MOGPL

Name: Bruno Fernandes Iorio & Gildas

(a) Soit G l'ensemble de sommets du grille N x M et $O \subset G$ l'ensemble de sommets obstacles. Pour chaque point $(x, y) \in G$ et chaque direction dir, on considere le sommet (x, y, dir), en indicant que qu'on face vers dir au point (x, y). La commande avance(k) est representee par l'arc orientee entre deux sommet avec la meme direction et une distance $k \in \{1, 2, 3\}$. La commande tourne est represantee par l'arc orientee entre deux sommets avec les memes coordonnees x, y, mais des directions differentes.

Pour avoir que chaque commande aie un cout unitaire, on definit les arc sortantes suivantes pour chaque $(x, y) \notin O$:

- $(x, y, sud) \longrightarrow \{(x, y, ouest), (x, y, est)\} \cup \{(x, y+i, sud) : i \in \{1, 2, 3\}, M > y+i \geq 0, (x, y+i) \notin O\}$
- $(x, y, nord) \longrightarrow \{(x, y, est), (x, y, ouest)\} \cup \{(x, y-i, nord) : i \in \{1, 2, 3\}, M > y-i \geq 0, (x, y-i) \notin O\}$
- $(x, y, est) \longrightarrow \{(x, y, sud), (x, y, nord)\} \cup \{(x+i, y, est) : i \in \{1, 2, 3\}, N > x+i \geq 0, (x+i, y) \notin O\}$
- $(x, y, ouest) \longrightarrow \{(x, y, nord), (x, y, sud)\} \cup \{(x-i, y, ouest) : i \in \{1, 2, 3\}, N > x-i \geq 0, (x-i, y) \notin O\}$

(e) Le problème énoncé peut être modélisé de la manière suivante:

$$\min \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} x_{i,j} w_{i,j}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} x_{i,j} = P & \\ \sum_{j=0}^{N-1} x_{i,j} \leq \frac{2P}{M} & \forall i \in \{0, \dots, M-1\} \\ \sum_{i=0}^{M-1} x_{i,j} \leq \frac{2P}{N} & \forall j \in \{0, \dots, N-1\} \\ x_{i,j} + x_{i,j+2} - x_{i,j+1} \leq 1 & \forall i \in \{0, \dots, M-1\},\ \forall j \in \{0, \dots, N-3\} \\ x_{i,j} + x_{i+2,j} - x_{i+1,j} \leq 1 & \forall i \in \{0, \dots, M-3\},\ \forall j \in \{0, \dots, N-1\} \\ x_{i,j} \in \{0, 1\} & \end{cases}$$