

Exercícios de interpolação polinomial

1) Considere a função da pela tabela

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	0	0	0

e o polinômio $p(x) = x(x-1)(x-2)(x-3)$.

- Verifique que $p(x_i) = f(x_i)$;
- $p(x)$ é o polinômio interpolador de $f(x)$?

2) Considere a função $f(x) = \text{sen}(x)$ tabelada abaixo:

x	1,3	1,4	1,5	1,6
$\text{sen}(x)$	0,9636	0,9854	0,9975	0,9996

calcular um valor aproximado para $\text{sen}(1,45)$ e um limitante superior para o erro de truncamento. (Resp: $\text{sen}(1,45) \approx 0,9927$ e $|E_{tr}| \leq 0,0000023438$)

3) Considere a função $f(x) = x \cdot e^{x/2}$ e a tabela abaixo:

x	2	2,25	2,5	2,75	3
$e^{x/2}$	2,71	3,08	3,49	3,96	4,48

- Determinar o polinômio interpolador de $f(x)$ sobre três pontos;
(Resp: $p(x) = 2,32x^2 - 3,82x + 3,78$ ou $p(t) = 0,18t^2 + 1,62t + 6,93$ com $t = 4x - 9$)
- calcular um valor aproximado para $f(2,4)$; (Resp: 7,98 ou 7,97)
- um limitante superior para o erro de truncamento. (Resp: $|E_{tr}| \leq 0,0037$).

4) Sabendo que $\sqrt{1,03} = 1,0149$ e $\sqrt{1,04} = 1,0198$, calcular $\sqrt{1,035}$ usando interpolação linear. (Resp: 1,0174.)

5) Considere as tabelas de uma função $f(x)$ e de sua derivada $f'(x)$.

x	1	1,5	3
$f(x)$	-1	0,485	1,685
$f'(x)$	0,156	0,8	0,2

a) calcular, usando a fórmula de Lagrange, $f(2,5)$; (Resp: 1,827)

b) calcular, usando a fórmula de Lagrange, $f'(2,5)$; (Resp: 0,822)

c) determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x)$ no ponto $(2,5; f(2,5))$.

(Resp: $y-1,827=0,822(x-2,5)$).

6) Dada a tabela abaixo,

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$f(x)$	1	1,350	1,822	2,460	3,320	4,482	6,050	8,166

a) monte a tabela das diferenças;

b) determine o grau de polinômio interpolador necessário para interpolar $f(0,25)$ na tabela dada; (Resp: $n=4$)

c) determine a expressão do polinômio interpolador de Newton e expresse a mudança de variável; (Resp: $p(t) = 0,001t^4 + 0,007t^3 + 0,082t^2 + 0,548t + 1,822$; $t = 10x - 2$)

d) calcule o valor aproximado de $f(0,25)$. (Resp: 2,113)

7) Considere a função $\ln(2x+1)$, deseja-se calcular $f(1,65)$ seguindo os passos:

a) construir a tabela das diferenças para $f(x)$ no intervalo $[1,5;1,9]$ com 3 casas decimais sendo que x varia com passo $h = 0,1$;

b) determinar o grau do polinômio interpolador; (Resp: grau 1)

c) fazer a mudança de variável; (Resp: $t = 10x - 16$)

d) calcular $f(1,65)$; (Resp: 1,459)

e) delimitar o erro de truncamento cometido nesta interpolação. (Resp: $|E_{tr}| \leq 0,0003$)

8) Dada a tabela abaixo, determine os valores de α e β sabendo que o polinômio interpolador de $f(x)$ tem grau 2. (Resp: $\alpha = 3$ e $\beta = 7$).

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-1	α	5	β	7

9) Dada a tabela abaixo e utilizando o polinômio interpolador de Lagrange, calcule um valor aproximado da raiz da equação $x \cdot \text{sen}(2x) = 0$ neste intervalo. Trabalhe com 3 casas decimais. (Resp: 1,254)

x	1	2	3
$x \cdot \text{sen}(2x)$	0,909	-1,514	-0,838

10) Utilizando a tabela abaixo e o método de Newton, determine:

- a) a mudança de variável; (Resp: $t = 125x - 3$)
- b) valor aproximado para $\sqrt[3]{0,025}$; (Resp: 0,292)
- c) um limitante superior para o erro de truncamento. (Resp: 0,0001352)

x	0,016	0,024	0,032	0,040	0,048
$\sqrt[3]{x}$	0,252	0,288	0,317	0,342	0,363