

Projet MOGPL

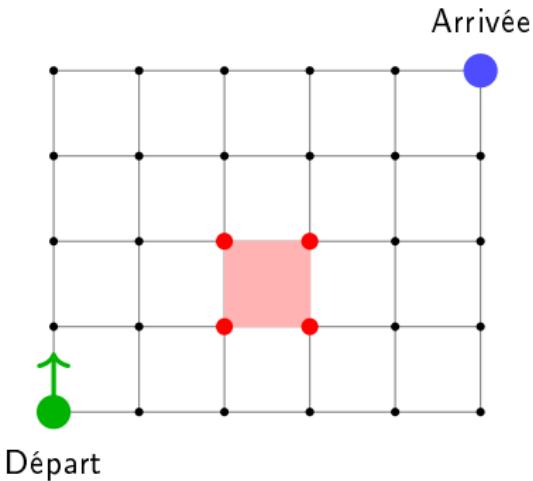
Navigation d'un Robot sur une Grille

Bruno Fernandes Iorio Gildas De Michiel

Sorbonne Université

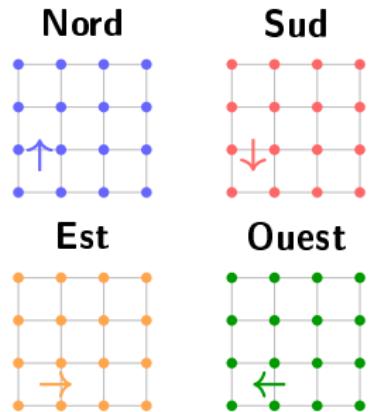
2025

Le problème



Commandes : avancer(k) avec $k \in \{1, 2, 3\}$ | tourner (G ou D)
Objectif : Minimiser le nombre de commandes

Structure du graphe : 4 copies de la grille



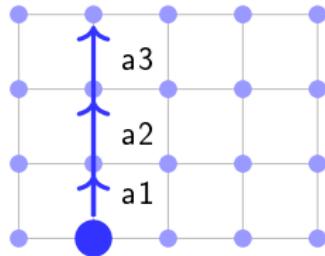
Chaque sommet (x, y) apparaît 4 fois :

- (x, y, nord)
- (x, y, sud)
- (x, y, est)
- (x, y, ouest)

$$|V| = 4 \times (N + 1) \times (M + 1)$$

Arcs : Avancer

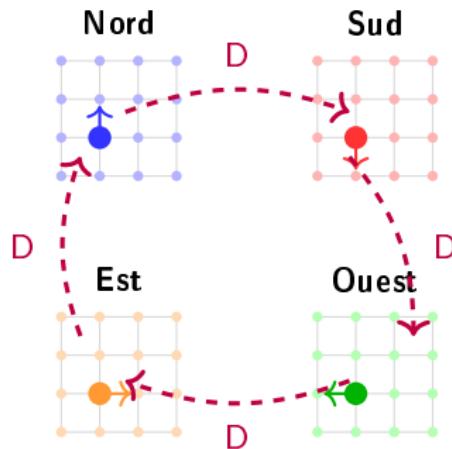
Copie Nord



Avancer = arc dans
la **même copie**

$$(x, y, \text{nord}) \xrightarrow{\text{a}^k} (x, y - k, \text{nord}) \quad \text{pour } k \in \{1, 2, 3\}$$

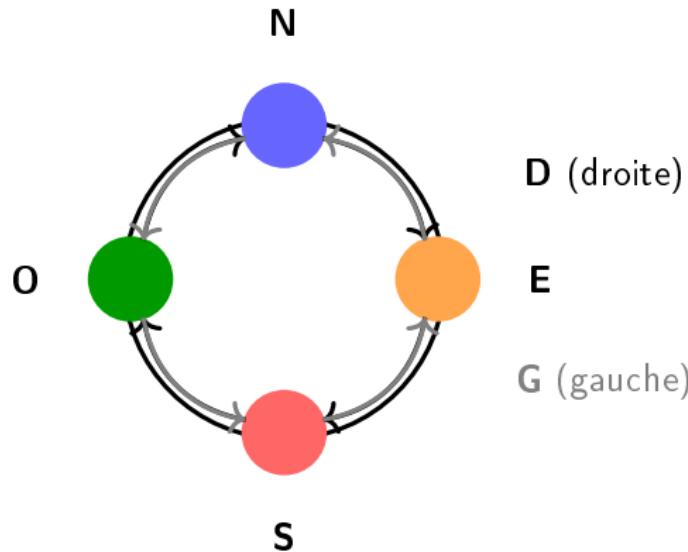
Arcs : Tourner



Tourner = arc entre copies

Même (x, y)
Direction \neq

Rotation : vue détaillée



Position (x, y) fixe

Structures de données

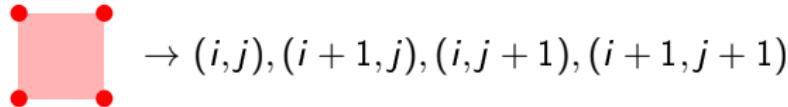
Classe Node :

- (x, y, orientation)
- next[] : liste des successeurs

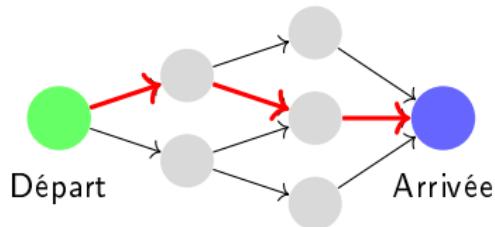
Classe Graph :

- Nodes : dictionnaire $\{(x, y, dir) \rightarrow \text{Node}\}$
- blockedList : sommets bloqués

Obstacle : une cellule (i, j) bloque 4 sommets



Algorithme BFS



- Graphe **non pondéré** \Rightarrow BFS = optimal
- Parcours en largeur depuis (x_0, y_0, dir_0)

Complexité : $O(|V| + |E|) = O(N \times M)$

Résultats expérimentaux

(c) Taille de la grille × temps de résolution (bfs):

Taille	Temps (s)
10×10	0.000897
20×20	0.010343
30×30	0.050940
40×40	0.222723
50×50	0.530197

(d) Nombre d'obstacles × temps de génération du graphe:

Obstacles	Temps (s)
10	0.012374
20	0.007275
30	0.008942
40	0.006518
50	0.002126

Génération d'obstacles par PLNE

Variables : $x_{i,j} \in \{0, 1\}$, $w_{i,j} \in [0, 1000]$ (aléatoire)

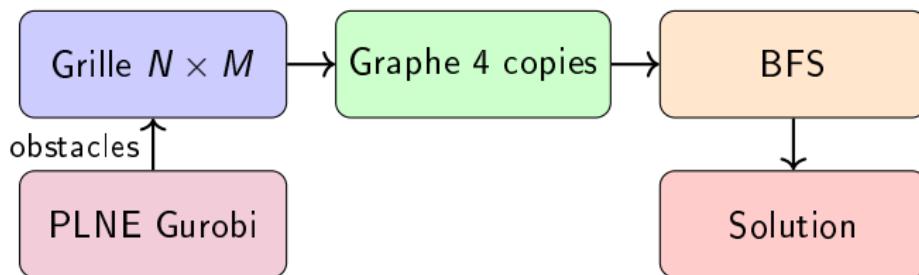
$$\min \sum_{i,j} x_{i,j} \cdot w_{i,j}$$

Contraintes :

- $\sum_{i,j} x_{i,j} = P$ (exactement P obstacles)
- $\sum_j x_{i,j} \leq 2P/M$ (par ligne)
- $\sum_i x_{i,j} \leq 2P/N$ (par colonne)
- $x_{i,j} + x_{i,j+2} - x_{i,j+1} \leq 1$ (pas de 1-0-1 horizontal)
- $x_{i,j} + x_{i+2,j} - x_{i+1,j} \leq 1$ (pas de 1-0-1 vertical)

Complexité : PLNE \Rightarrow NP-difficile, mais Gurobi résout rapidement

Conclusion



- **Graphe** : $4 \text{ copies} \times (N + 1)(M + 1)$ sommets
- **BFS** : $O(NM)$
- **Obstacles** : PLNE avec distribution équilibrée

Merci !