

# 1 Q1. Modelo de Otimização para a Operação da Ecomole.

Foram assumidas hipóteses para modelar o problema e tratar os dados de entrada, que são descritas na seção 1.1. O modelo matemático proposto é apresentado na seção 1.2. Os resultados e respostas das perguntas são apresentadas na seção 1.3. O modelo matemático foi implementado em GAMS.

## 1.1. Hipóteses assumidas na resolução do problema:

- **Horizonte de tempo:** alguns dados de entrada estavam em semanas (ex. Demanda) enquanto outros estavam em dias (tempo de entrega, transporte, etc). Foi padronizado que o modelo utilizaria dias como unidade de tempo. Como havia dados para 4 semanas, então foi considerado que o modelo tem 4 semanas com 7 dias, ou seja, 28 dias de horizonte de planejamento.
- **Demanda:** foi transformada de semanal para diária, dividindo a demanda semanal por 7 e considerada constante dentro de cada dia da semana. Como os dados estão por semana, é fácil definir demandas diárias diferentes, caso seja necessário.
- **Transferências:** não existe limite de capacidade para as transferências entre as FC.
- **Inbound shipments:** qualquer vendedor pode entregar qualquer produto em qualquer FC para qualquer dia do horizonte de planejamento. Não existe um FC dedicado para receber produtos ou vendedores. Essa premissa foi estabelecida com base na descrição do problema. As quantidades a serem entregues de cada produto em cada dia são uma variável de decisão do problema, e formam a reposição de estoques necessária para atender às demandas. Portanto, é a empresa Ecomole que define esses valores e os vendedores conseguem atendê-los. Não existem produtos sendo entregues nos FCs no início do horizonte de planejamento, pois nenhuma informação a respeito foi fornecida na planilha enviada. Seria necessário definir quais são as entregas que estão a caminho para cada FC e quando elas chegarão. O tempo para receber os produtos dos vendedores foi considerado zero para todos os casos, devido a não ser especificado no texto da descrição do problema.

## 1.2. Modelo matemático

Foi formulado um modelo inteiro misto, apresentado a seguir.

Índices:

$p$  : produto, com  $p = 1, \dots, P$ .

$i, j$  : centro de distribuição (FC), com  $i = 1, \dots, I$  e  $j = 1, \dots, J$ .

$s$  : vendedores, com  $s = 1, \dots, S$ .

$e$  : estado da federação, com  $e = 1, \dots, E$ .

$t$  : dia da semana, com  $t = 1, \dots, T$ .

Parâmetros:

$demanda_{pet}$  : demanda diária do produto  $p$  no estado  $e$  no dia  $t$ .

$preco_{pet}$  : preço de venda do produto  $p$  no estado  $e$  no dia  $t$ .

$mk_s$  : Markup do vendedor  $s$ .

$Receita_{pe}$  : receita gerada para a Ecomole com a venda do produto  $p$  no estado  $e$ .

$tlm_{pie}$  : tempo de entrega do produto  $p$  a partir do FC  $i$  no estado  $e$ .

$clm_{pie}$  : custo de entrega do produto  $p$  a partir do FC  $i$  no estado  $e$ .

$cst_{ip}$  : custo diário de manter uma unidade do produto  $p$  armazenada no FC  $i$ .

$d_{ip}$  : estoque de segurança em FC  $i$  do produto  $p$ .

$safety_{ip}$  : dias do estoque de demanda para o estoque de segurança do FC  $i$  do produto  $p$ .

$$demandaMedia_{ep} = \sum_{e=t}^T \left( \frac{demanda_{ept}}{28} \right) : \text{demanda diária média do período} \quad (1)$$

$$d_{ip} = \sum_{e=0}^E (demandaMedia_{ep} \cdot safety_{ip}) \quad (2)$$

$cfc_{ijp}$  : custo unitário de transferir do FC  $i$  para o FC  $j$  para o produto  $p$ .

$tf_{c_{ijp}}$  : tempo em dias para transferir do FC  $i$  para o FC  $j$  para o produto  $p$ .

$CIS_{pi}$  : custo unitário de receber o produto  $p$  no FC  $i$ .

$IS_{pi}$  : estoque inicial do produto  $p$  em  $i$ .

Variáveis de decisão:

$qs_{pijt}$  : quantidade do produto  $p$  enviada do FC  $i$  para o FC  $j$  no dia  $t$ .

$qe_{pijt}$  : quantidade do produto  $p$  recebida de do FC  $i$  no FC  $j$  no dia  $t$ .

$saldo_{ipt}$  : quantidade do produto  $p$  disponível no FC  $i$  ao final do dia  $t$ .

$v_{piet}$  : quantidade do produto  $p$  enviada a partir do FC  $i$  para o estado  $e$  no dia  $t$ .

$s_{ipt}$  : quantidade do produto  $p$  entregue no FC  $i$  no dia  $t$  pelo vendedor responsável.

Modelo matemático:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } \sum_{p=0}^P \sum_{e=0}^E \sum_{t=0}^T (receita_{pe} \cdot demanda_{pet}) - \sum_{p=0}^P \sum_{i=0}^I \sum_{e=0}^E \sum_{t=0}^T (clm_{pie} \cdot v_{piet}) \\ & - \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J \sum_{t=0}^T \sum_{p=0}^P (cfc_{ijp} \cdot qs_{pijt}) - \sum_{i=0}^I \sum_{p=0}^P \sum_{t=0}^T (CST_{ip} \cdot saldo_{ipt}) - \sum_{i=0}^I \sum_{p=0}^P \sum_{t=0}^T (CIS_{ip} \cdot saldo_{ipt}) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^I v_{piet+tlm_{iep}} = demanda_{pet}, \text{ para todo } p \in P, e \in E \text{ e } t \in T \quad (4)$$

$$saldo_{ipt} = \sum_{j=0}^J qe_{pjit} - \sum_{j=0}^J qs_{pijt} - \sum_{j=0}^J v_{piet} - \sum_{j=0}^J s_{ipt} + saldo_{ipt-1}, \text{ para todo } i \in I, p \in P \text{ e } t > 1 \quad (5)$$

$$saldo_{ipt} = \sum_{j=0}^J qe_{pjit} - \sum_{j=0}^J qs_{pijt} - \sum_{j=0}^J v_{piet} - \sum_{j=0}^J S_{ipt} + IS_{pi}, \text{ para } t = 1 \quad (6)$$

$$saldo_{ipt} = d_{ip}, \text{ para todo } i \in I, p \in P \text{ e } t \in T \quad (7)$$

$$qe_{pjit} = qs_{pijTFC_{ijp}}, \text{ para todo } p \in P, j \in J, i \in I \text{ e } t \geq t + TFC_{ijp} \quad (8)$$

$$qe_{pjit} = qs_{pijt}, \text{ para todo } p \in P, j \in J, i \in I \text{ e } t < t + TFC_{ijp} \quad (9)$$

$$qe_{pjit} \geq 0, \text{ para todo } p \in P, j \in J, i \in I \text{ e } t < t + TFC_{ijp} \quad (10)$$

$$v_{piet} \geq 0, \text{ para todo } p \in P, j \in J, i \in I \text{ e } t < t + TFC_{ijp} \quad (11)$$

$$v_{piet}, qs_{pijt}, qe_{piet}, saldo_{ipt}, s_{ipt} \text{ são variáveis inteiras.} \quad (12)$$

A função objetivo (3) é maximizar o lucro, formado pelas receitas das comissões pagas pelos vendedores à Ecomole, menos os custos de armazenagem, *inbound*, transporte entre os FCs e entrega ao cliente final. As restrições (4) obrigam ao atendimento da demanda dos produtos por estado e dia, considerando o tempo de entrega entre a saída do FCs e a chegada aos clientes. As restrições (5) calculam o balanço de estoques para todos os dias do horizonte de planejamento, exceto para o primeiro dia. As restrições (6) calculam o balanço de estoques para o primeiro dia do horizonte de planejamento, para considerar o estoque inicial. As restrições (8) e (9) fazem o balanço de transporte entre os FCs, considerando que tudo que entra em um FC deve sair de outro FC, com uma diferença de tempo quando existir tempo de transporte. As restrições (10) e (11) são para garantir a que as quantidades movimentadas entre os FCs e entregues aos clientes não sejam negativas. As restrições (12) são referentes aos domínios das variáveis.