

Nombre y apellido

Carrera:

Aula:

- El tiempo máximo para la resolución de este examen es de 3 horas.
- Todas las respuestas deberán estar correctamente justificadas ya que para la corrección se tendrá en cuenta el desarrollo y no sólo el resultado de las mismas.
- En el Verdadero o falso no se tendrán en cuenta las respuestas sin justificar.
- Para aprobar el examen se debe responder correctamente el 60% del examen en forma correcta.

Final de Análisis Matemático II

Ejercicio 1: a) Dada $\vec{f}(t) = (t^2; 2 - t^2)$, $t \in \mathbb{R}$ obtener la ecuación cartesiana de la curva C asociada y graficarla.

b) Hallar el área de la región limitada por las curvas:
$$\begin{cases} C = \text{Im}(\vec{f}) \\ y = \sqrt{x} \\ x = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2: Sabiendo que la ecuación $z^2 \ln(xy) + 2x^2y + z \ln x = -3z$ define implícitamente una función $x = x(y; z)$ en un entorno del punto $(1; 1; -2/3)$.

a) Obtener el **valor** y la **dirección** de la derivada direccional **máxima** del campo escalar $x = x(y; z)$ en el punto $P = (1; -2/3)$. Justificar el procedimiento.

b) Obtener la **expresión lineal** que mejor aproxima a la función $x = x(y; z)$ en un entorno del punto $P = (1; -2/3)$ y utilizar dicha expresión para calcular $x(1.01; -0.5)$.

Ejercicio 3: Sea el campo escalar $G(u, v) = (2u^2 + 1; 4 - 3uv^2)$ y sea F un campo vectorial $F(x, y) = (F_1, F_2)$ cuya matriz jacobiana es:

$$JF(x; y) = \begin{pmatrix} 4y^2x / (x^2 + y^2)^2 & -4x^2y / (x^2 + y^2)^2 \\ 2x - y/x^2 & 1/x \end{pmatrix}$$

a) Obtener la expresión del desarrollo del **polinomio de Taylor** de segundo orden del campo escalar $F_2(x; y)$ en un entorno del punto $(1, 1)$, sabiendo que $F(1; 1) = (3, 2)$ y luego proponer una aproximación en la que se pueda utilizar el polinomio anterior.

b) Obtener la derivada de la **función compuesta** $(F \circ G)(u, v)$ en el punto $(0, 1)$, utilizando **regla de la cadena**.

Ejercicio 4: Sea el campo escalar $F(x; y)$, cuyo vector gradiente es:

$$\nabla F(x; y) = (x^2 + 2x - 2y + 1; -2x + 2y - 5)$$

Analizar la existencia de extremos relativos y clasificarlos.

Ejercicio 5: Sabiendo que el desarrollo de Taylor de orden dos de un campo escalar $F(x; y)$ en un entorno del punto $p = (3; 2)$ es:

$$P(x; y) = 2 + 4(x-3)^2 + 2(x-3)(y-2) + 6(y-2)^2$$

indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar

a) $F(x; y)$ presenta un plano tangente horizontal en el punto $P = (3; 2; F(3; 2))$.

b) $F(3; 2)$ es un valor extremo. En caso afirmativo, indicar que tipo de extremo alcanza