

Bruno Caixeta Piazza - 11260551
Gustavo Nunes Ribeiro - 11262212
Murilo Camargo Marchioni - 11260717
Vinícius Maia Neto - 11261785

PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos
Modelagem de um Cubesat 3U: PicSat
Grupo 17

São Paulo

13 de outubro de 2021

Bruno Caixeta Piazza - 11260551
Gustavo Nunes Ribeiro - 11262212
Murilo Camargo Marchioni - 11260717
Vinícius Maia Neto - 11261785

PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos
Modelagem de um Cubesat 3U: PicSat
Grupo 17

Relatório inicial contendo a introdução e equações básicas do sistema que será modelado no projeto semestral da disciplina *PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos*.

Universidade de São Paulo
Escola Politécnica
Departamento de Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury
Prof. Dr. Decio Crisol Donha

São Paulo
13 de outubro de 2021

Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação do PicSat com os eixos principais de inércia evidenciados.	3
Figura 2 – Relação entre o eixo inercial, XYZ, e o eixo móvel, xyz	4

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVO	2
3	MODELAGEM CINEMÁTICA E DINÂMICA	3
	REFERÊNCIAS	7

1 Introdução

CubeSats são satélites compostos de unidades cúbicas de massa inferior a 1,3 kg e dimensões padronizadas 10 cm x 10 cm x 10 cm (MENEGALDO, 2020) utilizados principalmente em missões científicas de baixo orçamento. Por conta de seu baixo custo de fabricação, sua concepção no início dos anos 2000 significou um ganho de acessibilidade de instituições científicas como Universidades à exploração espacial, permitindo que estas organizassem suas próprias missões, privilégio que antes era, em geral, restrito à organizações com alto aporte financeiro como a americana National Aeronautics and Space Administration (NASA).

Além de relativamente baratos, a possibilidade de combinar mais de uma unidade cúbica padrão no projeto de um CubeSats os torna versáteis, de forma que uma ampla gama de missões diferentes possam ser realizadas por esta categoria de satélites. Um exemplo é o projeto PicSat do *Laboratoire d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique* (LESIA) - lançado em 12 de janeiro de 2018 - cujos objetivos eram observar efeitos de trânsito¹ do exoplaneta Beta Pictoris b e de cometas no brilho da estrela β – *Pictoris* e testar um conceito tecnológico envolvendo o uso de fibra óptica na captação de luz solar (The PicSat Team, 2016).

Para que os CubeSats realizem suas missões com eficiência, é necessário garantir que estejam sempre bem orientados. Para tal, lança-se mão de artifícios como atuadores magnéticos e rodas de reação. Neste trabalho, serão estudados os aspectos cinemáticos e dinâmicos da atitude (orientação de um corpo rígido em relação a um referencial inercial) do CubeSat PicSat.

¹ Redução da percepção do brilho de uma estrela causada pela passagem de um corpo entre a fonte luminosa (a própria estrela) e o observador (SANTOS; AMORIM, 2017)

2 Objetivo

O objetivo do projeto é modelar cinematicamente e dinamicamente a atitude de um satélite CubeSat composto de três unidades padrão (3U). Para tal, o grupo trabalhará com o método de Newton-Euler. Pretende-se ainda estudar a influência dos atuadores utilizados para o controle da orientação do satélite e de perturbações. Tais fatores são essenciais ao cumprimento da missão, haja vista que o acompanhamento do trânsito de $\beta - Pictoris$ requer precisão de apontamento e, conseqüentemente, de controle da atitude.

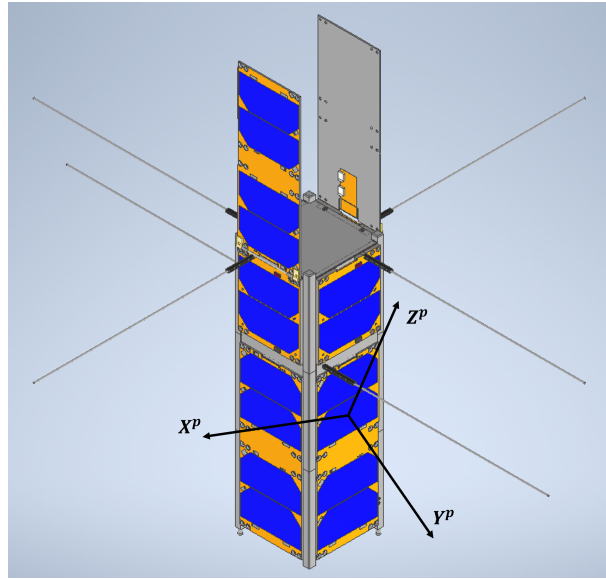
Para cumprir tal meta, são adotadas algumas hipóteses:

- O enfoque se dará no movimento rotacional do PicSat, em detrimento do translacional;
- A influência de torques do ambiente espacial, a exemplo do gradiente de gravidade, pressão de radiação e magnético terrestre, serão, inicialmente, desprezados;
- O referencial inercial utilizado é o Sistema de Coordenadas Geocêntrico Equatorial Inercial (SCGEI);
- Não há propulsão associada a qualquer tipo de variação de massa do CubeSat;
- A atitude de operação do satélite não engloba os dois pontos de singularidade associados à descrição por Ângulos de Euler;
- Os momentos principais de inércia não variam com o tempo.

3 Modelagem cinemática e dinâmica

Para descrever corretamente o movimento do CubeSat, é necessário, primeiramente, definir o sistema de coordenadas que será utilizado. Como está representado na Figura 1, adota-se um sistema de coordenadas com origem no centro de massa do CubeSat e eixos coincidentes com os principais de inércia.

Figura 1 – Representação do PicSat com os eixos principais de inércia evidenciados.



Fonte: Autoria própria.

O modelo do CubeSat pode ser descrito a partir de seis graus de liberdade, com movimentos de translação no sentido dos três eixos principais (x, y, z) e mais três movimentos de rotação (θ, ψ, ϕ). Conforme explicitado anteriormente, a descrição restringe-se à rotação.

Pode-se definir a matriz de rotação em torno de cada eixo a partir da matriz de cossenos diretores:

- Rotação em torno de X:

$$[Q_x(\theta)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

- Rotação em torno de Y:

$$[Q_y(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

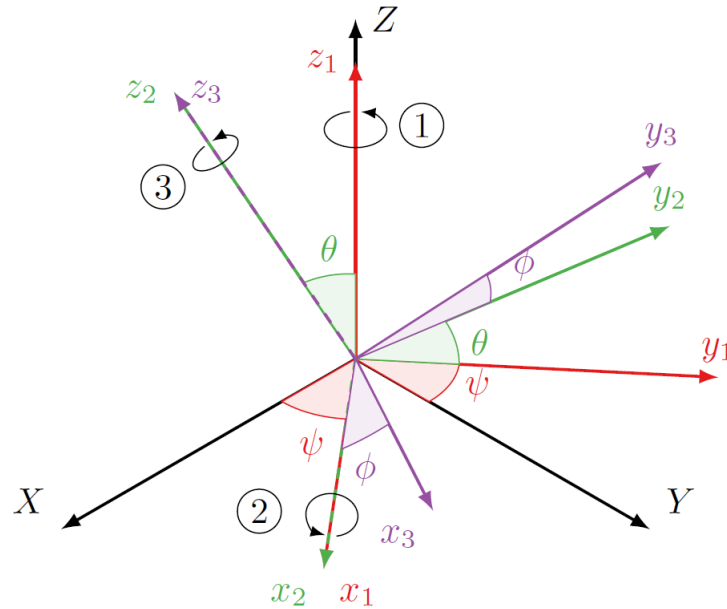
- Rotação em torno de Z:

$$[Q_z(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Com os resultados acima, a interpretação da rotação por Ângulos de Euler é facilitada, uma vez que se trata de três rotações elementares sucessivas, que permitem relacionar quaisquer dois eixos cartesianos distintos (somente não é válido realizar duas rotações sucessivas em torno do mesmo eixo).

Como exemplo, realizou-se a sequência clássica dos Ângulos de Euler $Z X Z$: rotação de ângulo ψ em torno de Z (**ângulo de precessão**), rotação de θ em torno de x_1 (**ângulo de nutação**) e rotação de ϕ em torno de z_2 (**ângulo de rotação própria**). O resultado pode ser ilustrado pela Figura 2.

Figura 2 – Relação entre o eixo inercial, XYZ, e o eixo móvel, xyz



Fonte: (MENEGALDO, 2020).

Desse modo, a sequência de rotações anteriormente proposta é descrita pela multi-

plicação de matrizes de cossenos diretores,

$$[Q] = [Q_{z_2}(\phi)][Q_{x_1}(\theta)][Q_Z(\psi)] = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e obtém-se a relação entre os versores

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_3 \\ \hat{j}_3 \\ \hat{k}_3 \end{bmatrix} = [Q] \begin{bmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{bmatrix}$$

Ante o exposto, a velocidade angular do CubeSat em relação ao referencial inercial pode ser descrita pela relação

$$\vec{\omega} = \dot{\psi} \hat{k}_1 + \dot{\theta} \hat{i}_2 + \dot{\phi} \hat{k}_3$$

a qual, utilizando-se as rotações conhecidas dos versores,

$$\begin{cases} \hat{k}_1 = \sin\theta \sin\phi \hat{i} + \sin\theta \cos\phi \hat{j} + \cos\theta \hat{k} \\ \hat{i}_2 = \cos\phi \hat{i} - \sin\phi \hat{j} \end{cases}$$

pode ser representada, no referencial dos eixos principais de inércia, pela equação

$$\vec{\omega} = (\dot{\psi} \sin\theta \sin\phi + \dot{\theta} \cos\phi) \hat{i}_3 + (\dot{\psi} \sin\theta \cos\phi - \dot{\theta} \sin\phi) \hat{j}_3 + (\dot{\psi} \cos\theta + \dot{\phi}) \hat{k}_3 \quad (3.1)$$

Por fim, aplica-se o Teorema da Quantidade de Movimento Angular (TQMA) com polo no baricentro do veículo espacial, de modo a se obter

$$\vec{T} = [\mathbf{I}_v]^p \{\dot{\omega}\} + \vec{\omega} \times ([\mathbf{I}_v]^p \vec{\omega})$$

Na expressão acima, \vec{T} é o torque aplicado ao satélite, que pode ser associado aos atuadores ou a perturbações internas e externas do veículo,

$$\vec{T} = T_x \hat{i}_3 + T_y \hat{j}_3 + T_z \hat{k}_3$$

e $[\mathbf{I}_v]^p$ é a matriz diagonal de inércia do CubeSat no Referencial dos Eixos Principais,

$$[\mathbf{I}_v]^p = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$$

Sendo assim, obtém-se do TQMA o sistema de equações

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x = T_x + (I_y - I_z) \omega_y \omega_z \\ I_y \dot{\omega}_y = T_y + (I_z - I_x) \omega_x \omega_z \\ I_z \dot{\omega}_z = T_z + (I_x - I_y) \omega_x \omega_y \end{cases}$$

Retomando-se a velocidade angular obtida com as rotações dos ângulos de Euler, para o caso particular em que $\vec{T} = \vec{0}$, as equações de movimento do sistema descrito são:

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} = & \sin\phi \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) \left(\dot{\psi} \cotg\theta + \frac{\dot{\phi}}{\sin\theta} \right) (\dot{\psi} \sin\theta \cos\phi - \dot{\theta} \sin\phi) + \frac{\dot{\theta} \dot{\phi}}{\sin\theta} + \dots \\ & + \cos\phi \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) \left(\dot{\psi} \cotg\theta + \frac{\dot{\phi}}{\sin\theta} \right) (\dot{\psi} \sin\theta \sin\phi + \dot{\theta} \cos\phi) - \dot{\psi} \dot{\theta} \cotg\theta \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = & -\dot{\psi} \dot{\phi} \sin\theta + \cos\phi \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) (\dot{\psi} \sin\theta \cos\phi - \dot{\theta} \sin\phi) (\dot{\psi} \cos\theta + \dot{\phi}) + \dots \\ & - \sin\phi \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) (\dot{\psi} \sin\theta \sin\phi + \dot{\theta} \cos\phi) (\dot{\psi} \cos\theta + \dot{\phi}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} = & -\sin\phi \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) (\dot{\psi} \sin\theta \cos\phi - \dot{\theta} \sin\phi) (\dot{\psi} \cotg\theta \cos\theta + \dot{\phi} \cotg\theta) + \dots \\ & - \cos\phi \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) (\dot{\psi} \sin\theta \sin\phi + \dot{\theta} \cos\phi) (\dot{\psi} \cotg\theta \cos\theta + \dot{\phi} \cotg\theta) + \dots \\ & + \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) (\dot{\psi} \sin\theta \sin\phi + \dot{\theta} \cos\phi) (\dot{\psi} \sin\theta \cos\phi - \dot{\theta} \sin\phi) + \dots \\ & + \dot{\psi} \dot{\theta} \cotg\theta \cos\theta - \dot{\theta} \dot{\phi} \cotg\theta + \dot{\psi} \dot{\theta} \sin\theta \end{aligned} \quad (3.4)$$

Referências

MENEGALDO, C. G. Simulador de controle de atitude e propagação de órbita aplicado a nanossatélites em órbita baixa terrestre: desenvolvimento e validação com dados de voo do nanossatélite picsat. 2020. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 4.

SANTOS, W. C.; AMORIM, R. Descobertas de exoplanetas pelo método do trânsito. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 39, n. 2, 2017. Citado na página 1.

The PicSat Team. *Mission Goals*. 2016. Disponível em: <<https://picsat.obspm.fr/science/objectives?locale=en>>. Citado na página 1.