

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Breno Yudi Toyoshima	NUSP: 9837841
Luis Henrique Calzado	NUSP: 9836760
Luiz Manoel Almeida Monteiro	NUSP: 10335750
Murilo Pereira Agostinho	NUSP: 9849031

PME3380 Modelagem de Sistemas Dinâmicos
MODELAGEM DO MOVIMENTO LONGITUDINAL DE
UMA AERONAVE E-195 EM CRUZEIRO

São Paulo
2020

LISTA DE FIGURAS

1.1	Embraer E-195	7
4.1	Diagrama de Corpo Livre da Aeronave	10
4.2	Modelo em CAD utilizado para determinar o momento de Inércia	14
4.3	Coeficiente de Momento do perfil	16
4.4	Modelo da asa no XFLR5	17
4.5	Modelo da empenagem no XFLR5	17
5.1	Simulação do avião na condição de cruzeiro	22
5.2	Posição do avião na condição de cruzeiro	22
5.3	Diagramas de Bode referentes à velocidade	24
5.4	Diagramas de Bode referentes ao ângulo de trajetória	25
5.5	Diagramas de Bode referentes à taxa de variação do ângulo de arfagem	25
5.6	Diagramas de Bode referentes ao ângulo de arfagem	26
5.7	Comparação entre as respostas geradas pela matriz de transição e pelo sistema linearizado	27
5.8	Comparação entre as respostas no tempo de matrizes de transição com diferentes valores de n	28
6.1	Diagrama de polos	30
7.1	Sistema com CIs e entradas nulas	31
7.2	Resposta - Velocidade 5m/s maior que equilíbrio	32
7.3	Resposta - Ângulo de trajetória 2° maior que equilíbrio	33
7.4	Resposta - Ângulo de arfagem 2° maior que equilíbrio	33
7.5	Resposta - Ângulo de trajetória 2° maior que equilíbrio: Detalhe do gráfico da velocidade	34
7.6	Resposta - Derivada do ângulo de arfagem 0.5rad/s maior que equilíbrio	34

7.7	Impulso de Thrust de T_{max} em $t = 0s$	35
7.8	Impulso no ângulo de elevador de 1° em $t = 0s$	36
7.9	Pulso de Thrust de $T_{cz} \cdot 1.5$ entre $t = 100s$ e $t = 500s$	36
7.10	Pulso no ângulo de elevador de 1° entre $t = 100s$ e $t = 500s$	37
7.11	Resposta - Entrada de 3kN de Thrust	38
7.12	Resposta - Entrada de 1° no ângulo do flap da empenagem	39
7.13	Resposta - Entrada de 1° no ângulo do flap da empenagem - Simulação maior	40
7.14	Resposta de velocidade normalizada	41
7.15	Resposta de velocidade normalizada - Detalhe	41
7.16	Resposta - Entrada senoidal (frequência 0.04Hz) de 1° no ângulo do flap da empenagem	42
7.17	Resposta - Entrada senoidal (frequência 9E-3Hz) de 1° no ângulo do flap da empenagem	43
7.18	Resposta - Entrada senoidal (frequência 0.6Hz) de 1° no ângulo do flap da empenagem	44
7.19	Detalhes no gráfico de entrada senoidal (freq. 0.6Hz)	44
7.20	Resposta a perturbações em pulso	45
7.21	Trajetória com perturbações em pulso	45
7.22	Resposta a perturbações em pulso	46
7.23	Trajetória com perturbações em pulso	47
7.24	Resposta a perturbações em pulso	48
7.25	Trajetória com perturbações em pulso	48
7.26	Resposta a perturbações senoidal	49
7.27	Detalhe do gráfico de velocidade para perturbação senoidal	49
7.28	Resposta à combinação das condições iniciais	50
7.29	Resposta à combinação das entradas	51

7.30	Comparação entre a Velocidade para a combinação de condições iniciais e o somatório dos respectivos casos isolados	51
7.31	Comparação entre a Velocidade para a combinação de entradas e o somatório dos respectivos casos isolados	52
7.32	Comparação entre o modelo linearizado e o não linear	52

SUMÁRIO

1	Introdução	7
2	Revisão Bibliográfica	8
3	Hipóteses Simplificadoras	9
4	Equacionamento	10
4.1	Modelagem	10
4.1.1	Termo de perturbação	13
4.2	Obtenção do Parâmetros do Avião	13
4.2.1	Momento de Inércia	14
4.2.2	Perfil de Asa	14
4.2.3	Parâmetros da forma em planta	16
4.3	Linearização	17
4.3.1	Derivadas parciais de \dot{V}	18
4.3.2	Derivadas parciais de $\dot{\gamma}$	18
4.3.3	Derivadas parciais de $\ddot{\theta}$	19
4.3.4	Sistema linearizado	19
5	Sistema Linearizado	20
5.1	Espaço de Estados	20
5.2	Funções de Transferência	22
5.3	Diagramas de Bode - Resposta em frequência	23
5.4	Matriz de Transição	26
6	Estabilidade	29

6.1	Diagrama de polos	29
6.2	Critério de Routh - Hurwitz	29
6.3	Transformação linear	30
7	Casos analisados	31
7.1	Equilíbrio	31
7.2	Comportamento para condições iniciais em torno do equilíbrio	32
7.2.1	Variação da velocidade	32
7.2.2	Variação do ângulo de trajetória	32
7.2.3	Variação do ângulo de arfagem	33
7.2.4	Variação da derivada do ângulo de arfagem	34
7.3	Resposta do sistema à entradas básicas	35
7.3.1	Impulso	35
7.3.1.1	Força propulsora	35
7.3.1.2	Ângulo do flap da empenagem	35
7.3.2	Pulso	36
7.3.2.1	Força propulsora	36
7.3.2.2	Ângulo do flap da empenagem	37
7.3.3	Degrau	38
7.3.3.1	Força propulsora	38
7.3.3.2	Ângulo do flap da empenagem	39
7.3.3.3	Medidas de desempenho	40
7.3.4	Seno	42
7.4	Comportamento do sistema sujeito a perturbações	44
7.4.1	Perturbação no termo $m\dot{V}$	44
7.4.1.1	Perturbação em pulso	45
7.4.2	Perturbação no termo $mV\dot{\gamma}$	46

7.4.2.1	Perturbação em pulso	46
7.4.3	Perturbação no termo $I\ddot{\theta}$	47
7.4.3.1	Perturbação em pulso	47
7.4.4	Perturbação senoidal conjunta	48
7.5	Combinações de Entradas e condições iniciais	50
7.5.1	Condições Iniciais combinadas	50
7.5.2	Entradas Combinadas	50
7.6	Comparação com o modelo não linear	52
8	Conclusão	54
	Referências	55
	Apêndice A – Apêndices	56
A.1	Derivadas parciais de forças e momentos aerodinâmicos	56
A.2	Tabela com parâmetros do avião usados para as simulações	58
A.3	Código scilab	58
A.4	Código EES usado para determinar condições de equilíbrio	73

1 INTRODUÇÃO

Aeronaves são máquinas que intrigam desde crianças, por "desafiarem" as leis da física, até os engenheiros mais experientes, os quais devem fazer seus projetos funcionarem adequadamente levando-as em conta. Estes projetos envolvem inúmeros componentes e sistemas, sendo sempre necessário que estes elevem a barreira da tecnologia de ponta disponível, para que assim os voos sejam mais rápidos, baratos, seguros e eficientes, em qualquer um dos inúmeros contextos da aviação.

Como estudantes de engenharia, nos vemos em um contexto de desmistificação dessa "mágica", aprendendo como um veículo de tão grande porte pode voar sobre os céus em alta velocidade. Desenvolvendo assim a capacidade de entender e gerar um modelo que provê o seu comportamento ao voar.

Com isso em mente, o trabalho tem o objetivo de simular o movimento longitudinal de uma aeronave comercial E-195, da Embraer (o maior de sua classe), trafegando em velocidade de cruzeiro e sujeito a perturbações. Dessa maneira é possível estudar as respostas do sistema a diversos tipos de entradas e condições e verificando sua estabilidade.



Figura 1.1: Embraer E-195
Fonte: Embraer

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica foi focada em livros sobre aviação e algumas dissertações com objetivos similares a este trabalho. Os livros contribuíram principalmente como embasamento para a modelagem matemática dos efeitos aerodinâmicos sobre o corpo do avião, especialmente o livro de Hull [1].

As dissertações, por sua vez, serviram como apoio a alguns pontos específicos durante a elaboração do trabalho, como o artigo de Ahmed [2] que aborda a implementação do modelo matemático em software de simulação, ou ainda a dissertação de Rosado [3] que foi usada como referência para a resposta a excitação do sistema.

Por fim, diversos parâmetros necessários para realização das simulações da aeronave foram retirados do manual de planejamento de aeroportos (*Airport Planning Manual* - APM) do avião [4] disponibilizado no site da Embraer. Mesmo com acesso a esse documento alguns parâmetros não puderam ser encontrados sendo necessárias algumas estimativas, que serão explicadas na parte pertinente a tal parâmetro.

3 HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

Conforme mencionado na introdução, será empregado um modelo bidimensional com 3 graus de liberdade: Velocidade no eixo do vento, ângulo de trajetória e ângulo de arfagem. Para chegar em um modelo de complexidade reduzida, mas ainda significativo no contexto estudado, foram consideradas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- Movimento longitudinal no plano XZ;
- Chão plano e fixo, que pode ser considerado como um referencial inercial;
- Vetor aceleração gravitacional orientado para baixo no referencial (direção k);
- Propriedades atmosféricas (como densidade do ar) modeladas como função somente da altura [5];
- Ângulo de atuação da força propulsora é fixo e alinhado com a linha de centro da aeronave ($\epsilon_0 = 0$);
- Sustentação gerada pela fuselagem é desprezível;
- Centros de pressão alinhados com a linha de centro da aeronave;
- Massa da aeronave constante;
- Coeficiente de sustentação do perfil varia linearmente conforme ângulo de ataque;
- Coeficiente de arrasto do perfil é proporcional ao quadrado do coeficiente de sustentação somado com um C_{D0} ;
- Arrasto gerado pela fuselagem é constante e pode ser modelado no C_{D0} da asa;
- Coeficientes aerodinâmicos não variam com o número de Reynolds;
- As forças aerodinâmicas da asa e da empenagem são aplicadas no centro aerodinâmico deles ($1/4$ da corda), de forma que o momento gerado pela distribuição de pressões não varia com o ângulo de ataque;
- O centro aerodinâmico do perfil usado (NACA 6412) é considerado em $1/4$ da corda, mesmo sendo um perfil com cambagem, onde serão aplicadas as forças aerodinâmicas.

4 EQUACIONAMENTO

4.1 Modelagem

Inicialmente é necessário definir o sistema de coordenadas no qual as equações serão deduzidas. Na imagem abaixo pode-se observar 3 sistemas de coordenadas (além do fixo na terra que foi omitido).

- Paralelo ao eixo fixo, mas com a origem no CG na aeronave (índice h) e se movimenta com ele;
- Eixo do vento (índice w), cuja origem também acompanha o CG;
- Eixo do corpo (índice b), cuja origem também acompanha o CG.

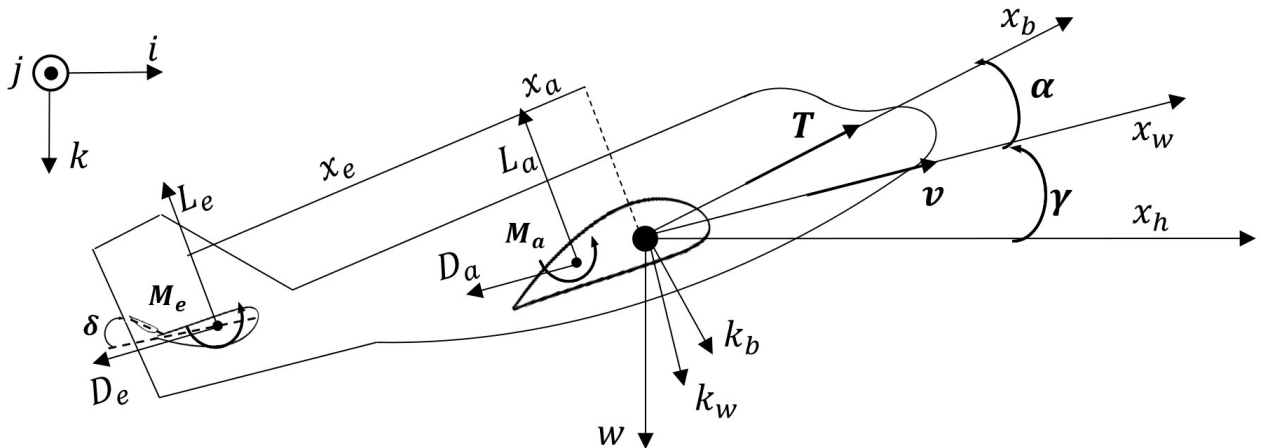


Figura 4.1: Diagrama de Corpo Livre da Aeronave

Onde T é a força propulsora (Thrust), W é o peso, L_e (que será, em geral, negativa) e L_a são as forças de sustentação da empennagem e da asa e D_e e D_a são as forças de arrasto da empennagem e da asa, respectivamente, M_a (será negativo) e M_e são os momentos gerados pela distribuição de pressões na asa e empennagem, x_e e x_a (que serão negativos, visto que estão atrás do CG) são as distâncias dos centros de pressão até o CG, medidas no sistema de coordenadas do corpo. Os ângulos α , γ e δ são, respectivamente, os ângulos de ataque (medido da velocidade até a linha de centro da aeronave), de trajetória (medido entre a linha horizontal e a direção da velocidade) e o ângulo de ataque do flap da empennagem. Os sinais dos termos serão melhor explicados e os valores dos coeficientes serão apresentados na seção 4.2.2.

A seguir as forças e momentos são representados no sistema de coordenadas do vento:

$$T = T \cos(\alpha) i_w - T \sin(\alpha) k_w$$

$$D_e = -D_e i_w$$

$$D_a = -D_a i_w$$

$$L_e = -L_e k_w$$

$$L_a = -L_a k_w$$

$$M_e = M_e j_w$$

$$M_a = M_a j_w$$

$$W = -W \sin(\gamma) i_w + W \cos(\gamma) k_w \quad (4.1)$$

Pela 2ª Lei de Newton, tem-se que $F = ma = m \frac{dv}{dt}$, onde $V = V i_w$. Pela regra da cadeia é necessário derivar o versor i_w (em relação aos versores inerciais) e obtém-se:

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m(\dot{V} i_w - V \dot{\gamma} k_w) \quad (4.2)$$

Pelo Teorema da Quantidade de Movimento Angular usando o CG como polo, pode-se chegar em:

$$I\ddot{\theta} = L_a x_a \cos(\alpha) + L_e x_e \cos(\alpha) + D_a x_a \sin(\alpha) + D_e x_e \sin(\alpha) + M_a + M_e \quad (4.3)$$

Onde θ é o ângulo de arfagem, que é a soma de α e γ , sendo necessário decompor a distância x no eixo do vento para se obter as componentes relacionadas às forças de arrasto e sustentação, daí aparecem os termos de seno e cosseno do ângulo de ataque.

Somando as forças obtidas em (4.1), igualando a (4.2), acrescentando (4.3) e sabendo que o ângulo de arfagem é a soma dos ângulos de ataque e de trajetória, pode-se obter o sistema:

$$\begin{cases} m\dot{V} = T \cos(\alpha) - D_a - D_e - W \sin(\gamma) \\ mV\dot{\gamma} = T \sin(\alpha) + L_a + L_e - W \cos(\gamma) \\ I\ddot{\theta} = L_a x_a \cos(\alpha) + L_e x_e \cos(\alpha) + D_a x_a \sin(\alpha) + D_e x_e \sin(\alpha) + M_a + M_e \\ \theta = \alpha + \gamma \end{cases} \quad (4.4)$$

A seguir foi utilizado o índice "i", que pode ser substituído por "a" ou "e", conforme o caso, economizando tempo na dedução das equações. Dessa forma pode-se escrever as forças de sustentação e arrasto, bem como o momento devido à distribuição de pressão

no perfil de asa, usando índice i :

$$L_i = \frac{\rho A_i V^2 c_{li}}{2} \quad (4.5)$$

$$D_i = \frac{\rho A_i V^2 c_{di}}{2} \quad (4.6)$$

$$M_i = \frac{\rho c_i A_i V^2 c_{mi}}{2} \quad (4.7)$$

Por hipótese considera-se que os perfis da asa e da empenagem são os mesmos, de forma que as curvas de Cl x α , Cd x α e Cm x α desses sejam as mesmas, entretanto a empenagem está montada numa posição invertida em relação a asa, gerando sustentação negativa (para um ângulo de ataque nulo da aeronave, ou seja, possui c_{l0} negativo). Para o c_m foi considerado que este é constante e igual a c_{maci} (coeficiente de momento de arfagem no centro aerodinâmico, que não varia com o ângulo de ataque).

OBS: para perfis com cambagem, o centro aerodinâmico não fica exatamente em $1/4$ da corda, como nos perfis simétricos, entretanto este valor será mantido como hipótese.

Para a empenagem, foi considerada a possibilidade da utilização de um flap com ângulo de ataque variável para controlar o movimento de arfagem do avião.

Sob essas condições (e considerando as hipóteses apresentadas na seção 3), pode-se escrever os coeficientes aerodinâmicos da seguinte forma, cujos valores e obtenção estão descritos na próxima seção.

$$c_{la} = c_{l0a} + c_{l\alpha a} \alpha \quad (4.8)$$

$$c_{le} = c_{l0e} + c_{l\alpha e} \alpha + c_{l\delta e} \delta \quad (4.9)$$

$$c_{da} = c_{d0a} + \frac{c_{la}^2}{\pi A R_a e_a} \quad (4.10)$$

$$c_{de} = c_{d0e} + \frac{c_{le}^2}{\pi A R_e e_e} \quad (4.11)$$

$$C_{d0a} = C_{d0perfil} + C_{d0fuselagem} \frac{A_{fuselagem}}{A_a} \quad (4.12)$$

$$C_{mi} = C_{maci} \quad (4.13)$$

Onde AR é o aspect ratio, e é o fator de Oswald (assumido unitário), $C_{d0perfil} = C_{d0e}$ é o coeficiente de arrasto do perfil para ângulo de ataque nulo, $C_{d0fuselagem}$ é o coeficiente de arrasto da fuselagem (modelado como constante com o ângulo de ataque), usando como área de referência a área frontal da fuselagem, que é então corrigido pela razão entre áreas para obter-se o coeficiente de arrasto da fuselagem com referência à área da asa.

4.1.1 Termo de perturbação

Para modelar perturbações, como rajadas de vento, foi acrescido um termo de força (ou momento) genérico ($Pert_i$) em cada equação diferencial, que serão uma das entradas do sistema, a ser discutido nas próximas seções. Incluindo esse efeito no sistema previamente desenvolvido, chega-se em:

$$\begin{cases} m\dot{V} = T\cos(\alpha) - D_a - D_e - W\sin(\gamma) + Pert_{\dot{V}} \\ mV\dot{\gamma} = T\sin(\alpha) + L_a + L_e - W\cos(\gamma) + Pert_{\dot{\gamma}} \\ I\ddot{\theta} = L_ax_a\cos(\alpha) + L_ex_e\cos(\alpha) + D_ax_a\sin(\alpha) + D_ex_e\sin(\alpha) + M_a + M_e + Pert_{\ddot{\theta}} \\ \theta = \alpha + \gamma \end{cases} \quad (4.14)$$

4.2 Obtenção do Parâmetros do Avião

A maior parte das informações do Embraer E195, como suas dimensões (obtidas através de desenhos em escala), massa (cerca de 50ton), tipo de motor, velocidade de cruzeiro (830km/h) puderam ser encontradas no APM do avião. Entretanto, alguns parâmetros não são apresentados neste documento, nem disponibilizados na internet, e tiveram que ser estimados.

A seguir serão tratados os métodos e aproximações utilizados para a obtenção dos parâmetros remanescentes, bem como os valores obtidos.

4.2.1 Momento de Inércia

Um dos parâmetros que não foram encontrados foi o momento de inércia I_y , em relação ao centro de gravidade do avião, que é necessário para equação de equilíbrio de momentos ($I\ddot{\theta}$).

Com base nos dados encontrados na internet de alguns aviões de massas e tamanhos diferentes, foi estimado que o valor do momento de inércia do E195 estaria em torno de $2 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Para obter uma melhor aproximação deste valor, foi criado um CAD simplificado do avião (Figura 4.2), com base nas dimensões fornecidas no APM, visando obter a mesma massa total, e ponderando a distribuição de peso conhecendo a massa das turbinas e a massa de combustível armazenada nas asas.

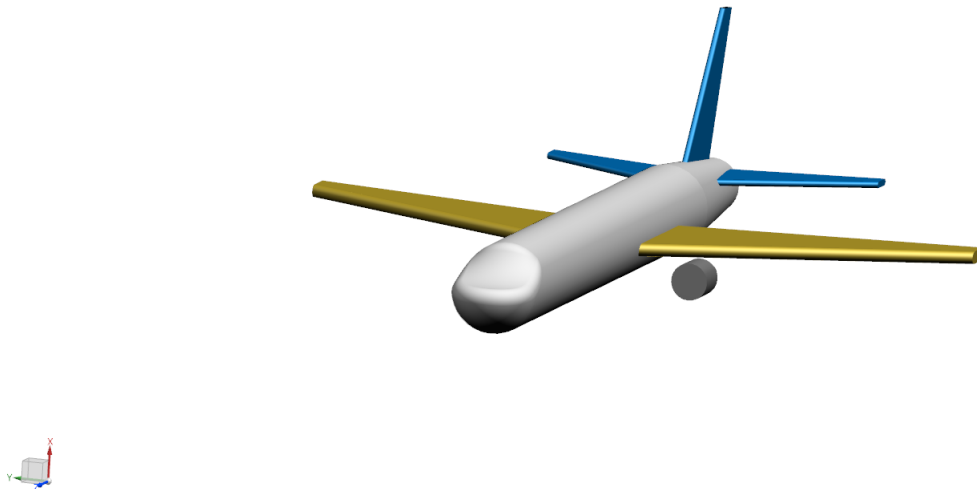


Figura 4.2: Modelo em CAD utilizado para determinar o momento de Inércia

O valor obtido neste modelo foi de $I_y = 2.16 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Sendo este valor próximo do estimado anteriormente, a aproximação foi considerada razoável, e este foi o valor utilizado no modelo.

4.2.2 Perfil de Asa

Nas etapas iniciais da modelagem foi necessário determinar os coeficientes aerodinâmicos da asa e da empenagem. Como esses dados da aeronave em estudo não foram encontrados, optou-se por estimar esses valores assumindo que os perfis da asa e da empenagem são

os mesmos. A seguir foi efetuada uma conta para estimar o c_{l0} e o c_d para um ângulo de ataque nulo. Para estimar o c_{l0} foi considerado uma situação de cruzeiro, à $V = V_{cz}$, com ângulo de ataque e de trajetória nulos (com o decorrer do trabalho, chegou-se num ângulo de ataque, para voo de cruzeiro de cerca de 1.65 graus, logo a consideração inicial foi mantida). Para essa condição foi então determinado o c_{l0} do perfil, usando a seguinte equação:

$$\frac{\rho A_a V_{cz}^2 c_{l0a}}{2} + \frac{\rho A_e V_{cz}^2 c_{l0e}}{2} = W \quad (4.15)$$

Note que o termo c_{l0e} receberá sinal negativo, pois está gera sustentação negativa para ângulo de ataque nulo, mas possui mesmo módulo de c_{l0a} .

A seguir foi estimado o empuxo máximo que pode ser gerado pelas turbinas do avião E195 (Pratt & Whitney PW1900G), levando em ponderação a densidade do ar na altitude de cruzeiro. Foi obtido um empuxo máximo de 55.5kN levando em conta ambas as turbinas, para uma densidade do ar de $0.4kg/m^3$. Então o c_{d0} foi encontrado usando a condição de voo de cruzeiro para a velocidade máxima do avião, usando a seguinte equação:

$$\frac{\rho A_a V_{max}^2 (c_{d0a} + \frac{c_{l0a}^2}{\pi A R_a e_a})}{2} + \frac{\rho A_e V_{max}^2 (c_{d0e} + \frac{c_{l0e}^2}{\pi A R_e e_e})}{2} = T_{max} \quad (4.16)$$

A seguir foi utilizado o site *Airfoil Tools* [6], para encontrar um perfil de asa om os dados de c_{l0} e c_d (para ângulo de ataque 0) obtidos.

O perfil encontrado foi o NACA 2411, que a seguir foi simulado no software XFLR5 para encontrar o C_m do centro aerodinâmico (foi realizado um conjunto de simulações, variando o número de Reynolds entre 1E6 e 9E6, no entanto o valor procurado é aproximadamente constante com o Reynolds) e de módulo ligeiramente maior que 0.05, conforme constatado na figura abaixo.

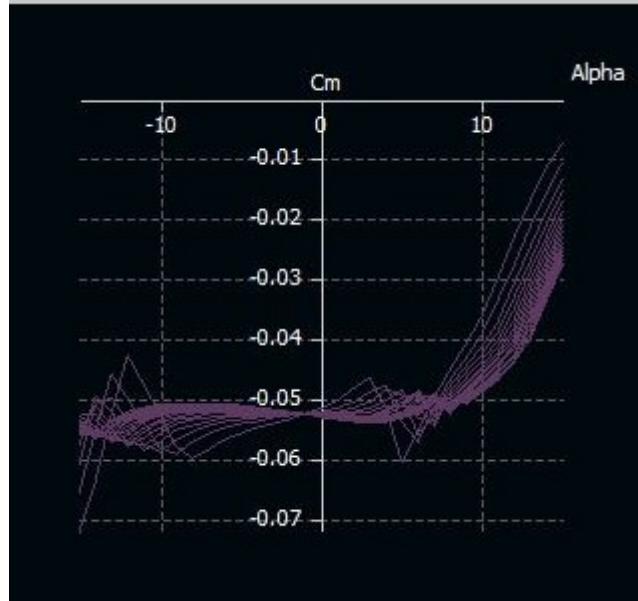


Figura 4.3: Coeficiente de Momento do perfil

O valor de c_{d0fus} foi tirado do livro de Roskam [7], lembrando que este é com relação à área da seção transversal da fuselagem, que para ser usado no termo c_{d0a} deve ser corrigido pela razão entre essa área e a área da asa.

Os valores dos coeficientes aerodinâmicos empregados estão representados na seguinte tabela:

c_{loa}	0.358	c_{doa}	0.0175
$c_{l\alpha a}$	5.04	c_{d0e}	0.008
c_{loe}	-0.358	c_{d0fus}	0.1
$c_{l\alpha e}$	5.04	c_{maca}	-0.05
$c_{l\delta e}$	-0.876	c_{mace}	0.05

Os sinais negativos no termos c_{loe} e $c_{l\delta e}$ são justificados pela empenagem estar montada numa configuração para gerar sustentação negativa. O mesmo vale para o flap, que, para um ângulo de ataque positivo, aumenta essa sustentação negativa. O sinal negativo no termo c_{maca} é justificado pois a distribuição de pressão da asa gera um momento no sentido horário.

4.2.3 Parâmetros da forma em planta

No APM do avião [4] alguns valores necessários, como razão de aspecto e corda média aerodinâmica não foram informados. Para obter esses valores foram utilizadas as cotas

fornechas no manual para construir um modelo da forma da asa e da empenagem no software XFLR5, tendo como resultado os parâmetros de interesse.

Abaixo seguem imagens do modelo construído, onde a direita o software informa parâmetros de interesse, de onde também foi retirado os valores de corda média aerodinâmica, usados no cálculo dos momentos.

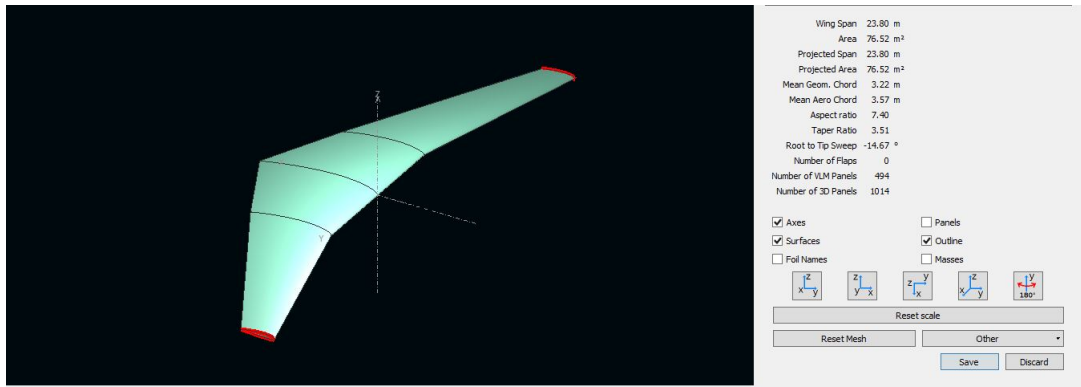


Figura 4.4: Modelo da asa no XFLR5

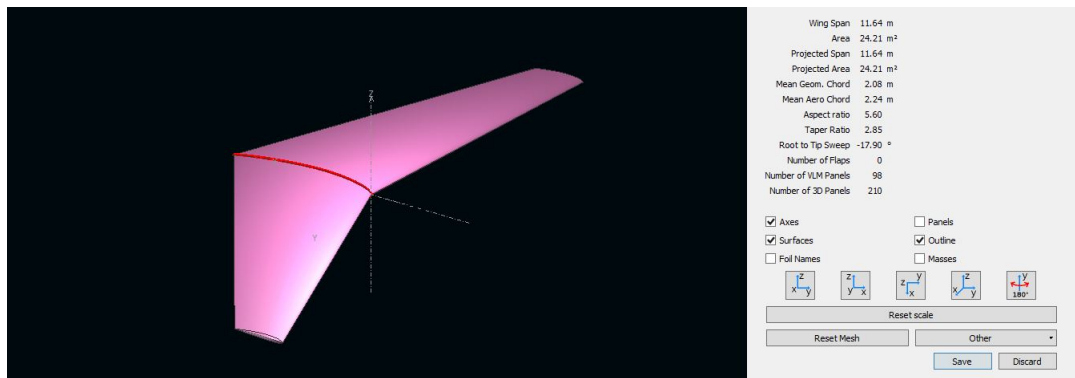


Figura 4.5: Modelo da empenagem no XFLR5

Os valores de área são ligeiramente diferentes dos fornecidos pelo manual. Dessa forma, foram mantidos os dados de área obtidos no manual.

Abaixo segue uma tabela resumindo os dados retirados do XFLR5.

c_a	3.57	c_e	2.24
AR_a	7.4	AR_e	5.6

4.3 Linearização

Para calcular as condições de equilíbrio, as equações diferenciais foram igualadas a zero, impondo que a velocidade de equilíbrio e o ângulo de trajetória de equilíbrio fossem

V_{cz} e 0, respectivamente. Fazendo isso foram obtidos (usando o software *Engineering Equation Solver* - EES, com o código apresentado em anexo) os seguintes valores: $T_{cz} = 30415.5\text{N}$, $\alpha_{cz} = 0.029\text{rad}$, $\delta_{\text{equilíbrio}} = -0.157\text{rad}$.

A seguir foram calculadas as derivadas parciais das forças aerodinâmicas (cuja dedução está detalhada no apêndice) para então serem encontradas as derivadas parciais dos termos diferenciais das equações diferenciais.

4.3.1 Derivadas parciais de \dot{V}

$$\frac{\partial \dot{V}}{\partial V} = \frac{-\frac{\partial D_a}{\partial V} - \frac{\partial D_e}{\partial V}}{m} \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial \dot{V}}{\partial \gamma} = \frac{T_{cz} \text{sen}(\alpha_{cz}) - \frac{\partial D_a}{\partial \gamma} - \frac{\partial D_e}{\partial \gamma} - W}{m} \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \dot{V}}{\partial \theta} = \frac{-T_{cz} \text{sen}(\alpha_{cz}) - \frac{\partial D_a}{\partial \theta} - \frac{\partial D_e}{\partial \theta}}{m} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \dot{V}}{\partial T} = \frac{\cos(\alpha_{cz})}{m} \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial \dot{V}}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial D_e}{\partial \delta}}{m} \quad (4.21)$$

4.3.2 Derivadas parciais de $\dot{\gamma}$

$$\frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial V} = \frac{(\frac{\partial L_a}{\partial V} + \frac{\partial L_e}{\partial V})(m * V_{cz}) - m(T_{cz} \text{sen}(\alpha_{cz}) + L_a + L_e - W)}{(mV_{cz})^2} \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial \gamma} = \frac{-T_{cz} \cos(\alpha_{cz}) + \frac{\partial L_a}{\partial \gamma} + \frac{\partial L_e}{\partial \gamma}}{mV_{cz}} \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial \theta} = \frac{T_{cz} \cos(\alpha_{cz}) + \frac{\partial L_a}{\partial \theta} + \frac{\partial L_e}{\partial \theta}}{mV_{cz}} \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial T} = \frac{\text{sen}(\alpha_{cz})}{mV_{cz}} \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial L_e}{\partial \delta}}{mV_{cz}} \quad (4.26)$$

4.3.3 Derivadas parciais de $\ddot{\theta}$

$$\frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial V} = \frac{\cos(\alpha_{cz})\left(\frac{\partial L_a}{\partial V}x_a + \frac{\partial L_e}{\partial V}x_e\right) + \sin(\alpha_{cz})\left(\frac{\partial D_a}{\partial V}x_a + \frac{\partial D_e}{\partial V}x_e\right) + \frac{\partial M_a}{\partial V} + \frac{\partial M_e}{\partial V}}{I} \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial \gamma} = \frac{\cos(\alpha_{cz})\left(\frac{\partial L_a}{\partial \gamma}x_a + \frac{\partial L_e}{\partial \gamma}x_e - D_ax_a - D_ex_e\right) + \sin(\alpha_{cz})\left(L_ax_a + L_ex_e + \frac{\partial D_a}{\partial \gamma}x_a + \frac{\partial D_e}{\partial \gamma}x_e\right)}{I} \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial \theta} = \frac{\cos(\alpha_{cz})\left(\frac{\partial L_a}{\partial \theta}x_a + \frac{\partial L_e}{\partial \theta}x_e + D_ax_a + D_ex_e\right) + \sin(\alpha_{cz})\left(-L_ax_a - L_ex_e + \frac{\partial D_a}{\partial \theta}x_a + \frac{\partial D_e}{\partial \theta}x_e\right)}{I} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial T} = 0 \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial L_e}{\partial \delta}x_e \cos(\alpha_{cz}) + \frac{\partial D_e}{\partial \delta}x_e \sin(\alpha_{cz})}{I} \quad (4.31)$$

4.3.4 Sistema linearizado

Com as derivadas parciais obtidas, é possível reescrever o sistema linearizado da seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{\partial \dot{V}}{\partial V}(V - V_{cz}) + \frac{\partial \dot{V}}{\partial \gamma}(\gamma) + \frac{\partial \dot{V}}{\partial \theta}(\theta - \theta_{cz}) + \frac{\partial \dot{V}}{\partial T}(T - T_{cz}) + \frac{\partial \dot{V}}{\partial \delta}(\delta - \delta_{cz}) + \frac{Pert_v}{m} \\ \dot{\gamma} = \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial V}(V - V_{cz}) + \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial \gamma}(\gamma) + \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial \theta}(\theta - \theta_{cz}) + \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial T}(T - T_{cz}) + \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial \delta}(\delta - \delta_{cz}) + \frac{Pert_\gamma}{mV_{cz}} \\ \ddot{\theta} = \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial V}(V - V_{cz}) + \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial \gamma}(\gamma) + \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial \theta}(\theta - \theta_{cz}) + \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial T}(T - T_{cz}) + \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial \delta}(\delta - \delta_{cz}) + \frac{Pert_\theta}{I} \\ \theta = \alpha + \gamma \end{cases} \quad (4.32)$$

5 SISTEMA LINEARIZADO

5.1 Espaço de Estados

Com o sistema linearizado, é possível escrever o sistema na forma de espaço de estados ($\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx + D$).

Para esse caso foi considerado que a matriz D é nula e que a saída y será igual à entrada x , dessa forma a matriz C é a matriz identidade 4×4 . O vetor x (vetor de estados) foi definido como :

$$x = \begin{bmatrix} V - V_{cz} \\ \gamma \\ \dot{\theta} \\ \theta - \alpha_{cz} \end{bmatrix}$$

E sua derivada

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\gamma} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

E o vetor de entradas u foi definido como:

$$u = \begin{bmatrix} T - T_{cz} \\ \delta - \delta_{cz} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Onde o último termo corresponde às perturbações, cujos valores $\frac{Pert_V}{m}$, $\frac{Pert_\gamma}{mV_{cz}}$ e $\frac{Pert_\theta}{I}$ podem ser alterados conforme necessidade.

Todos os parâmetros utilizados para os cálculos numéricos estão anexados em forma de tabela ao final deste relatório. Em especial para as perturbações, como os seus valores de entrada afetam a matriz B da maneira que foi construída, foram utilizados os termos $Pert_V = Pert_\gamma = 3000$, e $Pert_\theta = 60000$, uma vez que estes serão valores utilizados futuramente nas análises gráficas.

Para esse vetor de estados e de entradas, as matrizes A e B são escritas como:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{V}}{\partial V} & \frac{\partial \dot{V}}{\partial \gamma} & 0 & \frac{\partial \dot{V}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial V} & \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial \gamma} & 0 & \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial V} & \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial \gamma} & 0 & \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial \theta} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.005 & -4.17 & 0 & -3.88 \\ 0.0004 & -0.572 & 0 & 0.572 \\ -0.00007 & 13.88 & 0 & -13.88 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{V}}{\partial T} & \frac{\partial \dot{V}}{\partial \delta} & \frac{Pert_V}{m} \\ \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial T} & \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial \delta} & \frac{Pert_\gamma}{mV_{cz}} \\ \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial T} & \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial \delta} & \frac{Pert_\theta}{I} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.00002 & -0.042 & 0.06 \\ 2.5E-9 & -0.022 & 0.0003 \\ 0 & 2.20 & 0.028 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Na matriz B percebe-se que são necessárias grandes variações na força de empuxo para produzir um resultado significativo no comportamento do sistema, o que faz sentido, visto que um aumento de poucos newtons não é representativo na força de empuxo.

Como exemplo, a seguir encontra-se o gráfico (Figura 5.1) das quatro variáveis do espaço de estados e do ângulo de ataque em função do tempo, para o sistema linearizado em torno da condição de cruzeiro, com entradas, perturbações e condições iniciais nulas ($T = T_{cz}$, $\delta = \delta_{equilíbrio}$, $V = V_{cz}$, $\gamma = 0$, $\theta = \alpha_{cz}$, $\dot{\theta} = 0$). Além disso, podem ser gerados gráficos do deslocamento espacial da aeronave ao longo do tempo, por meio da integração do sinal de velocidade obtido, e decompondo este vetor com o ângulo de trajetória, como mostrado a seguir (Figura 5.2).

Nota-se que todas as variáveis permanecem constantes, e iguais aos parâmetros de cruzeiro, indicando o equilíbrio do sistema nestas condições. A altura do avião permanece constante e igual à altura de cruzeiro (10000m), e o deslocamento longitudinal é uma reta inclinada, indicando movimento na direção horizontal.

Com o espaço de estados definido, pode-se utilizar os comandos de simulação dentro

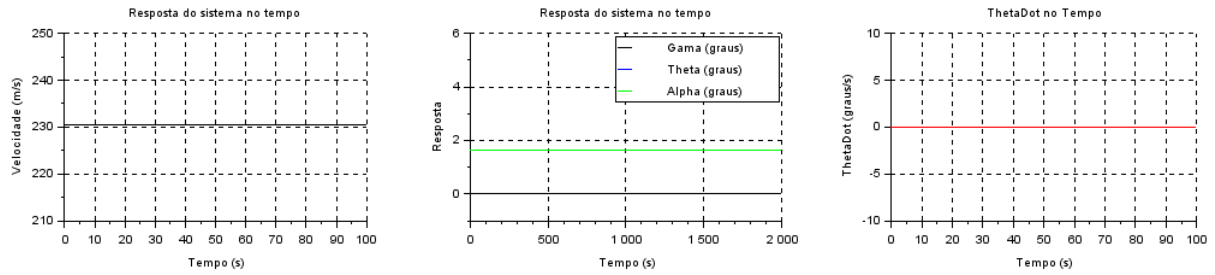


Figura 5.1: Simulação do avião na condição de cruzeiro

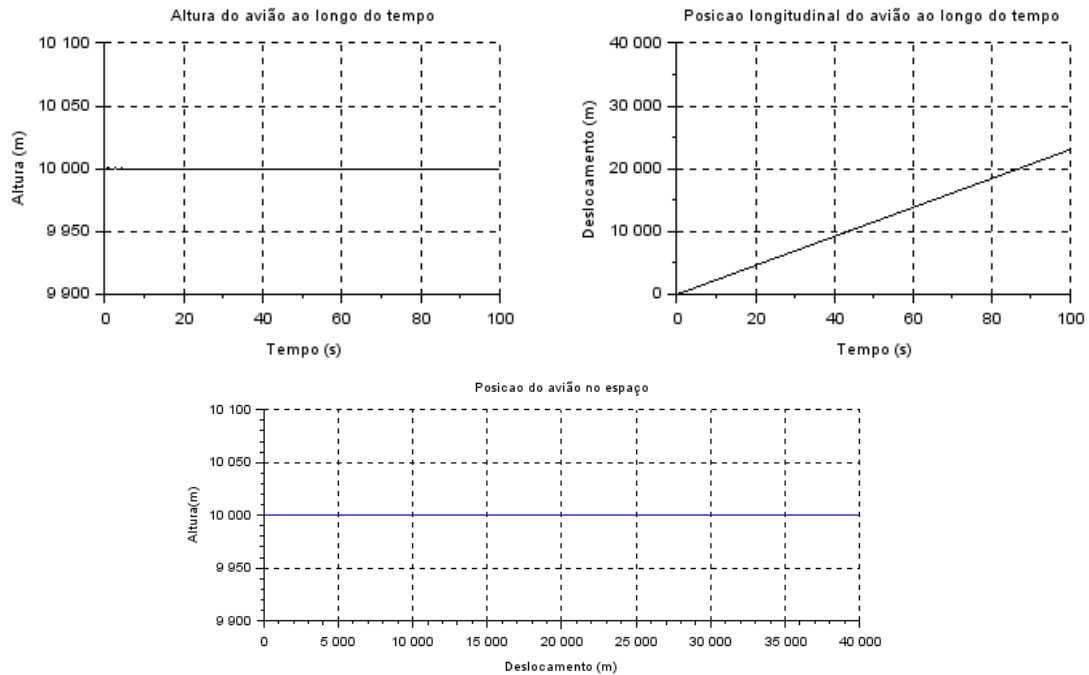


Figura 5.2: Posição do avião na condição de cruzeiro

dos softwares para obter a resposta no domínio do tempo do sistema. Na seção "Casos Analisados" deste relatório serão apresentados e analisados diversos outros casos.

5.2 Funções de Transferência

Para encontrar a matriz de funções de transferência foi usada a função `ss2tf` do `scilab`, com ela foi obtida uma matriz com 4 linhas e 3 colunas. Para facilitar a apresentação no relatório, essa matriz foi dividida em 3 submatrizes, referentes às 3 entradas do sistema, conforme indicado pelo subíndice da matriz G , e 4 linhas, referentes às 4 variáveis do espaço de estados do sistema, seguindo a ordem apresentada no espaço de estados $(V, \gamma, \dot{\theta}, \theta)$. Nessa representação foram desprezados termos de ordem de grandeza muito baixa (menor que 10^{-10}) e procurou-se manter um número de algarismos significativos

praticamente constante entre cada termo.

$$G_T = \begin{bmatrix} \frac{0.00027s+0.00001s^2+0.00002s^3}{0.041+0.072s+13.883s^2+0.576s^3+s^4} \\ \frac{1E-5+3.4E-8s+7.3E-9s^2+2.5E-9s^3}{0.041+0.072s+13.883s^2+0.576s^3+s^4} \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1E-7+3.5E-8s}{0.041+0.072s+13.883s^2+0.576s^3+s^4} \end{bmatrix}$$

$$G_\delta = \begin{bmatrix} \frac{-7.690-9.116s+0.066s^2-0.042s^3}{0.041+0.072s+13.883s^2+0.576s^3+s^4} \\ \frac{0.001+0.956s-0.0001s^2-0.021s^3}{0.041+0.072s+13.883s^2+0.576s^3+s^4} \\ \frac{0.008s+0.967s^2+2.199s^3}{0.041+0.072s+13.883s^2+0.576s^3+s^4} \\ \frac{0.008+0.967s+2.199s^2}{0.041+0.072s+13.883s^2+0.576s^3+s^4} \end{bmatrix}$$

$$G_{Pert} = \begin{bmatrix} \frac{-7.69-9.12s+0.066s^2-0.042s^3}{0.041+0.072s+13.883s^2+0.576s^3+s^4} \\ \frac{0.0017+0.956s-0.0001s^2-0.0217s^3}{0.041+0.072s+13.883s^2+0.576s^3+s^4} \\ \frac{0.0082s+0.9680s^2+2.20s^3}{0.041+0.072s+13.883s^2+0.576s^3+s^4} \\ \frac{0.0082+0.9680s+2.20s^2}{0.041+0.072s+13.883s^2+0.576s^3+s^4} \end{bmatrix}$$

Nota-se que as funções de transferência apresentam denominador de quarta ordem (que, quando igualado a 0, é a equação característica do sistema), comum a todas funções, e numerador de terceira ordem, que varia conforme a relação entre a entrada e a variável em questão. Além disso, a função referente a entrada de empuxo (G_T), é praticamente nula à exceção do termo referente á variável \dot{V} , uma vez que o ângulo de trajetória é pequeno e a força de empuxo não gera momento de arfagem por estar alinhada com o CG da aeronave.

Além disso pode-se constatar que os termos referentes à velocidade (termos da linha 1 de cada matriz) são significativamente maiores que os demais, visto que é necessária uma entrada de intensidade menor para provocar uma variação unitária na velocidade (1 m/s) quando comparado à um dos ângulos (1 radiano).

Por fim percebe-se que a diferença entre as linha 3 e 4 de cada matriz é uma divisão por s , visto que correspondem à $\dot{\theta}$ e θ .

5.3 Diagramas de Bode - Resposta em frequência

Os diagramas de Bode são representações gráficas da resposta de um sistema no domínio da frequência. Para o espaço de estados em questão, onde há 3 entradas e 4

variáveis, foram gerados 12 diagramas de Bode (contendo magnitude e fase em função da frequência), os quais foram identificados com a notação i_j nos gráficos a seguir, onde i é a variável do espaço de estados, e j é a entrada em questão.

Além disso, as frequências no gráfico foram limitadas a 10Hz, uma vez que além disso é difícil que os mecanismos que geram as entradas em questão (turbina, motores de acionamento do elevador, e perturbações) consigam responder (e os próprios diagramas não mudam após estas frequências, sendo apenas retas decrescentes).

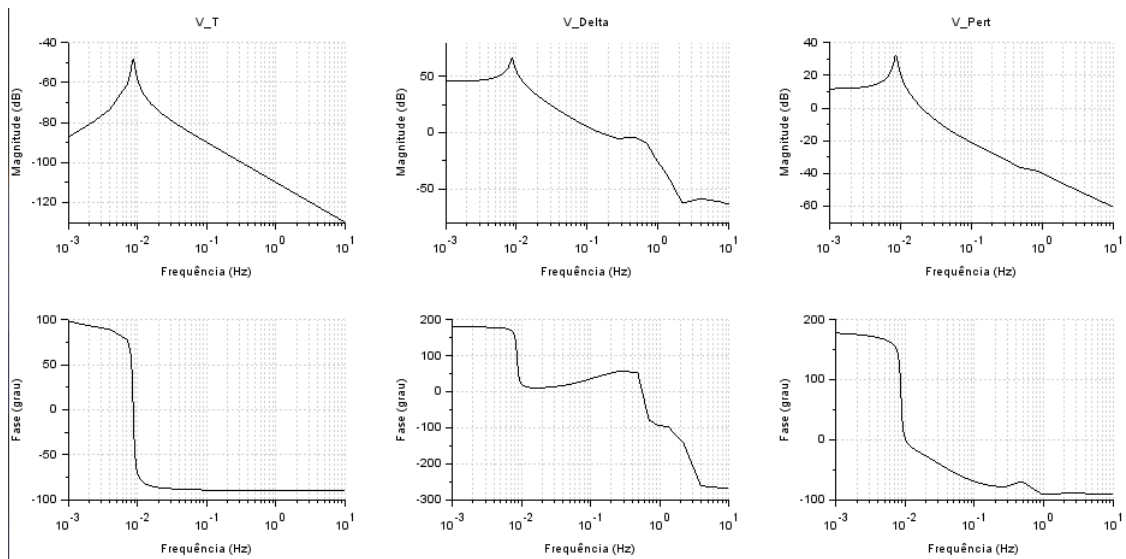


Figura 5.3: Diagramas de Bode referentes à velocidade

Todos os diagramas em relação à variável Velocidade (Figura 5.3) indicam um pico de magnitude na frequência $9 \cdot 10^{-3}$ Hz. Além disso, somente o Thrust apresenta ganhos exclusivamente negativos, com um pico máximo de -50 dB, enquanto as entradas de δ e de perturbação apresentam picos de 70 e 35dB, respectivamente.

Em uma análise geral, a entrada δ apresenta maiores magnitudes de ganho, e estas permanecem positivas durante um maior período de tempo. Este comportamento se repetirá nos diagramas de todas variáveis, e pode ser refletido no fato de os valores dos ângulos δ serem diversas ordens de grandeza menores que os das outras entradas. O contrário acontece com a entrada de Thrust, que apresenta os valores absolutos mais altos, e as menores magnitudes de ganho.

O comportamento dos diagramas da variável γ (Figura 5.4) é semelhante aos da velocidade, salvo pela presença de dois picos no diagrama da entrada δ , um na frequência natural de $9 \cdot 10^{-3}$ Hz, e outro na frequência de 0.6Hz. Os picos máximos de ganho ocorrem na frequência de $9 \cdot 10^{-3}$ Hz, e valem -100 , 20 e -10 dB, respectivamente, para as entradas de Thrust, δ e perturbação.

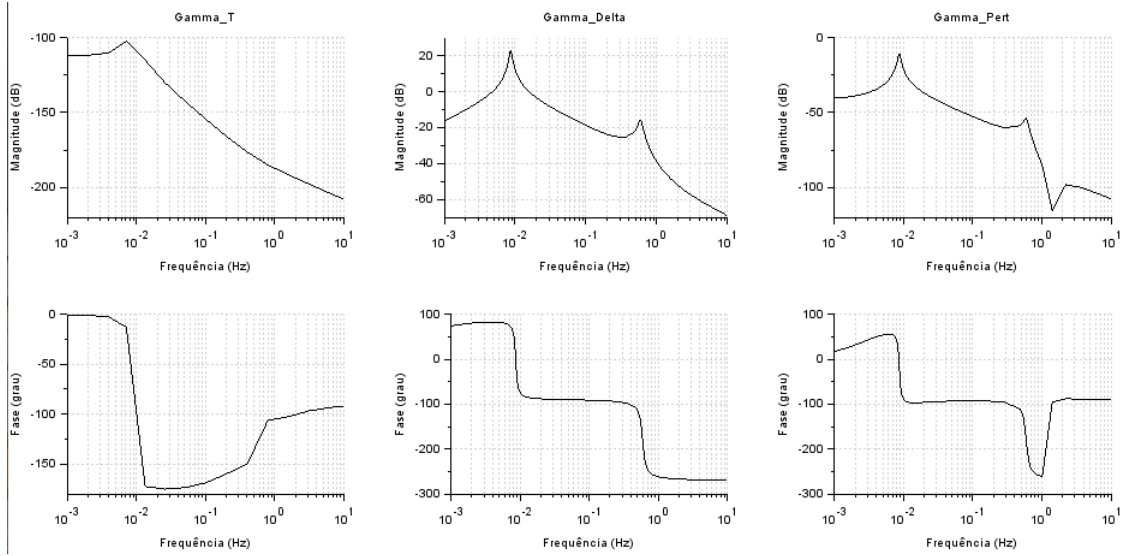


Figura 5.4: Diagramas de Bode referentes ao ângulo de trajetória

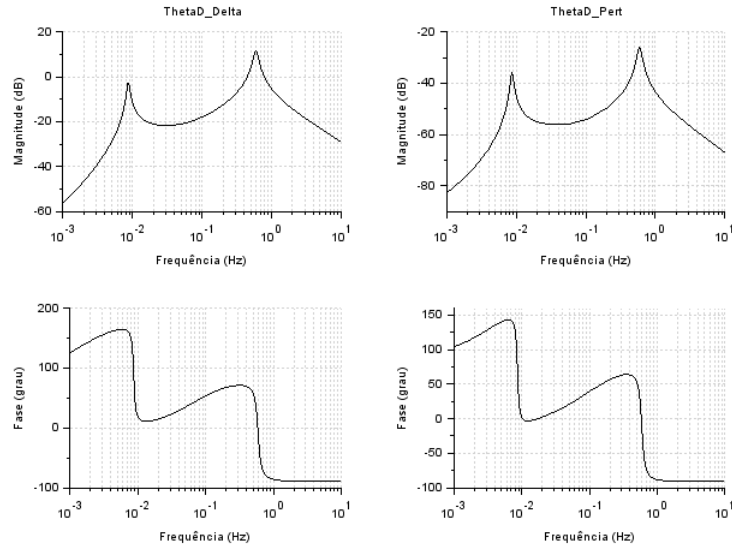


Figura 5.5: Diagramas de Bode referentes à taxa de variação do ângulo de arfagem

Para a derivada do ângulo de arfagem (Figura 5.5) não foi plotado o diagrama em relação à entrada Thrust, visto que esta variável e este parâmetro não têm dependências (função de transferência 0/1). Nota-se dois picos para as duas outras entradas, novamente em $9 \cdot 10^{-3}\text{Hz}$ e 0.6Hz . O ganho máximo para a entrada δ é de 12dB (em 0.6Hz), e de aproximadamente -35dB para o pico de frequência em relação à perturbação.

A variável θ (Figura 5.6) apresenta, em relação à entrada Thrust, um único pico de magnitude de -100dB na frequência de $9 \cdot 10^{-3}\text{Hz}$, dois picos nas frequências $9 \cdot 10^{-3}\text{Hz}$ e 0.6Hz , para as entradas δ e perturbação, sendo os ganhos máximos de 22 e -15dB para estas duas entradas, respectivamente.

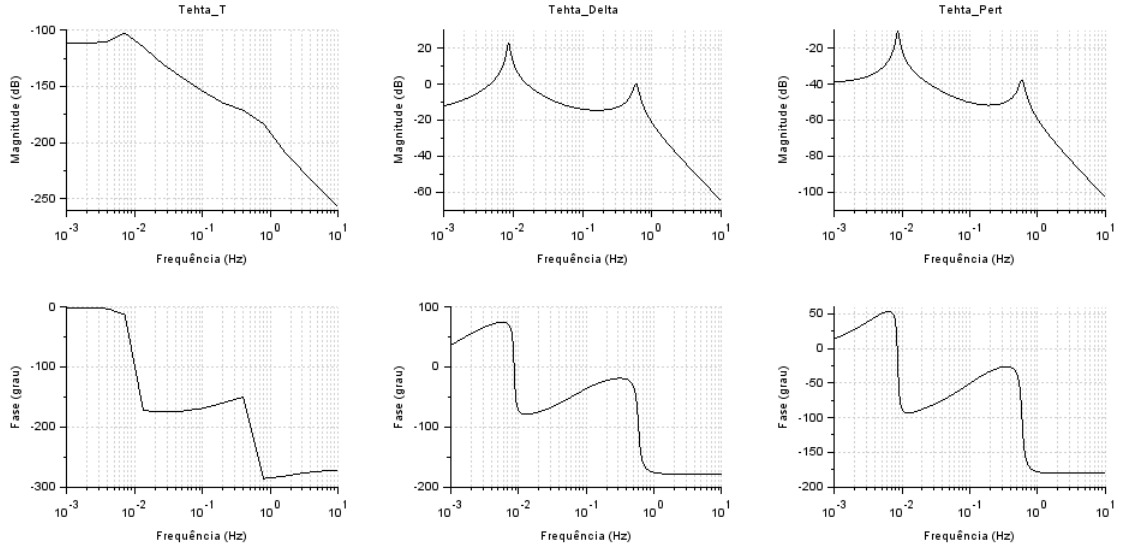


Figura 5.6: Diagramas de Bode referentes ao ângulo de arfagem

Nota-se que todas as variáveis apresentam um decaimento relativamente grande na magnitude do ganho para frequências maiores que 0.1Hz, para as entradas δ e perturbação, e após 0.01Hz para a entrada de Thrust.

5.4 Matriz de Transição

A matriz de transição (ϕ), juntamente com o termo forçante ($\Gamma \cdot B$), são ferramentas que permitem obter a resposta no domínio do tempo de um sistema. Pode-se obter a matriz de transição aplicando a transformada inversa de Laplace na matriz resolvente. No entanto, é possível também obter esta matriz utilizando a seguinte aproximação:

$$\phi = e^{A \cdot \Delta t} = \sum_{k=0}^n \frac{A^k \Delta t^k}{k!} \quad (5.1)$$

$$\Gamma = A^{-1}(\phi - I) \quad (5.2)$$

Utilizando o passo $\Delta t = 0.5$, e a aproximação até $n = 4$, as matrizes para o sistema linear com A e B já definidos anteriormente, ϕ e Γ são:

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.999 & -0.414 & -0.020 & -0.390 \\ 0 & 0.946 & 0.003 & 0.054 \\ 0 & 1.318 & 0.933 & -1.318 \\ 0 & 0.067 & 0.098 & 0.933 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.999 & -0.021 & -0.0007 & -0.020 \\ 0 & 0.0972 & 0 & 0.028 \\ 0 & 0.067 & 0.98 & -0.067 \\ 0 & 0.002 & 0.005 & 0.098 \end{bmatrix}$$

Com estas matrizes calculadas, a resposta no domínio do tempo do sistema é dada por:

$$x(t) = \phi \cdot x(t - \Delta t) + \Gamma \cdot B \cdot u(t) \quad (5.3)$$

Os resultados foram plotados, usando condições iniciais nulas, mas com uma entrada de empuxo diferente da de cruzeiro, $T = T_{max} = 55.5\text{kN}$, e com $\delta = \delta_{equilíbrio}$, perturbação nula, $V = V_{cz}$, $\gamma = 0$, $\theta = \alpha_{cz}$, $\dot{\theta} = 0$, de modo a obter uma resposta onde os parâmetros saíssem de seu equilíbrio. Estes gráficos foram sobrepostos aos gerados com a simulação do sistema linearizado, para as mesmas condições iniciais e de entrada. Os resultados estão expressos nos gráficos da figura 5.7.

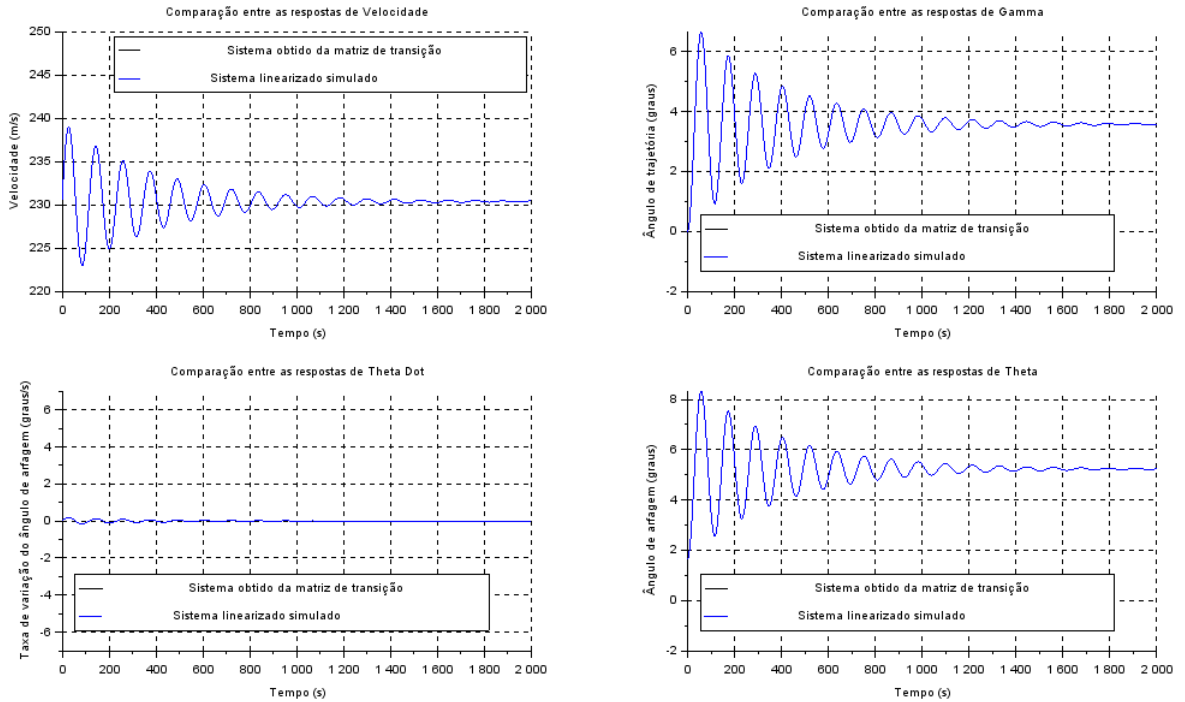


Figura 5.7: Comparação entre as respostas geradas pela matriz de transição e pelo sistema linearizado

Constata-se que, de fato, a resposta no tempo obtida da matriz de transição é idêntica a do sistema linearizado simulado, mostrando a utilidade e maior simplicidade da aproximação feita para esta propriedade do sistema. Além disso, foi observado que matrizes utilizando ordens maiores para n na aproximação, não oferecem uma diferença visível nos

resultados graficamente, como pode ser visto na figura a seguir (figura 5.8).

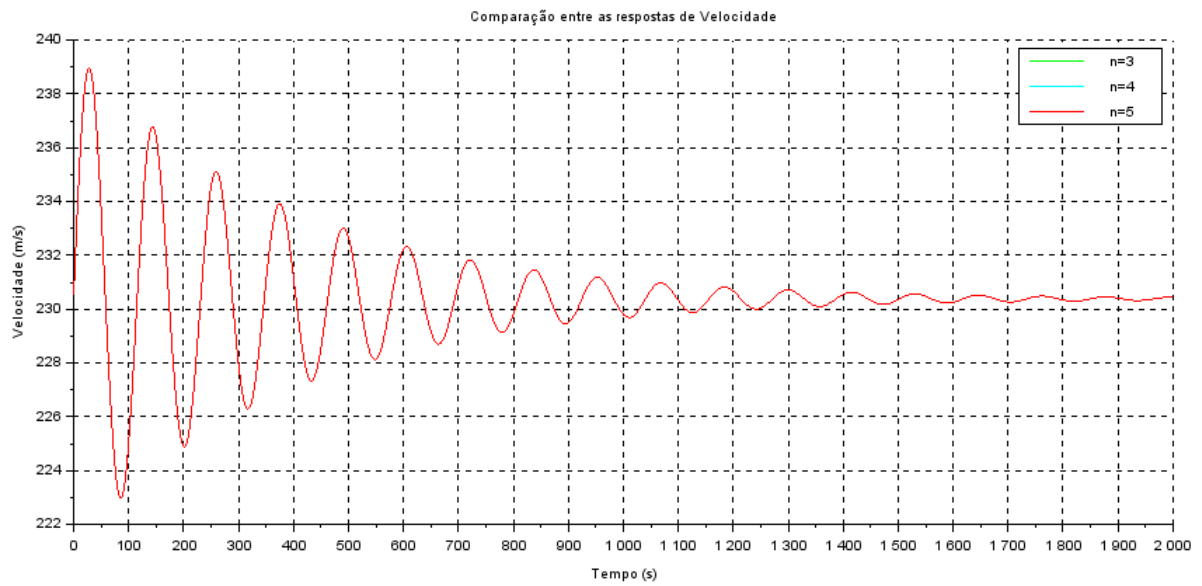


Figura 5.8: Comparação entre as respostas no tempo de matrizes de transição com diferentes valores de n

Utilizando a variável velocidade como exemplo, e as mesmas entradas e condições utilizadas no gráfico anterior, mostra-se que, a partir de $n = 3$ a resposta é visivelmente idêntica (o que se estende para as outras 3 variáveis). Entretanto, para $n \leq 2$ a resposta diverge para o infinito e passa a não mais representar o sistema estudado, o que não foi incluído no gráfico para não prejudicar a escala.

6 ESTABILIDADE

Nessa seção a estabilidade do sistema é avaliada por diversos métodos e, em todos eles, constatou-se que o sistema é estável.

6.1 Diagrama de polos

Os polos do sistema são as raízes da equação característica, apresentada abaixo:

$$0.041 + 0.072s + 13.883s^2 + 0.576s^3 + s^4 = 0 \quad (6.1)$$

Todos os polos (apresentados na tabela abaixo) obtidos são números complexos conjugados parte real negativa. Dessa forma, é esperada uma resposta oscilatória estável do sistema.

Constata-se também que o módulo da parte real de todos os polos é pequena, dessa forma o sistema apresentará uma resposta lenta até atingir um eventual estado de equilíbrio.

Polos
$-0.2858 + 3.714i$
$-0.2858 - 3.714i$
$-0.0025 + 0.0543i$
$-0.0025 - 0.0543i$

6.2 Critério de Routh - Hurwitz

Uma outra forma de analisar a estabilidade do sistema é pela tabela de Routh - Hurwitz, construída a partir da equação característica do sistema. Foi desenvolvido um algoritmo no scilab que calcula a tabela para este sistema, e o resultado pode ser conferido abaixo:

Pode-se constatar que o sistema é estável, visto que todos os coeficientes da primeira coluna tem o mesmo sinal (e nenhum é nulo) e sabendo que não houve nenhuma linha nula e todos os coeficientes da equação característica são positivos.

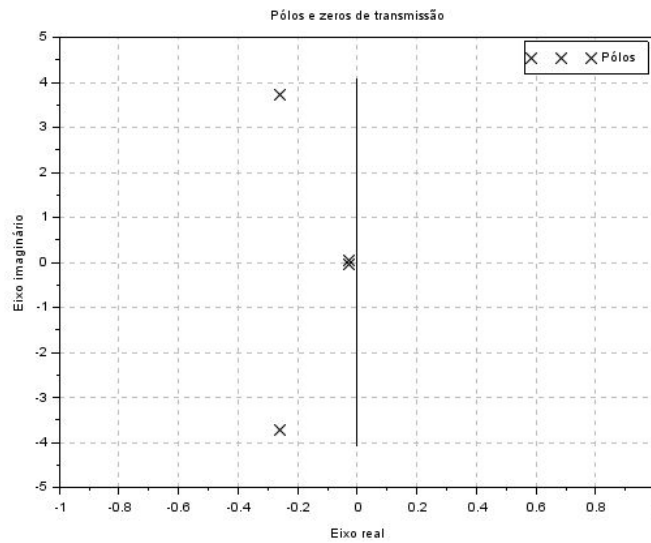


Figura 6.1: Diagrama de polos

s^4	1	13.8	0.04
s^3	0.57	0.72	0
s^2	13.75	0.04	0
s^1	0.71	0	0
s^0	0.04	0	0

Tabela 6.1: Tabela de Routh - Hurwitz

6.3 Transformação linear

Pode-se também conferir a estabilidade de um sistema no espaço de estados usando uma transformação linear T , cujas colunas de T são os autovetores de A (obtidos com a função `spec` do `scilab`), e analisando a matriz transformada:

$$\Lambda = T^{-1}AT \quad (6.2)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -0.002 + 0.054i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.002 - 0.054i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.285 + 3.714i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.285 - 3.714i \end{bmatrix}$$

Pode-se constatar que o sistema é estável, pois é uma matriz diagonal, com autovalores (que são os mesmos para as matrizes A e Λ e são os polos do sistema) na diagonal, cujas partes reais são todas negativas.

7 CASOS ANALISADOS

Nessa seção será apresentado o comportamento do sistema linear sob diversas condições. Inicialmente será avaliada a resposta deste quando são dadas condições iniciais ligeiramente diferentes das do equilíbrio. Em seguida será analisada a resposta do sistema às entradas típicas e então serão encontrados os parâmetros de desempenho do sistema. Por fim será analisado como o sistema responde quando está sujeito a perturbações, bem como combinações de entradas e condições iniciais.

7.1 Equilíbrio

Abaixo segue gráfico do comportamento do sistema sob condições iniciais e entradas nulas:

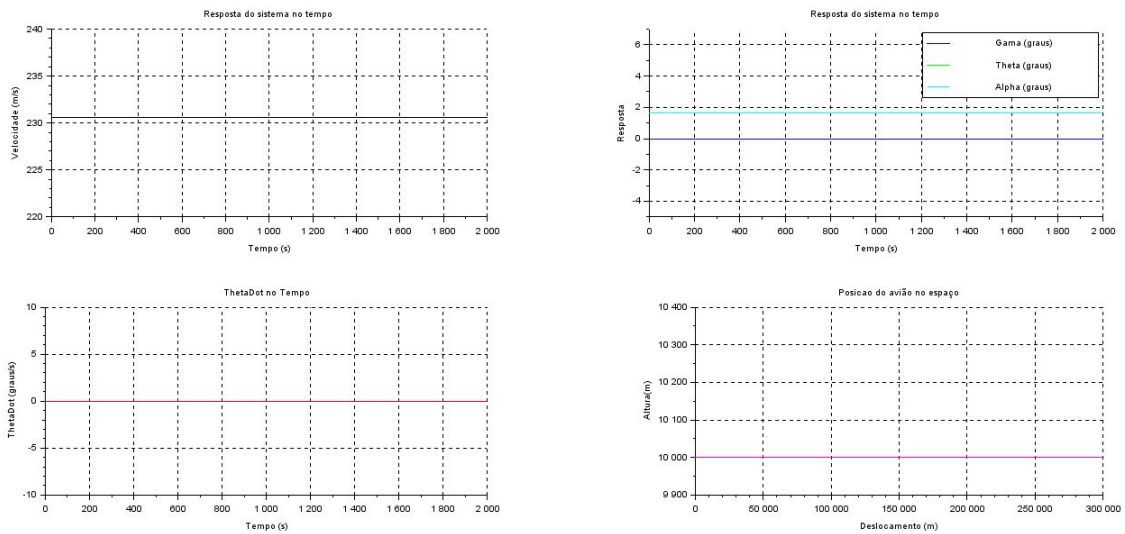


Figura 7.1: Sistema com CIs e entradas nulas

Constata-se que, partindo do equilíbrio, este é mantido ao longo do tempo, conforme esperado do sistema físico, visto que, sem perturbação externa ou comando do piloto, o avião deve manter sua trajetória e comportamento.

7.2 Comportamento para condições iniciais em torno do equilíbrio

7.2.1 Variação da velocidade

Abaixo segue gráfico do comportamento do sistema sob condições iniciais de equilíbrio, exceto à velocidade, na qual foram acrescentados 5m/s em relação à velocidade de cruzeiro.

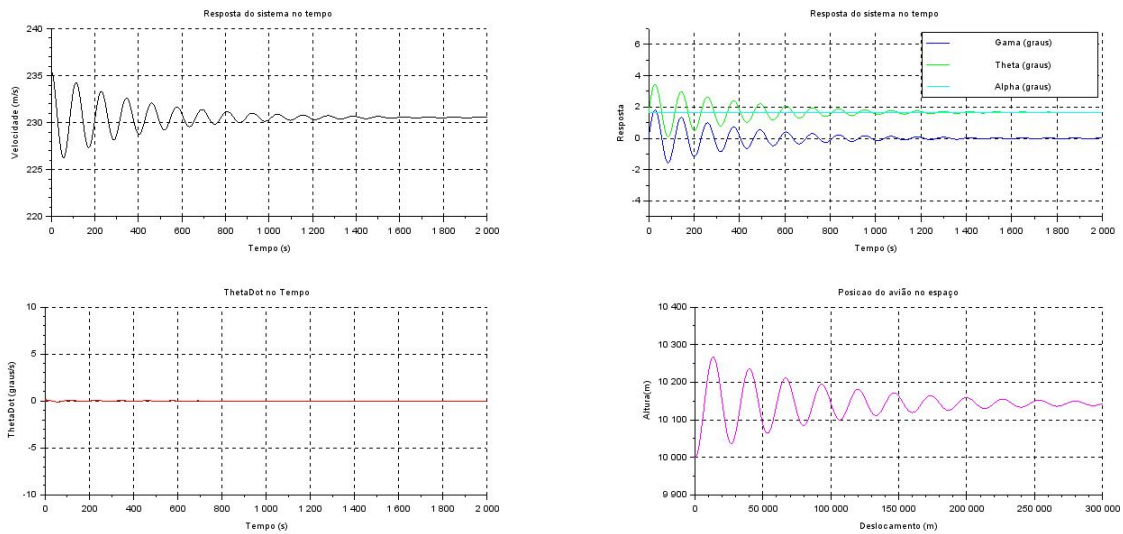


Figura 7.2: Resposta - Velocidade 5m/s maior que equilíbrio

Observa-se que uma variação da velocidade provoca alterações em todo o comportamento do avião, mudando inclusive sua rota. Dessa forma será importante implementar um sistema de controle que corrija essa trajetória no caso de uma variação como essa (causada por uma rajada de vento, por exemplo). Percebe-se também que o sistema, sem qualquer mecanismo de controle, demora para voltar para retornar ao equilíbrio (aproximadamente 400 segundos para o pico de velocidade passar de 5m/s para 2.5m/s de distância do equilíbrio)] Percebe-se que o período de oscilação é de aproximadamente 110s, correspondendo à uma frequência de 9E-3Hz, que já foi levantada na análise dos diagramas de bode e será retomada na seção de entradas senoidais.

7.2.2 Variação do ângulo de trajetória

Abaixo segue gráfico do comportamento do sistema sob condições iniciais de equilíbrio, exceto ao ângulo de trajetória, no qual foram acrescentados 2° em relação ao ângulo de trajetória de equilíbrio.

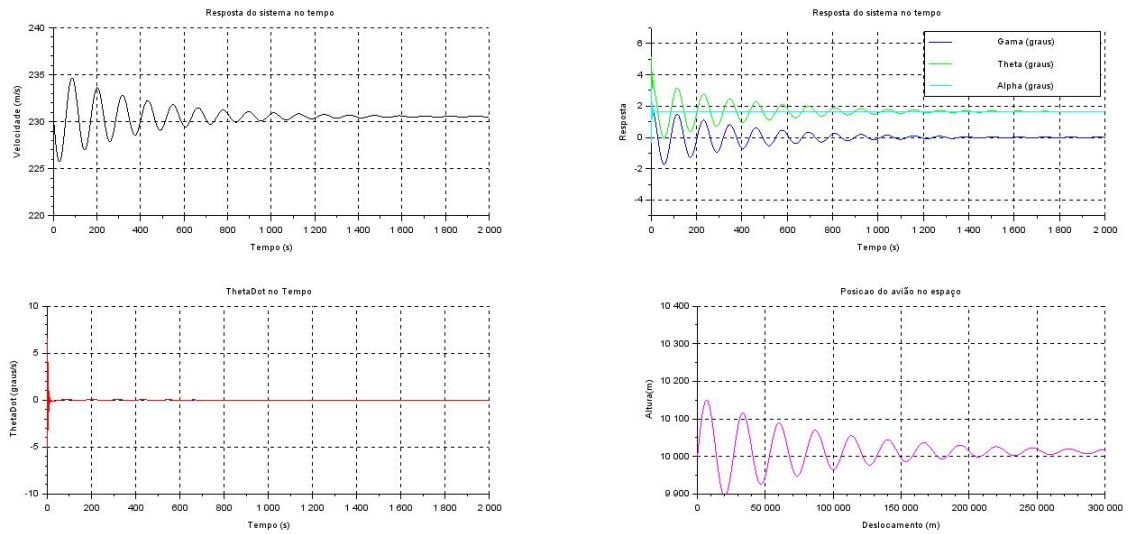


Figura 7.3: Resposta - Ângulo de trajetória 2° maior que equilíbrio

Assim como na velocidade, a variação do ângulo de trajetória (mesmo que pequena), altera o comportamento e a trajetória do avião, que novamente retorna lentamente ao equilíbrio.

7.2.3 Variação do ângulo de arfagem

Abaixo segue gráfico do comportamento do sistema sob condições iniciais de equilíbrio, exceto ao ângulo de arfagem, no qual foram acrescidos 2° em relação ao ângulo de arfagem de equilíbrio.

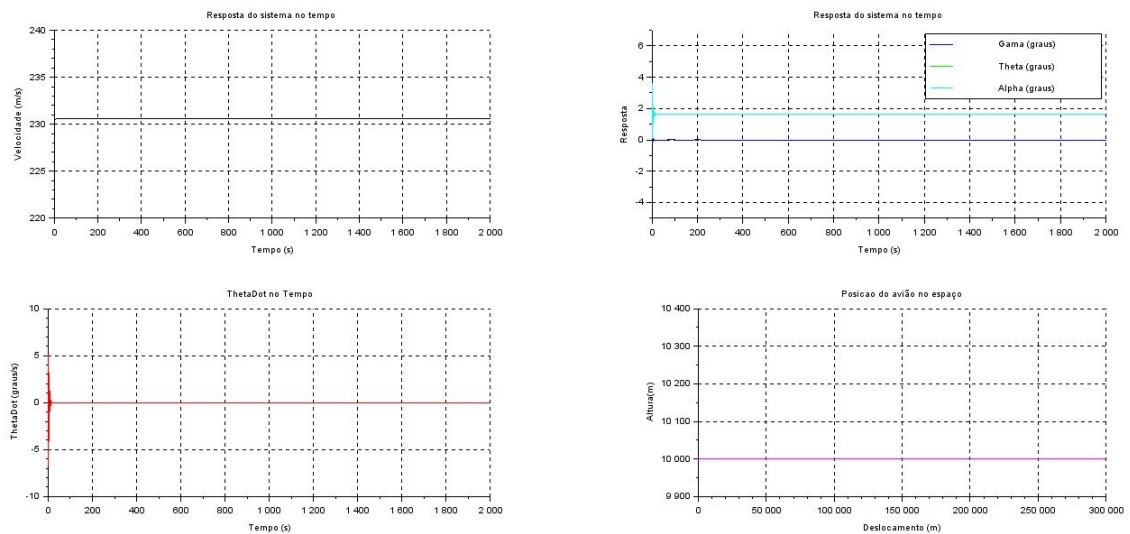


Figura 7.4: Resposta - Ângulo de arfagem 2° maior que equilíbrio

Ao contrário do ângulo de trajetória, nesse caso não houve alteração significativa no comportamento do sistema, abaixo uma imagem que detalha a pequena variação. Vale ressaltar que o período de oscilação é mantido em relação aos casos anteriores (basta visualizar o quinto pico em aproximadamente 500s, assim como nos anteriores).

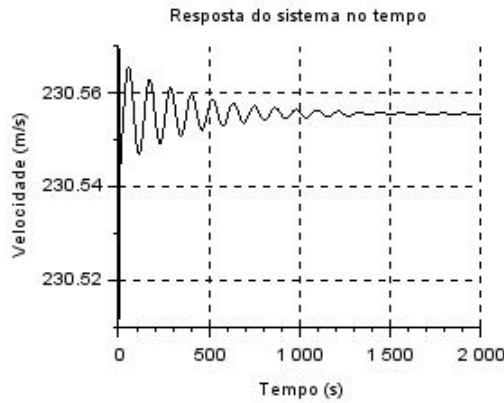


Figura 7.5: Resposta - Ângulo de trajetória 2° maior que equilíbrio: Detalhe do gráfico da velocidade

7.2.4 Variação da derivada do ângulo de arfagem

Abaixo segue gráfico do comportamento do sistema sob condições iniciais de equilíbrio, exceto à derivada do ângulo de trajetória, no qual foram acrescentados $28.7^\circ/\text{s}$ (0.5rad/s) em relação ao seu valor de equilíbrio.

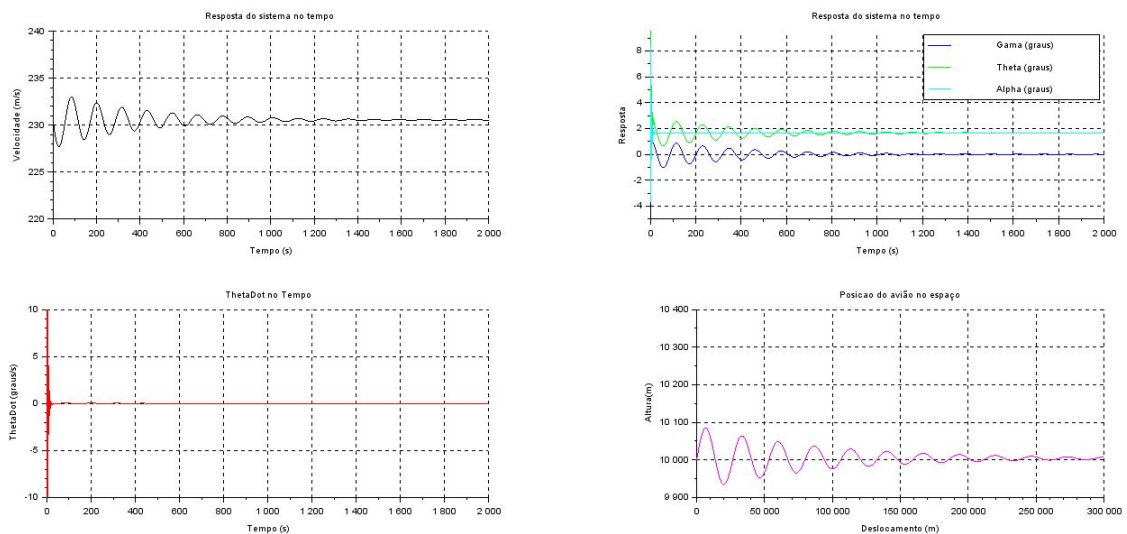


Figura 7.6: Resposta - Derivada do ângulo de arfagem 0.5rad/s maior que equilíbrio

7.3 Resposta do sistema à entradas básicas

7.3.1 Impulso

7.3.1.1 Força propulsora

Foi aplicado um impulso de Thrust no início da simulação, de magnitude $T = T_{max} = 55.5\text{kN}$. O gráfico da resposta do sistema a esta entrada está a seguir.

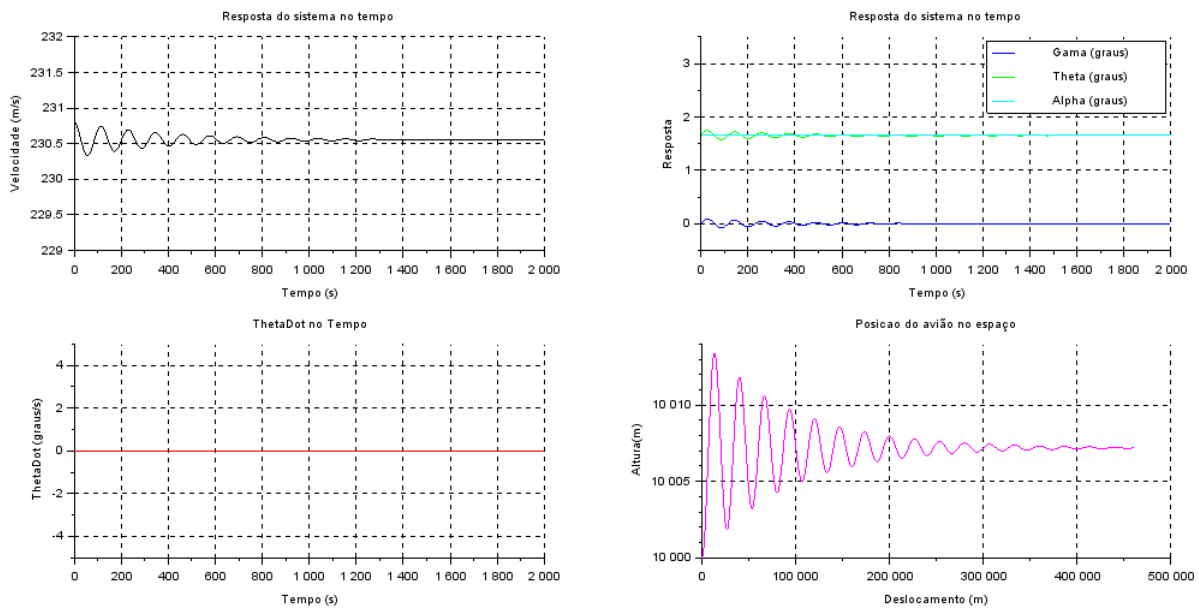


Figura 7.7: Impulso de Thrust de T_{max} em $t = 0s$

Nota-se que o sistema é induzido a sair do equilíbrio nos instantes iniciais, mas após cerca de 1200s as variáveis voltam à condição de equilíbrio original. Além disso, nota-se que o avião ganha cerca de 7m de altitude com este tipo de entrada, quando o sistema se estabiliza.

7.3.1.2 Ângulo do flap da empenagem

Os gráficos a seguir mostram o comportamento do sistema após a aplicação do impulso de 1° para o ângulo do flap no instante inicial de simulação (lembrando que em cruzeiro o ângulo vale aproximadamente -8°).

O comportamento observado é semelhante ao de impulso na força de empuxo, no quesito de provocar uma oscilação em todas as variáveis do sistema. Entretanto, por haver uma oscilação na derivada do ângulo de arfagem, o avião não tem um aumento em altitude quanto no caso anterior, sendo estabilizado em 10000m, que é a altura de partida,

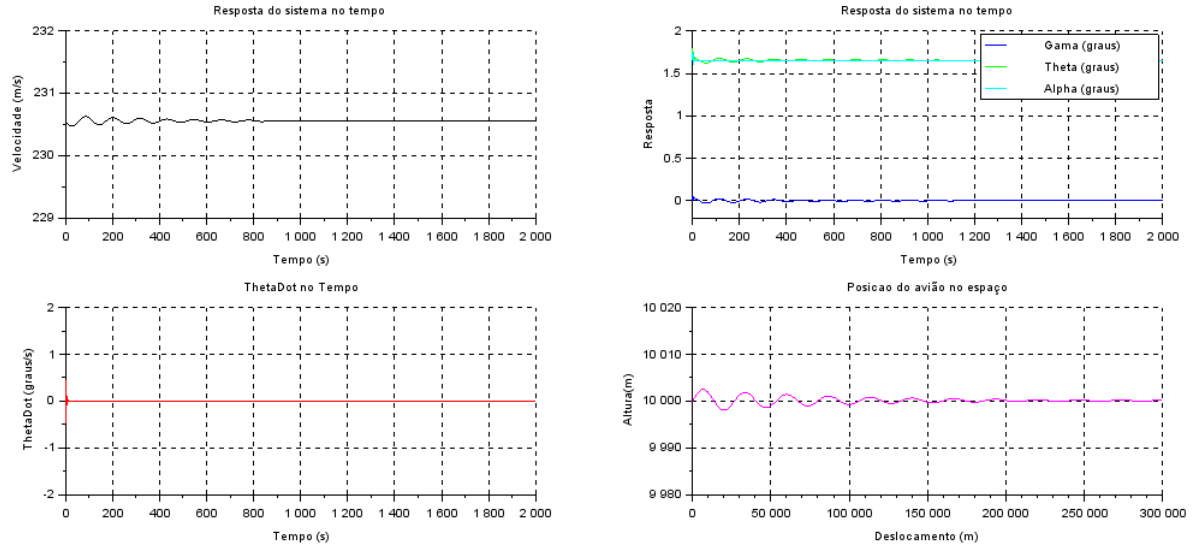


Figura 7.8: Impulso no ângulo de elevador de 1° em $t = 0s$

mesmo a velocidade e os ângulos observados nos gráficos apresentaram uma amplitude de oscilação muito semelhantes ao caso anterior.

7.3.2 Pulso

7.3.2.1 Força propulsora

Foi aplicado um Pulso de Thrust entre $t = 100s$ e $t = 500s$ na simulação, aumentando T_{cz} em 50% (de modo a obter uma resposta diferente da obtida para o impulso). O gráfico da resposta do sistema a esta entrada está a seguir.

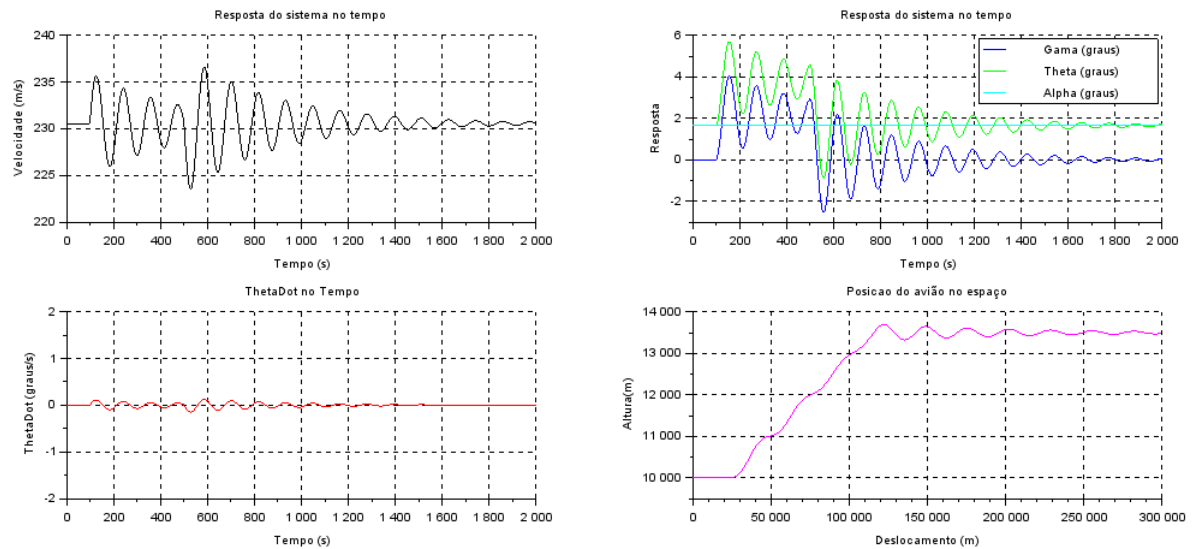


Figura 7.9: Pulso de Thrust de $T_{cz} \cdot 1.5$ entre $t = 100s$ e $t = 500s$

Nota-se que o sistema tem 3 momentos distintos: 1) equilíbrio (entre 0 e 100s), 2)

oscilação enquanto o thrust é maior que o de cruzeiro (durante a aplicação do pulso), 3) oscilação novamente com o thrust de cruzeiro (após a aplicação do pulso).

Durante o momento 1, o sistema permanece em equilíbrio, com as variáveis constantes. Durante o pulso, o avião ganha altitude, e oscila seus ângulos em torno de um novo ponto de equilíbrio, com ângulos maiores. Durante o momento 3 o avião passa a oscilar novamente, mas agora tendendo a estabilizar nos ângulos de cruzeiro originais, e sem ganhos de altitude. A velocidade sempre oscila tendendo a permanecer próxima aos 230m/s (condição de cruzeiro), por mais que a força de empuxo tenha aumentado durante um certo período. Isso se dá, pois durante o pulso, o avião tem um ganho em seu ângulo de trajetória, indicando que o empuxo adicionado é utilizado (desconsiderando as oscilações) para elevar a altitude da aeronave. O ângulo de ataque permanece constante em todos os momentos.

7.3.2.2 Ângulo do flap da empenagem

Nas imagens a seguir foram mostrados gráficos da resposta do sistema a um pulso de 1° para o ângulo do elevador, entre $t = 100s$ e $t = 500s$.

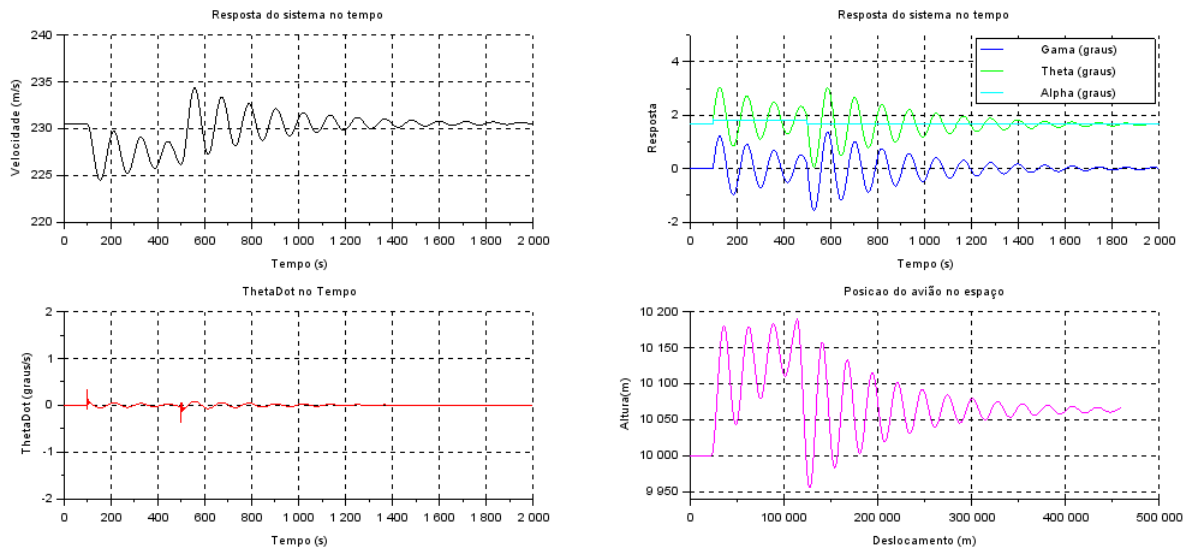


Figura 7.10: Pulso no ângulo de elevador de 1° entre $t = 100s$ e $t = 500s$

Nota-se novamente os 3 momentos observados no pulso da entrada de empuxo, com características similares. As diferenças principais se dão pelo fato de a velocidade apresentar dois valores de tendência distintos para os momentos 2 e 3, enquanto os ângulos sempre permanecem tendendo sempre para um mesmo valor, nestes momentos. Esta diferença pode se dar por agora o ângulo de ataque sofrer um leve acréscimo durante o momento 2, quando o pulso é aplicado, o que provoca um maior arrasto e diminuição da

velocidade, já que o empuxo permanece o mesmo. Outra grande diferença está na altitude do avião, que oscila de uma maneira diferente, tendendo a ganhar pouca altitude durante o momento 2, mas perdendo um pouco durante a transição para o momento 3, o que faz a estabilização final ser em uma altitude mais baixa que ao final do momento 2, mas ainda maior que os 10000m iniciais.

7.3.3 Degrau

7.3.3.1 Força propulsora

Abaixo segue gráfico do comportamento do sistema sob condições iniciais de equilíbrio, com entrada de um degrau de intensidade $T_{cz} + 3000N$ (aumento percentual de aproximadamente 10) na força propulsora.

Para essa condição decidiu-se usar uma variação pequena na força propulsora ao invés de usar o T_{max} , como nos casos anteriores, para confirmar o fato de que é necessária uma acréscimo considerável na força propulsora para a dinâmica do sistema ser alterada significativamente

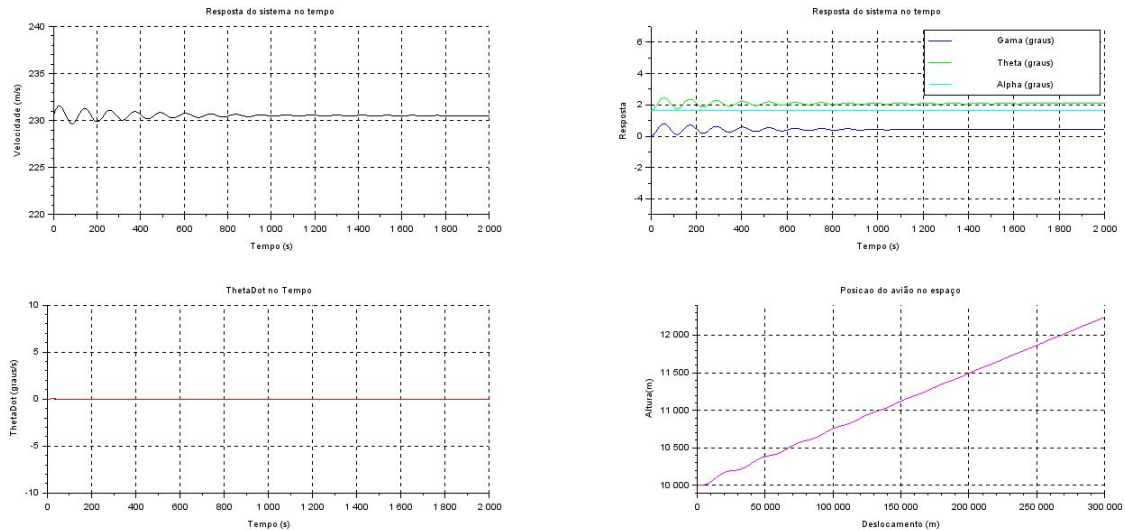


Figura 7.11: Resposta - Entrada de 3kN de Thrust

Aumentando a força propulsora, o sistema sairá da condição de cruzeiro e atingirá uma nova condição de equilíbrio, que será uma condição de subida, com uma velocidade bem próxima da de cruzeiro (se o incremento da propulsão fosse maior, como usado nos casos anteriores, a nova velocidade seria maior que a de cruzeiro).

7.3.3.2 Ângulo do flap da empenagem

Abaixo segue gráfico do comportamento do sistema sob condições iniciais de equilíbrio, com entrada de um degrau de intensidade 1° , acrescido à condição de cruzeiro, no ângulo da empenagem do flap.

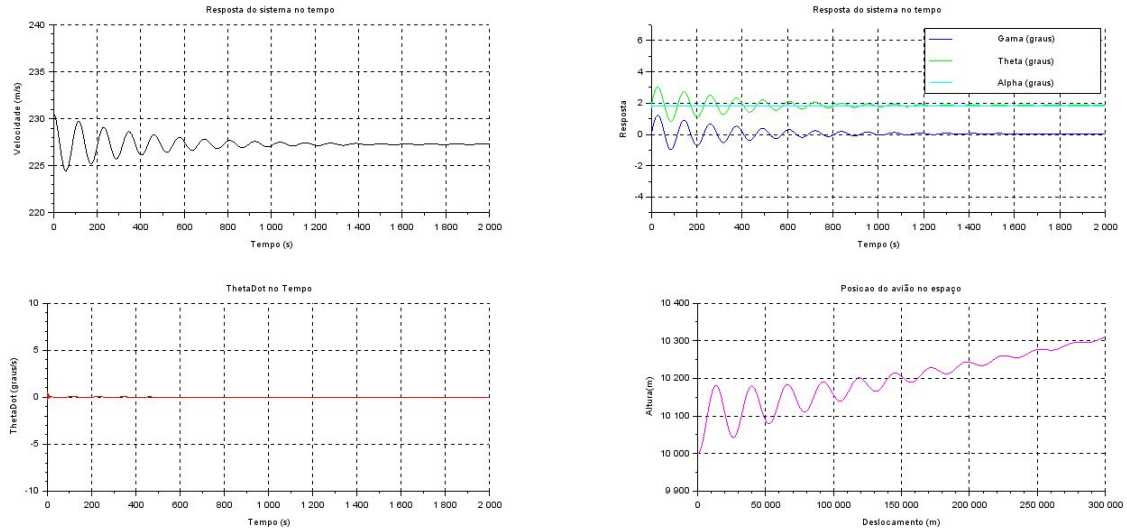


Figura 7.12: Resposta - Entrada de 1° no ângulo do flap da empenagem

Essa entrada aumenta a sustentação negativa gerada pela empenagem, o que tende a abaixar a cauda do avião. Nessa condição o avião tenderá a iniciar uma leve subida, além de diminuir sua velocidade, num movimento oscilatório, em torno da nova posição de equilíbrio. O gráfico abaixo ilustra o resultado de uma simulação de maior duração, onde fica claro que, na nova condição de equilíbrio, o avião possui um ângulo de trajetória positivo (logo sua altitude aumenta), e uma velocidade menor do que a de cruzeiro.

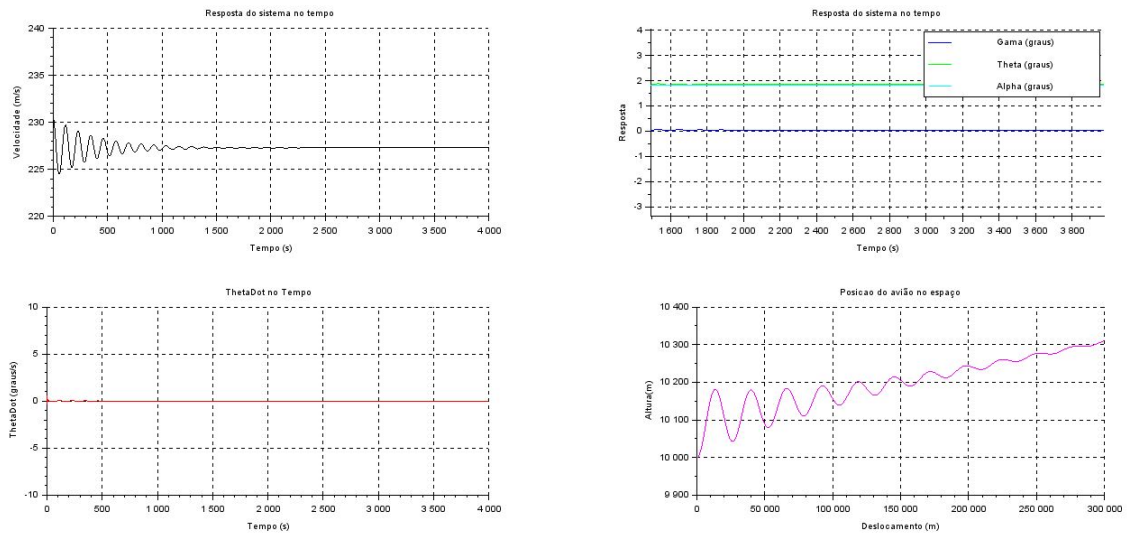


Figura 7.13: Resposta - Entrada de 1° no ângulo do flap da empenagem - Simulação maior

7.3.3.3 Medidas de desempenho

Para avaliar o sistema foi usado o caso de entrada do ângulo do flap da empenagem, em particular o gráfico da velocidade. O gráfico foi alterado, com a abscissa plotada sendo a dada pela seguinte fórmula:

$$V^*(t) = \frac{V(t) - V_{cz}}{V_{eq} - V_{cz}} \quad (7.1)$$

Onde V_{eq} é a velocidade para a nova condição de equilíbrio.

São apresentados 2 gráficos dessa variável, o segundo mostra a parte inicial da resposta com mais detalhes. Os valores utilizados nas medidas de desempenho foram tiradas dos valores numéricos fornecidos pelo scilab, para uma maior precisão em relação ao gráfico.

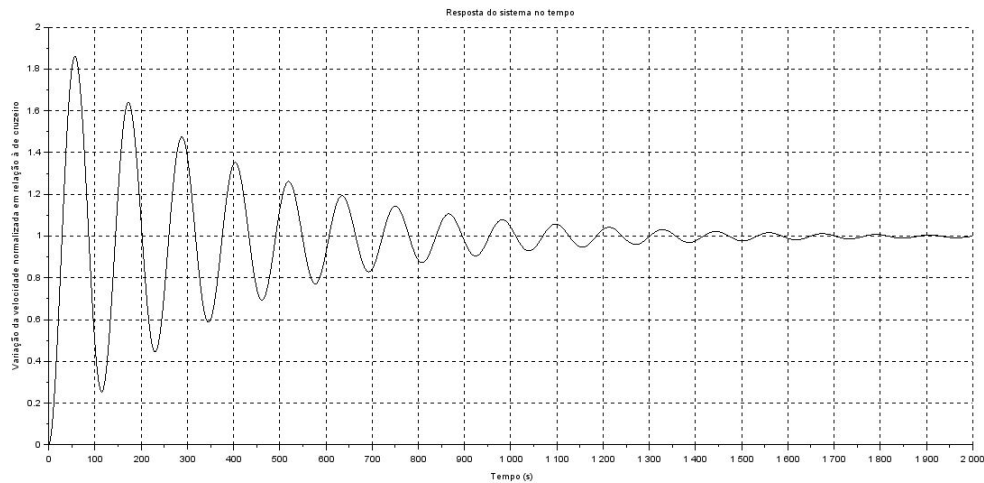


Figura 7.14: Resposta de velocidade normalizada

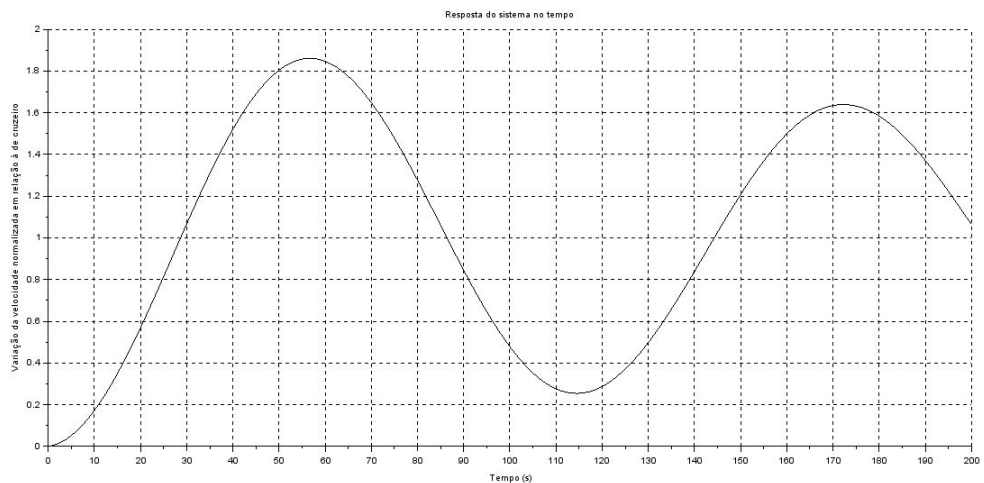


Figura 7.15: Resposta de velocidade normalizada - Detalhe

Foi encontrado um tempo de assentamento de aproximadamente 1500s, considerando o tempo necessário para o sistema oscilar numa faixa de $\pm 2\%$ em relação ao equilíbrio.

A seguir foi encontrado o erro em regime permanente (após 2000s) de aproximadamente 0.8%

O tempo de subida foi calculado analisando o tempo decorrido até V^* atingir o valor unitário pela primeira vez, que vale aproximadamente 30s

O tempo de pico, que corresponde o tempo até atingir o primeiro pico é de 58s, e o valor de sobressinal é de $1.86 - 1 = 0.86$

A tabela abaixo resume as medidas de desempenho para essa dada entrada (δ) e saída (velocidade).

Parâmetro	valor	unidade
T_{rise}	30	segundos
T_{pico}	58	segundos
$M_p(sobressinal)$	0.86	(-)
$e_{steady-state}$	0.8	%

7.3.4 Seno

Uma entrada na força propulsora, ou no ângulo do flap da empenagem com forma senoidal não é muito comum na prática, entretanto foi realizado um caso com uma entrada senoidal no ângulo do flap, com período de 25s e amplitude de 2° (variando em $\delta_{eq} \pm 1^\circ$).

Abaixo segue a resposta do sistema à essa entrada:

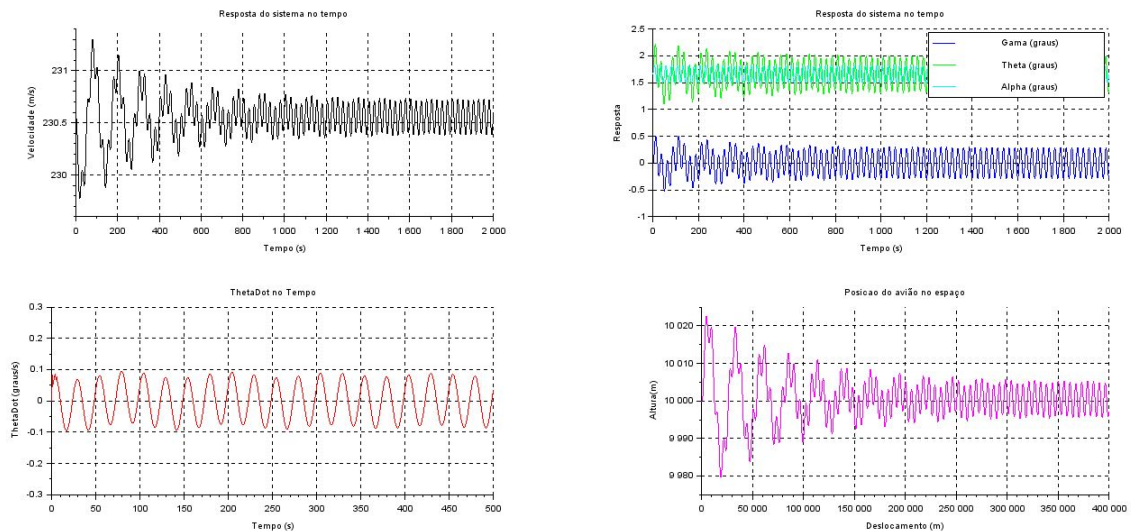


Figura 7.16: Resposta - Entrada senoidal (frequência 0.04Hz) de 1° no ângulo do flap da empenagem

É possível perceber duas frequências distintas, especialmente quando se olha para o gráfico da velocidade e da altura. A frequência maior corresponde à frequência da entrada senoidal, que é facilmente identificável no gráfico de $\dot{\theta}$, já a frequência maior corresponde à própria resposta do sistema, que é igual à constatada nos casos com condições iniciais diferentes das de equilíbrio.

Em sequência foi realizada outra simulação, mas desta vez usando a frequência da entrada como 9E-3Hz (um dos picos dos diagramas de bode), cuja resposta é apresentada abaixo:

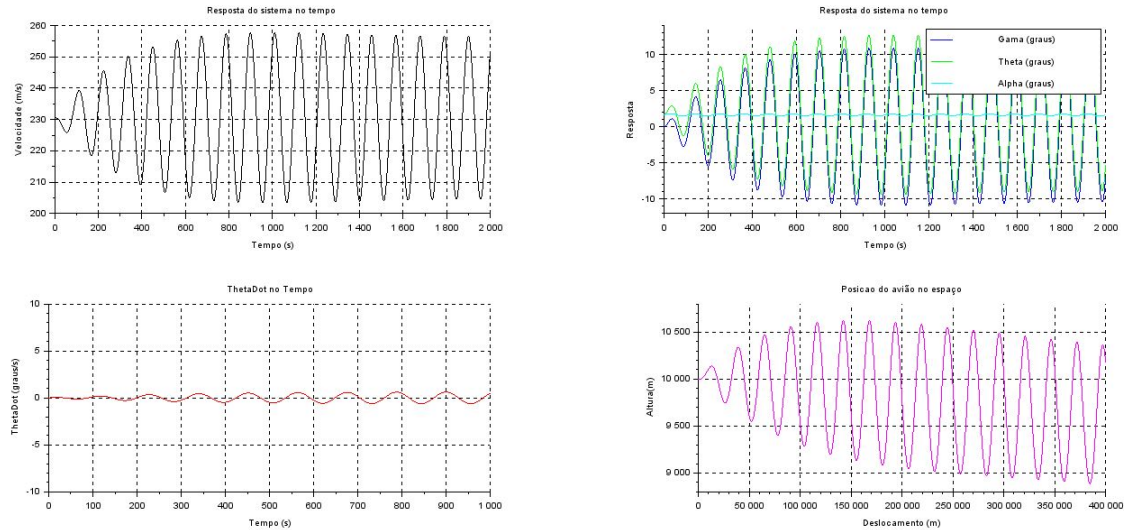


Figura 7.17: Resposta - Entrada senoidal (frequência 9E-3Hz) de 1° no ângulo do flap da empenagem

Há uma diferença clara com relação à simulação anterior nas amplitudes de oscilação, que é coerente com o observado nos diagramas de bode, que previram que para a frequência 9E-3Hz a resposta das variáveis V , γ e θ tem amplitude maior quando comparada à frequências ao seu redor.

Agora, utilizando a mesma entrada senoidal, mas com frequência de 0.6Hz, o outro pico observado nos diagramas de bode, obtém-se os resultados a seguir. Nota-se que, mesmo se tratando de um pico, o comportamento não é o mesmo dos obtidos anteriormente. Isso se deve ao fato de as magnitudes de ganho nesta frequência serem menores que as da frequência anterior, e também pelo pico de 0.6Hz não estar presente no diagrama de Velocidade.

Além disso, a variável Velocidade apresenta apenas uma frequência de oscilação diferente das outras variáveis, onde é perceptível que há duas frequências de oscilação, e que a maior delas (vista melhor na figura 7.19) não diminui em amplitude do longo do tempo.

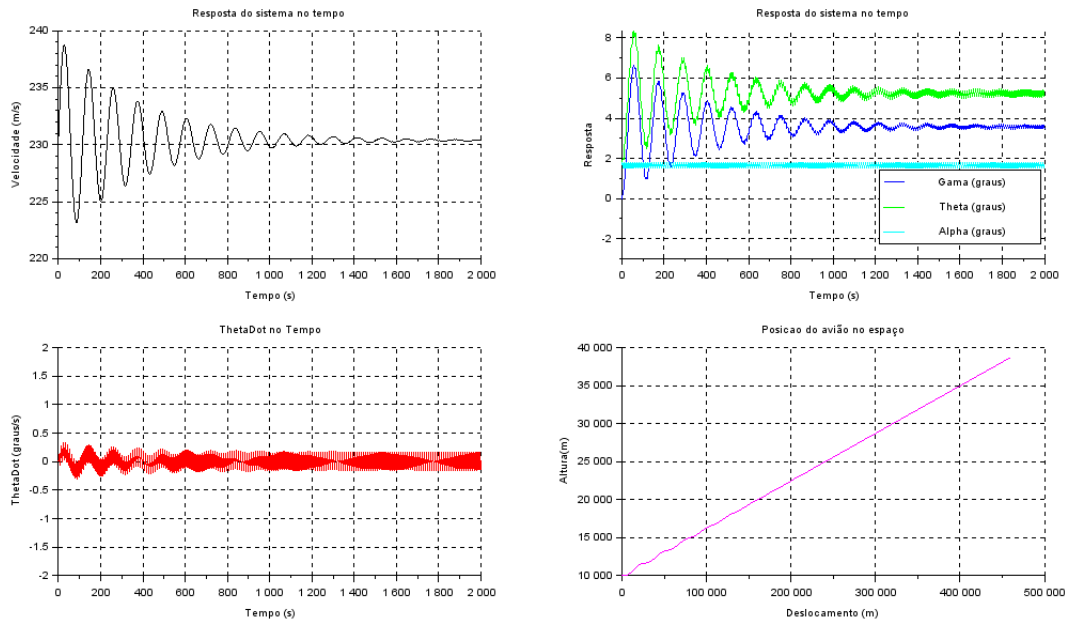


Figura 7.18: Resposta - Entrada senoidal (frequência 0.6Hz) de 1° no ângulo do flap da empenagem

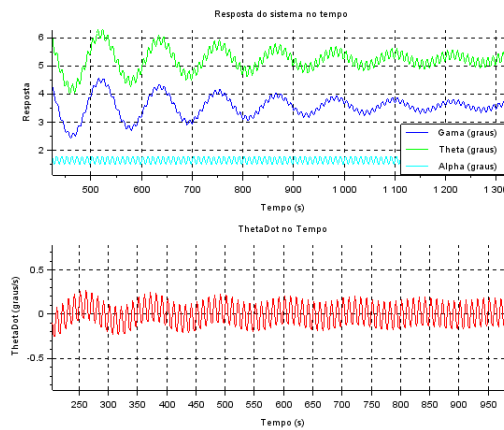


Figura 7.19: Detalhes no gráfico de entrada senoidal (freq. 0.6Hz)

7.4 Comportamento do sistema sujeito a perturbações

Nessa seção são incluídas perturbações externas ao sistema, utilizando o terceiro termo do vetor de entradas, que acrescenta um termo em cada uma das equações diferenciais, cujo valor pode ser controlado pelo operador do código do scilab.

7.4.1 Perturbação no termo $m\dot{V}$

Esse termo representa a influência de uma perturbação na aceleração do avião. Uma rajada de vento vindo da cauda do avião, por exemplo, produziria uma aceleração positiva

na aeronave.

7.4.1.1 Perturbação em pulso

Para esse caso foi usado como entrada dois pulsos, de mesmo módulo (3000N), mas sinais contrários, o primeiro começando em $t = 100\text{s}$ e o segundo em $t = 1100\text{s}$, ambos de duração 300s. Abaixo seguem gráficos ilustrando a entrada, as saídas e a trajetória desempenhada pela aeronave.

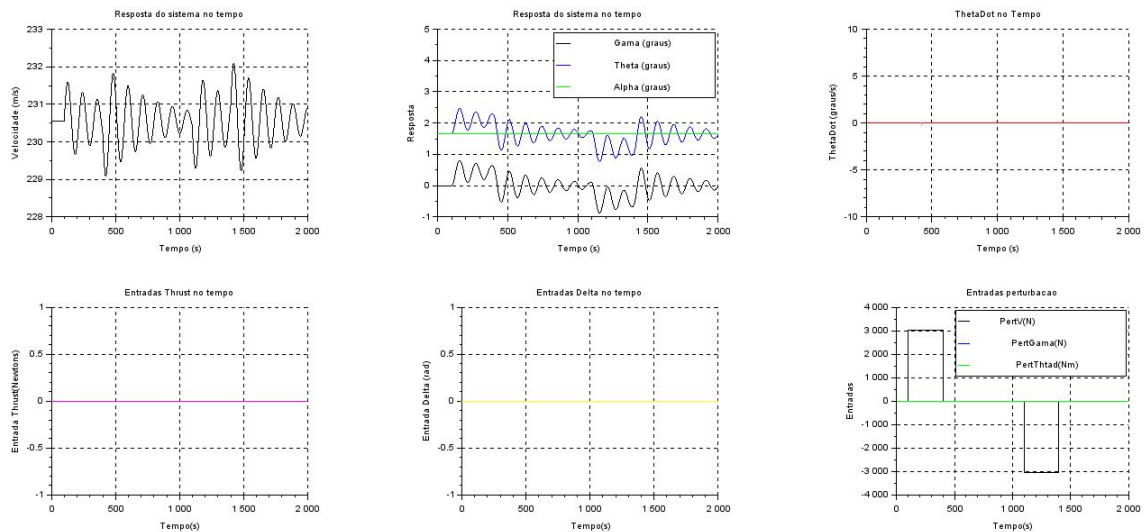


Figura 7.20: Resposta a perturbações em pulso

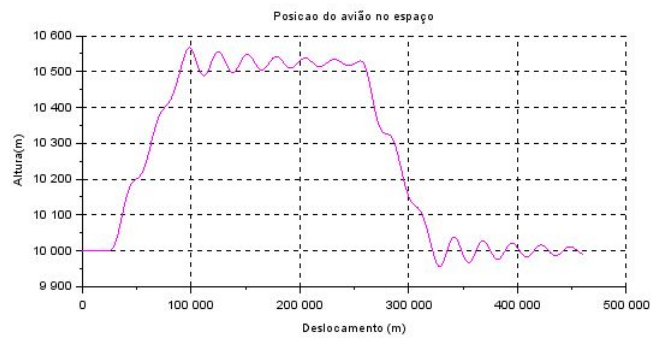


Figura 7.21: Trajetória com perturbações em pulso

O primeiro conjunto de gráficos ilustra a resposta oscilatória do sistema, fica claro que quando o primeiro pulso deixa de atuar, o sistema tende a diminuir seu caráter oscilatório, até o início do segundo pulso, quando este caráter é retomado.

Percebe-se a simetria da resposta do sistema, ou seja, para o primeiro pulso, inicialmente a velocidade aumenta e o ângulo de trajetória fica positivo, ao passo que para o

segundo, a velocidade inicialmente diminui e o ângulo de trajetória fica negativo.

Em relação ao segundo gráfico, percebe-se que enquanto os pulsos atuam, o avião sobe ou desce, e quando eles não atuam, o avião mantém sua altura (sempre com uma oscilação, que vai sendo amortecida quando não há aplicação dos pulsos).

Como nesse caso os pulsos tem mesmo módulo e duração, o avião retorna para sua altura inicial, entretanto se o módulo ou a duração do primeiro fossem maiores, a altura final seria maior que a inicial.

7.4.2 Perturbação no termo $mV\dot{\gamma}$

Esse termo representa a influência de uma perturbação na variação do ângulo de trajetória do avião, em outras palavras, a influência de uma perturbação na trajetória desenvolvida pelo avião. Ele pode ser usado para modelar uma rajada de vento que atua brevemente, mas é suficiente para provocar uma mudança na trajetória do avião, que então teria que ser compensada por uma entrada de controle, como uma variação no ângulo do flap da empenagem, de forma a garantir que a aeronave mantenha a rota planejada.

7.4.2.1 Perturbação em pulso

Foi realizada uma simulação análoga à realizada para a perturbação em $m\dot{V}$, com mesmo módulo, duração e caráter dos pulsos, de forma a avaliar as diferenças. Abaixo seguem os gráficos, apresentados na mesma configuração do caso anterior:

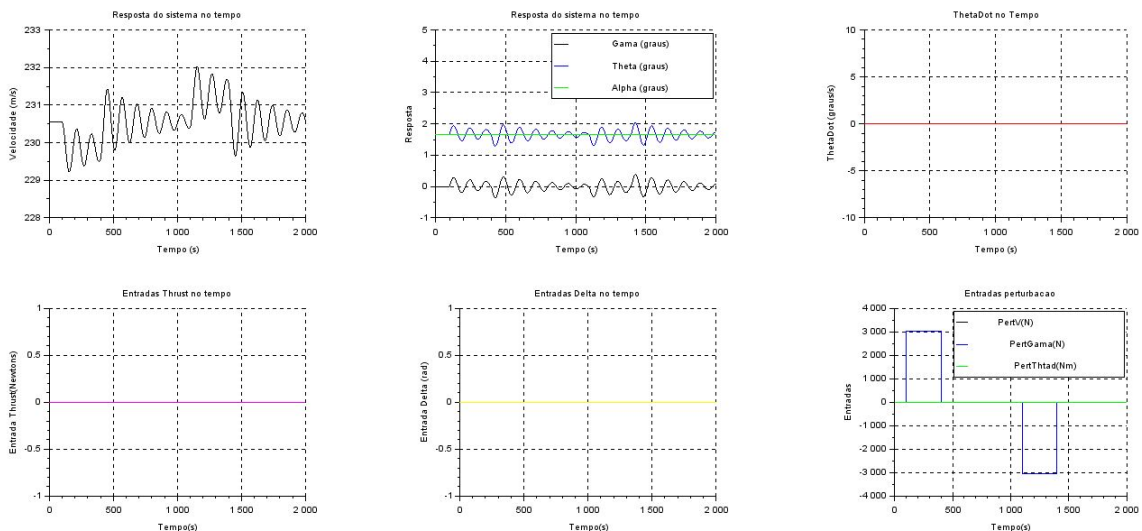


Figura 7.22: Resposta a perturbações em pulso

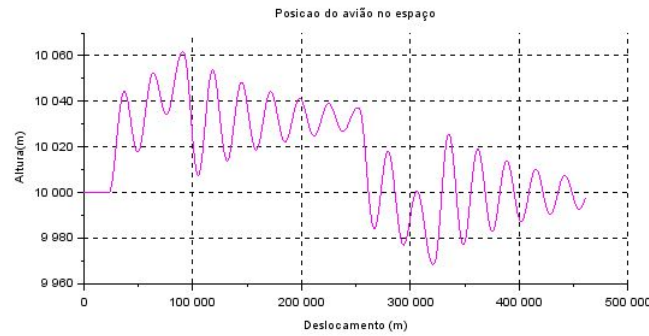


Figura 7.23: Trajetória com perturbações em pulso

A principal diferença constatada é no γ , que oscila com um módulo bem menor, dessa forma as variações nas alturas são bem menores do que no caso anterior

7.4.3 Perturbação no termo $I\ddot{\theta}$

Esse termo é semelhante ao anterior, entretanto ele provoca uma aceleração rotacional no ângulo de arfagem do avião.

Entretanto como $\ddot{\theta}$ está multiplicado por I , que é grande, o módulo desta perturbação deve ser maior do que o usado nos casos anteriores, além disso esse termo é um momento e não uma força. Para ser possível traçar uma relação com os casos anteriores, foi realizada uma análise da ordem de grandeza que esse termo de perturbação deveria ter: Para isso adotou-se uma força de mesmo módulo dos casos anteriores (3kN), aplicada com um braço de 20 metros (aproximadamente a distância do CG até a empenagem), resultando num momento de intensidade 60kNm, que será usada no próximo caso.

7.4.3.1 Perturbação em pulso

Os gráficos da simulação com 2 pulsos de intensidade 60kNm são apresentados abaixo:

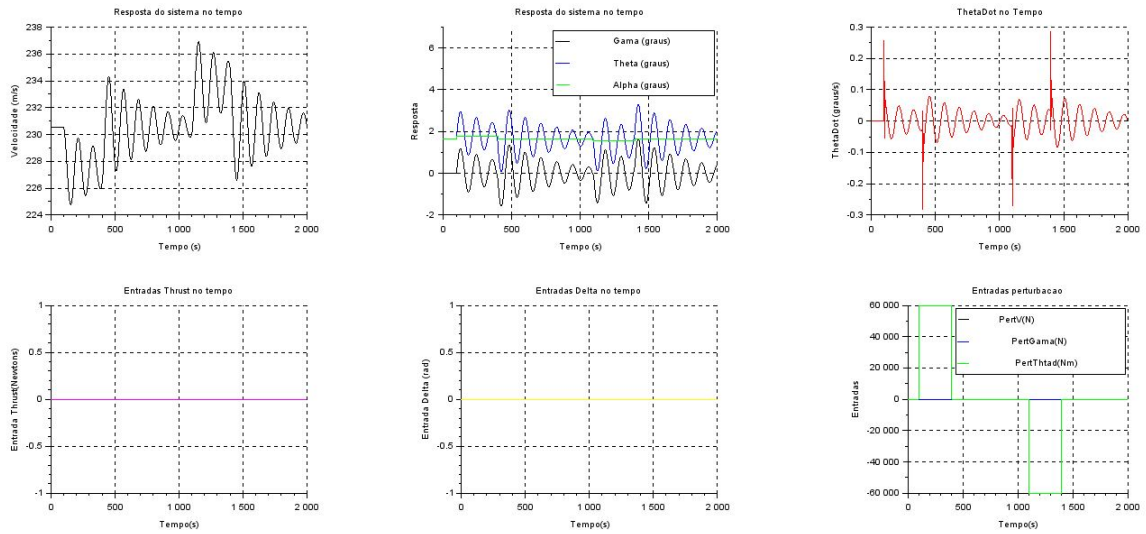


Figura 7.24: Resposta a perturbações em pulso

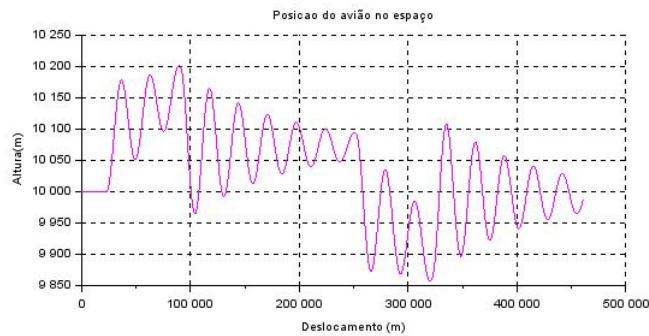


Figura 7.25: Trajetória com perturbações em pulso

Essa perturbação provoca uma alteração semelhante ao caso anterior, com uma variação de altitude pequena, entretanto observa-se que $\dot{\theta}$ oscila em maior magnitude (era da ordem de 0.01 no caso anterior, e nesse é aproximadamente 10x maior)

7.4.4 Perturbação senoidal conjunta

Por fim foi realizada uma perturbação senoidal (com período de 10s), com os 3 termos, com os mesmos módulos utilizados nos itens anteriores. A resposta é apresentada a seguir.

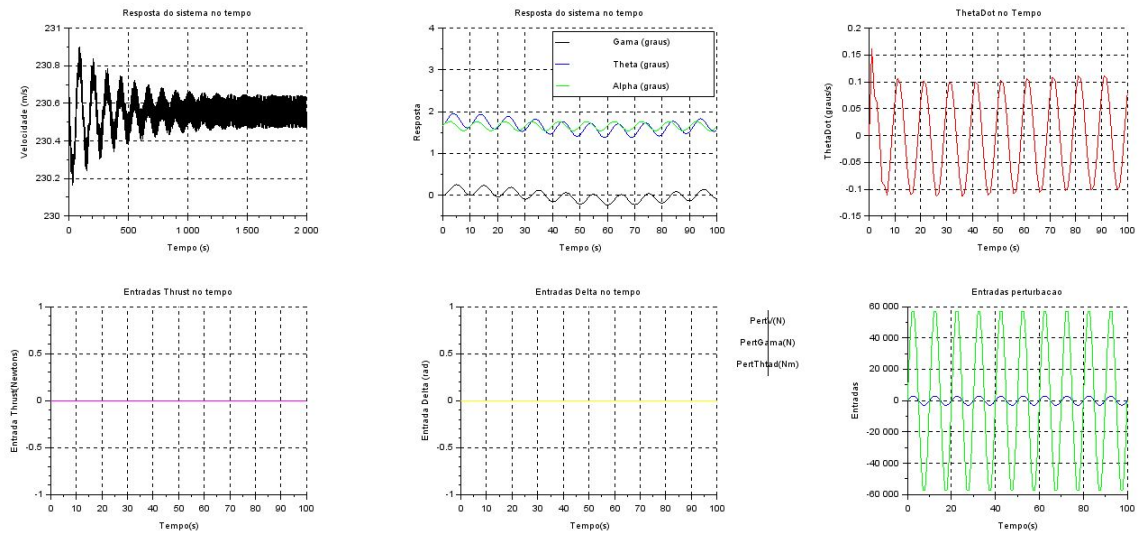


Figura 7.26: Resposta a perturbações senoidal

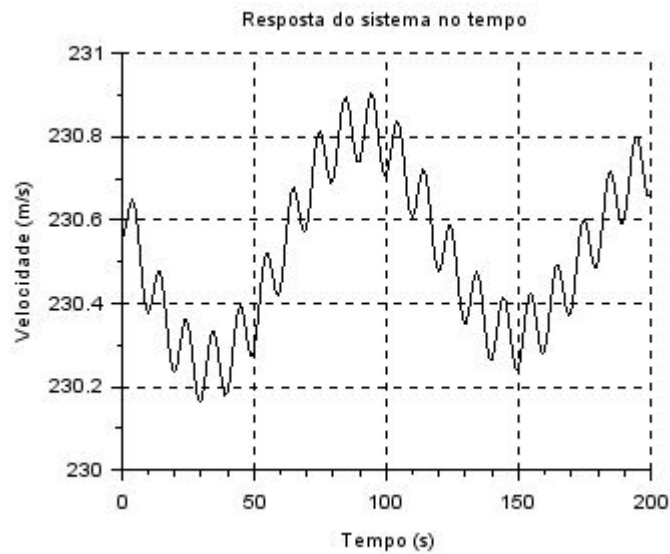


Figura 7.27: Detalhe do gráfico de velocidade para perturbação senoidal

Pode-se perceber duas frequências atuando, assim como no caso das entradas senoidais, uma delas referente ao próprio sistema (frequência menor), que fica clara no gráfico da velocidade, onde o eixo x vai até 2000s, e outra referente à frequência da perturbação, que é detalhada no segundo gráfico e nos gráficos dos ângulos. Para esse tipo de entrada percebe-se que o sistema oscila em torno da sua condição de equilíbrio, mantendo assim sua trajetória.

7.5 Combinações de Entradas e condições iniciais

Nesta seção buscou-se estudar o comportamento do sistema sujeito a combinação de entradas e condições iniciais. Serão utilizadas, simultaneamente, as mesmas condições iniciais tratadas no tópico 7.2, com entradas de cruzeiro, e, posteriormente, serão aplicadas, ao mesmo tempo, as entradas de empuxo e de ângulo de flap tratadas no tópico 7.3.3 (entradas degrau).

7.5.1 Condições Iniciais combinadas

Acrescentando 5m/s na velocidade inicial, 2° nos ângulos de arfagem e de trajetória iniciais, e 28.7°/s (0.5rad/s) na derivada do ângulo de arfagem, obtém-se a resposta a seguir.

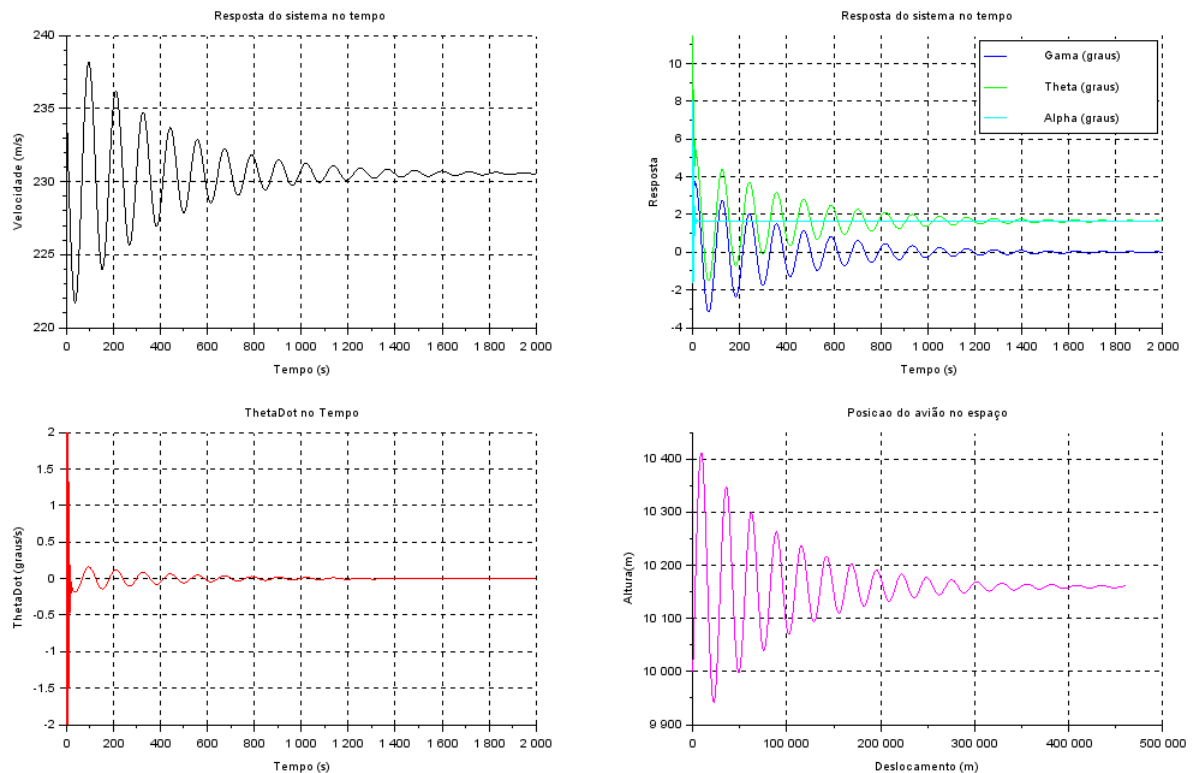


Figura 7.28: Resposta à combinação das condições iniciais

7.5.2 Entradas Combinadas

Aplicando uma entrada degrau de 3000N acrescidos ao empuxo de cruzeiro, e 1° acrescido ao ângulo de elevador, também na condição de cruzeiro, com condições iniciais de referência, obtém-se a resposta abaixo.

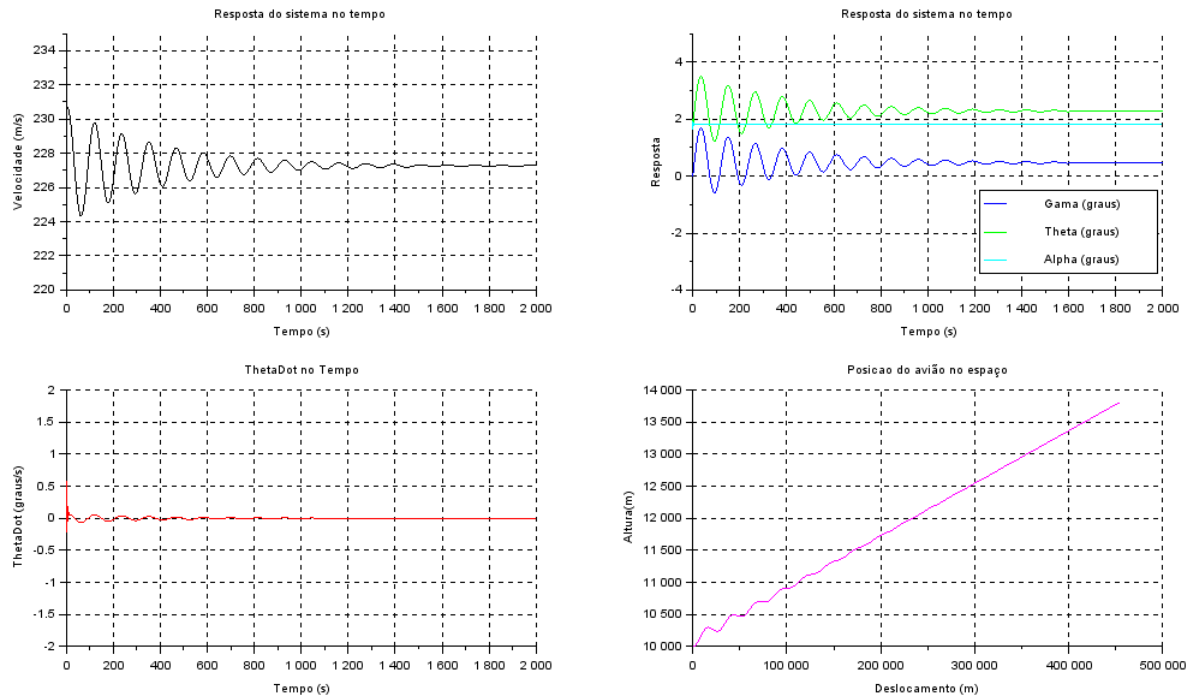


Figura 7.29: Resposta à combinação das entradas

Nota-se que, tanto a combinação de condições iniciais, como a combinação de entradas, gera respostas que representam a combinação linear dos respectivos casos isolados. Esse fato foi constatado para todas as variáveis plotadas, e, como exemplo, são apresentados a seguir os gráficos comparando o somatório das velocidades obtidas nos casos isolados ($[\sum V_i - V_{cz}] + V_{cz}$) e o caso simultâneo, mostrando que, de fato, são iguais.

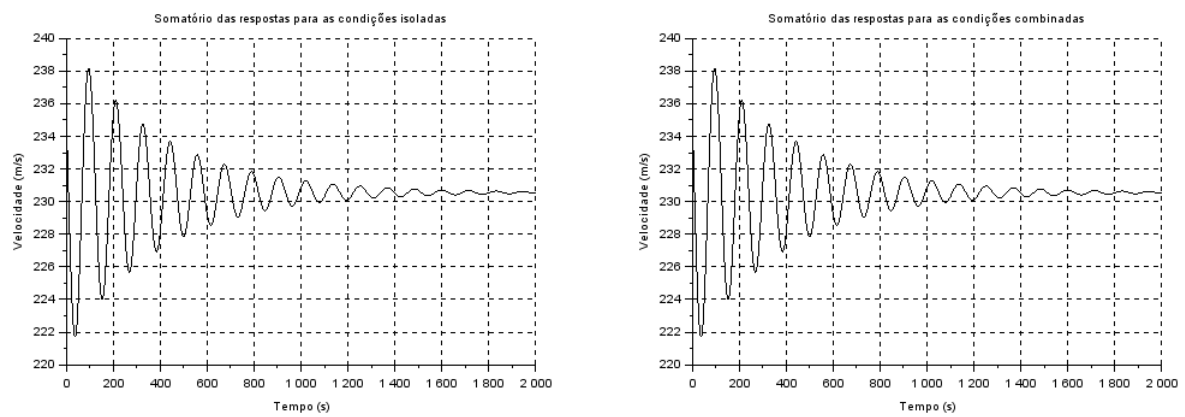


Figura 7.30: Comparação entre a Velocidade para a combinação de condições iniciais e o somatório dos respectivos casos isolados

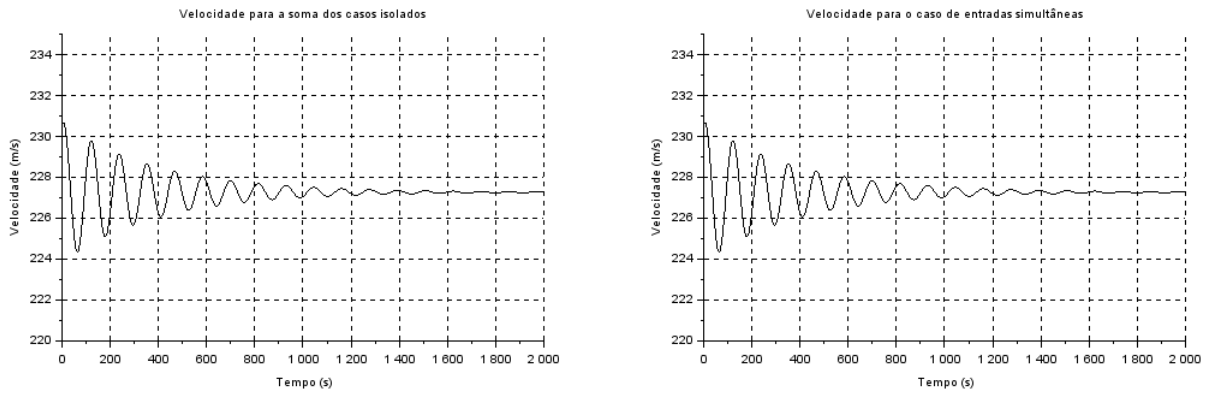


Figura 7.31: Comparação entre a Velocidade para a combinação de entradas e o somatório dos respectivos casos isolados

7.6 Comparação com o modelo não linear

Para efeitos de comparação e validação do modelo linearizado, foi criado também o modelo não linear, simulado a partir das equações diferenciais do sistema, com o comando *ode* do Scilab. Os gráficos abaixo ilustram esta comparação, com a simulação de um caso de entradas $T = 1.1 \cdot T_{cz}$, $\delta = -0.02 + \delta_{equilíbrio}$, perturbações nulas, e condições iniciais de equilíbrio.

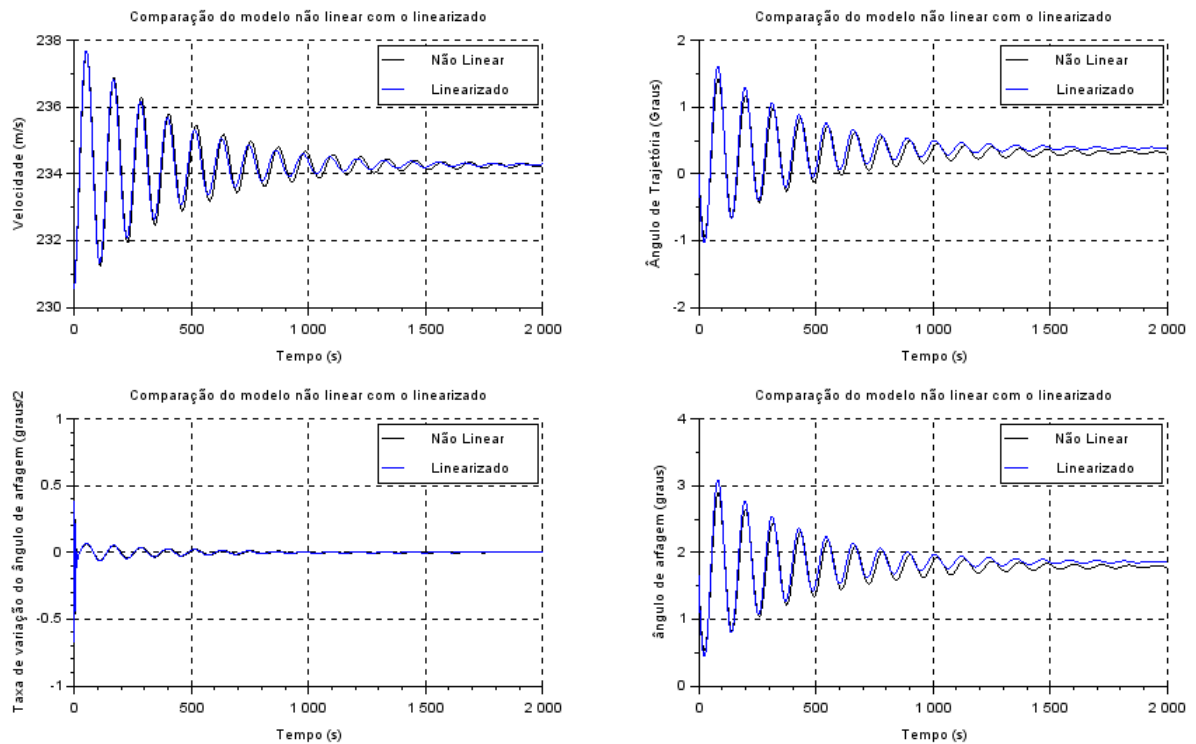


Figura 7.32: Comparação entre o modelo linearizado e o não linear

Nota-se que ambas as linhas coincidem relativamente bem, com algumas pequenas

divergências possivelmente causadas por erros numéricos. De um modo geral, pode-se dizer que o modelo linearizado é uma boa aproximação do modelo não linear, dentro da faixa de valores apresentada para as variáveis e entradas. Aumentando os valores das entradas, as respostas vão gradativamente apresentando uma maior divergência, o que é esperado de uma aproximação por séries de Taylor até a segunda ordem.

8 CONCLUSÃO

O trabalho tinha como objetivo a simulação de um movimento longitudinal de uma aeronave E-195, em equilíbrio em torno de cruzeiro, variando entradas, condições iniciais e perturbações.

Para isso foram realizadas simplificações (como ângulo da força propulsora alinhada com linha de centro do avião). e hipóteses (como movimento no plano XZ), de forma a facilitar a realização do trabalho, sem prejudicar a fidelidade dos resultados.

Foram encontrados dados da aeronave e da sua condição de cruzeiro e alguns parâmetros foram estimados com base nos dados disponíveis e, com estes, foi possível linearizar o sistema, escrevê-lo no espaço de estados, realizar simulações variando alguns parâmetros e analisar sua estabilidade.

Para validar o modelo linearizado, este também foi comparado com o sistema não linearizado, e constatou-se resultados muito semelhantes para condições próximas à de cruzeiro.

Das simulações realizadas constatou-se que o sistema é estável, entretanto em geral leva um tempo considerável para retornar à condição de cruzeiro ao sofrer uma perturbação (que caso seja mantida, o avião encontra uma nova posição de equilíbrio), provocando alterações significativas na sua trajetória. Dessa forma, fica evidente a necessidade de um sistema de controle para a manutenção da rota em caso de perturbações, em particular perturbações de longa duração e aleatórias.

REFERÊNCIAS

- [1] HULL, D. G. *Fundamentals of Airplane Flight Mechanics*. New York, USA: Springer, 2007. ISBN 10 3-540-46571-5.
- [2] AHMED, U. 3-dof longitudinal flight simulation modeling and design using matlab/simulink. *Ryerson University*, Toronto, Ontario, Canada, 2012. Disponível em: <<https://digital.library.ryerson.ca/islandora/object/RULAem>>: 01/10/2020.
- [3] ROSADO, M. C. E. . V. O. G. Estabilidade dinamica de uma aeronave radio-controlada. *Revista Ciências Exatas*, 2017.
- [4] EMBRAER. *APM-1997*. 11. ed. [S.l.]: EMBRAER S.A., 2015.
- [5] AIRBUS. *Getting to Grips with Aircraft Performance*. [S.l.]: AIRBUS S.A.S., 2002.
- [6] AIRFOIL Tools - NACA 6412 profile. Disponível em: <<http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=naca6412-il>>.
- [7] LAN, J. R. . C.-T. E. *Airplane Aerodynamics and Performance*. [S.l.]: DAR Corporation, 1997. ISBN 1-884885-44-6.
- [8] COOK, M. V. *Flight Dynamics Principles*. 2nd. ed. [S.l.]: Elsevier, 2007. Oxford, UK. ISBN 978-0-7506-6927-6.
- [9] NELSON, R. C. *Flight Stability and Automatic Control*. 2nd. ed. Boston, Massachusetts, USA: McGraw-Hill, 1998. ISBN 0-07-046273-9.
- [10] YEDAVALLI, R. K. *Flight Dynamics and Control of Aero and Space Vehicles*. New Jersey, USA: Wiley, 2020. ISBN 9781118934432.

APÊNDICE A – APÊNDICES

A.1 Derivadas parciais de forças e momentos aerodinâmicos

Para facilitar a transcrição das equações no cálculo das derivadas parciais das forças aerodinâmicas foi usada a definição de Pressão dinâmica, bem como sua derivada em relação à velocidade (ambos calculadas na condição de cruzeiro), apresentadas a seguir:

$$P_d = \frac{\rho V_{cz}^2}{2} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial P_d}{\partial V} = \rho V_{cz} \quad (\text{A.2})$$

Nas equações abaixo, os coeficientes aerodinâmicos foram calculados para as condições de equilíbrio, ou seja, $\alpha = \alpha_{cz}$ e $\delta = \delta_{cz}$

Derivadas parciais do arrasto da asa:

$$\frac{\partial D_a}{\partial V} = \frac{\partial P_d}{\partial V} A_a c_{da} \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial D_a}{\partial \gamma} = P_d A_a \left(\frac{-c_{l\alpha a}^2 (2\theta - 2\gamma) - 2c_{l\alpha a} c_{l0a}}{\pi A R_a e_a} \right) \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial D_a}{\partial \theta} = P_d A_a \left(\frac{c_{l\alpha a}^2 (2\theta - 2\gamma) + 2c_{l\alpha a} c_{l0a}}{\pi A R_a e_a} \right) \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial D_a}{\partial \delta} = 0 \quad (\text{A.6})$$

Derivadas parciais do arrasto da empenagem:

$$\frac{\partial D_e}{\partial V} = \frac{\partial P_d}{\partial V} A_e c_{de} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial D_e}{\partial \gamma} = P_d A_e \left(\frac{-c_{l\alpha e}^2 (2\theta - 2\gamma) + 2c_{l\alpha e} c_{l0e} + 2c_{l\alpha e} c_{l\delta e} \delta_{equilíbrio}}{\pi A R_e c_e} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial D_e}{\partial \theta} = P_d A_e \left(\frac{c_{l\alpha e}^2 (+2\theta - 2\gamma) - 2c_{l\alpha e} c_{l0e} - 2c_{l\alpha e} c_{l\delta e} \delta_{equilíbrio}}{\pi A R_e c_e} \right) \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial D_e}{\partial \delta} = P_d A_e (2c_{l0e} c_{l\delta e} - 2c_{l\alpha e} c_{l\delta e} (+2\theta - 2\gamma) + 2c_{l\delta e} \delta_{equilíbrio}) \quad (\text{A.10})$$

Derivadas parciais da sustentação da asa:

$$\frac{\partial L_a}{\partial V} = \frac{\partial P_d}{\partial V} A_a c_{la} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial L_a}{\partial \gamma} = -P_d A_a c_{l\alpha a} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial L_a}{\partial \theta} = P_d A_a c_{l\alpha a} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial L_a}{\partial \delta} = 0 \quad (\text{A.14})$$

Derivadas parciais da sustentação da empenagem:

$$\frac{\partial L_e}{\partial V} = \frac{\partial P_d}{\partial V} A_e c_{le} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial \gamma} = -P_d A_e c_{l\alpha e} \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial \theta} = P_d A_e c_{l\alpha e} \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial \delta} = P_d A_e c_{l\delta e} \quad (\text{A.18})$$

Derivadas parciais do momento da asa:

$$\frac{\partial M_a}{\partial V} = \frac{\partial P_d}{\partial V} A_a c_a c_{ma} \quad (\text{A.19})$$

Derivadas parciais do momento da empenagem:

$$\frac{\partial M_e}{\partial V} = \frac{\partial P_d}{\partial V} A_e c_e c_{me} \quad (\text{A.20})$$

A.2 Tabela com parâmetros do avião usados para as simulações

Parâmetro	Valor	Unidade	Parâmetro	Valor	Unidade
x_e	-19	m	x_a	-0.5	m
m	50000	kg	I	2157603	kgm^2
A_e	26	m^2	A_a	92.5	m^2
AR_e	5.6	(-)	AR_a	8	(-)
c_e	2.24	m	c_a	3.57	m
e_e	1	(-)	e_a	1	(-)
V_{cz}	830	km/h	T_{cz}	30415	N
α_{cz}	0.028	rad	δ_{cz}	-0.16	rad
c_{l0a}	0.358	(-)	c_{d0a}	0.0175	(-)
$c_{l\alpha a}$	5.04	(-)	c_{d0e}	0.008	(-)
$c_{l\alpha e}$	-0.358	(-)	c_{d0fus}	0.1	(-)
$c_{l\alpha e}$	5.04	(-)	c_{maca}	-0.05	(-)
$c_{l\delta e}$	-0.876	(-)	c_{mace}	0.05	(-)

A.3 Código scilab

```
clear
xdel( winsid() ) // Fecha janelas grficas

xe = -19 // distancia do CG ate a empenagem em metros (negativo porque para
          trs), tirado do desenho em planta
xa = -0.5 // distancia do CG ate a asa em metros (negativo porque para trs),
          tirado do desenho em planta
```

```

m = 50000 // massa da aeronave em kg, tirado do paper
Aa = 92.5 // area de referencia da asa em m, tirado do paper
ARa = 8 // Aspect Ratio da asa, tirado do paper
Ae = 26 // area de referencia da empenagem em m, tirado do paper
ARe = 5.6 // Aspect Ratio da empenagem, calculado no XFLR5
Vcz = 830/3.6 // Velocidade de cruzeiro tirada da wikipedia, convertida de
    km/h para m/s
h = 10000 // Altura de cruzeiro em metros, estimada com base na altura mxima
    tirada de diversas fontes
ea = 1 // Fator de correo de Oswald da asa
ee = 1 // Fator de correo de Oswald da empenagem

I = 2157603 // Inrcia do avio em kg*m estimada no CAD
g = 9.8 // aceleracao da gravidade ao nvel do mar em m/s
ca = 3.57 // corda mdia da asa em metros, calculada no XFLR5
ce = 2.24 // corda mdia da empenagem em metros, calculada no XFLR5
W = m*g // Peso da aeronave em Newtons
//Vmax = 890/3.6 // km/h -> m/s

//Calculando rho do ar, com dados e frmula tirada do PPT

rho0 = 1.225 // Densidade do ar no nvel do mar em kg/m
lambda = -6.5/1000 // Constante que entra na equao em K/m
R = 287 // Constante universal dos gases em J/kgK
T0 = 288.15 // Temperatura de referncia em K
rho = rho0*(1+lambda*h/T0)^(-(g/(lambda*R))-1) // Densidade do ar na altura em
    cruzeiro em kg/m

//Thrust maximo (82.3kN tirado da General Electric)
Tmax = 2*82.3*10^3*rho/rho0 // N corrigindo pela densidade na altura de
    cruzeiro

//Coeficientes aerodinamicos com base nas contas preliminares, foi selecionado
    um perfil NACA, de onde foram tirados os coeficientes do XFLR5 e do
    database AirfoilTools.com

//Cl
cldeltae = -0.876

```

```

cl0a = 0.358
cl0e = -cl0a
clalphaa = 0.088*180/%pi // para ficar em radianos~]
clalphae = clalphaa

//Cd
cd0 = 0.008 // cd0 do perfil de asa
//cd0fus = (Tmax-0.5*rho*cd0*Vmax^2*(Aa+Ae))/(0.5*rho*Vmax*Vmax*Af)
cd0fus = 0.1*%pi*3.35*3.35*0.25/Aa //0.1 foi tirado do forum de aviacao para
    area frontal
cd0e = cd0 // cd0 empenagem
cd0a = cd0+cd0fus // cd0 da asa mais a fuselagem

//Cm para o centro aerodinamico (1/4 de corda, conforme calculado no XFLR5)
cmaca = -0.05
cmace = 0.05

//Valores tirados do EES
Tcz = 30415.4924 // Thrust de equilibrio em Newtons
alphacz = 0.0288763294 // angulo de ataque de equilibrio em radianos
deltaequilibrio = -0.157216933 // angulo do elevador na condio de cruzeiro em
    radianos

//Encontrando as matrizes do sistema linear

//Definindo variaves para economizar escrita

sacz = sin(alphacz) // seno do alpha de cruzeiro
cacz = cos(alphacz) // cosseno do alpha de cruzeiro
PdAa = 0.5*rho*Aa*Vcz^2 // Pressao dinamica * Areaa
DPdAa = rho*Aa*Vcz // Derivada da presso dinmica * Aa na velocidade
PdAe = 0.5*rho*Ae*Vcz^2 // Pressao dinamica * Areae
DPdAe = rho*Ae*Vcz // Derivada da presso dinmica * Ae na velocidade
DenCda = %pi*ARa*ea // Denominador do Cda
DenCde = %pi*ARe*ee // Denominador do Cde

//Fazendo derivadas parciais de cada termo, bem como foras e momentos, tudo na
    condio de equilibrio calculada no EES

```

```

// Sustentao Asa
cla = clalphaa*alphacz+cl0a
La = PdAa*cla // Sustentao gerada pela asa em newtons
DLaDv = DPdAa*cla // Derivada de La na velocidade
DLaDgama = -PdAa*clalphaa // Derivada de La em gama
DLaDtheta = PdAa*clalphaa // Derivada de La em theta
DLaDdelta = 0

// Sustentao empenagem
cle = +clalphae*alphacz+cl0e+cldeltae*deltaequilibrio
Le = PdAe*cle // Sustentao gerada pela empenagem em newtons
DLeDv = DPdAe*cle // Derivada de Le na velocidade
DLeDgama = -PdAe*clalphae//talvez sinal errado -> Acho que tava certo //
    Derivada de Le em gama
DLeDtheta = PdAe*clalphae//talvez sinal errado -> Acho que tava certo //
    Derivada de Le em theta
DLeDdelta = PdAe*cldeltae

//Arrasto Asa
cda = cd0a+(cla^2)/DenCda
Da = PdAa*cda // Arrasto gerado pela asa em newtons
DDaDv = DPdAa*cda // Derivada de Da na velocidade
DDaDgama = PdAa*(clalphaa^2*(-2*alphacz)-2*clalphaa*cl0a)/DenCde // Derivada
    de Da em gama
DDaDtheta = PdAa*(clalphaa^2*(2*alphacz)+2*clalphaa*cl0a)/DenCda // Derivada
    de Da em theta
DDaDdelta = 0

//Arrasto empenagem
cde = cd0e+(cle^2)/DenCde
De = PdAe*cde // Arrasto gerado pela empenagem em newtons
DDeDv = DPdAe*cde // Derivada de De na velocidade
DDeDgama =
    PdAe*(clalphae^2*(-2*alphacz)-2*clalphae*cl0e-2*clalphae*cldeltae*deltaequilibrio)/Den
    sinal do termo que multiplica dois cls tenha que inverter -> Acho que
    arrumei// Derivada de Dem em gama

```

```

DDeDtheta =
    PdAe*(clalphae^2*(2*alphacz)+2*clalphae*cl0e+2*clalphae*cldeltae*deltaequilibrio)/DenC
    sinal do termo que multilpica dois cls tenha que inverter -> Acho que
    arrumei // Derivada de De em theta
DDeDdelta = PdAe*(2*cl0e*cldeltae+2*clalphae*cldeltae*alphacz +
    2*(cldeltae^2)*deltaequilibrio)/DenCde

//Momentos
Ma = PdAa*ca*cmaca // Momento gerado pela distribuicao de pressoes na asa em Nm
Me = PdAe*ce*cmace // Momento gerado pela distribuicao de pressoes na
    empenagem em Nm

//Conferindo se derivadas do equilibrio sao nulas

Vdoteq = (Tcz*cacz-Da-De)/m
Gamadoteq = (Tcz*sacz+La+Le-W)/(m*Vcz)
ThetaDDeq = (La*xa*cacz+Le*xe*cacz+Da*xa*sacz+De*xe*sacz+Ma+Me)/I

//Derivadas parciais das equaes

//Velocidade dot
DvdotDv = 1*(-DDaDv-DDeDv)/m
DvdotDgama = 1*(Tcz*sacz-DDaDgama-DDeDgama-W)/m
DvdotDtheta = 1*(-Tcz*sacz-DDaDtheta-DDeDtheta)/m
DvdotDT = cacz/m
DvdotDdelta = 1*(-DDeDdelta)/m

//Gama dot
DgamadotDv = ((1*(DLaDv+DLeDv)*(m*Vcz))-m*(Tcz*sacz+La+Le-W))/((m*Vcz)^2)
DgamadotDgama = 1*(-Tcz*cacz+DLaDgama+DLeDgama)/(m*Vcz)
DgamadotDtheta = 1*(Tcz*cacz+DLaDtheta+DLeDtheta)/(m*Vcz)
DgamadotDT = sacz/(m*Vcz)
DgamadotDdelta = 1*(DLeDdelta)/(m*Vcz)

//Theta dot dot
DthetaddDv =
    1*(DLaDv*xa*cacz+DLeDv*xe*cacz+DDaDv*xa*sacz+DDeDv*xe*sacz+DPdAa*ca*cmaca+DPdAe*ce*cmaca

```

```

DthetaddDgama =
    1*(DLaDgama*xa*cacz+La*xa*sacz+DLeDgama*xe*cacz+Le*xe*sacz+DDaDgama*xa*sacz-Da*xa*cacz
DthetaddDtheta =
    1*(DLaDtheta*xa*cacz-La*xa*sacz+DLeDtheta*xe*cacz-Le*xe*sacz+DDaDtheta*xa*sacz+Da*xa*c
DthetaddDT = 0
DthetaddDdelta = 1*(DLeDdelta*xe*cacz+DDeDdelta*xe*sacz)/I

//Montando o espaco de estados, fazendo x1 = V-Vcz, x2 = Gama, x3 = thetadot,
    x4 = theta-thetaeq, u1 = T - Tcz, u2 = delta - deltaequilibrio

//Modulos das perturbacoes
PertV = Tcz*0.1 // Forca em Newtons
PertGama = Tcz*0.1 // Forca em Newtons
PertThetad = 60000 // Momento em Nm

A =
    [DvdotDv,DvdotDgama,0,DvdotDtheta;DgamadotDv,DgamadotDgama,0,DgamadotDtheta;DthetaddDv
B = [DvdotDT, DvdotDdelta,
    PertV/m;DgamadotDT,DgamadotDdelta,PertGama/(m*Vcz);DthetaddDT,DthetaddDdelta,PertThetad
C = [1,0,0,0;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1]
D = [0,0,0;0,0,0;0,0,0;0,0,0]

//Montando EE
aviao=syslin('c',A,B,C,D)

//Diagrama de polos e zeros
//scf()
//plzr(aviao)

tf = 2000
//Simulando
p=1 // passo de integracao
t=0:p:tf // discretizando o vetor de tempo

//Entradas
EntradaT = ones(1,length(t))*0
//EntradaT(1,100:500) = Tmax-Tcz //Pulso
EntradaDelta = ones(1,length(t))*0

```



```

//seno
/*for i = 1:length(t)
    EntradaDelta(1,i) = sin(2*%pi*9/1000*t(i))*1*%pi/180
end
*/

EntradaPert = zeros(1,length(t)) // inicializando

//EntradaPert em pulsos
InicioEntradaP = [100,1100] // em segundos
FimEntradaP = [400,1400] // em segundos
SinalEntradaP = [0,0]
for i = 1:length(InicioEntradaP)
    EntradaPert(1,InicioEntradaP(i)/p:FimEntradaP(i)/p) = SinalEntradaP(i)
end

//EntradaPert em seno
//for i = 1:length(t)
//    EntradaPert(1,i) = sin(2*%pi*1/10*t(i))
//end

udegrau=[EntradaT;EntradaDelta;EntradaPert] // Vetor de entradas
V0 = 0 // V-Vcz
Gamma0 = 0*%pi/180 // Gamma
ThetaDot0 = 0 // ThetaDot
Theta0 = 0*%pi/180 // Theta-ThetaEquil (theta-alphacz)

x0 = [V0;Gamma0;ThetaDot0;Theta0] //CIs

// Simulando
[yc,xc]=csim(udegrau,t,aviao,x0)
Velocidade = xc(1,:) + Vcz
Gama = xc(2,:)
Thetadot = xc(3,:)
Theta = xc(4,:) + alphacz
Alpha = Theta - Gama

```

```

//Calculando posicoes
Z(1,1)=h
X(1,1)=0
for i = 1:length(t)-1
    Z(:,i+1) = Z(:,i) + p*Velocidade(i)*sin(Gama(i))
    X(:,i+1) = X(:,i) + p*Velocidade(i)*cos(Gama(i))
end
Vnorm = (Velocidade-Vcz)/(Velocidade(length(t))-Vcz)
//Plotando graficos
/*scf(99) // Grafico de velocidade normalizada
plot2d(t,(Velocidade-Vcz)/(Velocidade(length(t))-Vcz),1,rect=[0,0,2000,2])
T=list("Resposta do sistema no tempo","Tempo (s)","Variao da velocidade
    normalizada em relao de cruzeiro","V^*")
xlabel(T(1),T(2),T(3))
xgrid()*/

scf(0)// Variaveis do sistema e trajetoria
subplot(221)
plot2d(t,(Velocidade),1)//,rect=[0,230,200,240])
T=list("Resposta do sistema no tempo","Tempo (s)","Velocidade
    (m/s)","Velocidade")
xlabel(T(1),T(2),T(3))
xgrid()

subplot(222)
plot2d(t,Gama*180/%pi,2)//,rect=[0,-5,1000,7])
plot2d(t,Theta*180/%pi,3)
plot2d(t,Alpha*180/%pi,4)
T=list("Resposta do sistema no tempo","Tempo (s)","Resposta", "Gama (graus)",
    "Theta (graus)","Alpha (graus)");
xlabel(T(1),T(2),T(3))
legends([T(4),T(5),T(6)], [2,3,4],1);
xgrid()

subplot(223)
plot2d(t,Thetadot*180/%pi,5,rect=[0,-10,1000,10])
T=list("ThetaDot no Tempo","Tempo (s)","ThetaDot (graus/s)");
xlabel(T(1),T(2),T(3))

```

```

xgrid()

subplot(224)
plot2d(X,Z,6)//,rect=[0,9900,300000,12400])
xlabel("Posicao do avio no espao","Deslocamento (m)","Altura(m)")
xgrid()

scf(1) // Variaveis do sistema e entradas
subplot(231)
plot2d(t,Velocidade,1)//,rect=[0,214,2000,247])
T=list("Resposta do sistema no tempo","Tempo (s)","Velocidade
      (m/s)","Velocidade")
xlabel(T(1),T(2),T(3))
xgrid()

subplot(232)
plot2d(t,Gama*180/%pi,1,rect=[0,-2,2000,7])
plot2d(t,Theta*180/%pi,2)
plot2d(t,Alpha*180/%pi,3)
T=list("Resposta do sistema no tempo","Tempo (s)","Resposta", "Gama (graus)",
      "Theta (graus)","Alpha (graus)");
xlabel(T(1),T(2),T(3))
legends([T(4),T(5),T(6)], [1,2,3],1);
xgrid()

subplot(233)
plot2d(t,Thetadot*180/%pi,5)//,rect=[0,-10,2000,10])
T=list("ThetaDot no Tempo","Tempo (s)","ThetaDot (graus/s)");
xlabel(T(1),T(2),T(3))
xgrid()

subplot(234)
plot2d(t,EntradaT,6)
T=list("Entradas Thrust no tempo","Tempo(s)","Entrada Thrust(Newtons)");
xlabel(T(1),T(2),T(3))
xgrid()

subplot(235)

```

```

plot2d(t,EntradaDelta*180/%pi,7)
T=list("Entradas Delta no tempo","Tempo(s)","Entrada Delta (rad)");
xtitle(T(1),T(2),T(3))
xgrid()

subplot(236)
plot2d(t,EntradaPert*PertV,1,rect=[0,-4000,2000,9000])
plot2d(t,EntradaPert*PertGama,2)
plot2d(t,EntradaPert*PertThetad,3)
T=list("Entradas perturbacao","Tempo(s)","Entradas", "PertV(N)",
      "PertGama(N)", "PertThetad(Nm)");
xtitle(T(1),T(2),T(3))
legends([T(4),T(5),T(6)], [1,2,3],1);
xgrid()

/*scf(2) // Posicoes do sistema linearizado no tempo
subplot(221)
plot2d(t,Z,1,rect=[0,9900,2000,10400])
xtitle("Altura do avio ao longo do tempo","Tempo (s)","Altura (m)")
xgrid()

subplot(222)
plot2d(t,X,1,rect=[0,0,2000,300000])
xtitle("Posicao longitudinal do avio ao longo do tempo","Tempo
      (s)","Deslocamento (m)")
xgrid()

subplot(223)
plot2d(X,Z,1,rect=[0,9900,300000,10400])
xtitle("Posicao do avio no espao","Deslocamento (m)","Altura(m)")
xgrid()
*/

// Soluo do sistema no linear
//x1 = V, x2 = Gamma, x3 = thetadot, x4 = theta, u1 = T, u2 = delta
function xdot = Sistema(t,x)
    //Vetor com entradas
    u = [EntradaT(1)+Tcz;EntradaDelta(1)+deltaequilibrio]

```

```

//Parmetros que sero usados nos clculos a seguir
alpha = x(4)-x(2) //ngulo de ataque
cla = cl0a + clalphaa*alpha //Coeficiente de sustentao da asa
cle = cl0e + clalphae*alpha + (cldeltae)*u(2) //Coeficiente de sustentao
da empenagem + elevador
cda = cd0a + (cla^2)/(%pi*ARa*ea) // coeficiente de arrasto da asa
cde = cd0e + (cle^2)/(%pi*ARe*ee) // coeficiente de arrasto da empenagem

La = rho*Aa*x(1)^2*cla/2 // Fora de sustentao da asa
Le = rho*Ae*x(1)^2*cle/2 // Fora de sustentao da empenagem + elevador
Da = rho*Aa*x(1)^2*cda/2 // Fora de arrasto da asa
De = rho*Ae*x(1)^2*cde/2 // Fora de arrasto da empenagem
Ma = rho*Aa*x(1)^2*cmaca*ca/2 // Momento gerado pela asa em seu centro
Me = rho*Ae*x(1)^2*cmace*ce/2 // Momento gerado pela empenagem em seu
centro

// Equaes diferenciais do sistema
xdot(1) = (u(1)*cos(alpha)-Da-De-W*sin(x(2)))/m //Vdot
xdot(2) = (u(1)*sin(alpha)+La+Le-W*cos(x(2)))/(m*x(1)) //GammaDot
xdot(3) =
    (La*xa*cos(alpha)+Le*xe*cos(alpha)+Da*xa*sin(alpha)+De*xe*sin(alpha)+Ma+Me)/I
//ThetaDotDot
xdot(4) = x(3) //ThetaDot
endfunction

// Condiies iniciais
y0 = [Vcz+V0;Gamma0;ThetaDot0;alphacz+Theta0]
// Simulao das equaes diferenciais
NaoLinear = ode(y0,0,t,Sistema)

// Clculo dos deslocamentos
Z_NaoLinear(1,1)=h //Deslocamento vertical
X_NaoLinear(1,1)=0 //Deslocamento horizontal
for i = 1:length(t)-1
    Z_NaoLinear(:,i+1) = Z_NaoLinear(:,i) +
        p*NaoLinear(1,i)*sin(NaoLinear(2,i))
    X_NaoLinear(:,i+1) = X_NaoLinear(:,i) +
        p*NaoLinear(1,i)*cos(NaoLinear(2,i))
end

```

```

end

/*
// Gráficos comparando com o sistema linearizado
scf(3) // linear x não linear
subplot(2,2,1)
plot2d(t,NaoLinear(1,:),1,rect = [0,200,500,400])
plot2d(t,Velocidade,2)
xlabel("Comparação do modelo não linear com o linearizado","Tempo (s)","Velocidade (m/s)")
legends(["No Linear","Linearizado"],[1,2],1)
xgrid()
subplot(2,2,2)
plot2d(t,NaoLinear(2,:)*180/%pi,1,rect = [0,-2,500,2])
plot2d(t,Gama*180/%pi,2)
xlabel("Comparação do modelo não linear com o linearizado","Tempo (s)","Ângulo de Trajetória (Graus)")
legends(["No Linear","Linearizado"],[1,2],1)
xgrid()
subplot(2,2,3)
plot2d(t,NaoLinear(3,:)*180/%pi,1,rect = [0,-1,500,1])
plot2d(t,Thetadot*180/%pi,2)
xlabel("Comparação do modelo não linear com o linearizado","Tempo (s)","Taxa de variação do ângulo de arfagem (graus/2)")
legends(["No Linear","Linearizado"],[1,2],1)
xgrid()
subplot(2,2,4)
plot2d(t,NaoLinear(4,:)*180/%pi,rect = [0,0,500,4])
plot2d(t,Theta*180/%pi,2)
xlabel("Comparação do modelo não linear com o linearizado","Tempo (s)","Ângulo de arfagem (graus)")
legends(["No Linear","Linearizado"],[1,2],1)
xgrid()
*/

// Obtenção das funções de transferência e diagramas de Bode
aviao_TF = ss2tf(aviao)

```

```

//Nomenclatura da FT: i_j, onde i a varivel do espao de estados e j a
    entrada
V_T = aviao_TF(1,1)
V_Delta = aviao_TF(1,2)
V_Pert = aviao_TF(1,3)
Gamma_T = aviao_TF(2,1)
Gamma_Delta = aviao_TF(2,2)
Gamma_Pert = aviao_TF(2,3)
ThetaD_T = aviao_TF(3,1)
ThetaD_Delta = aviao_TF(3,2)
ThetaD_Pert = aviao_TF(3,3)
Tehta_T = aviao_TF(4,1)
Tehta_Delta = aviao_TF(4,2)
Tehta_Pert = aviao_TF(4,3)
//Listas para automatizar os plots
TFs = [V_T, V_Delta, V_Pert, Gamma_T, Gamma_Delta, Gamma_Pert, ThetaD_Delta,
    ThetaD_Pert, Tehta_T, Tehta_Delta, Tehta_Pert]
Names = ['V_T', 'V_Delta', 'V_Pert', 'Gamma_T', 'Gamma_Delta', 'Gamma_Pert',
    'ThetaD_Delta', 'ThetaD_Pert', 'Tehta_T', 'Tehta_Delta', 'Tehta_Pert']
//Plotando os diagramas de Bode
scf(5)
for j = 1:6
    subplot(2,3,j)
    bode(TFs(1,j),10^-3,10)
    title(Names(1,j))
end
scf(6)
for j = 7:12
    subplot(2,3,j-6)
    bode(TFs(1,j),10^-3,10)
    title(Names(1,j))
end

//Outra forma de obter FTs
[Ds,NUM,chi] = ss2tf(aviao)
FT = ss2tf(aviao)
Den = chi(1)

```

```

polos = roots(chi(1))

//Critério de Routh
CoeficientesDaEqCarac = coeff(chi(1))
R(1,1) = CoeficientesDaEqCarac(5)
R(2,1) = CoeficientesDaEqCarac(4)
R(1,2) = CoeficientesDaEqCarac(3)
R(2,2) = CoeficientesDaEqCarac(2)
R(1,3) = CoeficientesDaEqCarac(1)
R(2,3) = 0
R(3,1) = (R(2,1)*R(1,2)-R(1,1)*R(2,2))/R(2,1)
R(3,2) = (R(2,1)*R(1,3)-R(1,1)*R(2,3))/R(2,1)
R(3,3) = 0
R(4,1) = (R(3,1)*R(2,2)-R(3,2)*R(2,1))/R(3,1)
R(4,2) = (R(3,1)*R(2,3)-R(3,2)*R(3,3))/R(3,1)
R(5,1) = (R(4,1)*R(3,2)-R(4,2)*R(3,1))/R(4,1)

//Clculo da Matriz de Transio (phi) para t = passo, at n = 4
//GAMMA a matriz que compe o termo forante

phi = eye(A) + A*p + (p^2*A^2)/2 + (p^3*A^3)/6 + (p^4*A^4)/24
GAMMA = A^-1*(phi-eye(A))

// Soluo numrica pela matriz de transio
Transicao(:,1) = x0
u = [EntradaT(1);EntradaDelta(1); 0]
for i = 2:length(t)
    Transicao(:,i) = phi*Transicao(:,i-1) + GAMMA*B*u
end

scf()//Comparacao do linear com o metodo usando matriz de transicao
subplot(221)
plot2d(t,Transicao(1,:)+Vcz,rect=[0,220,100,250])
plot2d(t,Velocidade,2)
title(" Comparao entre as respostas de Velocidade")
ylabel("Velocidade (m/s)")
xlabel("Tempo (s)")

```



```

legends(["Sistema obtido da matriz de transio", "Sistema linearizado
        simulado"], [1, 2], 3)
xgrid()
subplot(222)
plot2d(t, Transicao(2, :) * 180 / %pi, rect = [0, -2, 100, 6])
plot2d(t, Gama * 180 / %pi, 2)
title(" Comparao entre as respostas de Gamma")
ylabel("ngulo de trajetria (graus)")
xlabel("Tempo (s)")
legends(["Sistema obtido da matriz de transio", "Sistema linearizado
        simulado"], [1, 2], 1)
xgrid()
subplot(223)
plot2d(t, Transicao(3, :) * 180 / %pi, rect = [0, -7, 100, 7])
plot2d(t, Thetadot * 180 / %pi, 2)
title(" Comparao entre as respostas de Theta Dot")
ylabel("Taxa de variao do ngulo de arfagem (graus/s)")
xlabel("Tempo (s)")
legends(["Sistema obtido da matriz de transio", "Sistema linearizado
        simulado"], [1, 2], 3)
xgrid()
subplot(224)
plot2d(t, (Transicao(4, :) + alphacz) * 180 / %pi, rect = [0, -2, 100, 7])
plot2d(t, Theta * 180 / %pi, 2)
title(" Comparao entre as respostas de Theta")
ylabel("ngulo de arfagem (graus)")
xlabel("Tempo (s)")
legends(["Sistema obtido da matriz de transio", "Sistema linearizado
        simulado"], [1, 2], 3)
xgrid()
//
//Conferindo estabilidade com Transformao linear
[T, diagevals] = spec(A)
MatrizTransformada = T^-1 * A * T
[RMT, diagevalsMT] = spec(MatrizTransformada)

```

A.4 Código EES usado para determinar condições de equilíbrio

```

xe = -19
xa = -0,5
m = 50000
Aa = 92,5
ARa = 8
Ae = 26
ARe = 5,6
Vcz = 830/3,6
h = 10000
ea = 1
ee = 1
I = 2157603
g = 9,8
ca = 3,57
ce = 2,24
W = m*g

rho0 = 1,225
lambda = -6,5/1000
R = 287
T0 = 288,15
rho = rho0*(1+lambda*h/T0)^(-(g/(lambda*R))-1)

Tmax = 2*82,3*10^3*rho/rho0

cldeltae = -0,876
cl0a = 0,358
cl0e = -cl0a
clalphaa = 0,088*180/pi
clalphae = clalphaa

cd0 = 0,008
//cd0fus = (Tmax-0,5*rho*cd0*Vmax^2*(Aa+Ae))/(0,5*rho*Vmax*Vmax*Af)
cd0fus = 0,1*pi*3,35*3,35*0,25/Aa
cd0e = cd0

```

```

cd0a = cd0+cd0fus

cmaca = -0,05
cmace = 0,05

//Encontrando as matrizes do sistema linear
//Definindo variaves para economizar escrita
sacz = sin(alphacz) // seno do alpha de cruzeiro
cacz = cos(alphacz) // cosseno do alpha de cruzeiro
PdAa = 0,5*rho*Aa*Vcz^2 // Pressao dinamica * Areaa
DPdAa = rho*Aa*Vcz // Derivada da presso dinmica * Aa na velocidade
PdAe = 0,5*rho*Ae*Vcz^2 // Pressao dinamica * Areae
DPdAe = rho*Ae*Vcz // Derivada da presso dinmica * Ae na velocidade
DenCda = pi*ARa*ea // Denominador do Cda
DenCde = pi*ARe*ee // Denominador do Cde

cla = clalphaa*alphacz+cl0a
La = PdAa*cla // Sustentao gerada pela asa em newtons

cle = +clalphae*alphacz+cl0e+cldeltae*deltaequilibrio
Le = PdAe*cle // Sustentao gerada pela empenagem em newtons

cda = cd0a+(cla^2)/DenCda
Da = PdAa*cda // Arrasto gerado pela asa em newtons

cde = cd0e+(cle^2)/DenCde
De = PdAe*cde // Arrasto gerado pela empenagem em newtons

Ma = PdAa*ca*cmaca // Momento gerado pela distribuicao de pressoes na asa em Nm
Me = PdAe*ce*cmace // Momento gerado pela distribuicao de pressoes na
    empenagem em Nm
//Conferindo se derivadas do equilibrio sao nulas
0 = (Tcz*cacz-Da-De)/m
0 = (Tcz*sacz+La+Le-W)/(m*Vcz)
0 = (La*xa*cacz+Le*xe*cacz+Da*xa*sacz+De*xe*sacz+Ma+Me)/I

```
