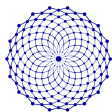


# Comparação de estimadores pelo método Monte Carlo das distribuições: $\mathcal{G}_I^0$ , Uniforme, Binomial negativa, Gamma e Exponencial

Antônio Marcos Larangeiras   Alisson Nascimento   Paulo  
Bruno Normande   Juliana Leal



**MODELAGEM  
COMPUTACIONAL  
DE CONHECIMENTO**

Universidade Federal de Alagoas  
Instituto de Computação



Maceió-AL, Dezembro de 2013

# Introdução

- Calcular o estimador por máxima verossimilhança;
- Calcular estimador pelo primeiro momento;
- Calcular estimador pelo segundo momento;
- Utilizar o Método Monte Carlo força bruta.

# Distribuição $\mathcal{G}_I^0$

## Distribuição ( $\mathcal{G}_I^0$ )

Denotaremos esta distribuição por  $Z \sim \mathcal{G}_I^0(z; \alpha, 1, 1)$ , com  $-\alpha, z > 0$ . Sua densidade é

$$f_Z = (z; \alpha, 1, 1) = \frac{\Gamma(L - \alpha)}{\Gamma(-\alpha)(1 + z)^{1-\alpha}}, \text{ com } -\alpha \text{ e } z > 0.$$

$$E(Z) = \frac{\gamma}{\alpha - 1} \quad \text{e} \quad \text{Var}(Z) = \frac{1}{(\alpha - 1)^2} + \frac{1}{(\alpha - 2)(\alpha - 1)^2} + \frac{1}{\alpha - 1}$$

# Estimadores da distribuição $\mathcal{G}_I^0$

## Máxima verossimilhança ( $\mathcal{G}_I^0$ )

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln(1 + z_i)}$$

## Primeiro momento ( $\mathcal{G}_I^0$ )

$$\hat{\alpha}_1 = \bar{Z}$$

## Segundo momento ( $\mathcal{G}_I^0$ )

$$\widehat{\alpha}_2 = \frac{\frac{3}{k} \sum_{i=1}^k Z_i^2 + 2 + \sqrt{\frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^k Z_i^4 + 4}}{\frac{2}{k} \sum_{i=1}^k Z_i^2}$$

# Gráficos da distribuição $\mathcal{G}_I^0$

# Distribuição Uniforme $U(0, \theta)$

## Distribuição ( $U(0, \theta)$ )

Denotaremos esta distribuição por  $X \sim U(x; 0, \theta)$ , com  $\theta > 0$ .  
Sua densidade é

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} & 0 \leq x \leq \theta \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$E(X) = \frac{\theta}{2} \quad e \quad \text{Var}(X) = \frac{\theta^2}{12}$$

# Estimadores da distribuição $U(0, \theta)$

## Máxima verossimilhança ( $U(0, \theta)$ )

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{\theta^n} \mathbb{I}_{\max\{X_1, \dots, X_n\} \leq \theta}, \text{ portanto } \hat{\theta} = \max\{X_1, \dots, X_n\} \leq \theta$$

## Primeiro momento ( $U(0, \theta)$ )

$$\hat{\theta}_2 = 2\bar{X}$$



## Segundo momento ( $U(0, \theta)$ )

$$\hat{\theta}_3 = \sqrt{\frac{3}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2}$$

# Gráficos da distribuição $U(0, \theta)$

# Distribuição Binomial Negativa

Considere a situação de observar um evento dicotômico  $X_i$  independentes e identicamente distribuídos segundo uma lei de Bernoulli de probabilidade  $p$ . Suponha que se registre  $X$ , o número de ensaios até obter exatamente  $k$  sucessos.

# Distribuição Binomial Negativa

Considere a situação de observar um evento dicotômico  $X_i$  independentes e identicamente distribuídos segundo uma lei de Bernoulli de probabilidade  $p$ . Suponha que se registre  $X$ , o número de ensaios até obter exatamente  $k$  sucessos.

## Distribuição (aaa)

*Seja uma variável aleatória que fornece o numero de ensaios até o  $k$ -simo sucesso.*

*Usualmente utilizá-se a notação  $X \sim BN(p, k)$ .*

# Resultados

# Conclusões

# Referências Bibliográficas