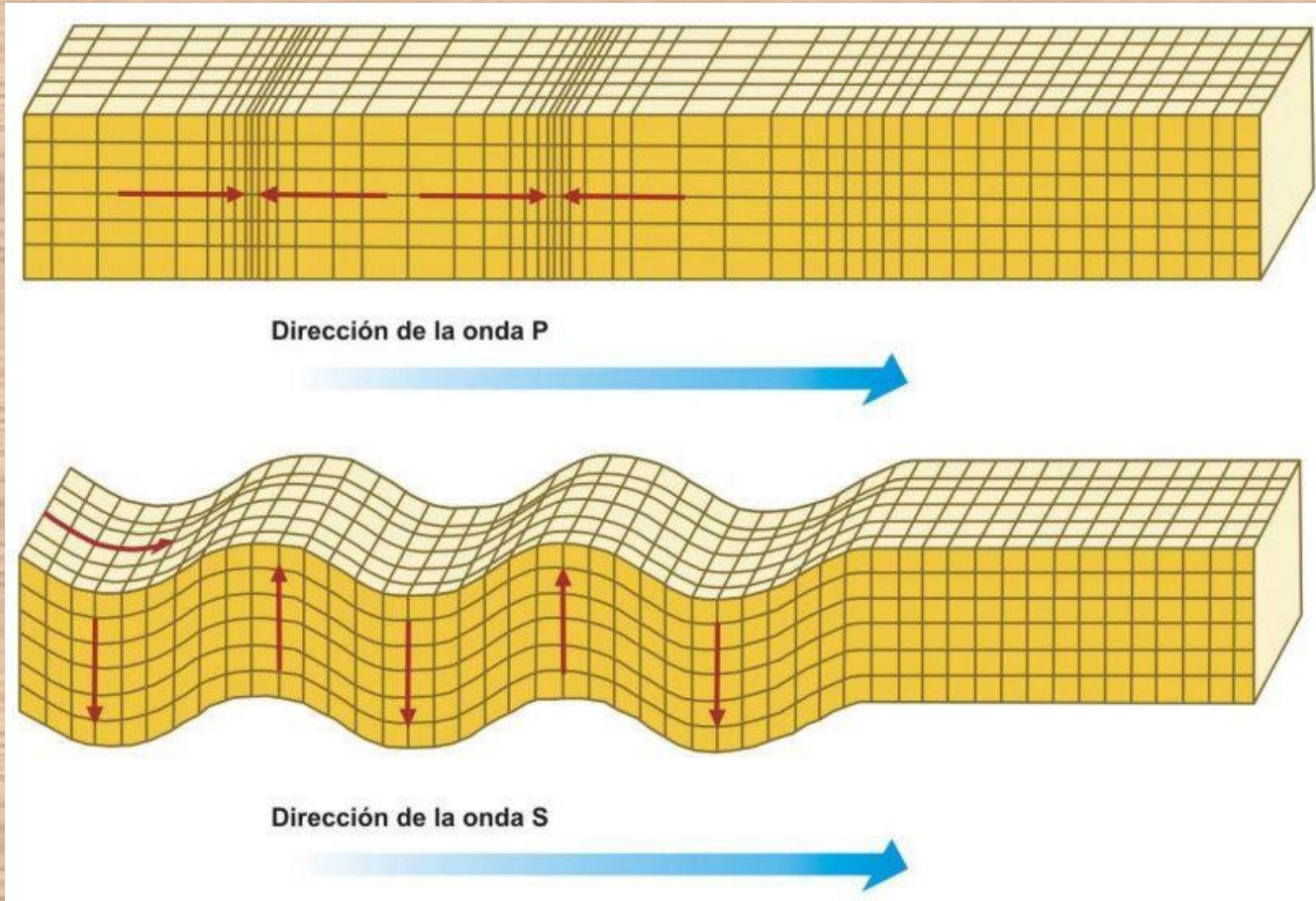
## Ondas Longitudinales

- La perturbación se desplaza en el mismo eje que la onda.
- Ejemplos de ondas longitudinales son el sonido y las ondas p en los movimientos sísmicos.

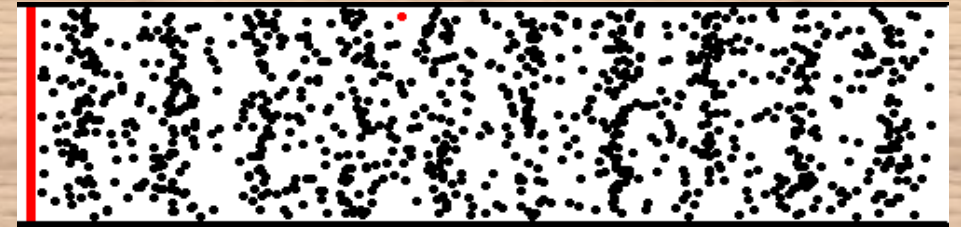
## Ondas Transversales

- La perturbación se desplaza en un eje perpendicular al desplazamiento de la onda.
- Ejemplos de ondas transversales son las ondas electromagnéticas y las ondas s en los movimientos sísmicos.

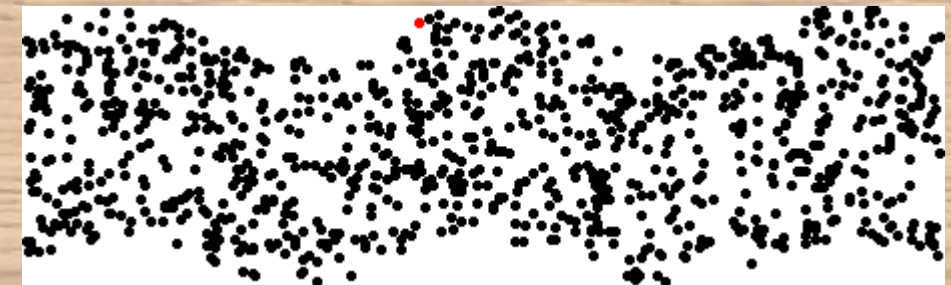
# Ondas p y s en sismos



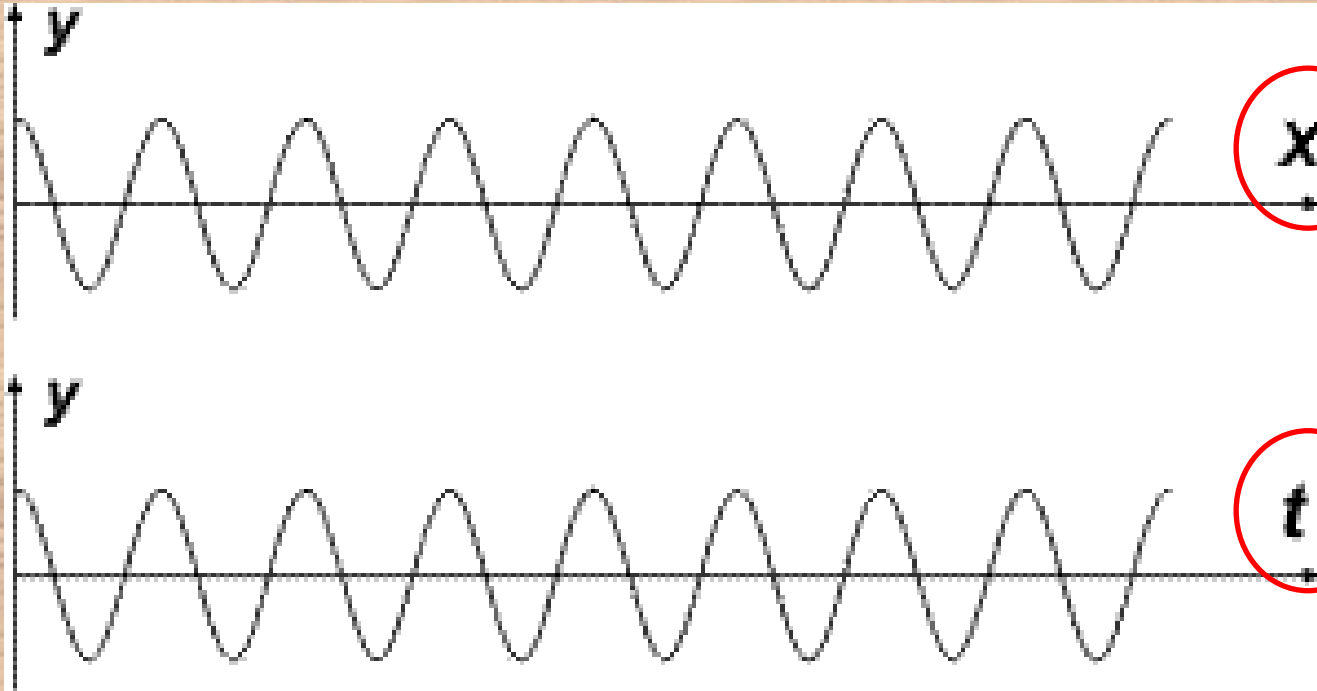
Onda P:  $v = 5,20 \text{ km/s}$



Onda S:  $v = 3,2 \text{ km/s}$



# Ondas Armónicas



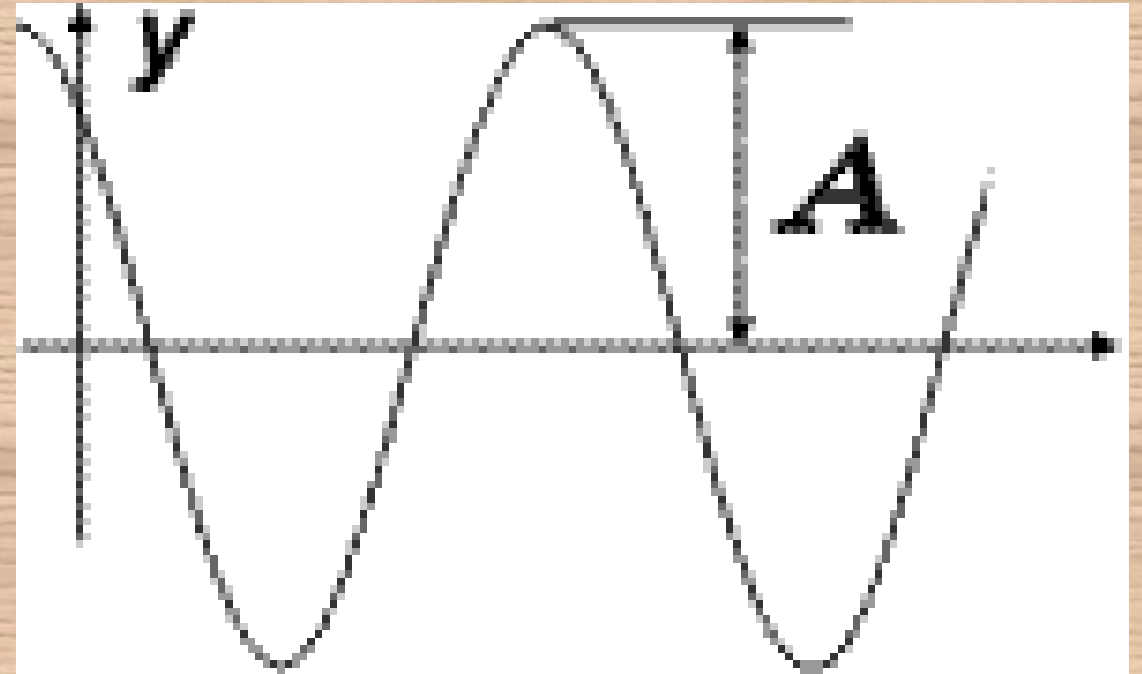
Presentan periodicidad en el espacio y en el tiempo.

Se representan mediante funciones trigonométricas (seno y coseno) con dos variables independientes (espacio y tiempo).



# Características de una Onda Armónica

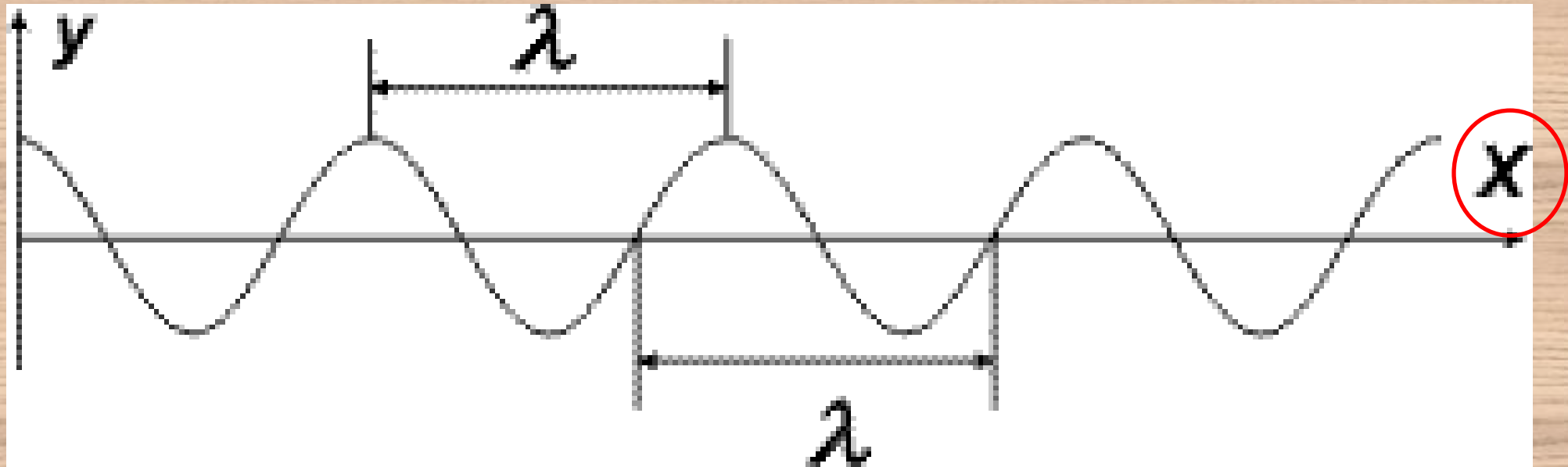
- **Amplitud**,  $A$ . Máximo desplazamiento que experimenta el punto de una onda en contraposición con su estado de equilibrio. Nótese que este desplazamiento no siempre es un desplazamiento espacial. Por ejemplo en el caso de una onda electromagnética será un desplazamiento en el campo magnético y eléctrico.



# Características de una Onda Armónica

- **Longitud de onda,  $\lambda$ .**

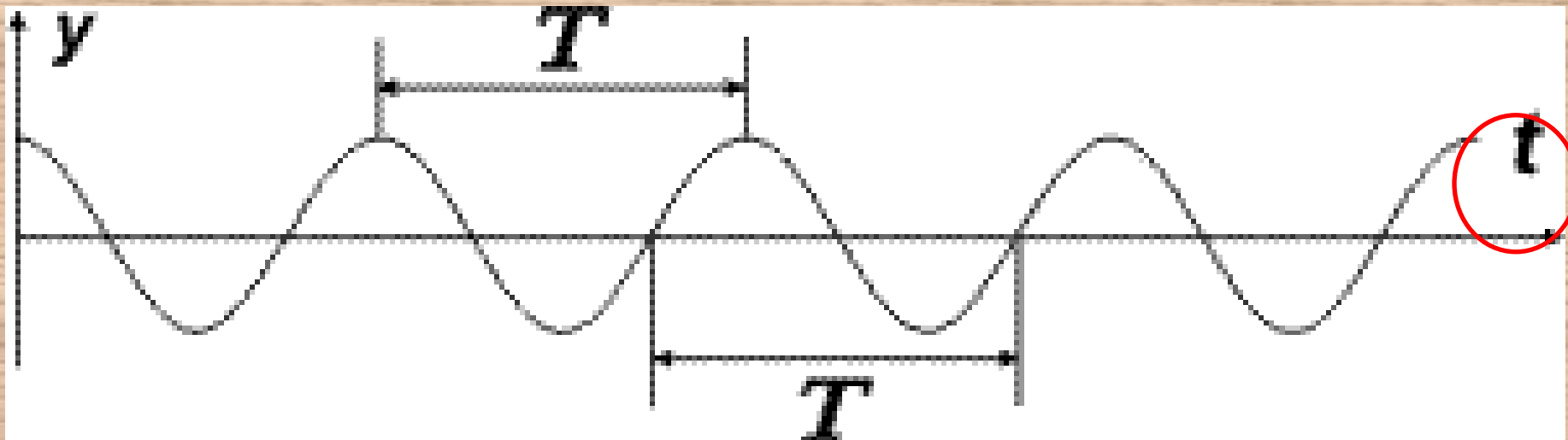
Distancia entre dos puntos correspondientes y consecutivos en el eje espacial de la función, por ejemplo dos crestas consecutivas.





# Características de una Onda Armónica

- **Periodo**,  $T$ . Distancia entre dos puntos correspondientes y consecutivos en el eje temporal de la función, por ejemplo dos crestas consecutivas. Se mide en segundos.
- **Frecuencia**,  $f$ . Número de repeticiones de una oscilación por unidad de tiempo:  $f=1/T$ . Se mide en Hertz, Hz.



# Velocidad de Propagación

- La velocidad de propagación es igual al producto de la longitud de onda y la frecuencia.

$$V = \lambda f$$

Ejemplo: El sonido se propaga en el aire a una velocidad de 330 m/s.  
¿Cuál sería entonces la velocidad mínima en km/h de un avión supersónico?



# Función de onda

$$y_{(t,x)} = A \cos (\omega t + kx + \varphi)$$

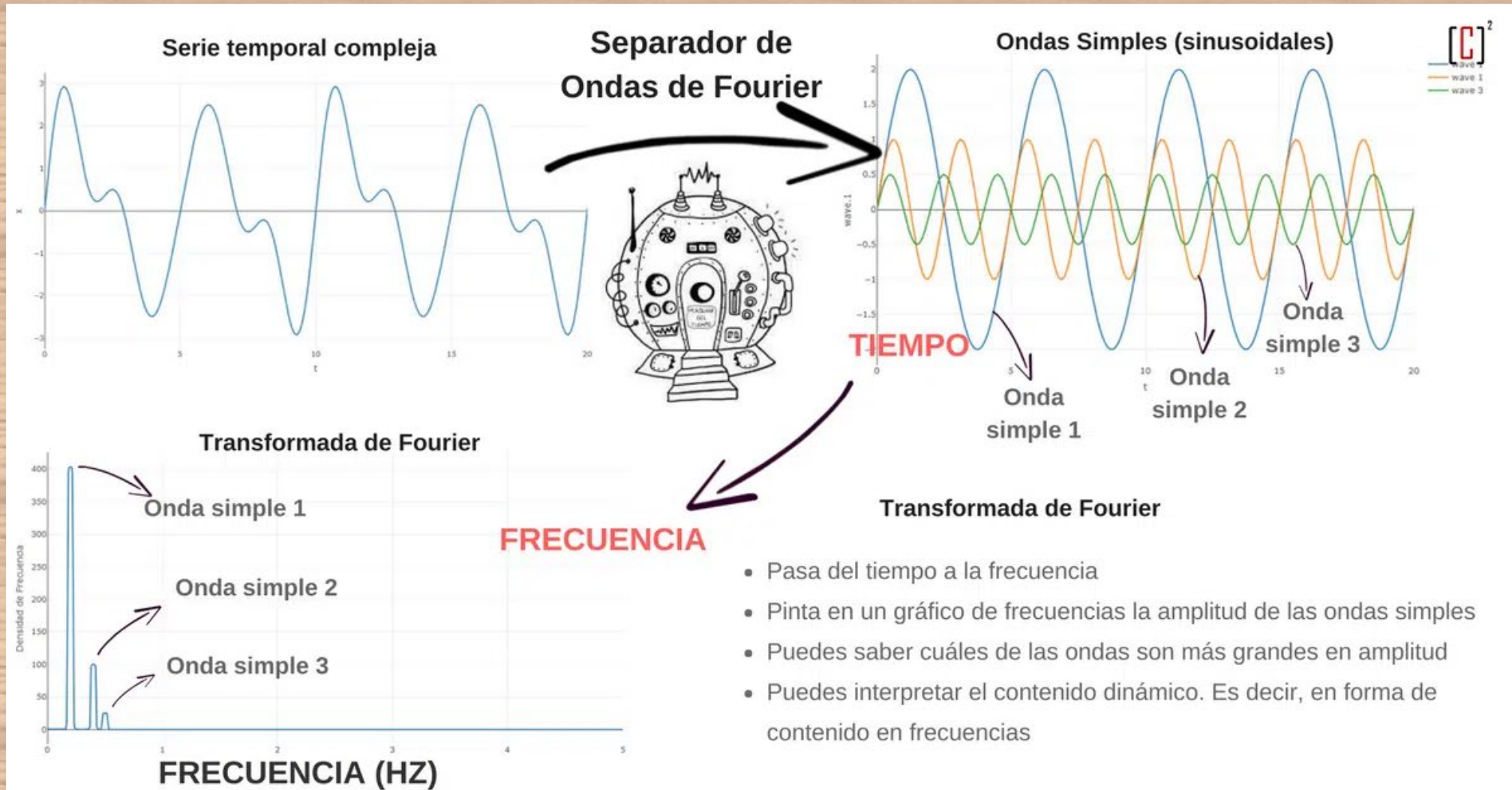
$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi / T$$

$k$  es el *número de onda*,  
 $\omega$  es la *frecuencia angular*,  
 $\varphi$  es la *fase*

PARA PROFUNDIZAR: Notas sobre derivación de la función de onda y de la ecuación correspondiente se pueden encontrar en el archivo “Ecuación de onda”.

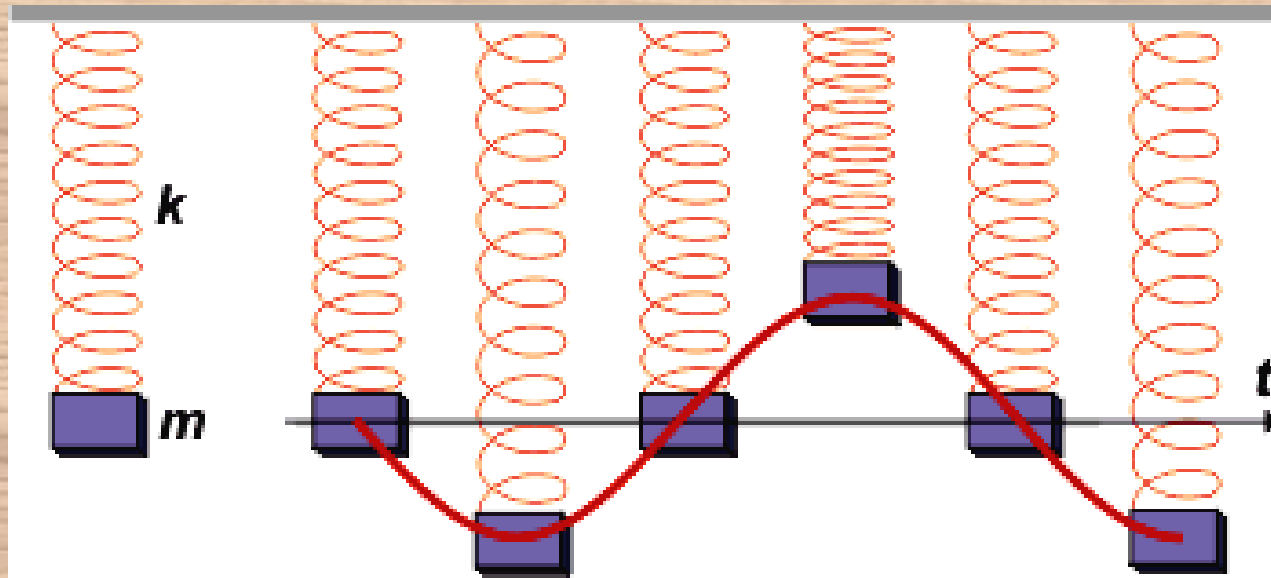
Muchos señales debidos a fenómenos ondulatorios se pueden describir como una suma de ondas armónicas (transformada de Fourier).





# Oscilaciones de los cuerpos elásticos

Todos los cuerpos elásticos que obedecen a la ley de Hooke pueden producir oscilaciones armónicas y simples. Son osciladores naturales.



$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

donde  $f$  es la frecuencia de la oscilación,  $k$  es la constante elástica, y  $m$  la masa unida o asociada al elástico.

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

# Oscilaciones que se producen en una cuerda tensa

Las cuerdas pueden vibrar -al mismo tiempo- de varias maneras.

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

donde  $f$  es la frecuencia de la oscilación,  $L$  es la longitud de la cuerda,  $T$  es la tensión en la cuerda, y  $\mu$  es la densidad de masa  $\mu = m/L$ ,  $n$  es un numero intero (número de armónico).

La forma principal de movimiento (la de mayor amplitud) se llama *modo fundamental* y tiene la frecuencia  $n=1$ . Las formas secundarias se llaman *armónicos*, que también son oscilaciones armónicas simples y se superponen unas a otras.



Una onda estacionaria es una onda que parece quieta: aparece cuando en un mismo medio viajan dos ondas iguales pero con sentidos contrario



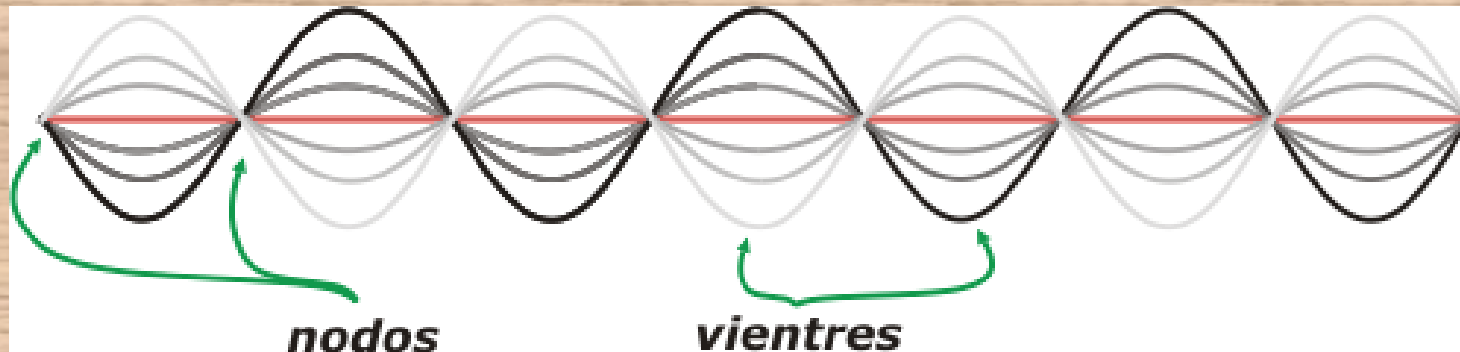
$$y_{1(t,x)} = A \cos (\omega t + kx)$$

+

$$y_{2(t,x)} = A \cos (\omega t - kx)$$



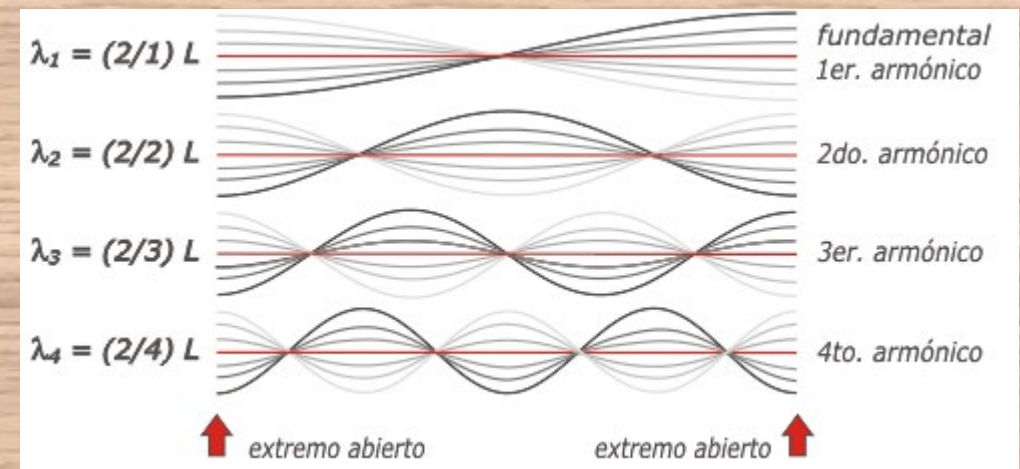
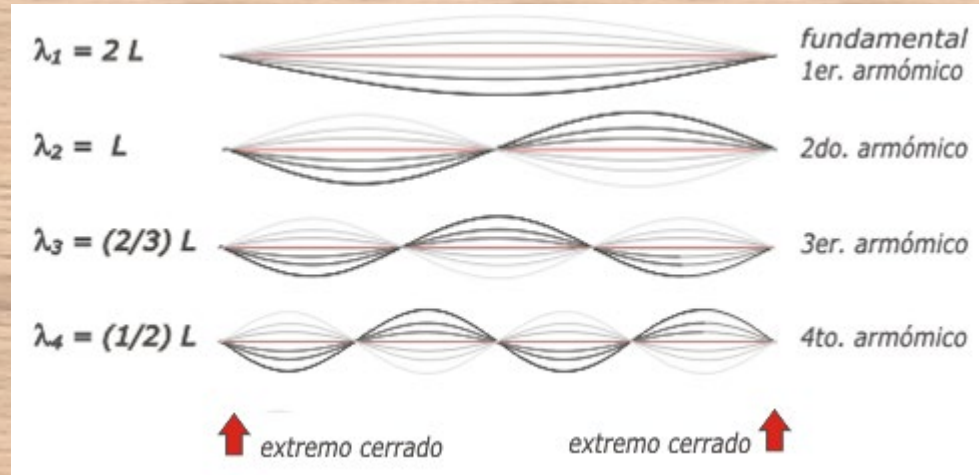
$$y_{e(t,x)} = 2A \cdot \cos \omega t \cdot \cos kx$$



FORMULA UTIL  $\cos (a + b ) + \cos (a - b ) = 2 \cos a \cos b$

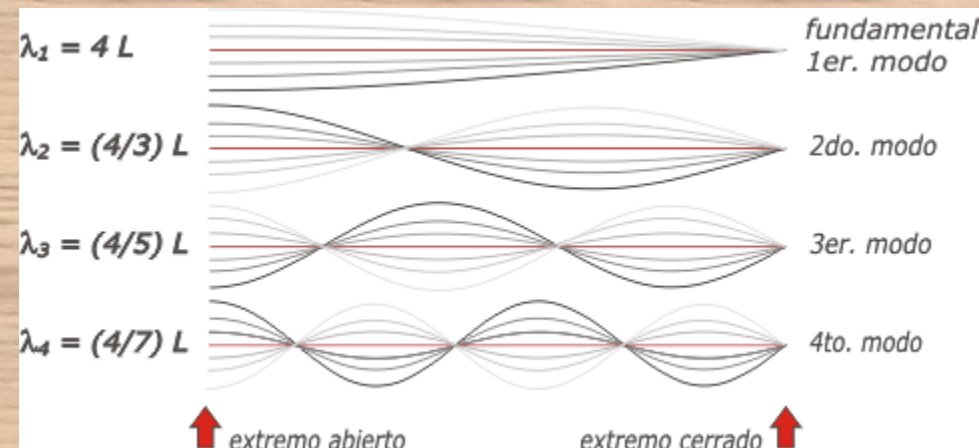
**Modos de vibrar de un sistema de longitud  $L$  con ambos extremos cerrados o abiertos.**  
**Ejemplos: cuerda de instrumento musical (ambos cerrados), aire en un tubo (ambos abiertos)**

$$\lambda_n = 2 L / n$$



**Modos de vibrar de un sistema de longitud  $L$  con un extremo cerrado y uno abiertos.**  
**Ejemplo: aire en un tubo de un instrumento musical**

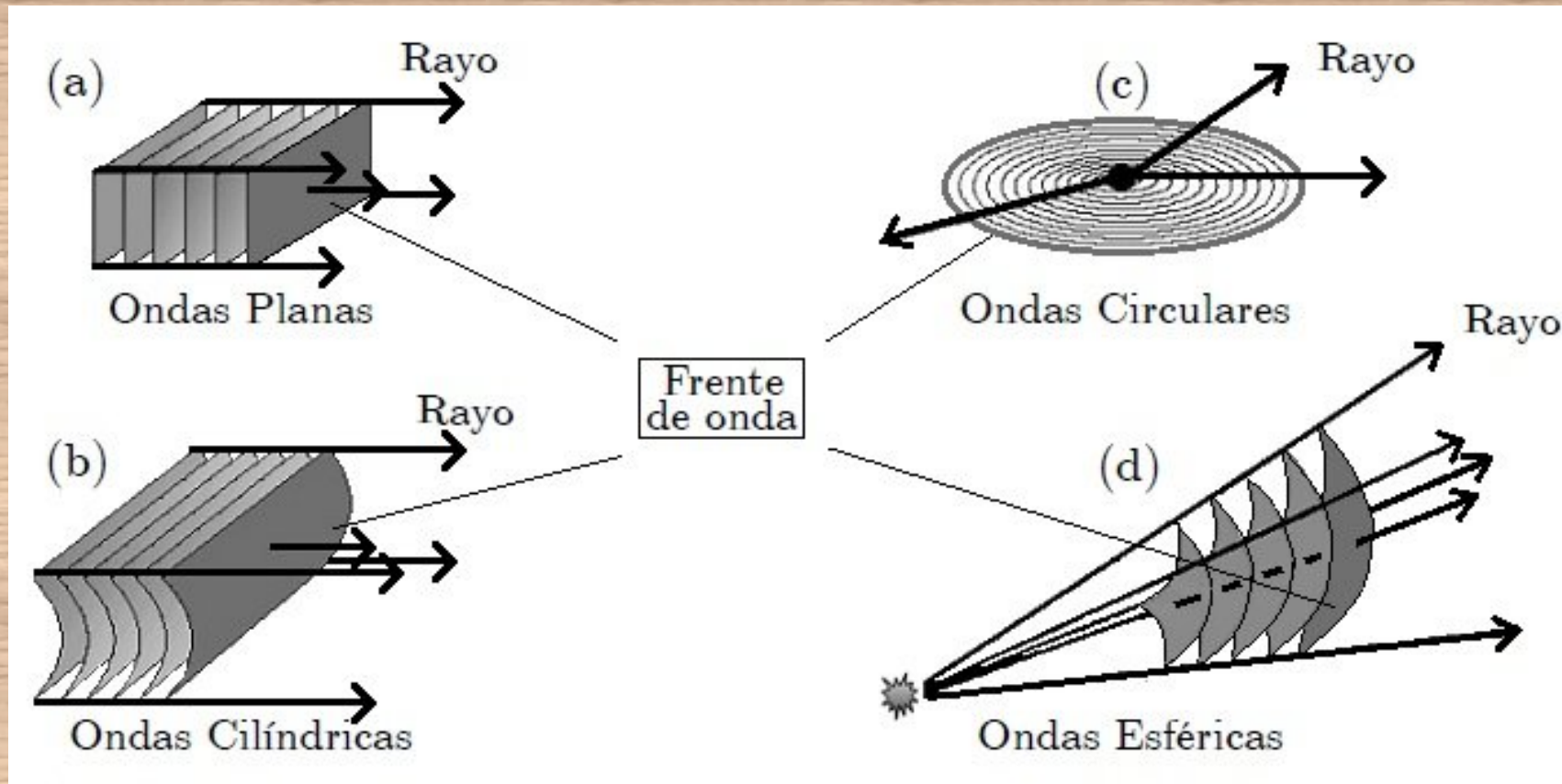
$$\lambda_n = 4 L / (2n - 1)$$



# Frentes de Onda y Rayos

Un **Frente de Onda** se define el lugar geométrico que une todos los puntos que, en un instante dado, se encuentran en idéntico estado de vibración.

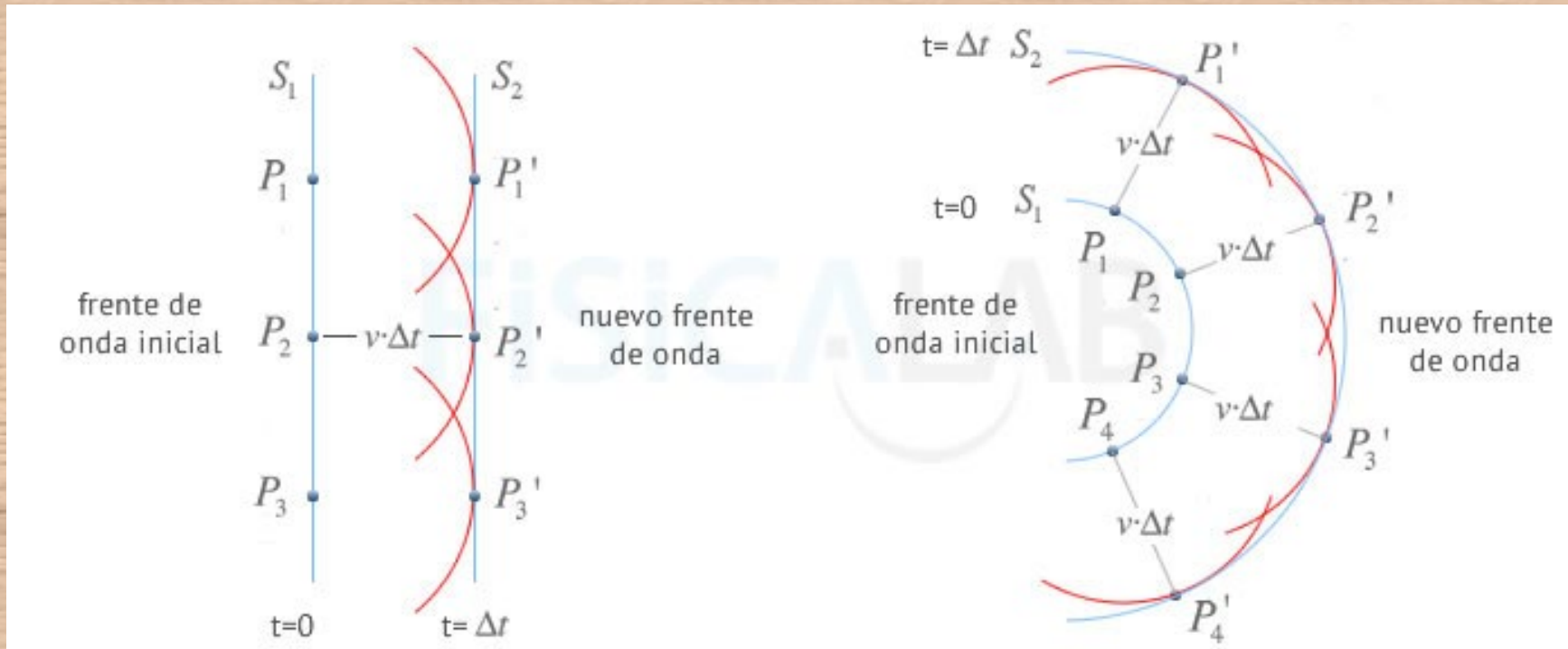
Los **Rayos** son líneas rectas perpendiculares a los frentes de onda que indican, mediante una flecha, la dirección y sentido de propagación de la onda.





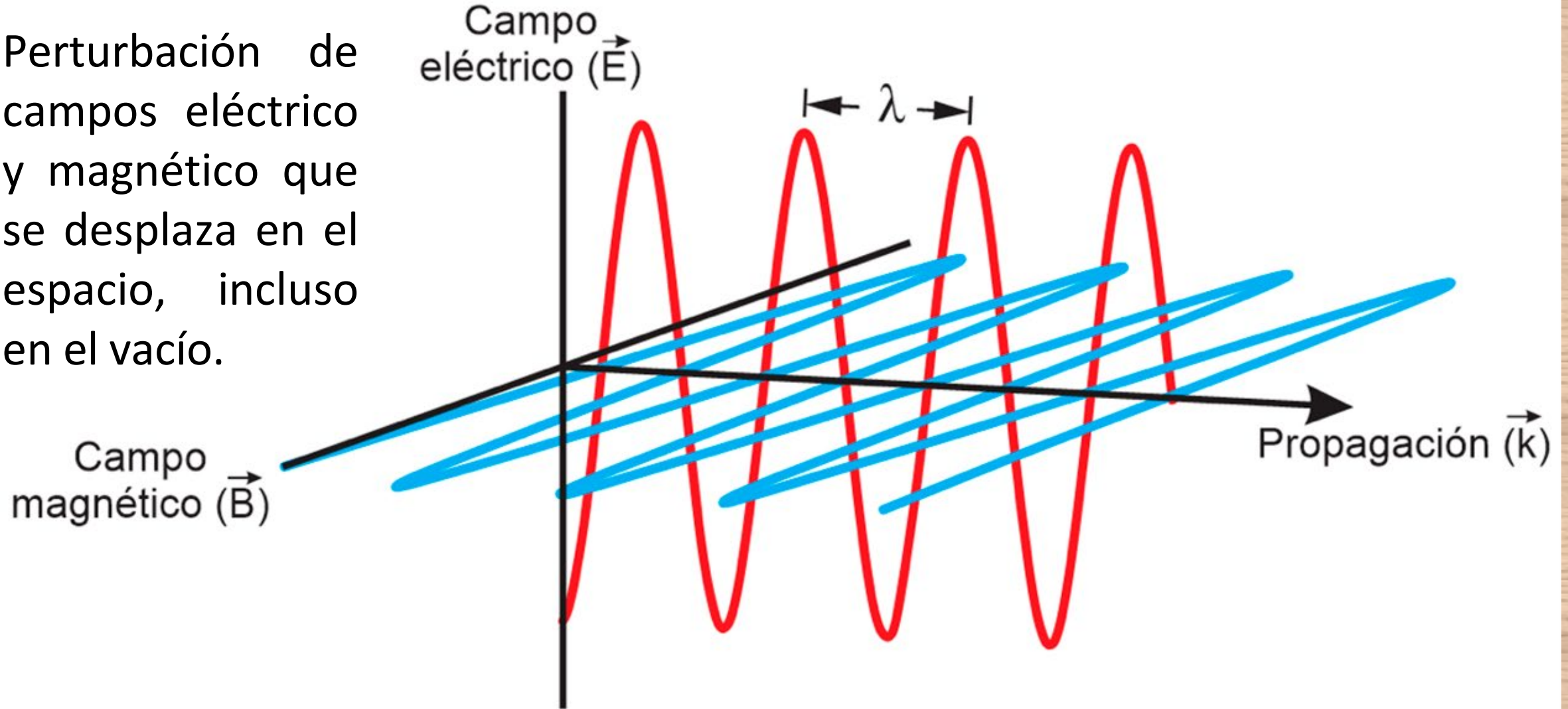
# Principio de Huyguens (1629 - 1695)

- Cada punto de un frente de ondas puede considerarse un foco de ondas secundarias que se propagan en la misma dirección de la perturbación. La velocidad de propagación y frecuencia de estas ondas secundarias es la misma que la de la onda original.
- La superficie tangente (conocida como envolvente) a todas las ondas secundarias en un determinado instante es el siguiente frente de ondas.



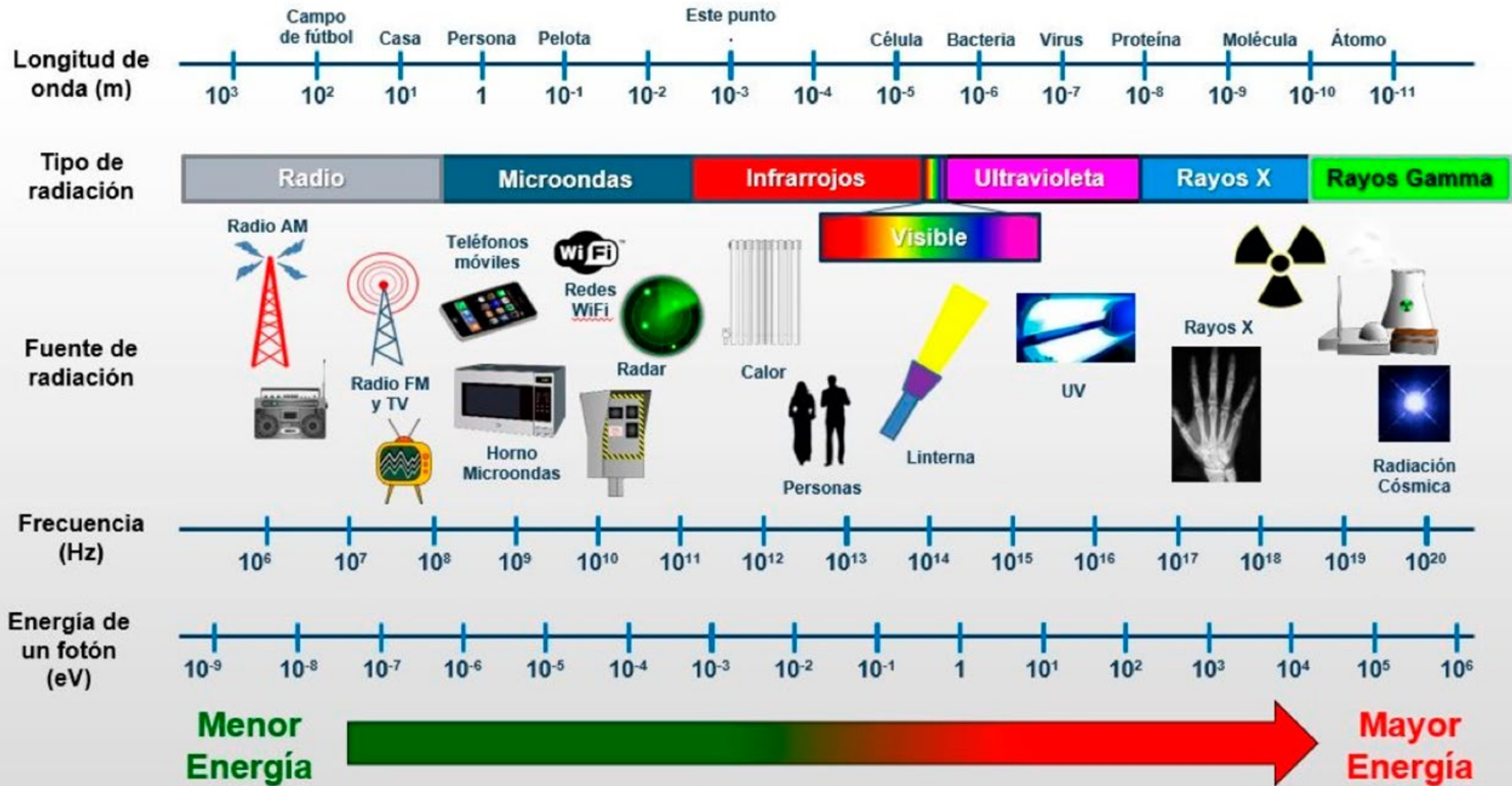
# Onda electromagnética

Perturbación de campos eléctrico y magnético que se desplaza en el espacio, incluso en el vacío.





# El espectro electromagnético



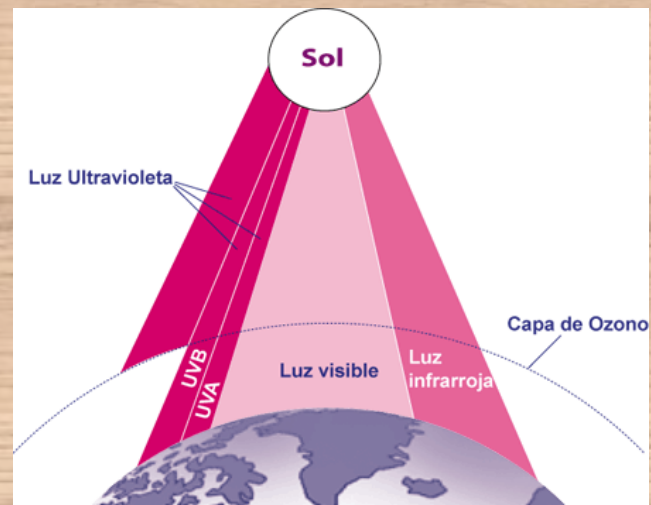


# ¿Qué es la luz?

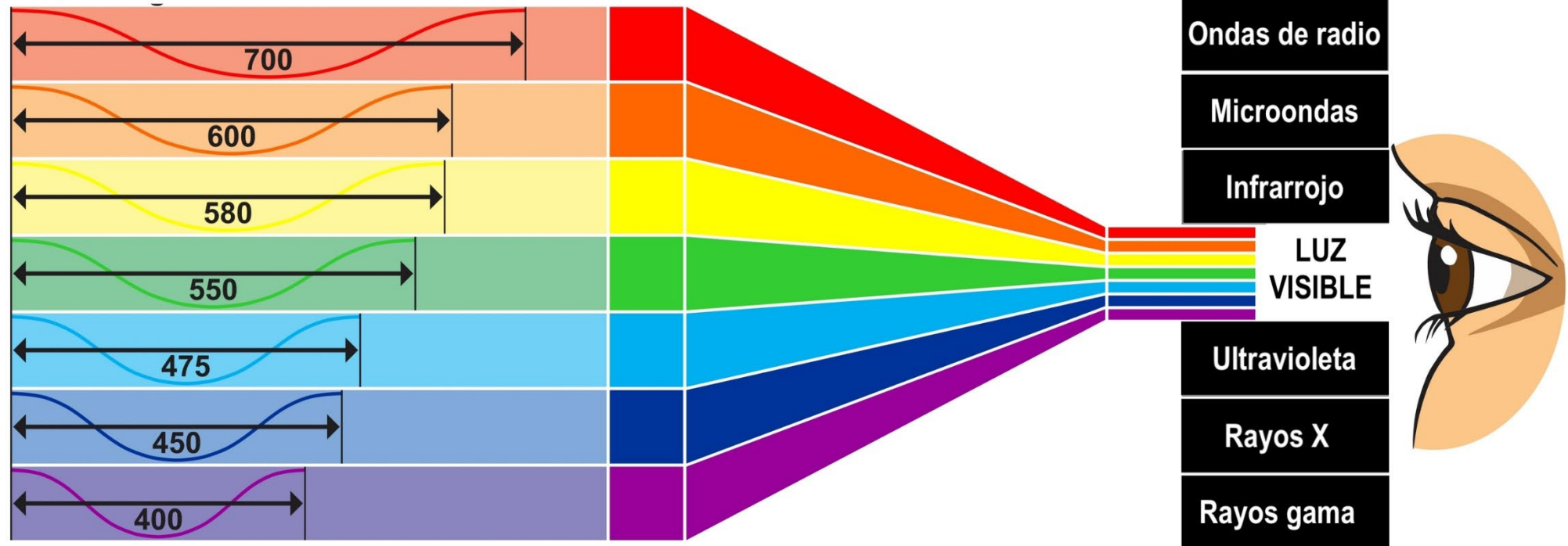
La luz tiene una naturaleza que requiere diferentes modelos matemáticos para ser entendida. Manifiesta su naturaleza ondulatoria en fenómenos como la interferencia, pero también varios efectos asociados a ella, como por ejemplo el efecto fotoeléctrico, revelan su naturaleza de partícula, paquetes discretos de energía llamados fotones. Esto se conoce como dualidad onda-partícula.

A los fines de este curso vamos a considerar la luz únicamente como onda electromagnética.





Longitud de onda en nanómetros



# La velocidad de la luz y su medición.

La velocidad de la luz en el vacío se representa como  $c$  y es la misma en todos sistemas de referencia (postulado que da origen a la relatividad especial):  $c = 2,9979 \times 10^8 \text{ m/s} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

- Nada se desplaza más rápido que la luz. Hubo muchos intentos a lo largo de la historia. Una de las primeras mediciones más acuradas fue la del inglés James Bradley, en el año 1728. Mediante un cálculo observando el desplazamiento de la Tierra alrededor del Sol.

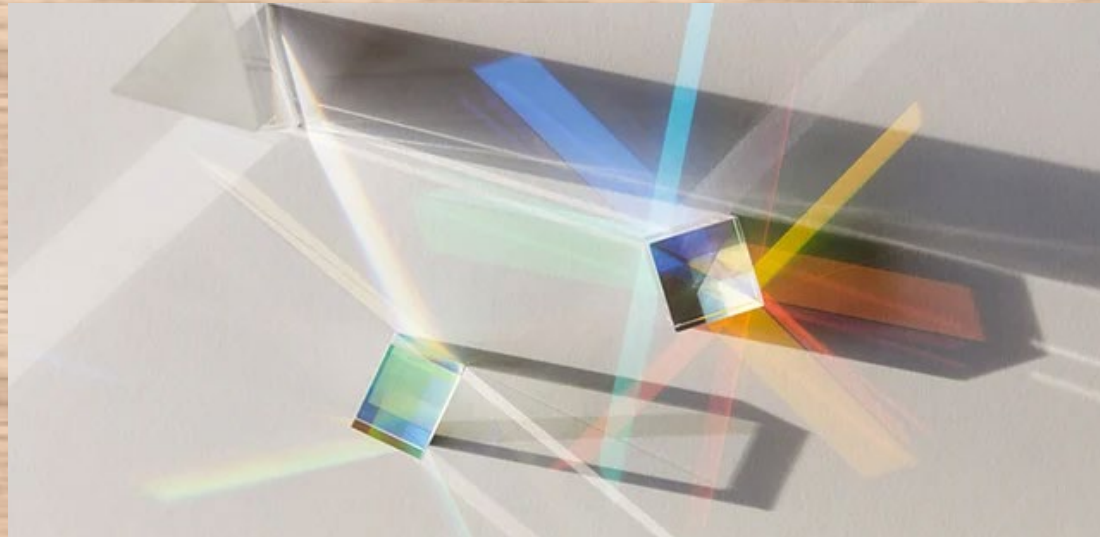
PARA PROFUNDIZAR: Notas en el archivo “historia medición luz”.

- Al desplazarse en medios materiales esta velocidad disminuye, por ejemplo en el vidrio  $1,97 \times 10^8 \text{ m/s}$ .



# Refracción de la luz

Cuando una onda de luz se propaga de un medio material al otro cambia su dirección y su velocidad. La luz puede propagarse en medios materiales como el vacío, el agua, el aire, el diamante, el vidrio, el cuarzo, la glicerina, y toda clase de materiales transparentes o traslúcidos.



Índices de Refracción	
Medio	$n = c/v$
Vacio	1,0000
Aire	1,0003
Agua	1,33
Alcohol	1,36
Vidrio	
cuarzo fundido	1,46
vidrio crown	1,52
pedernal ligero	1,58
Lucita o Plexiglas	1,51
Cloruro de sodio	1,53
Diamante	2,42

# Índice de refracción

- El **índice de refracción  $n$**  de un medio se calcula como la velocidad de la luz en el vacío sobre la velocidad de la luz en dicho medio:  $n = c/v$ . Siempre será mayor que 1.

DERIVAR COMO CAMBIA LA LONGITUD DE ONDA EN UN MATERIAL  
(LA  $f$  QUEDA IGUAL)



# La propagación de la luz en medios materiales.

## Óptica Geométrica vs. Óptica Ondulatoria

- La luz se propaga en línea recta para modelizar reflexión, refracción, lentes...(gracias señor Huygens).



- La luz es una onda, para modelizar interferencia, difracción, polarización.





# UNIDAD II: OPTICA GEOMETRICA

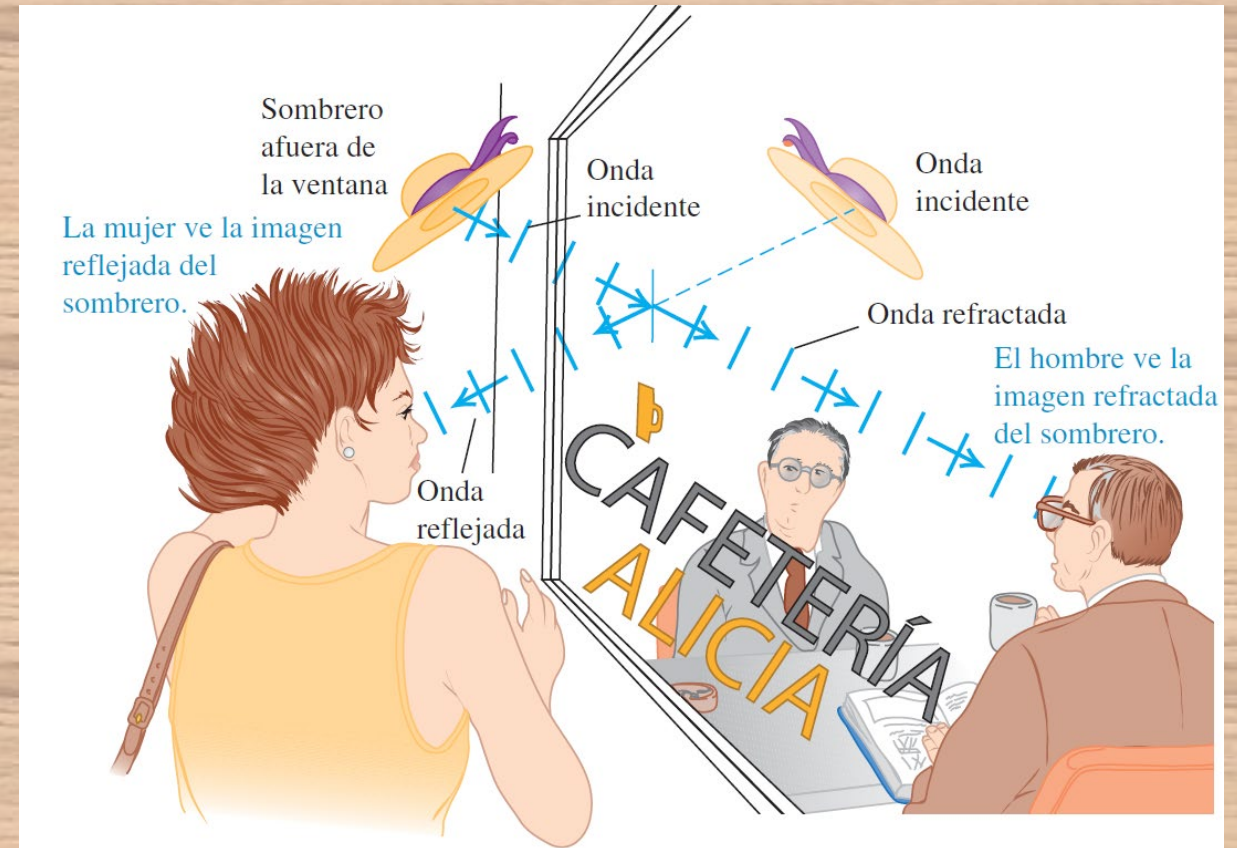
# Principio de Fermat

- El camino seguido por un rayo de luz para ir de un punto a otro cualquiera es tal que el tiempo de viaje es un mínimo.

PARA PROFUNDIZAR: Notas en el archivo “Principio de Fermat en O.G.” para derivar matemáticamente, a través de este principio, las leyes de reflexión y refracción .

## Reflexión y Refracción

el Rayo Incidente a una superficie de separación entre dos materiales en parte se refleja (reflexión) y en parte penetra la superficie (refracción).



# Leyes de Reflexión y Refracción

- **Reflexión:**

El ángulo del rayo incidente es igual al ángulo del rayo reflejado.

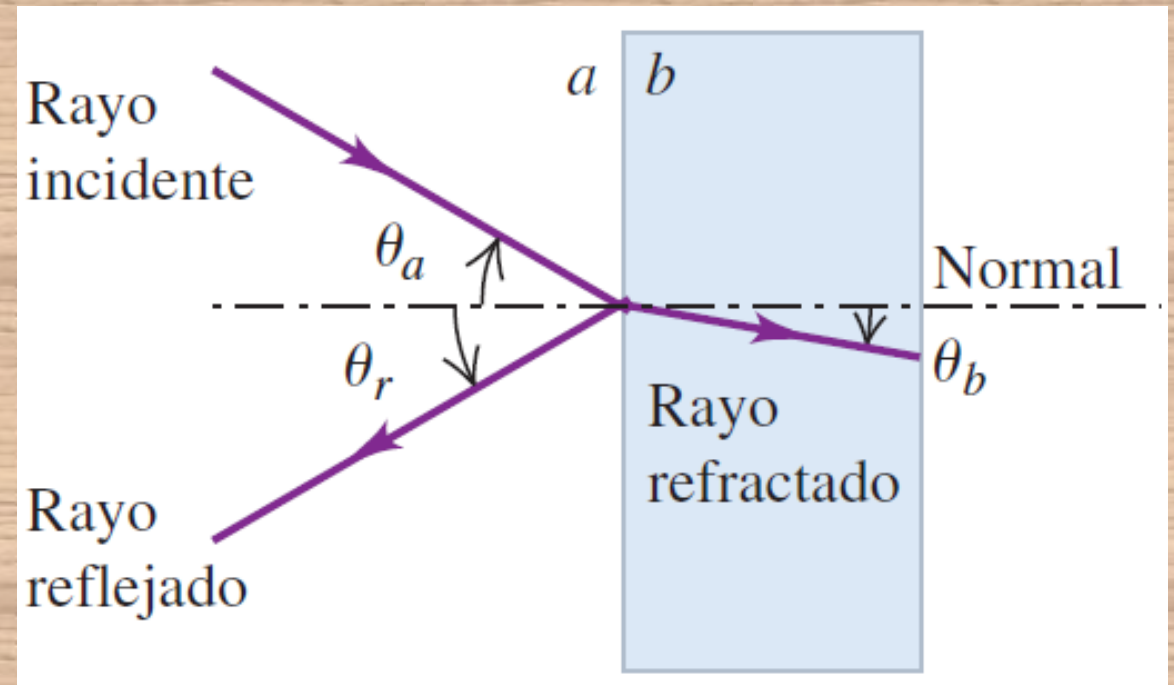
$$\theta_a = \theta_r$$

La **Normal** a la superficie, el **Rayo Incidente** y el **Rayo Reflejado** están en el mismo plano.

- **Refracción:**

También conocida como ley de Snell.

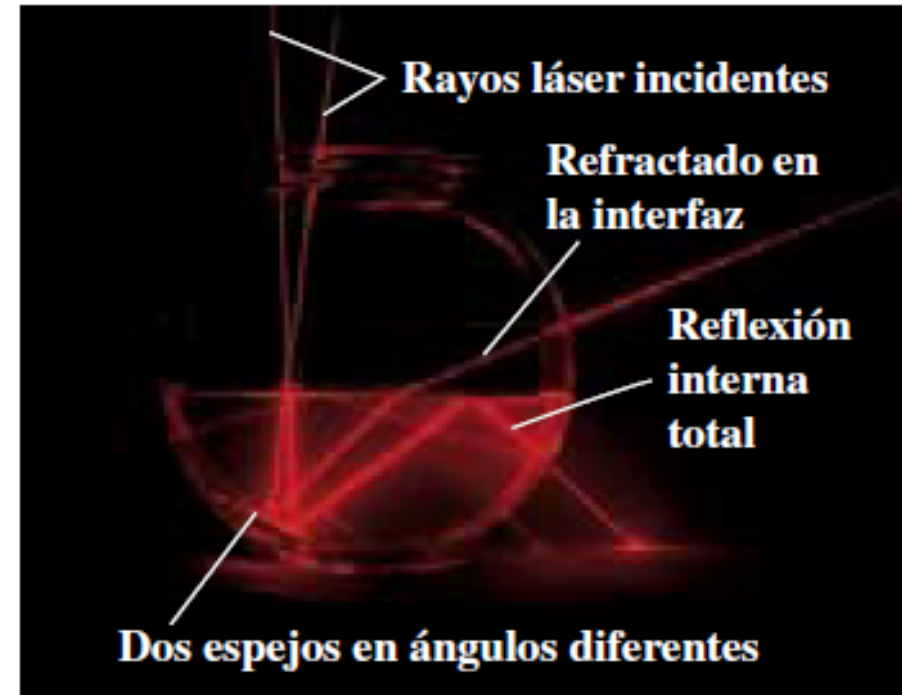
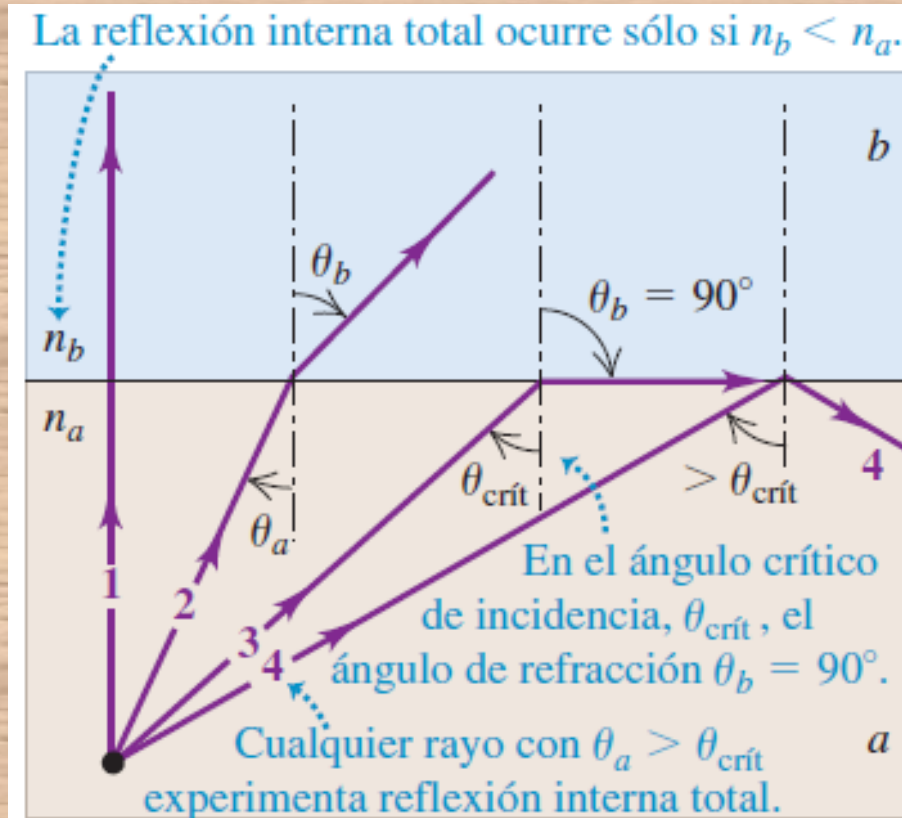
$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$





# Ángulo Crítico y Reflexión total

El rayo transmitido puede alejarse de la normal si  $n_a > n_b$ . Este alejamiento de la normal, tiene un límite, y este es el de  $\theta_b = 90^\circ$ . Al ángulo  $\theta_a$  que posibilita esto se lo conoce como ángulo crítico, o ángulo límite, para rayos que inciden con un Angulo mayor que el critic se genera una reflexión total.



# Ejercicio resuelto - refracción

Un haz de luz llega a una pieza de vidrio con un ángulo de incidencia de  $60^\circ$ . El índice de refracción del vidrio es de 1,50.

(a) ¿Cuál es el ángulo de refracción  $\theta_A$  en el vidrio?

(b) ¿Cuál es el ángulo de refracción con que el rayo emerge del vidrio?

(c) Si el grosor del vidrio,  $y$  es 5 cm, ¿cuánto vale  $d$ ?

(a)

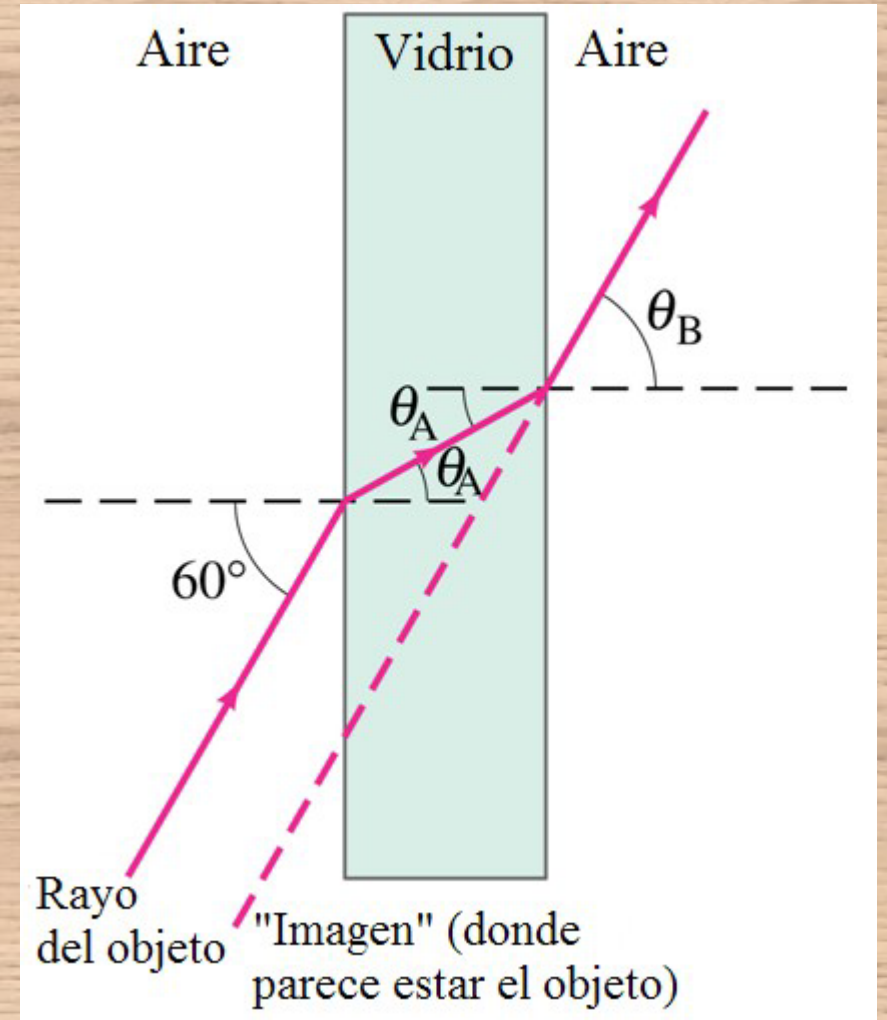
$$n_{\text{aire}} \sen \theta_i = n_{\text{vidrio}} \sen \theta_A$$

$$\sen^{-1} \left( \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{vidrio}}} \sen \theta \right) = \theta_A$$

$$\sen^{-1} \left( \frac{1}{1.5} \sen 60^\circ \right) = \theta_A$$



$$\theta_A = 35.26^\circ$$



(b)

$$n_{\text{vidrio}} \sin \theta_A = n_{\text{aire}} \sin \theta_B$$

$$\sin^{-1} \left( \frac{n_{\text{vidrio}}}{n_{\text{aire}}} \sin \theta_A \right) = \theta_B$$

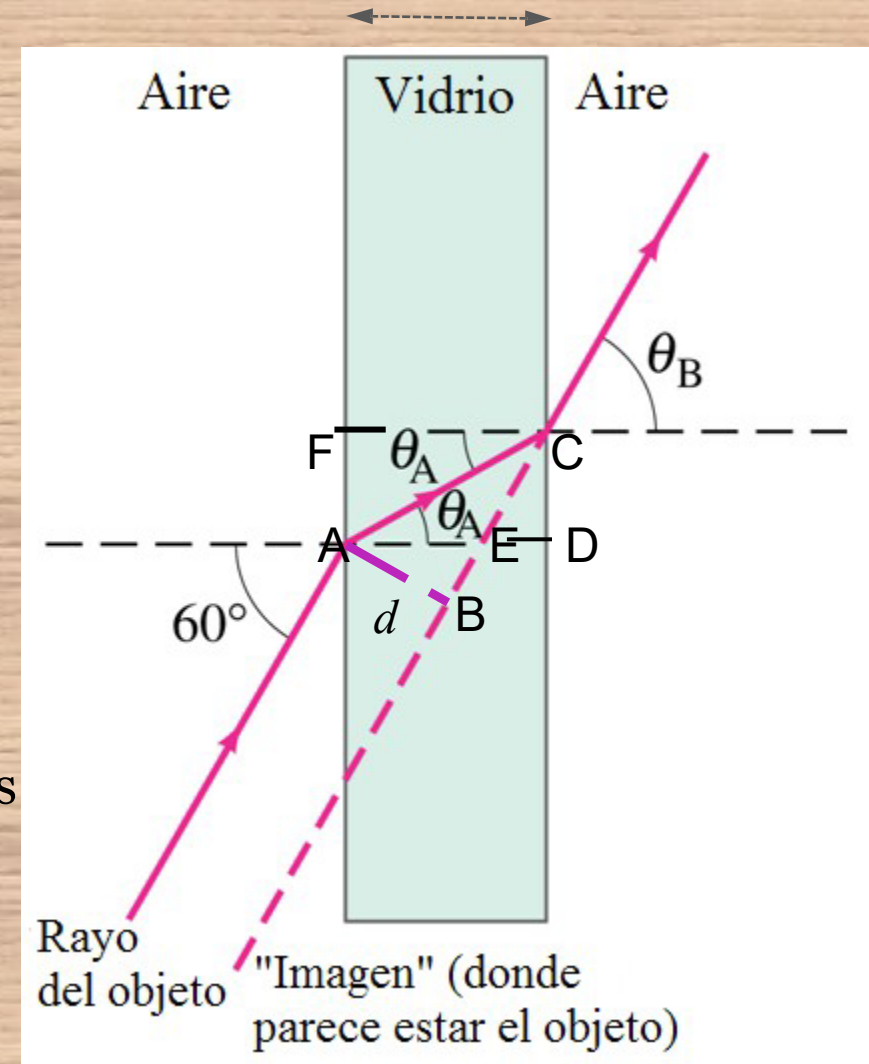
$$\sin^{-1} \left( \frac{1.5}{1} \sin 35.26^\circ \right) = \theta_B$$

$$\theta_B = 60^\circ$$

(c) Los triángulos ABE y CDE son similares ( los dos tienen angulos internos de 90 y  $\theta$  ) y entonces  $CD=AB=d$ . Tenemos tambien  $CD=FA= y \tan \theta_A$

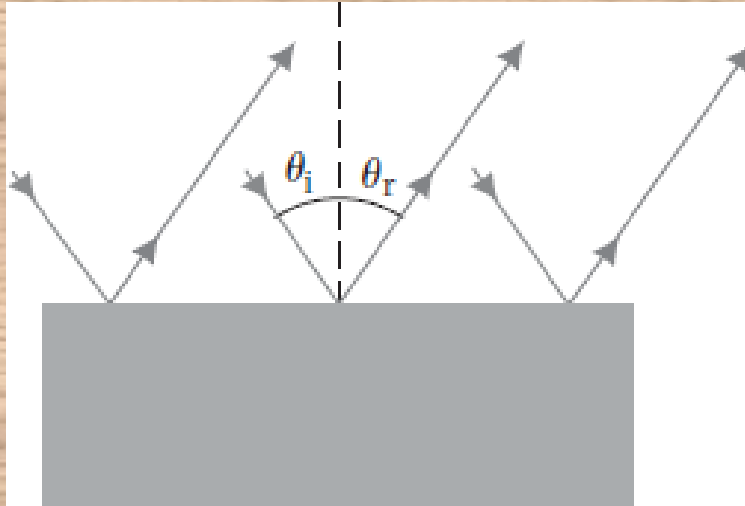
Entonces:  $d= y \tan \theta_A$

$$d= 5\text{cm} \tan(35.26^\circ) = 3.5\text{cm}$$

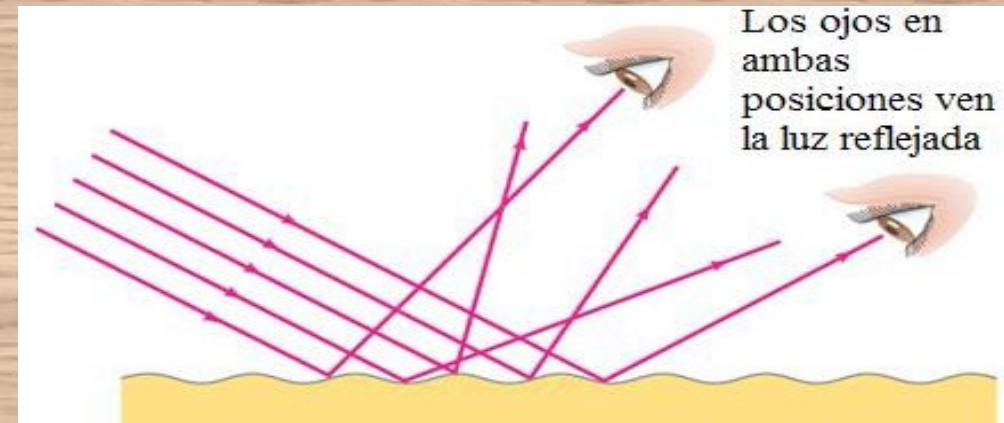
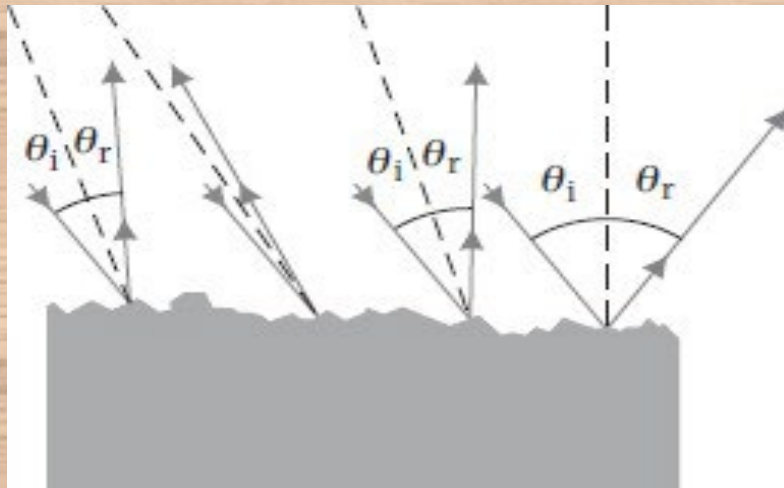




✓ Reflexión **especular**, todos los rayos reflejados son paralelos entre sí.



✓ Reflexión **difusa**, la luz reflejada se observa en todas las direcciones.



# Reflexión: Espejos Planos

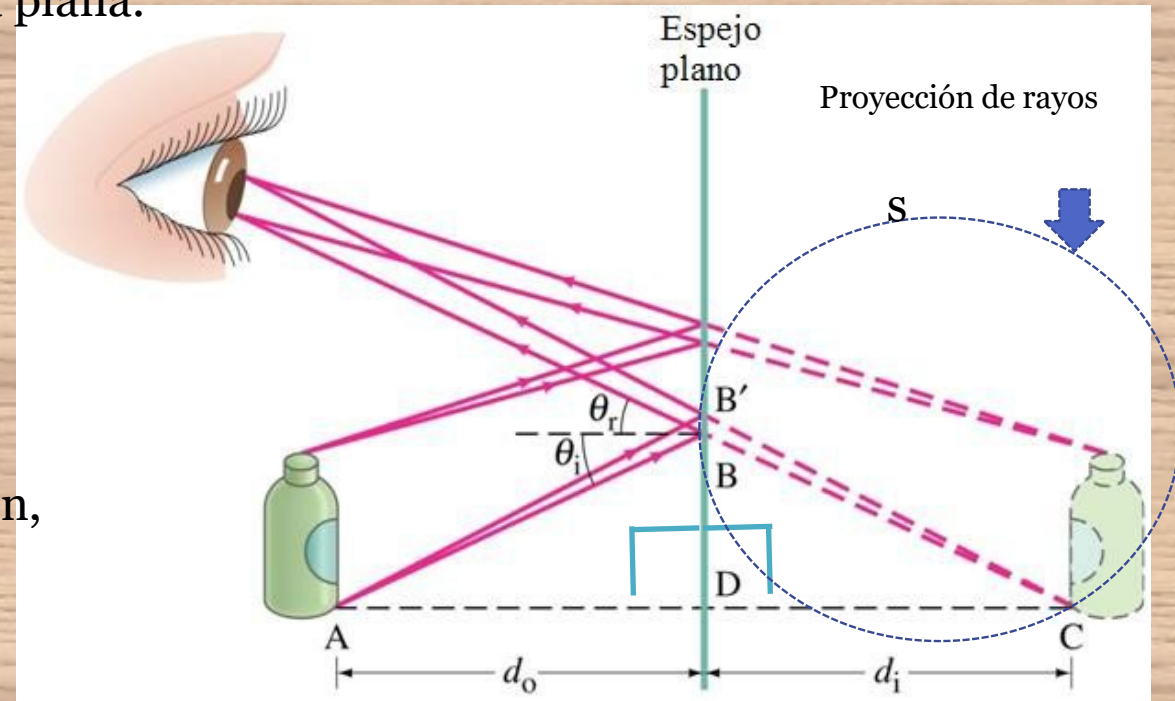
Un espejo “plano” es aquél con una suave superficie reflectora plana.

La imagen de un objeto reflejado en un espejo plano **parece** estar detrás del espejo

- Los ángulos **ADB** y **CDB** son rectos.
- Los ángulos **ABD** y **CBD** son iguales por la ley de reflexión, por lo tanto los triángulos **ADB** y **CDB** son iguales;
- y la distancia  $AD = DC$ :

$$d_o = d_i$$

$d_o$  es la distancia del objeto al espejo.  
 $d_i$  es la distancia de la imagen al espejo.



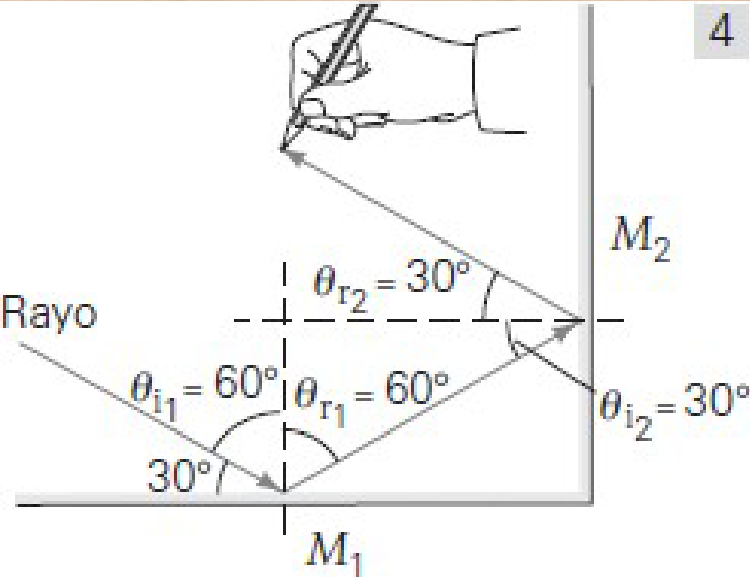
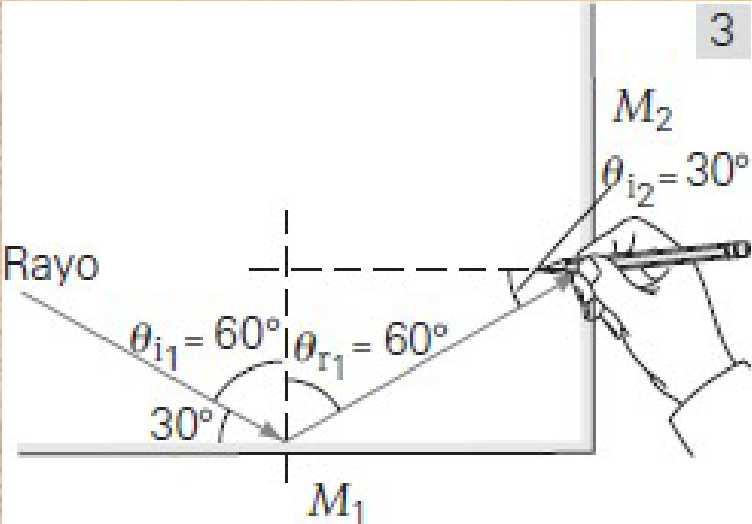
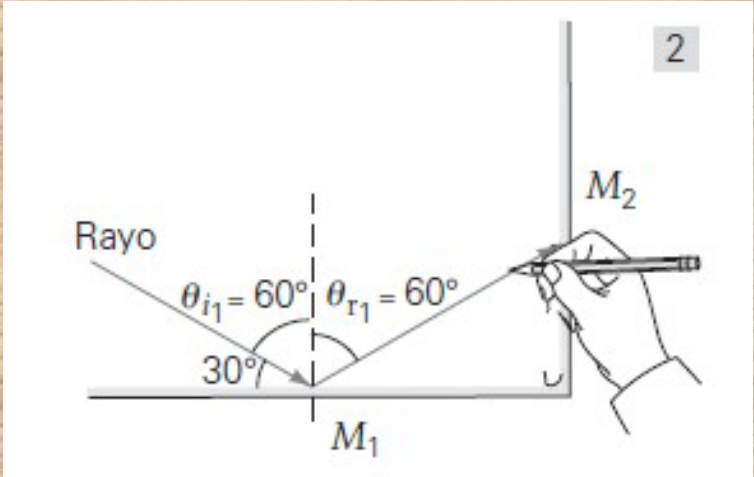
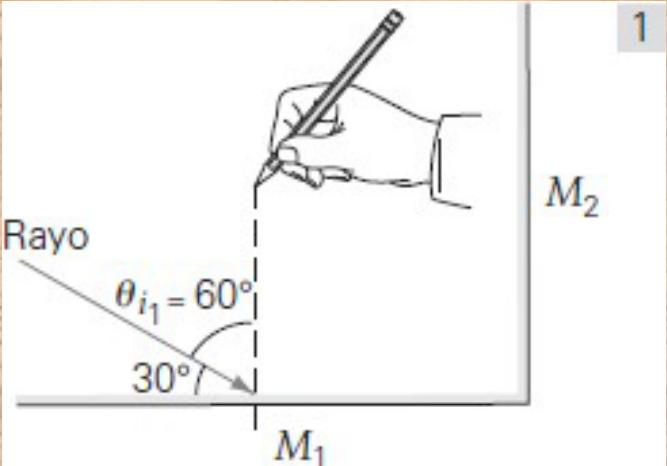
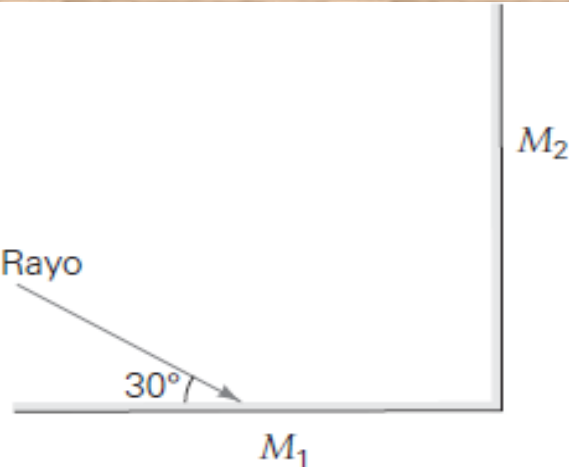
**Imagen Virtual.** Los rayos de luz no pasan realmente por la ubicación de la imagen. El cerebro interpreta que los rayos vienen de la posición de la imagen. Si se coloca una pantalla en el lugar donde está la imagen, ésta no aparecerá.

**La imagen virtual se forma con la proyección de los rayos reflejados.**

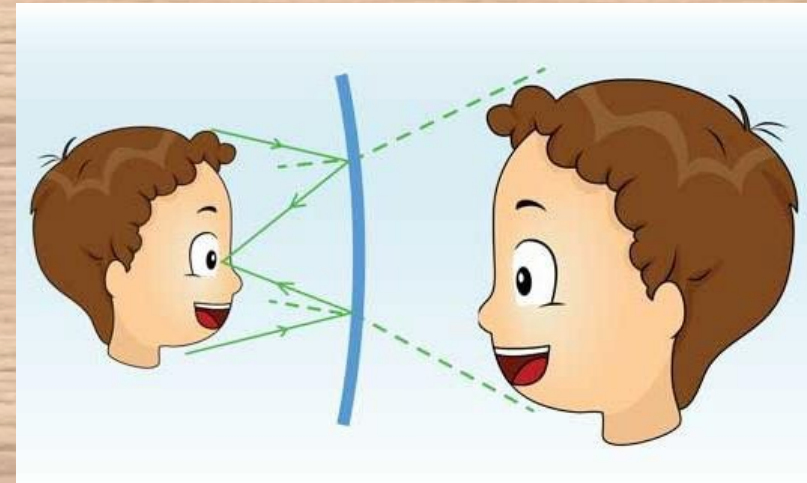
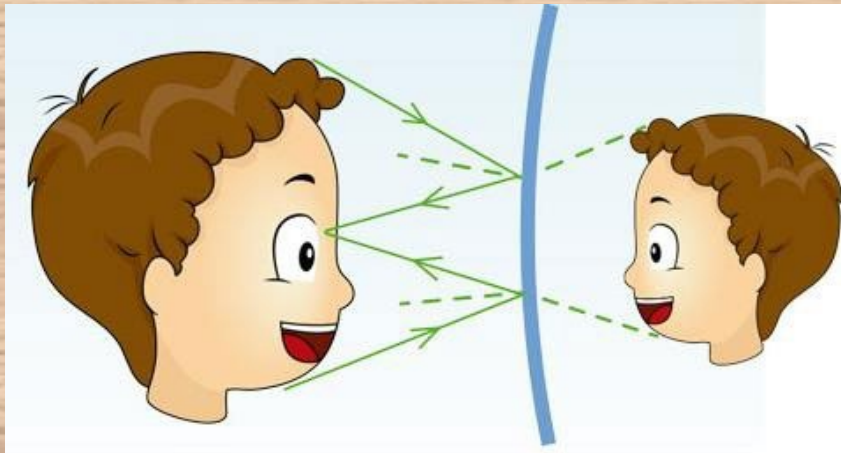
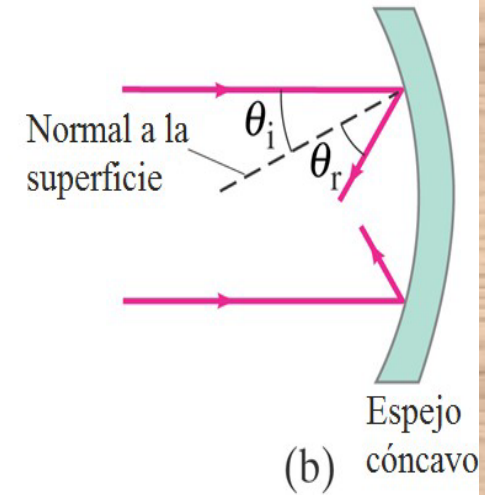
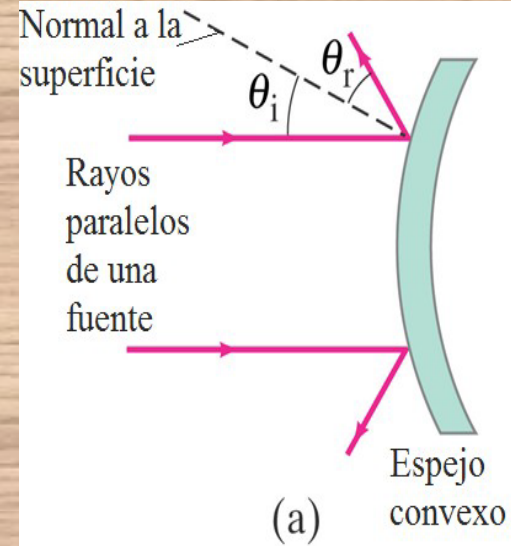
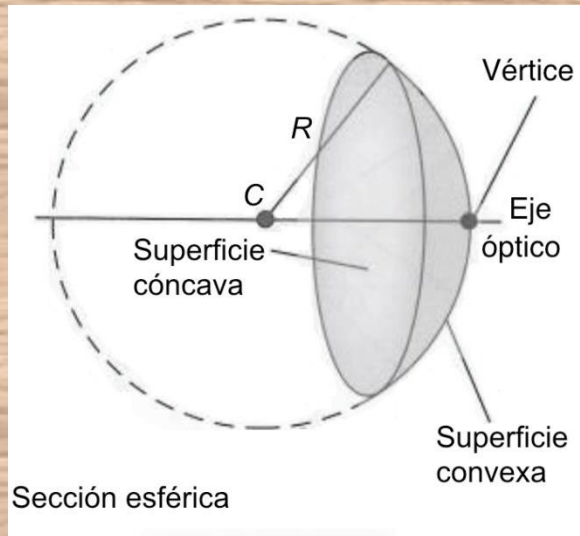
**Imagen Real.** La luz sí pasa por la posición de la imagen. Si se coloca una pantalla en el lugar de la imagen, ésta sí aparecerá. Por ejemplo: el proyector forma la imagen en la pantalla.



# Trazado de Rayos Reflejados



# Reflexión: Espejos Esféricos

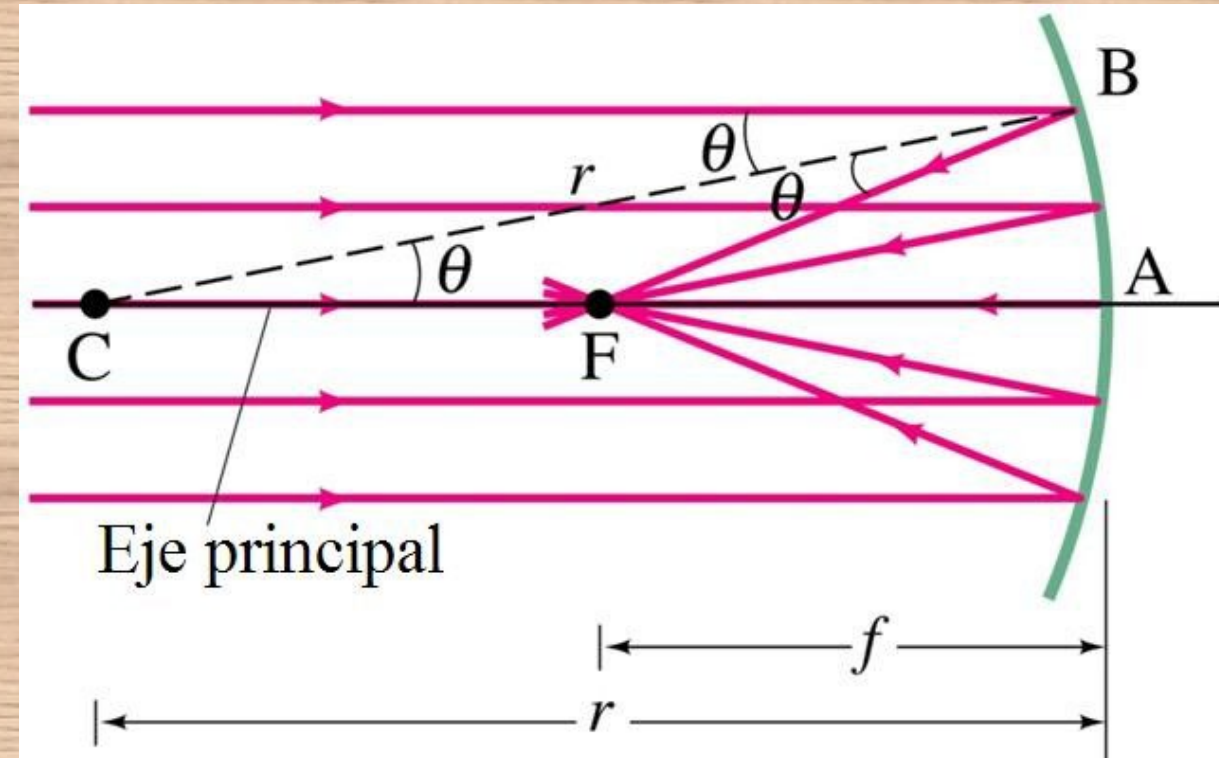


Si la curvatura del espejo es pequeña (tal que el ángulo  $\theta$  sea pequeño), los rayos que inciden paralelos convergen en un punto (F) llamado foco.

La distancia AF se llama distancia focal  $f$ .

La distancia focal es la mitad del radio de curvatura:

$$f = \frac{r}{2}$$

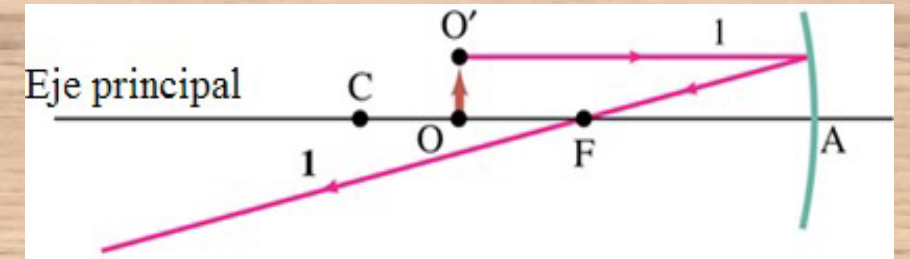




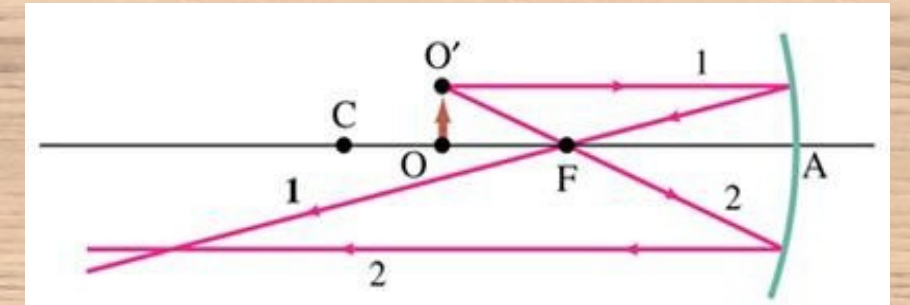
# Formación de imágenes

## Diagramas de rayos

**Rayo 1:** sale de  $O'$  paralelo al eje principal se refleja pasando por  $F$ .

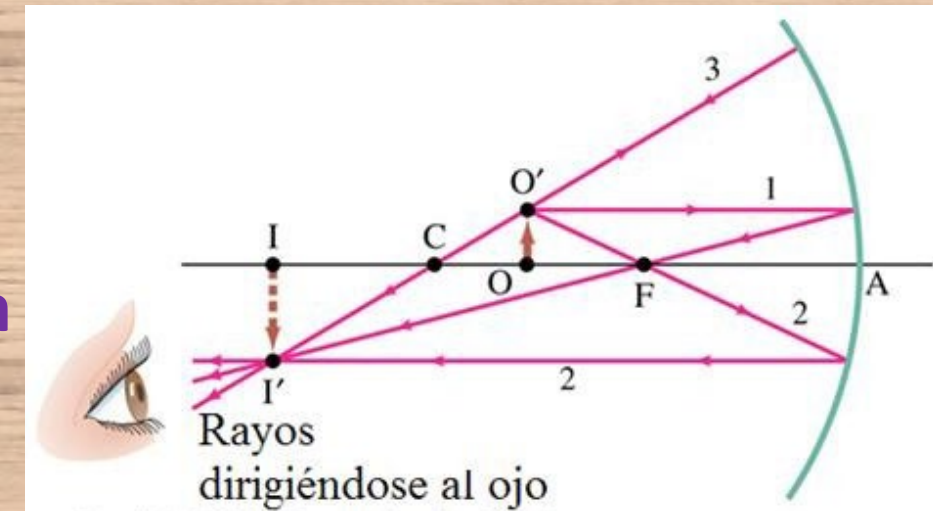


**Rayo 2:** sale de  $O'$  y pasa por  $F$ , se refleja paralelo al eje principal.



**Rayo 3:** pasa por el centro  $C$ , se refleja sobre sí mismo

**Donde se cruzan los tres rayos se forma la imagen**

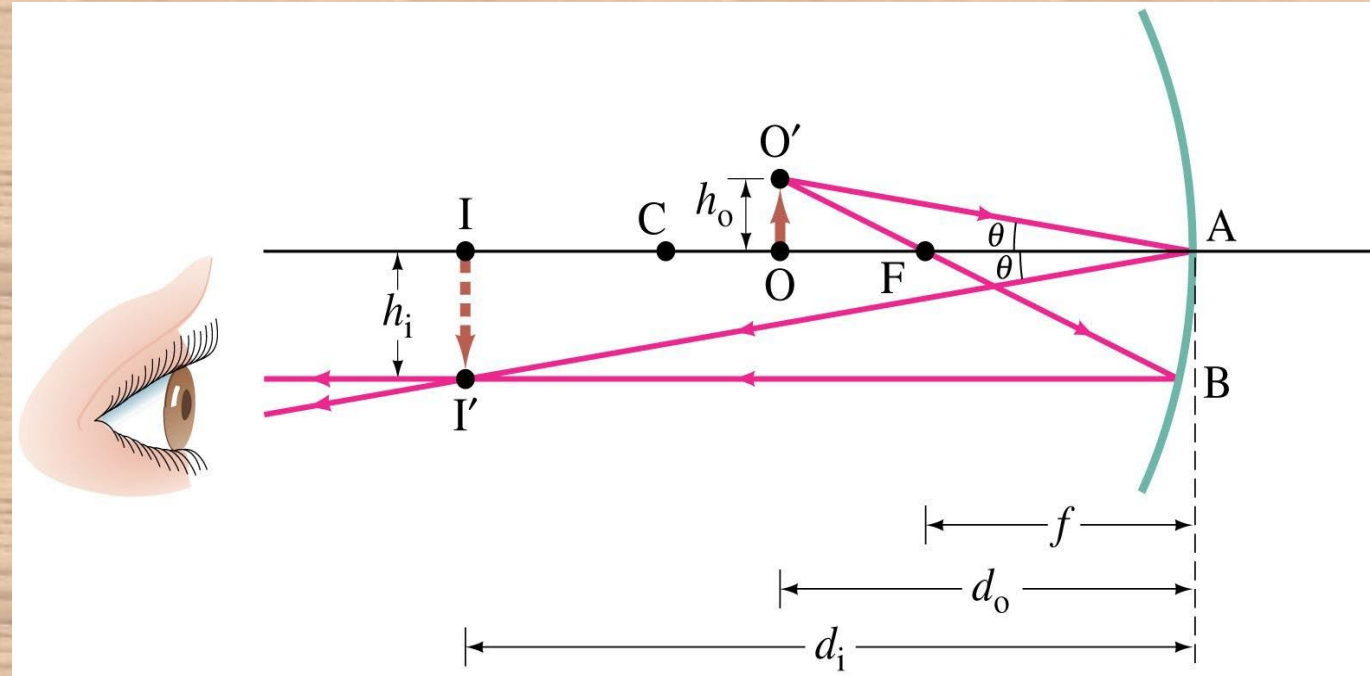


A partir de la geometría es posible derivar la relación entre la distancia imagen ( $d_i$ ), distancia objeto ( $d_o$ ) y distancia focal,  $f$ .

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$

Se tiene en cuenta la siguiente convención:

- $f$ : positiva para espejos cóncavos.
- $f$ : negativa para convexos.
- $d_o$  (distancia objeto-espejo): siempre positiva.
- $d_i$  (distancia imagen-espejo): **positiva** cuando la imagen, tomando como referencia el espejo, se forma del mismo lado del objeto (formada por los rayos). **Negativa** cuando la imagen está en el lado opuesto al objeto (formada por la proyección de los rayos).



# Aumento lineal

Si  $h_o$  es la altura del objeto, y  $h_i$  la altura de la imagen, se define

aumento lineal ( $m$ ) al cociente:

$$m = \frac{h_i}{h_o}$$

se puede demostrar que:

$$m = -\frac{d_i}{d_o}$$

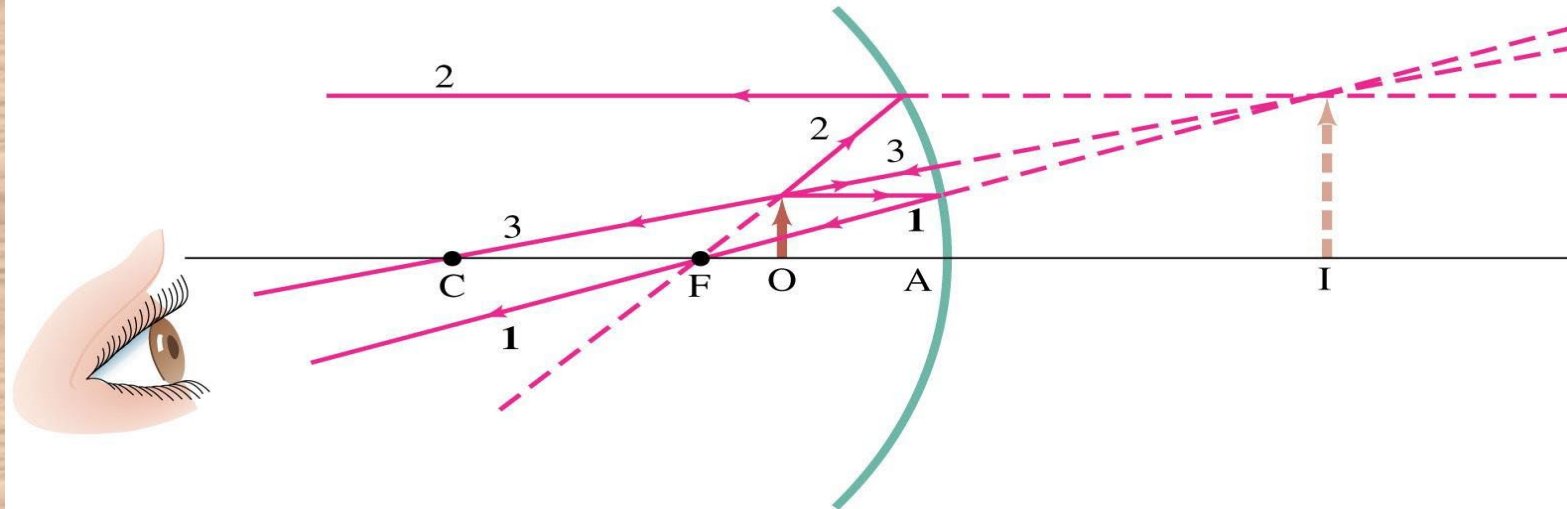
Si  $m$  es **negativo**, significa que la imagen es **invertida**.

Si es **positivo** la imagen es **derecha**.

Si  $|m| > 1$  la imagen es aumentada y si  $|m| < 1$  la imagen es disminuida.



Si el objeto está entre el foco y el espejo la imagen es virtual derecha y aumentada.

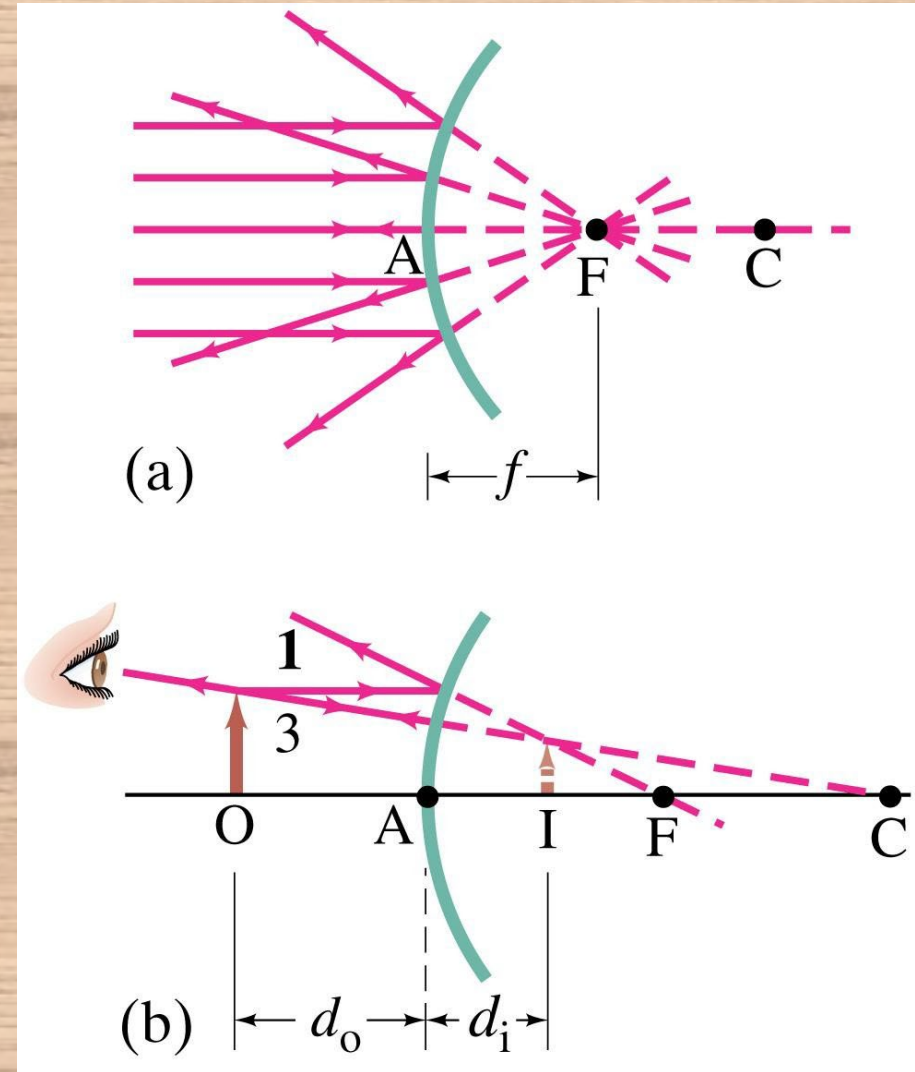


OJO: Si el objeto está en el foco, no se forma imagen ( $d_i = \infty$ )

# Formación de imágenes: Espejos Convexos

En los espejos convexos  
la marcha de rayos se cumple de igual manera.

En el caso de los espejos convexos  
la imagen siempre es virtual, derecha y disminuida.



# Ejercicio resuelto

El espejo retrovisor de un auto muestra la imagen de un camión. Si la imagen virtual se forma a 56,6 cm del espejo convexo cuya distancia focal es de 60,0 cm. Determinar (a) la posición del camión (respecto del espejo) y (b) su tamaño.

Datos

$$d_i = -56.6 \text{ cm}$$

$$f = -60.0 \text{ cm}$$

imagen virtual

Espejo convexo

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$

$$\frac{1}{d_o} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_i} = \frac{d_i - f}{f d_i}$$

$$d_o = \frac{f d_i}{d_i - f} = \frac{-60.0 \text{ cm} \times (-56.6 \text{ cm})}{-56.6 \text{ cm} - (-60.0 \text{ cm})}$$

$$d_o = \frac{f d_i}{d_i - f} = \frac{3396 \text{ cm}^2}{3.4 \text{ cm}} = 998 \text{ cm} = 9.9 \text{ m}$$



$$(b) \quad m = -\frac{d_i}{d_o}$$

$$m = -\frac{(-56.6 \text{ cm})}{998 \text{ cm}} = 0.001$$

¿Qué características puede dar de la Imagen?

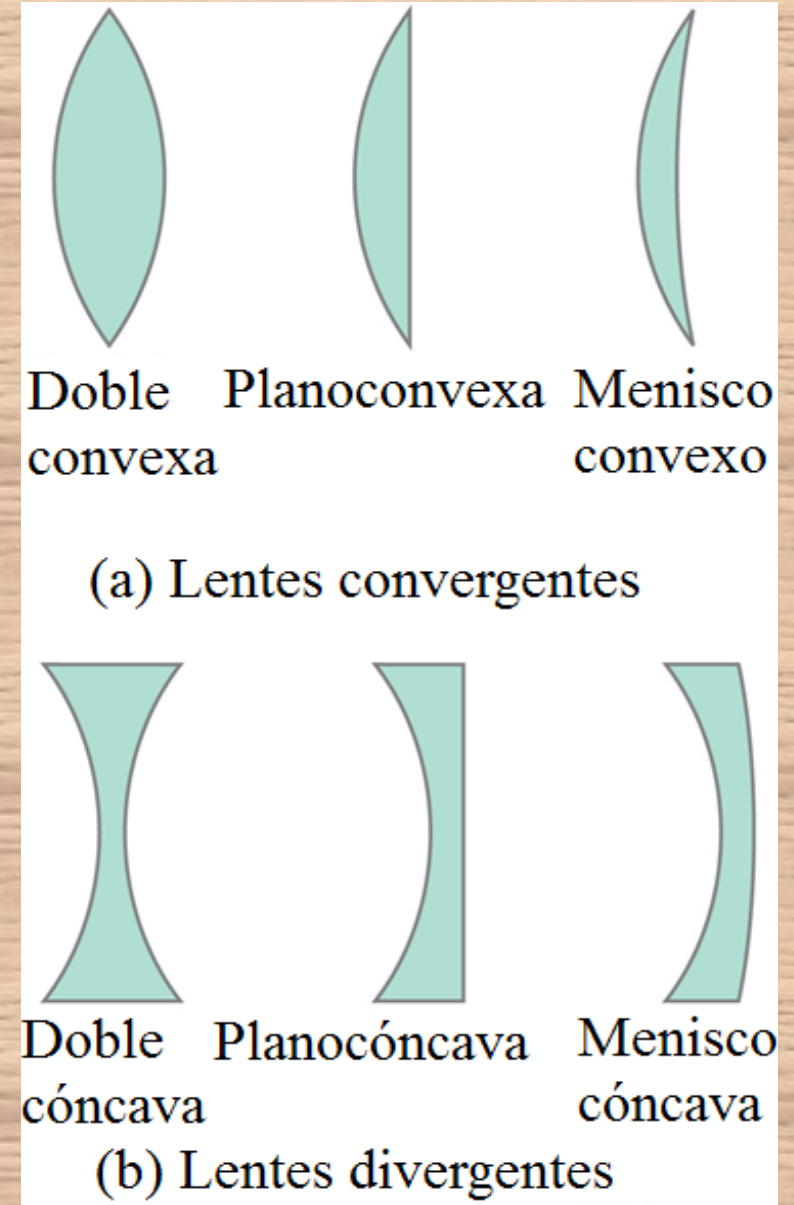


# Lentes Delgadas

Las lentes delgadas son aquellas que su espesor es pequeño comparado con su radio de curvatura.

Existen dos tipos de lentes:

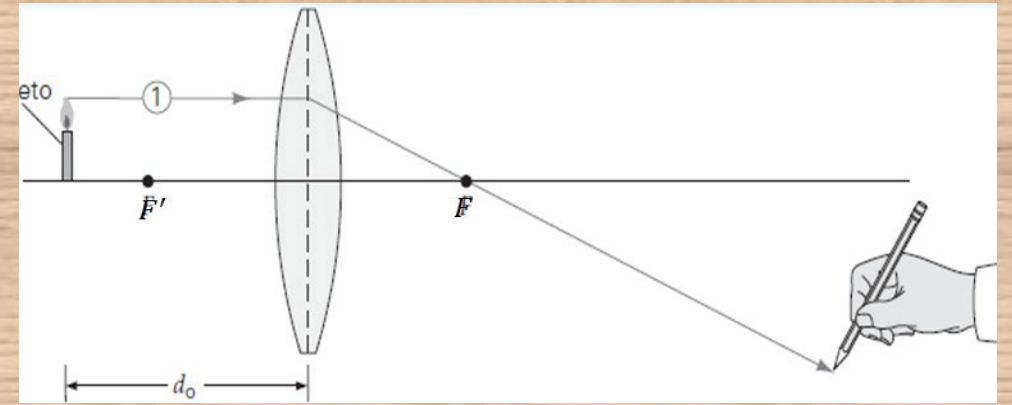
- a) convergentes
- b) divergentes



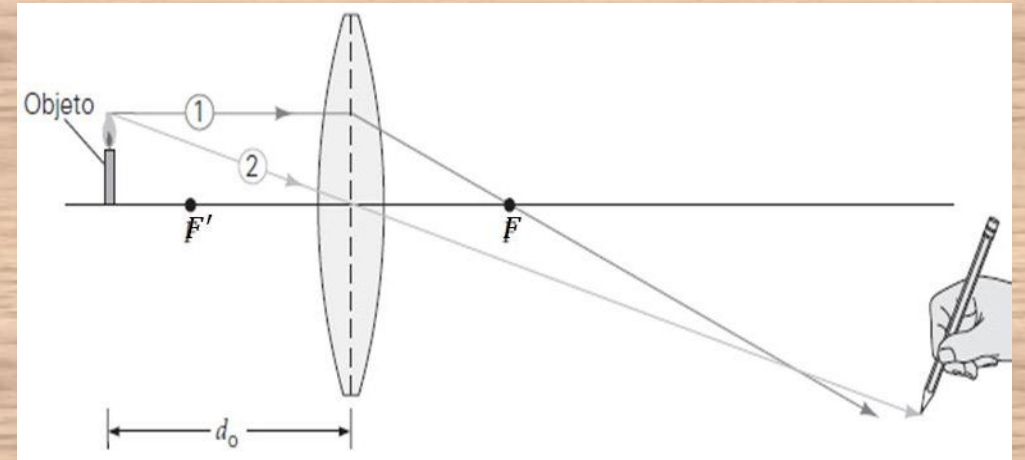
# Formación de imágenes

## Diagramas de rayos

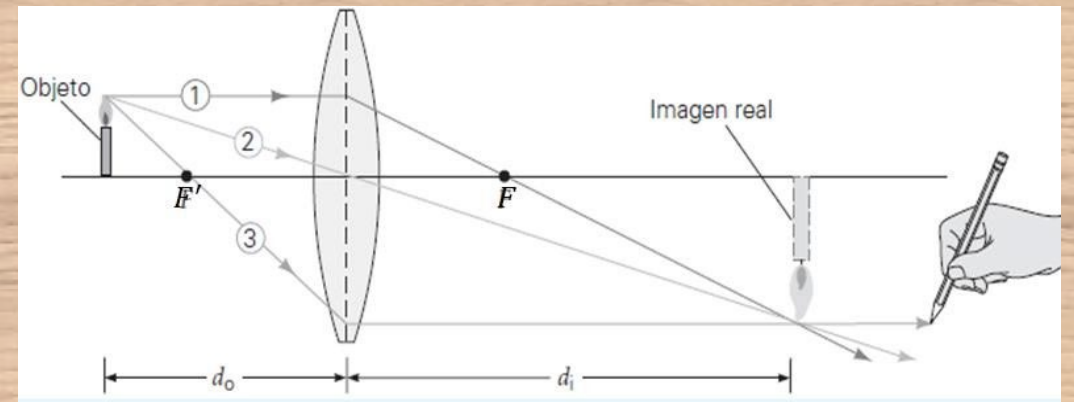
**Rayo 1:** sale del punto superior del objeto paralelo al eje principal se refracta pasando por  $F$ .



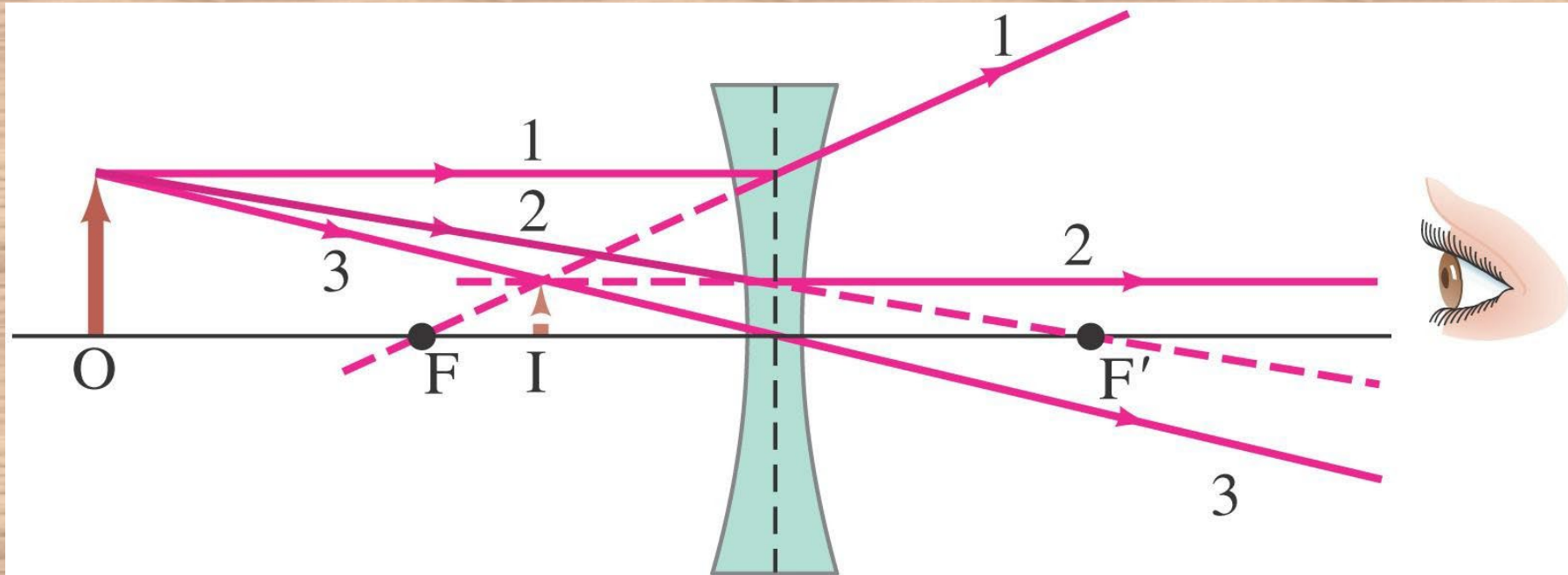
**Rayo 2:** pasa por el centro, no se desvía.



**Rayo 3:** pasa por  $F'$ , se refracta paralelo al eje principal.



Para las lentes divergentes se usan los mismos rayos principales.  
(note que el foco  $F$  está del lado izquierdo y  $F'$  del lado derecho)





La ecuación de las lentes delgadas es la misma que la de los espejos esféricos:

*Potencia de una lente [P] dioptrías*

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$

$$m = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{d_i}{d_o}$$

$$P = \frac{1}{f}$$

### Convención de signos:

1. Si la lente es convergente la distancia focal es positiva, si es divergentes es negativa.
2. La distancia objeto ( $d_o$ ) es positiva, si la distancia imagen es positiva ( $d_i$ ) la imagen es real y si es negativa ( $-d_i$ ) es virtual.
3. Si el aumento ( $m$ ) es positivo la imagen es derecha, si es negativo es invertida.
4. Si  $|m| > 1$  la imagen es aumentada y si  $|m| < 1$  la imagen es

# Ejercicio resuelto

Un objeto es colocado a 10,0 cm de una lente convergente de 15,0 cm de distancia focal. Determinar la posición y el aumento de la imagen.

Datos

$$d_o = 10.0\text{cm}$$

$$f = 25.0\text{cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_o} = \frac{d_o - f}{f d_o}$$

$$d_i = \frac{f d_o}{d_o - f} = \frac{25.0\text{cm} \times (10.0\text{cm})}{10.0\text{cm} - (25.0\text{cm})} = \frac{250\text{ cm}^2}{-15.0\text{cm}} = -16,67\text{cm}$$

¿La imagen es Virtual o Real?

El aumento de la imagen será

$$m = -\frac{d_i}{d_o}$$

$$m = -\frac{(-16.67\text{cm})}{10.0\text{cm}} = 1.667$$

¿La imagen es Aumentada o disminuida?

¿Derecha o Invertida?

La imagen formada por una lente  
divergente es siempre es virtual

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} \quad \Rightarrow \quad d_i = \frac{f d_o}{d_o - f}$$

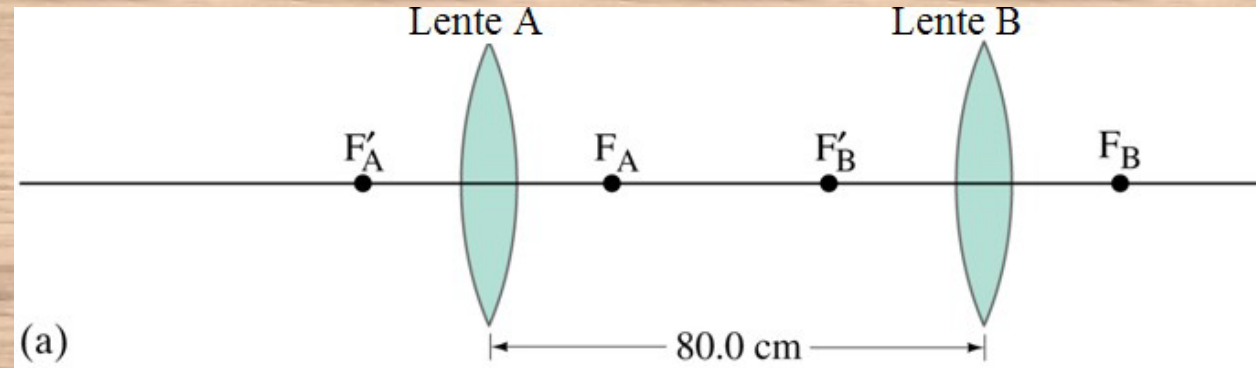
En una lente divergente la distancia focal es siempre negativa

$$d_i = \frac{-f d_o}{d_o - (-f)} = \frac{-f d_o}{d_o + f} \quad \Rightarrow \quad \text{distancia imagen será siempre negativa}$$

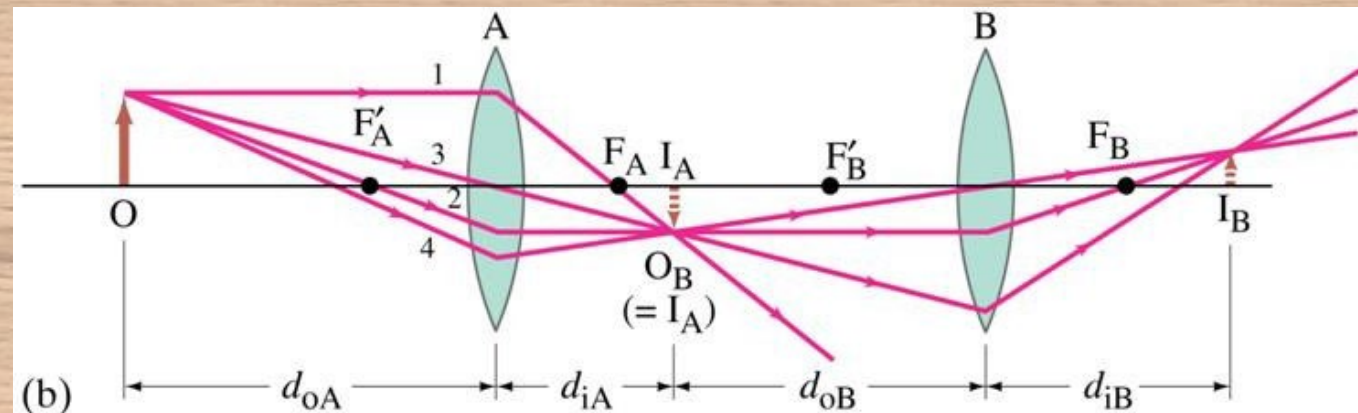


# Lentes Delgadas: Combinación

En las lentes combinadas la imagen de la primer lente se convierte en objeto de la segunda lente.



El objeto se coloca próximo a una primera lente convergente, **el objetivo (A)**. El objetivo provoca una imagen intermedia **real e invertida ( $I_A$ )** que sirve de objeto a una segunda lente convergente, **el ocular (B)**.





## Resumen

- ✓ Ley de reflexión  $\theta_i = \theta_r$
- ✓ Espejos planos  $d_i = d_o$
- ✓ Ecuación de los espejos esféricos: 
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$
- ✓ Aumento: 
$$m = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{d_i}{d_o}$$
- ✓ Imagen real: la luz pasa por la imagen
- ✓ Imagen virtual: la luz no pasa por la imagen.
- ✓ Ley de Snell: 
$$n_1 \text{sen} \theta_1 = n_2 \text{sen} \theta_2$$
- ✓ Reflexión total interna 
$$\text{sen} \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$



## Resumen

- ✓ Una lente convergente “enfoca” los rayos paralelos en un punto.
- ✓ Una lente divergente “separa” los rayos paralelos, de manera que parecen venir de un punto.
- ✓ Ecuación de las lentes delgadas

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$

- ✓ Aumento

$$m = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{d_i}{d_o}$$





# Resumen: Espejos Esféricos

*Distancia focal ( $f$ )*

Espejo cóncavo (convergente)

$f$  (o  $R$ ) es positiva

Espejo convexo (divergente)

$f$  (o  $R$ ) es negativa

*Distancia al objeto ( $d_o$ )*

El objeto está frente al espejo (objeto real)

$d_o$  es positiva

*Distancia a la imagen ( $d_i$ ) y tipo de imagen*

La imagen se forma frente al espejo (imagen real)

$d_i$  es positiva

La imagen se forma atrás del espejo (imagen virtual)

$d_i$  es negativa

*Orientación de la imagen ( $M$ )*

La imagen está derecha en relación con el objeto

$M$  es positiva

La imagen está invertida en relación con el objeto

$M$  es negativa



# Resumen: Lentes delgadas

## *Distancia focal ( $f$ )*

Lentes convergentes (también llamadas lentes *positivas*)       $f$  es positiva

Lentes divergentes (también llamadas lentes *negativas*)       $f$  es negativa

## *Distancia al objeto ( $d_o$ )*

El objeto está frente a la lente (objeto real)       $d_o$  es positiva

## *Distancia a la imagen ( $d_i$ ) y tipo de imagen*

La imagen se forma en el lado de la imagen de la lente: el lado opuesto al del objeto (imagen real)       $d_i$  es positiva

La imagen se forma en el lado del objeto de la lente el mismo lado donde está el objeto (imagen virtual)       $d_i$  es negativa

## *Orientación de la imagen ( $M$ )*

La imagen está derecha con respecto al objeto       $M$  es positivo

La imagen está invertida con respecto al objeto       $M$  es negativo