Operaciones entre vectores

1. a. i. (9,6) ii. (0, 1) iii. (-1, -1) iv. (4, 1) v. $\left(3, -\frac{4}{3}\right)$

   b. i. (4, 2, 0) ii. (4, -2, 1) iii. (-1, 0, 0)

2. a. $\left\|\vec{OP}\right\| = \sqrt{10}$ $\left\|\vec{OQ}\right\| = \sqrt{10}$ $\left\|\vec{OR}\right\| = \sqrt{14}$ $\left\|\vec{OS}\right\| = \sqrt{13}$

   b. $\left\|\vec{PQ}\right\| = 2\sqrt{5}$

   c. d(P, Q) = $2\sqrt{5}$

   d. $d(R, S) = \sqrt{17}$

   e. $\left(\frac{\sqrt{14}}{7}, \frac{3\sqrt{14}}{14}, \frac{\sqrt{14}}{14}\right)$

3. a. $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$ y $\left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}, -\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$ b. $\alpha = \frac{\pi}{3}$ c. $\left(-1, \sqrt{3}\right)$

4. a. $\bar{v}.\bar{u} = 5$, $\bar{w}.(2\bar{u} - \bar{v}) = -12$, $\bar{v}.(\bar{w} + \bar{u}) = 19$

   b. El ángulo comprendido entre $\bar{u}$ y $\bar{v}$ es de aproximadamente 1,38 radianes. El ángulo comprendido entre $\bar{v}$ y $\bar{w}$ es de aproximadamente 0,886 radianes.

   c. $\bar{u} \times \bar{v} = (9, 23, 10)$ $\bar{u} \times \bar{w} = (-1, 6, 16)$

   d. k(14, -7, 7) con k $\in$ R

5. a. k = -3 b. k = -17

Ecuación de la recta y del plano

6. i. X = (0 2) + λ(2 -1) $\lambda \in$ R ii. X = (0 3) + λ(1 -1) $\lambda \in$ R

   iii. X = $\left(1 \;\; \frac{2}{3}\right)$ + λ(3 1) $\lambda \in$ R iv. X = λ(3 1) $\lambda \in$ R

7. i. X = (1 3 -1) + λ(0 1 2) $\lambda \in$ R ii. X = (1 2 -1) + λ(1 -1 2) $\lambda \in$ R iii. X = (3 2 -1) + λ(1 4 -6) $\lambda \in$ R

   iv. Una posibilidad es X = (-3 2 1) + λ(2 1 0) $\lambda \in$ R. No es única.

8. i. Son concurrentes. Se intersecan en el punto (1 -2 5)
   ii. Son alabeadas.
   iii. Son paralelas.
   iv. Son coincidentes.

9. a. Dos puntos del plano podrían ser (1, 1, -2) y (0, 0, 0).

b. Un versor normal podría ser $\begin{pmatrix} \frac{3\sqrt{14}}{14} & \frac{\sqrt{14}}{14} & \frac{\sqrt{14}}{7} \end{pmatrix}$

c. La intersección del plano con cada uno de los ejes coordenados es el origen de coordenadas.

d. 3x + y + 2z = 1

e. X = (1, -1, 0) + λ(3, 1, 2) con $\lambda \in R$

10.

a. i. – x + 3y -6 z = 16   ii. -2y + z = 6

b. i. x + z = 1   ii. -13x + 6y + 11z = 1

c. y = 0

d. 2x + 4y – 3z = -1

e. x + 2y + 2z = 2

f. 2x – y + 4z = 3

11.

a. X = λ(1 5 3) + (0 0 1) con $\lambda \in R$

b. X = λ (-8 5 7) + $\begin{pmatrix} \frac{17}{7} & -\frac{1}{7} & 0 \end{pmatrix}$ con $\lambda \in R$

c. La intersección es vacía.

d. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

12.

a. Π: 5x + 2y + 7z = 19   r: X = λ(5 2 7) + (3 4 5) con $\lambda \in R$

b. M = $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 3 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

13. a. -2x + 14y + 5z + 12 = 0

b. k = $\frac{7}{2}$

14. k = 5, k = -4

<u>Distancia de un punto a una recta, proyecciones y simetrías respecto de una recta</u>

15. a. A' = $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$ b. A' = (3 2 - 1)

16. a. A'' = $\begin{pmatrix} \frac{17}{5} & \frac{11}{5} \end{pmatrix}$ b. A'' = $\begin{pmatrix} \frac{-2+2\sqrt{3}}{3} & \frac{7-\sqrt{3}}{3} & \frac{-2\sqrt{3}-7}{3} \end{pmatrix}$

17. a. P' = $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{7}{2} & 1 \end{pmatrix}$ b. P´= (-5 0 4)

18. a. P'' = $\begin{pmatrix} -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$ b. P'' = (0 3 1)

19. a. X = λ(1 0 1) $\lambda \in$ R b. No existe tal recta c. r: X = λ(1 1) + (5 -1) con $\lambda \in$R

20. a. x – 3y + 2z + 10 = 0 b. A' = $\begin{pmatrix} -\frac{23}{7} & \frac{27}{7} & \frac{17}{7} \end{pmatrix}$ d(A, Π) = |A – A'|

21. a. B' = (-1 -5 1), C' = (-2 0 1) b. d(B, Π) = $\sqrt{140}$ d(C, Π) = 0 c. A'' = (-7 -1 4)

B'' = (-11 -7 7) C'' = C.

Rotación en el plano

22. A' = A B' = $\begin{pmatrix} 1-\frac{3\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

Espacios vectoriales, subespacios y bases

23. a. V es subespacio b. V no es subespacio c. V es subespacio d. V no es subespacio.
e. V es subespacio f. V es subespacio g. V es subespacio

25. a. Si es posible b. Si es posible c. No es posible d. Si es posible e. No es posible

26. a. w $\in$ S b. w $\notin$ S c. w $\in$ S d. w $\notin$ S

27. a. linealmente independiente b. linealmente dependiente c. li d. li e. li

28. a. k $\neq$ -10 b. k = -10

29. a. B = {(2 3)} dim(S) = 1 b. B = {(-3 2 0) (2 0 1)} dim(S) = 2 c. B = {(1 -1 -1)} dim(S) = 1

d. B = {(-1 1 3) (0 5 -1)} dim(S) = 2 e. B = {(2 6 9)} dim(S) = 1 f. B = {(-3 1 -2)} dim(S) = 1

g. B = $\left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ dim(S) = 2

30. Dos bases podrían ser: B_1 = {(1 4 -2 1) (0 1 0 0) (0 0 5 1)} y B_2 = {(1 4 -2 1)(1 0 3 0)(0 1 0 0)}

31. a. B = {(-1 0 1 3)(2 1 0 5)(0 4 8 -4)} dim(S) = 3
b. k = -2

32. a. $C_B(x) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $C_{B'}(X) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $C_{B''}(X) = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{8}{9} \end{pmatrix}$

b. $C_B(X) = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ $C_{B'}(X) = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$ $C_{B''}(X) = \begin{pmatrix} \frac{20}{3} \\ \frac{5}{3} \\ \frac{1}{9} \end{pmatrix}$

c. $C_B(X) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ $C_{B'}(X) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 - x_1 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 \end{pmatrix}$ $C_{B''}(X) = \begin{pmatrix} \frac{x_1 + 4x_2}{3} \\ \frac{x_1 + x_2}{3} \\ \frac{-x_1 - x_2 + 3x_3}{9} \end{pmatrix}$

33. a. $C_E(X) = \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix}$ b. $C_{B'}(X) = \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} \\ -2 \end{pmatrix}$

34. Una base que cumple lo pedido es $B = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & -\frac{7}{2} & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{15}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{7}{2} \end{pmatrix} \right\}$

35. a. B = {(1 -2 1)} $\dim(S^{\perp}) = 1$
b. B = {(1 0 0 1)(1 -3 0 1)} $\dim(S^{\perp}) = 2$
c. B = { (1 1 0 -2 0)(0 0 0 1 1)(0 0 1 0 0)} $\dim(S^{\perp}) = 3$
d. B = { (2 1 0) (-1 0 1)} $\dim(S^{\perp}) = 2$
e. $\dim(S^{\perp}) = 0$. $S^{\perp}$ no tiene base

36. Si es un subespacio. Una base de $S^{\perp}$ es B = {(1 1 1)}, $\dim(S^{\perp}) = 1$.