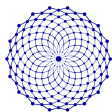


Comparação de estimadores pelo método Monte Carlo das distribuições: \mathcal{G}_I^0 , Uniforme, Binomial negativa, Gamma e Exponencial

Antônio Marcos Larangeiras Alisson Nascimento Paulo
Bruno Normande Juliana Leal



**MODELAGEM
COMPUTACIONAL
DE CONHECIMENTO**

Universidade Federal de Alagoas
Instituto de Computação



Maceió-AL, Dezembro de 2013

Introdução

- Calcular o estimador por máxima verossimilhança;
- Calcular estimador pelo primeiro momento;
- Calcular estimador pelo segundo momento;
- Utilizar o Método Monte Carlo força bruta.

Distribuição \mathcal{G}_I^0

Distribuição (\mathcal{G}_I^0)

Denotaremos esta distribuição por $Z \sim \mathcal{G}_I^0(z; \alpha, 1, 1)$, com $-\alpha, z > 0$. Sua densidade é

$$f_Z = (z; \alpha, 1, 1) = \frac{\Gamma(L - \alpha)}{\Gamma(-\alpha)(1 + z)^{1-\alpha}}, \text{ com } -\alpha \text{ e } z > 0.$$

$$E(Z) = \frac{\gamma}{\alpha - 1} \quad \text{e} \quad \text{Var}(Z) = \frac{1}{(\alpha - 1)^2} + \frac{1}{(\alpha - 2)(\alpha - 1)^2} + \frac{1}{\alpha - 1}$$

Estimadores da distribuição \mathcal{G}_I^0

Máxima verossimilhança (\mathcal{G}_I^0)

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln(1 + z_i)}$$

Primeiro momento (\mathcal{G}_I^0)

$$\hat{\alpha}_1 = \bar{Z}$$

Segundo momento (\mathcal{G}_I^0)

$$\widehat{\alpha}_2 = \frac{\frac{3}{k} \sum_{i=1}^k Z_i^2 + 2 + \sqrt{\frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^k Z_i^4 + 4}}{\frac{2}{k} \sum_{i=1}^k Z_i^2}$$

Gráficos da distribuição \mathcal{G}_I^0

Distribuição Uniforme $U(0, \theta)$

Distribuição ($U(0, \theta)$)

Denotaremos esta distribuição por $X \sim U(x; 0, \theta)$, com $\theta > 0$.
Sua densidade é

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} & 0 \leq x \leq \theta \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$E(X) = \frac{\theta}{2} \quad e \quad \text{Var}(X) = \frac{\theta^2}{12}$$

Estimadores da distribuição $U(0, \theta)$

Máxima verossimilhança ($U(0, \theta)$)

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{\theta^n} \mathbb{I}_{\max\{X_1, \dots, X_n\} \leq \theta}, \text{ portanto } \hat{\theta} = \max\{X_1, \dots, X_n\} \leq \theta$$

Primeiro momento ($U(0, \theta)$)

$$\hat{\theta}_2 = 2\bar{X}$$

Segundo momento ($U(0, \theta)$)

$$\hat{\theta}_3 = \sqrt{\frac{3}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2}$$

Gráficos da distribuição $U(0, \theta)$

Distribuição Binomial Negativa

Considere a situação de observar um evento dicotômico X_i independentes e identicamente distribuídos segundo uma lei de Bernoulli de probabilidade p . Suponha que se registre X , o número de ensaios até obter exatamente k sucessos.

Distribuição Binomial Negativa

Considere a situação de observar um evento dicotômico X_i independentes e identicamente distribuídos segundo uma lei de Bernoulli de probabilidade p . Suponha que se registre X , o número de ensaios até obter exatamente k sucessos.

Distribuição (aaa)

Seja uma variável aleatória que fornece o numero de ensaios até o k -simo sucesso.

Usualmente utilizá-se a notação $X \sim BN(p, k)$.

Distribuição Gamma

A Distribuição Gamma é caracterizada por dois valores, denominados *shape* (k) e *scale* (θ).

Distribuição (Função Probabilidade Densidade)

$$f(x; k, \theta) = \frac{x^{k-1} e^{-\frac{x}{\theta}}}{\theta^k \Gamma(k)}$$

para

$$x > 0 \text{ e } k, \theta > 0$$

Estimadores da distribuição Gamma

Como foi definido que o valor de θ seria sempre igual a 1, então basta estimar os valores de k .

Máxima verossimilhança (Gamma)

Estimadores da distribuição Gamma

Primeiro momento (Gamma)

$$E[X] = k\theta$$

$$\hat{k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Segundo momento central (Gamma)

$$Var[X] = k\theta^2$$

$$\hat{k} = Var(x)$$

Gráficos da distribuição \mathcal{G}_I^0

Resultados

Conclusões

Referências Bibliográficas