

# Projet MOGPL

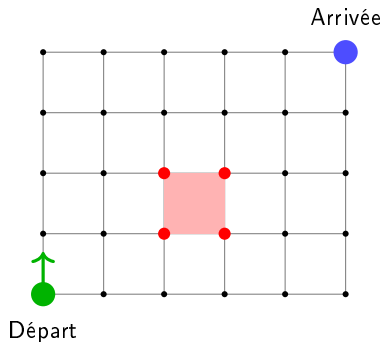
## Navigation d'un Robot sur une Grille

Bruno Fernandes Iorio    Gildas De Michiel

Sorbonne Université

2025

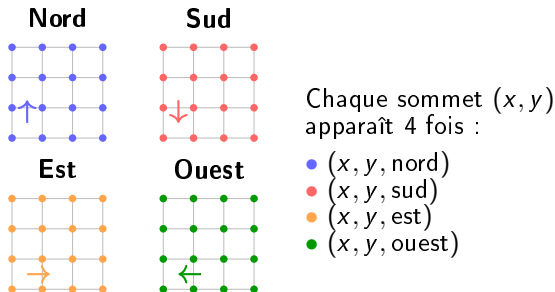
# Le problème



**Commandes** : avancer( $k$ ) avec  $k \in \{1, 2, 3\}$  | tourner (G ou D)

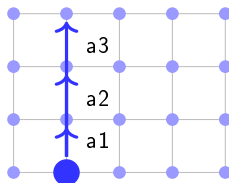
**Objectif** : Minimiser le nombre de commandes

# Structure du graphe : 4 copies de la grille



$$|V| = 4 \times (N + 1) \times (M + 1)$$

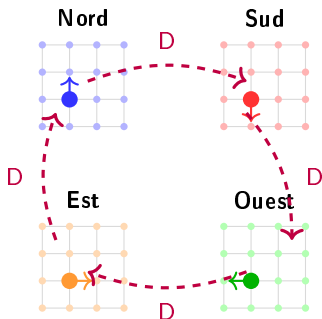
## Copie Nord



**Avancer** = arc dans  
la **même copie**

$$(x, y, \text{nord}) \xrightarrow{a^k} (x, y - k, \text{nord}) \quad \text{pour } k \in \{1, 2, 3\}$$

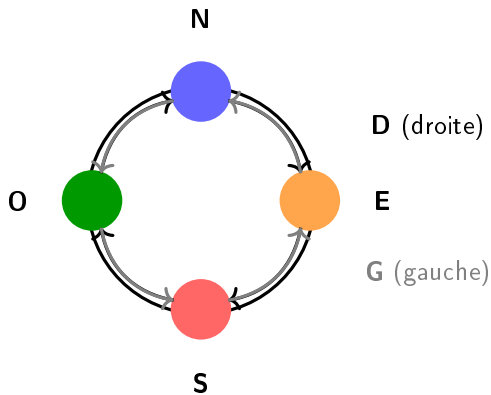
# Arcs : Tourner



**Tourner** = arc  
entre copies

Même  $(x, y)$   
Direction  $\neq$

# Rotation : vue détaillée



Position (x, y) fixe

## Classe Node :

- $(x, y, \text{orientation})$
- `next[ ]` : liste des successeurs

## Classe Graph :

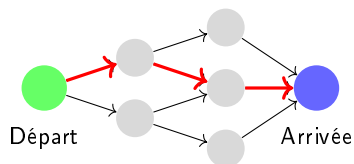
- `Nodes` : dictionnaire  $\{(x, y, \text{dir}) \rightarrow \text{Node}\}$
- `blockedList` : sommets bloqués

**Obstacle** : une cellule  $(i, j)$  bloque 4 sommets



$\rightarrow (i, j), (i + 1, j), (i, j + 1), (i + 1, j + 1)$

# Algorithme BFS



- Graphe **non pondéré**  $\Rightarrow$  BFS = optimal
- Parcours en largeur depuis  $(x_0, y_0, dir_0)$

Complexité :  $O(|V| + |E|) = O(N \times M)$



**(c) Taille de la grille  $\times$  temps de resolution (bfs):**

Taille	Temps (s)
10 $\times$ 10	0.000897
20 $\times$ 20	0.010343
30 $\times$ 30	0.050940
40 $\times$ 40	0.222723
50 $\times$ 50	0.530197

**(d) Nombre d'obstacles  $\times$  temps de génération du graphe:**

Obstacles	Temps (s)
10	0.012374
20	0.007275
30	0.008942
40	0.006518
50	0.002126

# Génération d'obstacles par PLNE

**Variables :**  $x_{i,j} \in \{0, 1\}$ ,  $w_{i,j} \in [0, 1000]$  (aléatoire)

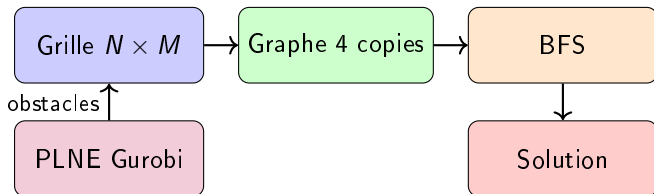
$$\min \sum_{i,j} x_{i,j} \cdot w_{i,j}$$

**Contraintes :**

- $\sum_{i,j} x_{i,j} = P$  (exactement  $P$  obstacles)
- $\sum_j x_{i,j} \leq 2P/M$  (par ligne)
- $\sum_i x_{i,j} \leq 2P/N$  (par colonne)
- $x_{i,j} + x_{i,j+2} - x_{i,j+1} \leq 1$  (pas de 1-0-1 horizontal)
- $x_{i,j} + x_{i+2,j} - x_{i+1,j} \leq 1$  (pas de 1-0-1 vertical)

**Complexité :** PLNE  $\Rightarrow$  NP-difficile, mais Gurobi résout rapidement

# Conclusion



- **Graphe** :  $4 \text{ copies} \times (N + 1)(M + 1)$  sommets
- **BFS** :  $O(NM)$
- **Obstacles** : PLNE avec distribution équilibrée

**Merci !**