Comparação de estimadores pelo método Monte Carlo das distribuições: $\mathcal{G}_{\mathrm{I}}^{0}$, Uniforme, Binomial negativa, Gamma e Exponencial

Antônio Marcos Larangeiras Alisson Nascimento Paulo Bruno Juliana

Universidade Federal de Alagoas
Instituto de Computação

Maceió-AL, Dezembro de 2013

Introdução

- Calcular o estimador por máxima verossimilhança;
- Calcular estimador pelo primeiro momento;
- Calcular estimador pelo segundo momento;
- Utilizar o Método Monte Carlo força bruta.

Distribuição $\mathcal{G}_{\mathrm{I}}^0$

Distribuição ($\mathcal{G}_{\mathrm{I}}^0$)

Denotaremos esta distribuiÃ§Ã$o por $Z \sim \mathcal{G}_{\mathrm{I}}^0(z;\alpha,1,1)$, *com* $-\alpha, z > 0$. *Sua densidade Ã©*

$$f_Z = (z;\alpha,1,1) = \frac{\Gamma(L-\alpha)}{\Gamma(-\alpha)(1+z)^{1-\alpha}}, com - \alpha \text{ e } z > 0.$$

$$E(Z) = \frac{\gamma}{\alpha - 1} \qquad e \qquad Var(Z) = \frac{1}{(\alpha-1)^2} + \frac{1}{(\alpha-2)(\alpha-1)^2} + \frac{1}{\alpha-1}$$

Estimadores da distribuiÃ§Ã£o $\mathcal{G}_{\mathrm{I}}^{0}$

Máxima verossimilhança ($\mathcal{G}_{\mathrm{I}}^{0}$)

$$\widehat{\alpha} = \frac{n}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \ln(1 + z_i)}$$

Primeiro momento ($\mathcal{G}_{\mathrm{I}}^{0}$)

$$\widehat{\alpha_1} = \overline{Z}$$

Segundo momento ($\mathcal{G}_{\mathrm{I}}^0$)

$$\widehat{\alpha_2} = \frac{\frac{3}{k}\sum_{i=1}^{k} Z_i^2 + 2 + \sqrt{\frac{1}{k^2}\sum_{i=1}^{k} Z_i^4 + 4}}{\frac{2}{k}\sum_{i=1}^{k} Z_i^2}$$

GrÃ¡ficos da distribuiÃ§Ã£o $\mathcal{G}_{\mathrm{I}}^{0}$

DistribuiÃ§Ã£o Uniforme $U(0, \theta)$

Distribuição ($U(0, \theta)$)

Denotaremos esta distribuiÃ§Ã\$o por $X \sim U(x; 0, \theta)$, com $\theta > 0$. Sua densidade Ã©

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} & 0 \leqslant x \leqslant \theta \\ 0 & \text{caso contrÃ¡rio.} \end{cases}$$

$E(X) = \dfrac{\theta}{2}$ *e* $Var(X) = \dfrac{\theta^2}{12}$

Estimadores da distribuiÃ§ão $U(0, \theta)$

Máxima verossimilhança ($U(0, \theta)$)

$$\widehat{\theta}_1 = \frac{1}{\theta^n} \nVdash_{\max\{X_1, \ldots, X_n\} \leqslant \theta}, \text{portanto } \widehat{\theta} = \max\{X_1, \ldots, X_n\} \leqslant \theta$$

Primeiro momento ($U(0, \theta)$)

$$\widehat{\theta}_2 = 2\overline{X}$$

Segundo momento ($U(0, \theta)$)

$$\widehat{\theta}_3 = \sqrt{\frac{3}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2}$$

GrÃ¡ficos da distribuiÃ§ão $U(0, \theta)$

DistribuiÃ§Ã£o Binomial Negativa

Considere a situaÃ§Ã£o de observar um evento dicotÃ´mico X_i independentes e identicamente distribuÃdos segundo uma lei de Bernoulli de probabilidade p. Suponha que se registre X, o nÃºmero de ensaios atÃ© obter exatamente k sucessos.

DistribuiÃ§Ã£o Binomial Negativa

Considere a situaÃ§Ã£o de observar um evento dicotÃ´mico X_i independentes e identicamente distribuÃdos segundo uma lei de Bernoulli de probabilidade p. Suponha que se registre X, o nÃºmero de ensaios atÃ© obter exatamente k sucessos.

Distribuição (aaa)

Seja uma variavel aleatoria que fornece o numero de ensaios atÃ© o k-simo sucesso.
Usualmente utilizÃ¡-se a notaÃ§Ã$o $X \sim BN(p, k)$.

Resultados

Conclusões

Referências Bibliográficas