

Circuitos com figura de ruído mínima

Bruno Fraga

September 27, 2024

1 Introdução

O fator de ruído de um circuito de duas portas pode ser calculada da seguinte maneira

$$F = \frac{\text{SNR}_i}{\text{SNR}_o} = \frac{S_i/N_i}{S_o/N_o}$$

Em que S é a potência do sinal, N , a potência do ruído e os subscritos i e o são *in* e *out*, respectivamente.

A potência disponível P é a máxima potência extraída de uma fonte de impedância Z_g e dissipada por uma carga, Z_L . Matematicamente, é expresso por

$$P = P_L|_{Z_L=Z_g^*}$$

A seguir, é realizada a obtenção do fator de ruído F . Para essa análise, leva-se em consideração o circuito da Fig. 1, em que o quadripolo SUB1 tem impedância de entrada igual a $Z_i = R_i + jX_i$, impedância de saída $Z_o = R_o + jX_o$, e ganho A .

Para realizar o cálculo do fator de ruído, primeiro, a resistência da fonte, R_s , é aberta de tal forma a considerar o ruído térmico presente nessa resistência. O circuito resultante é apresentado na Fig. 2.

Dessa forma, a potência de sinal disponível na entrada é igual a

$$S_i = \frac{v_s^2}{4R_s}$$

supondo que v_s o valor rms. E a potência disponível do ruído de entrada é

$$N_i = 4kT_0B$$

Assim, para se calcular a potência de sinal na saída,

$$S_o = \frac{v_o^2}{4R_o}$$

em que v_o é o valor rms e é dado pela tensão na impedância de entrada vezes o ganho, ou seja

$$v_o = Av_s \frac{|Z_i|}{|Z_i + R_s|}$$

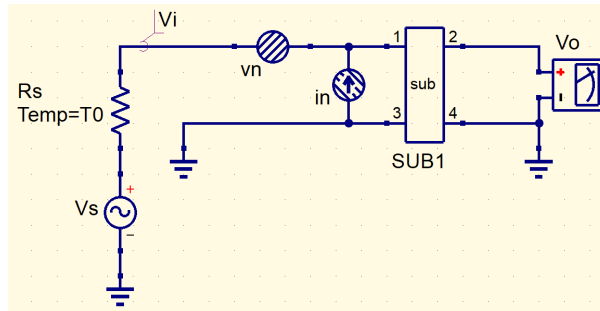


Figure 1: Quadripolo com ruído referido à entrada

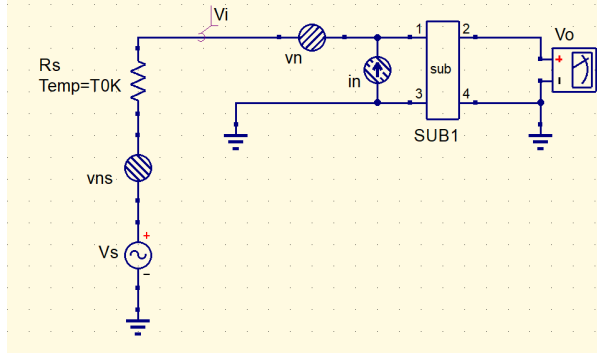


Figure 2: Quadripolo com ruído referido à entrada com representação do ruído da fonte

Assim, a potência de sinal de saída,

$$S_o = \frac{A^2 v_s^2}{4R_o} \left(\frac{|Z_i|}{|Z_i + R_s|} \right)^2$$

Semelhantemente, pode-se obter a potência de saída do ruído, como

$$N_o = \frac{v_{no}^2}{4R_o}$$

Como deseja-se a tensão do ruído na qual a impedância de entrada do quadripolo é submetida, utiliza-se a mesma equação do divisor resistivo (entre R_s e Z_i), resultando em

$$v_o = A \frac{|Z_i|}{|Z_i + R_s|} (v_n + R_s i_n + v_{ns})$$

Da equação acima, se for assumido que as fontes v_n , v_{ns} e i_n são descorrelacionadas (que, na realidade isso não é verdadeiro), a potência de ruído na saída é obtido como

$$N_o = \frac{A^2}{4R_o} \frac{|Z_i|^2}{|Z_i + R_s|^2} (v_n^2 + R_s^2 i_n^2 + v_{ns}^2)$$

Com todas essas variáveis em mãos, é possível calcular o fator de ruído F facilmente utilizando a seguinte relação

$$F = \frac{N_o}{GN_i}$$

Em que $G = S_o/S_i$, resultando em

$$G = A^2 \frac{R_s}{R_o} \left(\frac{|Z_i|}{|Z_i + R_s|} \right)^2$$

Definindo $Y_s = R_s^{-1}$ como a admitância da fonte, é fácil ver que

$$F = 1 + \frac{v_n^2 Y_s + I_n^2 R_s}{4kT_0 B} \quad (1)$$

2 Diodo em série

2.1 Abordagem da fonte de sinal

2.1.1 Figura de ruído

Para o diodo em série, apresentado na Fig. 3, existem duas fontes de ruído importantes, o ruído *Shot* e o ruído *Flicker*, sendo que esse último não será levado em consideração, uma vez que ele é inversamente proporcional com a frequência.

Dessa forma, para frequências elevadas, este tipo de ruído pode ser desprezado. Por outro lado, o ruído *Shot* é relevante e a corrente quadrática média é calculada por

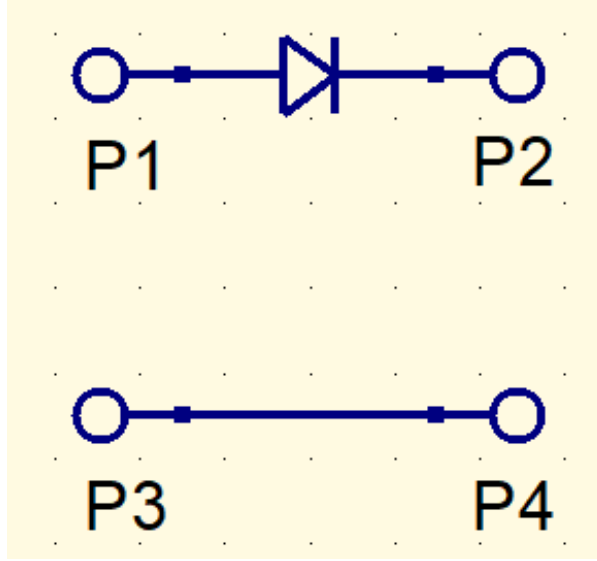


Figure 3: Subcircuito com diodo em série

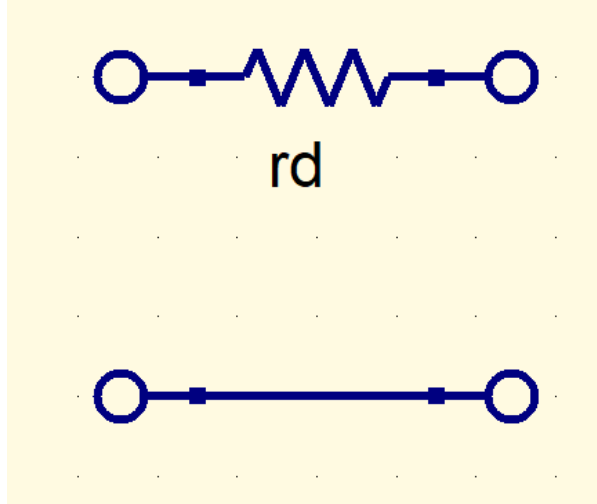


Figure 4: Modelo de pequeno sinais do diodo em série

$$i_n^2 = 2qIB$$

em que q é a carga do elétron, B é a largura da banda e I é a corrente de polarização do elemento analisado, nesse caso, $I = I_D$, em que I_D é a corrente de polarização do diodo.

Sem contar com o ruído *Shot*, o diodo do circuito apresentado na Fig. 3 pode ser apresentado pelo seu modelo de pequenos sinais, ou seja, por um resistor de resistência r_d (ou admitância y_d), como o que é apresentado na Fig. 4.

Sendo que a resistência do modelo de pequeno sinais é dada por [1]

$$r_d = \frac{V_T}{I_D} = \frac{kT}{qI_D}$$

em que k é a constante de Boltzmann e T é a temperatura do diodo em Kelvin.

A Fig. 5, por sua vez, apresenta o modelo de pequeno sinais do diodo, levando em consideração a presença do ruído *Shot*.

Além disso, seria possível expandir o resistor r_d para que fique evidente o ruído térmico apresentado por ele. Entretanto, essa expansão não foi verificada no exemplo em questão, o que pode levar à interpretação de que o ruído térmico não é relevante para o diodo, sendo muito mais significativo o ruído *Shot* e o ruído *Flicker* (somente para baixas frequências, é claro). Essa questão será analisada mais adiante.

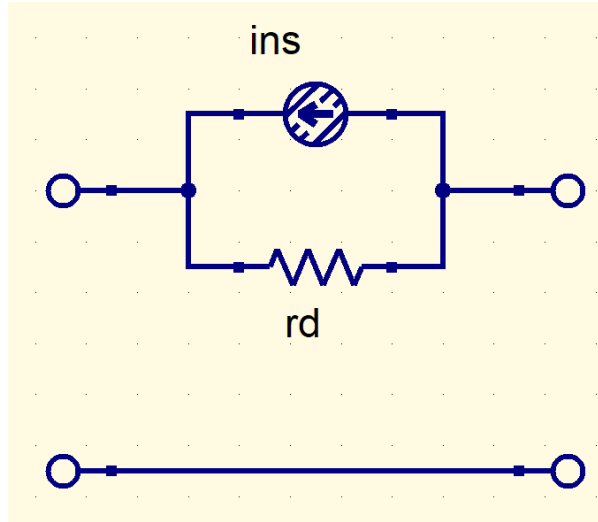


Figure 5: Diodo com ruído *Shot*

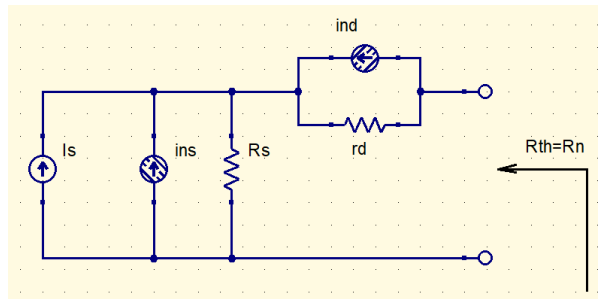


Figure 6: Circuito diodo ruidoso alimentado e com impedância de Norton

Para obter os parâmetros necessários para o cálculo do fator de ruído, F , isto é, potência disponível do sinal de entrada, S_i , potência disponível do ruído de entrada, N_i , potência do sinal de saída, S_o , e potência do ruído de saída, N_o , o circuito é submetido a uma fonte de corrente I_s com resistência R_s (admitância Y_s), como apresentado na Fig. 6.

Seguindo o modelo apresentado, a potência de sinal disponível na entrada é

$$S_i = \frac{I_s^2}{8Y_s}$$

e a potência de ruído disponível na entrada é

$$N_i = kT_0B$$

Para o cálculo das potências de sinal e ruído na saída, é necessário determinar o modelo equivalente de Norton do circuito. A obtenção da resistência de Norton, $R_N = Y_N^{-1}$ (ou de Thévenin, R_{TH}), é apresentada na Fig. 6.

Além da resistência de Norton, também é utilizada a corrente equivalente de Norton, I_N (ou corrente de curto-circuito). Dessa forma, expressa-se as seguintes equações

$$S_o = \frac{I_N^2}{8Y_N}$$

em que a corrente I_N é a corrente de curto-circuito para o sinal, e

$$N_o = \frac{i_n^2}{4Y_N}$$

em que i_n é a corrente de curto-circuito para o ruído.

Se as fontes de ruído forem anuladas, pode-se obter a corrente I_N , levando em consideração o divisor de corrente entre as admitâncias Y_s e y_d , assim,

$$I_N = I_s \frac{y_d}{Y_s + y_d}$$

A admitância de Norton, por sua vez, é obtida anulando todas as fontes não-controladas, dessa forma,

$$\begin{aligned} Y_N &= Y_s // y_d \implies \\ &= \frac{Y_s y_d}{Y_s + y_d} \end{aligned}$$

E, por último, calcula-se a corrente de curto-circuito, média quadrática total do ruído (utilizando superposição das fontes i_{ns} e i_{nd}), obtendo

$$\begin{aligned} i_n^2 &= \left(\frac{Y_s}{Y_s + y_d} \right)^2 i_{nd}^2 \left(\frac{y_d}{Y_s + y_d} \right)^2 i_{ns}^2 \implies \\ i_n^2 &= \frac{i_{nd}^2 Y_s^2 + i_{ns}^2 y_d^2}{(Y_s + y_d)^2} \end{aligned}$$

Assim, essas relações podem ser utilizadas para a obtenção da potência de sinal na saída

$$\begin{aligned} S_o &= \frac{I_N^2}{8Y_N} \implies \\ &= I_s^2 \frac{y_d^2}{(Y_s + y_d)^2} \cdot \frac{(Y_s + y_d)}{8Y_s y_d} \implies \\ &= \frac{I_s^2 y_d}{8Y_s (Y_s + y_d)} \end{aligned}$$

e para a potência de ruído na saída,

$$\begin{aligned} N_o &= \frac{i_{nd}^2 Y_s^2 + i_{ns}^2 y_d^2}{(Y_s + y_d)^2} \cdot \frac{(Y_s + y_d)}{4Y_s y_d} \implies \\ &= \frac{i_{nd}^2 Y_s^2 + i_{ns}^2 y_d^2}{4Y_s y_d (Y_s + y_d)} \end{aligned}$$

Dessa forma, calcula-se o fator de ruído por

$$\begin{aligned} F &= \frac{I_s^2}{8Y_s} \cdot \frac{1}{kT_0 B} \cdot \frac{(i_{nd}^2 Y_s^2 + i_{ns}^2 y_d^2)}{4Y_s y_d (Y_s + y_d)} \cdot \frac{8Y_s (Y_s + y_d)}{I_s^2 y_d} \implies \\ &= \frac{(i_{nd}^2 Y_s^2 + i_{ns}^2 y_d^2)}{4kT_0 B Y_s y_d^2} \implies \end{aligned}$$

Lembrando que $y_d = qI_D/kT$, $i_{nd}^2 = 2qI_D B$ (ruído *Shot*) e $i_{ns}^2 = 4kT_0 B Y_s$ (ruído térmico da fonte a temperatura ambiente). Substituindo na equação acima, obtém-se, finalmente a seguinte equação

$$F = 1 + \frac{1}{2} \frac{Y_s}{y_d} \frac{T}{T_0}$$

2.1.2 Figura de ruído mínima

A figura de ruído mínima é calculada com base na resistência (ou admitância) da fonte do sinal, uma vez que essa é uma dependência da figura de ruído e uma variável que pode ser controlada pelo projetista.

Para isso, é obtido o ponto de mínimo do fator de ruído referente à admitância da fonte de sinal, iniciando-se pela variação do fator de ruído pela admitância, ou seja

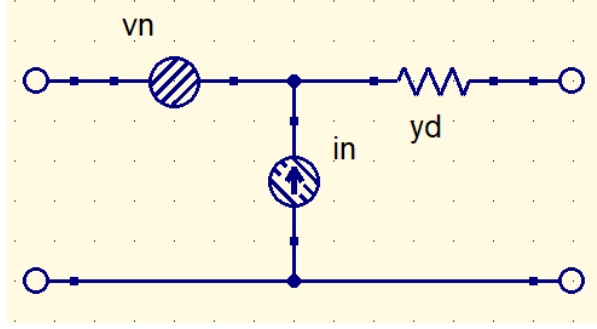


Figure 7: Circuito diodo em série com ruído referido à entrada

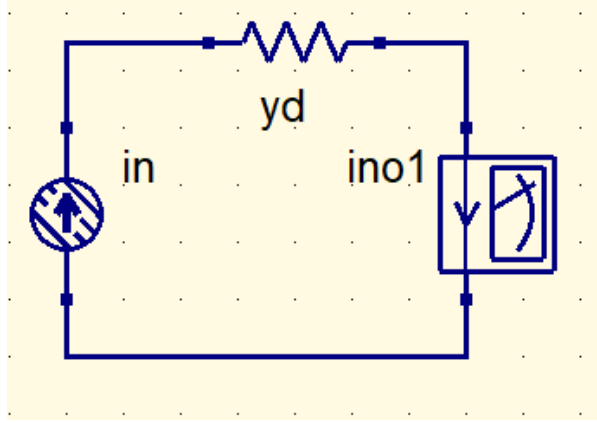


Figure 8: Circuito diodo em série com ruído referido à entrada aberta

$$\frac{\partial F}{\partial Y_s} = \frac{1}{2} \frac{1}{y_d} \frac{T}{T_0} \quad (2)$$

Essa relação mostra que o fator de ruído (e consequentemente a figura de ruído) não variam linearmente com a admitância da fonte, de modo que quanto menor a admitância e, consequentemente, maior a impedância, mais próximo do valor unitário será o fator de ruído deste circuito.

2.1.3 Resistência do gerador ótima

Com base no que foi discutido na subseção anterior, a resistência do gerador ótima é a maior possível, tendo em vista que o fator de ruído varia linearmente com a admitância da fonte de sinal.

2.2 Abordagem do ruído referido à entrada

2.2.1 Figura de ruído

Para utilizar o modelo do ruído referido à entrada, as fontes de ruído são removidas e todo o ruído do circuito é modelado por duas fontes, uma fonte de corrente i_n e uma fonte de tensão v_n , conforme é apresentado na Fig. 7.

E a análise é realizada medindo-se a corrente com a entrada em curto e a corrente com a entrada em circuito aberto, iniciando pelo cálculo da corrente de saída com a entrada aberta. Nesse caso, o circuito resume-se ao que é apresentado na Fig. 8.

Dessa forma, é possível obter que $i_n = i_{no1}$. Realizando essa mesma análise no circuito original, obtém-se que $i_{no1} = 0$, com pode ser visualizado na Fig. 9. Dessa forma, conclui-se que $i_n^2 = 0$.

Em seguida, é realizada a análise com a entrada do circuito aberta para os dois circuitos (original e com o ruído referido à entrada, Fig. 11 e Fig. 10, respectivamente).

Dessa análise, é possível verificar que $i_{no2} = i_{nd} = v_n y_d$, ou seja, $v_n = i_{nd} / y_d$. Substituindo os valores obtidos na Eq. 1, obtém-se

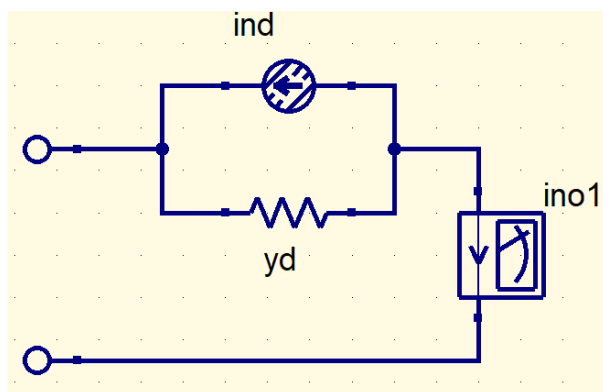


Figure 9: Circuito diodo em série com ruído e entrada aberta

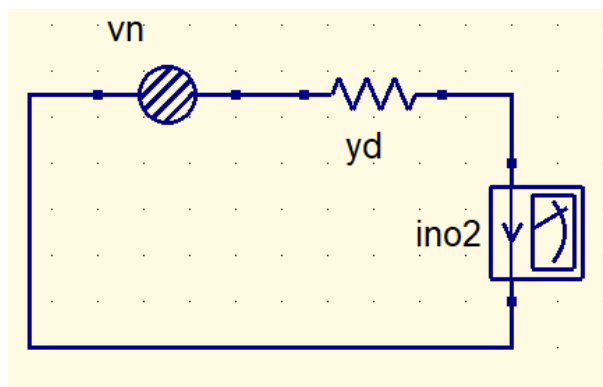


Figure 10: Circuito diodo em série com ruído referido à entrada em curto-circuito

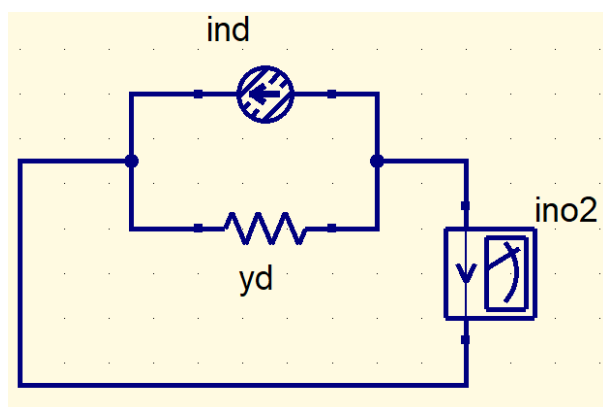


Figure 11: Circuito diodo em série com ruído e entrada em curto-circuito

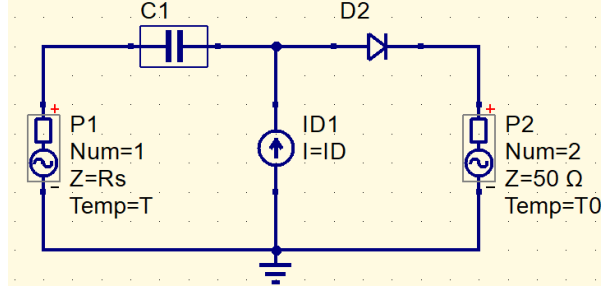


Figure 12: Circuito da simulação do diodo em série

$$F = 1 + \frac{i_{nd}^2 Y_s}{4kT_0 B y_d^2}$$

Sabendo que $i_{nd}^2 = 2qI_D B$ é o ruído *Shot*, pode-se substituir essa relação na equação de F , ou seja,

$$F = 1 + \frac{2qI_D B Y_s}{4kT_0 B y_d^2}$$

Como $y_d = qI_D/kT \implies qI_D = y_d kT$, a equação pode ser reescrita como

$$F = 1 + \frac{2y_d kT B Y_s}{4kT_0 B y_d^2} \implies$$

$$F = 1 + \frac{1}{2} \frac{Y_s T}{y_d T_0}$$

Confirmando, assim, o que foi obtido no exemplo anterior.

2.2.2 Figura de ruído mínima

Como o cálculo da figura de ruído é a mesma para as duas abordagens discutidas nesta seção, a figura de ruído mínima é exatamente a mesma que foi apresentada na Eq. 2, ou seja, é a menor admitância possível.

2.2.3 Resistência do gerador ótima

A discussão nesta subseção segue exatamente o que foi apresentado na abordagem da fonte de sinal, uma vez que a relação da figura de ruído coincidiu exatamente.

2.3 Simulação

Para simplificar a simulação, as correntes do diodo foram fixadas por fontes de corrente contínua de 1 mA, como é apresentado na Fig. 12.

Dessa forma, faz sentido expressar o fator em função da corrente de polarização do diodo, ao invés da admitância do modelo de pequenos sinais e pela resistência da fonte, ao invés da impedância. Assim, tem-se que a equação do fator de ruído para o circuito do diodo em série é dado por

$$F = 1 + \frac{1}{2} \frac{kT}{qI_D R_s} \frac{T}{T_0}$$

A Fig. 13. Neste caso os resultados ficaram bem próximos ao que foi calculado.

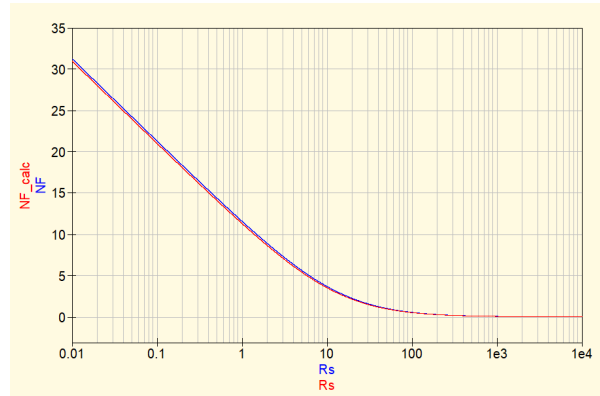


Figure 13: Resultados obtidos para o diodo em série

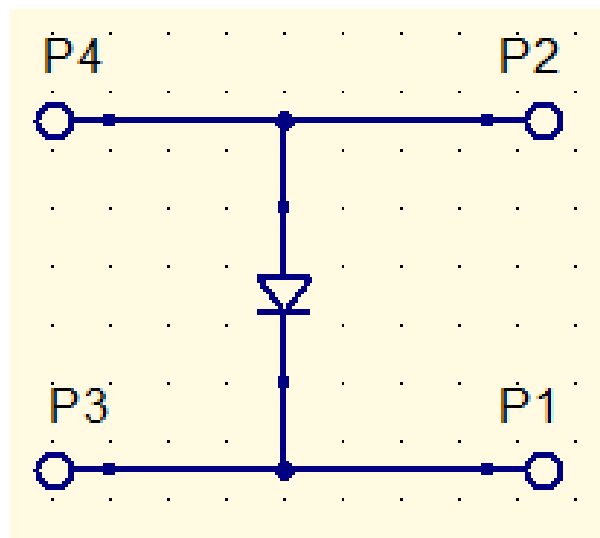


Figure 14: Diodo em paralelo

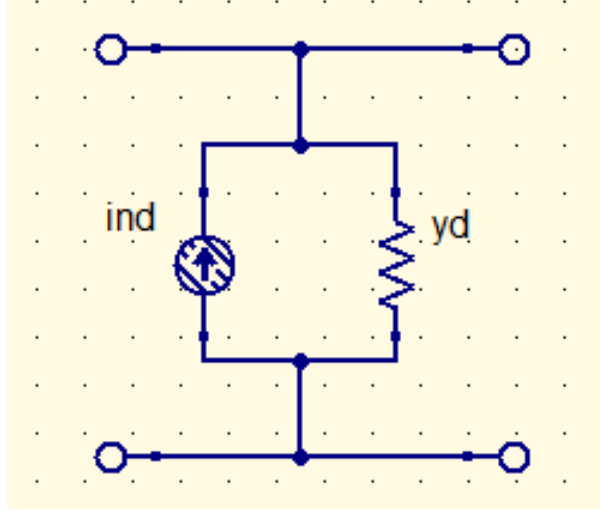


Figure 15: Modelo de diodo em paralelo com ruído

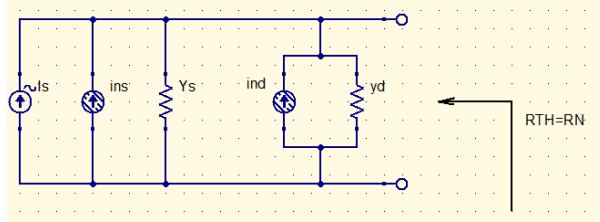


Figure 16: Circuito equivalente do diodo em paralelo

3 Diodo em paralelo

3.1 Abordagem da fonte de sinal

3.1.1 Figura de ruído

Analisa-se, agora, o caso do diodo em paralelo. A Fig. 14.

Substituindo o diodo pelo seu modelo de pequenos sinais, é possível ver na Fig. 15 em paralelo com uma fonte de ruído (corrente quadrática média).

E para se analisar o o circuito, inclui-se uma fonte de corrente I_s , de admitância Y_s , que tem ruído i_{ns} . Na Fig. é apresentado o circuito equivalente, evidenciando a resistência de Norton.

Assim, inicia-se o cálculo do fator de ruído. A seguir é apresentada a equação para a obtenção da potência de sinal disponível na entrada

$$S_i = \frac{I_s^2}{8Y_s}$$

A potência de ruído disponível

$$N_i = kT_0B$$

A potência de sinal na saída é dada por

$$S_o = \frac{I_N^2}{8Y_N} = \frac{I_s^2(y_d + Y_s)}{8y_dY_s}$$

E a potência de ruído na saída é dada por

$$N_o = \frac{(i_{ns}^2 + i_{nd}^2)(y_d + Y_s)}{4y_dY_s}$$

considerando que as duas fontes de ruído não são correlacionadas. Finalmente, é possível realizar o cálculo do fator de ruído

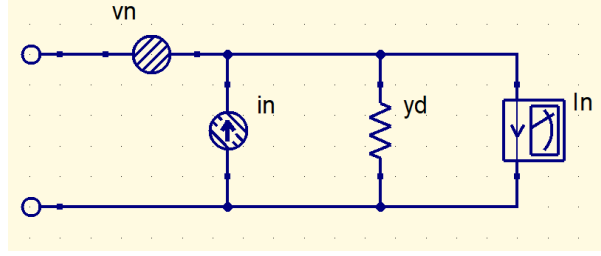


Figure 17: Modelo de pequeno sinais do diodo em paralelo com o ruído referido à entrada com entrada em aberto

$$F = \frac{I_s^2}{8Y_s} \cdot \frac{1}{kT_0B} \frac{(i_{ns}^2 + i_{nd}^2)(y_d + Y_s)}{4y_dY_s} \cdot \frac{8y_dY_s}{I_s^2(y_d + Y_s)} \Rightarrow$$

$$= \frac{(i_{ns}^2 + i_{nd}^2)}{4kT_0BY_s}$$

Substituindo os valores das fontes de ruído, sendo $i_{ns}^2 = 4kT_0BY_s$, $i_{nd}^2 = 2qI_D B$ e $y_d = qI_D/kT \Rightarrow qI_D = y_d kT$.

$$F = \frac{(4kT_0BY_s + 2qI_D B)}{4kT_0BY_s} \Rightarrow$$

$$= 1 + \frac{2y_d kT B}{4kT_0BY_s} \Rightarrow$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \frac{y_d}{Y_s} \frac{T}{T_0}$$

3.1.2 Figura de ruído mínima

Essa análise é realizada iniciando-se pela variação do fator de ruído pela admitância e igualando-a a zero,

$$\frac{\partial F}{\partial Y_s} = -\frac{1}{2} \frac{y_d}{Y_s^2} \frac{T}{T_0} \quad (3)$$

Em seguida, essa equação é igualada a zero

$$-\frac{1}{2} \frac{y_d}{Y_s^2} \frac{T}{T_0} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{Y_s} = 0$$

3.1.3 Resistência do gerador ótima

Com base no que foi discutido na subseção anterior, a resistência do gerador ótima é a menor possível, fazendo com que a admitância seja máxima.

3.2 Abordagem do ruído referido à entrada

3.2.1 Figura de ruído

O circuito apresentado na Fig. 17 apresenta o circuito do diodo em paralelo com o ruído referido à entrada. Além disso, o circuito apresenta a entrada em aberto, fazendo com que $I_n = i_n$.

Como é apresentado na Fig. 18, $I_n^2 = i_{nd}^2 = 2qI_D B$, conseqüentemente $i_n^2 = i_{nd}^2$.

Para o circuito com a entrada em curto-circuito da Fig. 19, para o ruído referido à entrada, $I_n \rightarrow \infty$. Devido a esse resultado, é inviável determinar, matematicamente, a contribuição de v_n e é assumido que $v_n = 0$.

Para concluir os cálculos, evoca-se a Eq. 1. Aplicando os valores já conhecidos, obtém-se

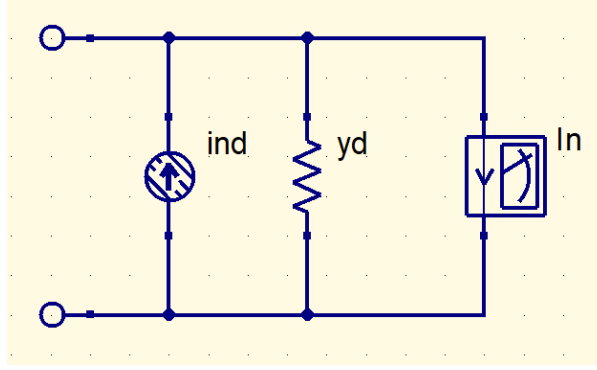


Figure 18: Modelo de pequenos sinais com ruído e entrada em aberto

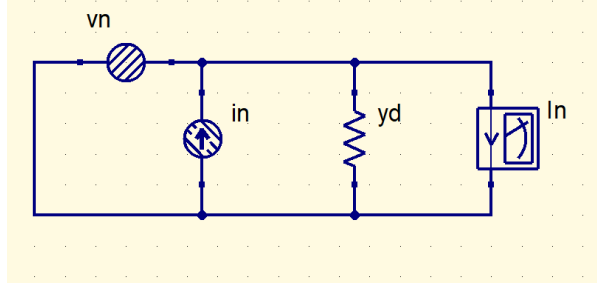


Figure 19: Modelo de pequenos sinais do diodo em paralelo com o ruído referido à entrada com entrada em curto

$$\begin{aligned}
 F &= 1 + \frac{i_{nd}^2}{4kT_0BY_s} \Rightarrow \\
 &= 1 + \frac{2qI_D B}{4kT_0BY_s} \Rightarrow \\
 &= 1 + \frac{y_d kT}{2kT_0Y_s} \Rightarrow \\
 &= 1 + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \frac{y_d}{Y_s}
 \end{aligned}$$

Exatamente o mesmo resultado que foi obtido anteriormente, utilizando a abordagem de alimentar o circuito com um sinal com ruído já conhecido.

3.2.2 Figura de ruído mínima

Como o cálculo da figura de ruído é a mesma para as duas abordagens discutidas nesta seção, a figura de ruído mínima é exatamente a mesma que foi apresentada na Eq. 3, ou seja, é a menor admitância possível.

3.2.3 Resistência do gerador ótima

A discussão nesta subseção segue exatamente o que foi apresentado na abordagem da fonte de sinal, uma vez que a relação da figura de ruído coincidiu exatamente.

3.3 Simulação

Para simplificar a simulação, as correntes do diodo foram fixadas por fontes de corrente contínua de 1 mA, como é apresentado na Fig. 20.

Dessa forma, faz sentido expressar o fator em função da corrente de polarização do diodo, ao invés da admitância do modelo de pequenos sinais e pela resistência da fonte, ao invés da impedância. Assim, tem-se que a equação do fator de ruído para o circuito do diodo em série é dado por

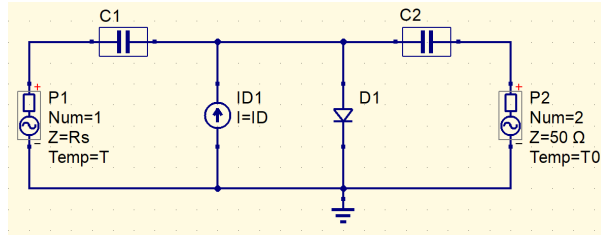


Figure 20: Circuito da simulação do diodo em paralelo

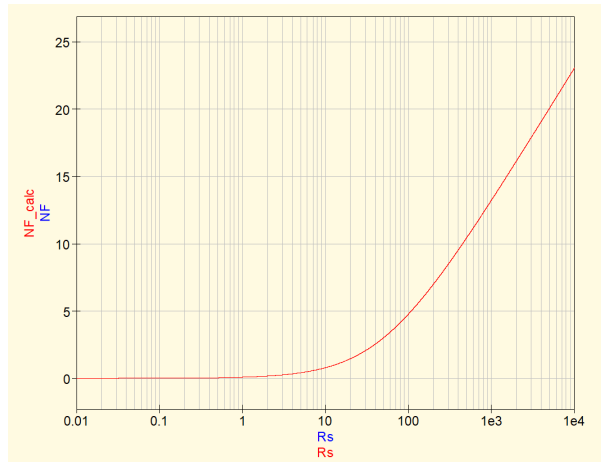


Figure 21: Resultados para o diodo em paralelo

$$F = 1 + \frac{qI_D R_s}{2T_0 k}$$

A Fig. 21. Neste caso os resultados ficaram muito próximos ao que foi calculado, de forma que as linhas estão tão sobrepostas que não é possível visualizar com clareza a linha referente ao que foi simulado.

4 Dois diodos

4.1 Abordagem da fonte de sinal

4.1.1 Determinação da figura de ruído

Tirando a impedância de Norton do modelo, obtém-se

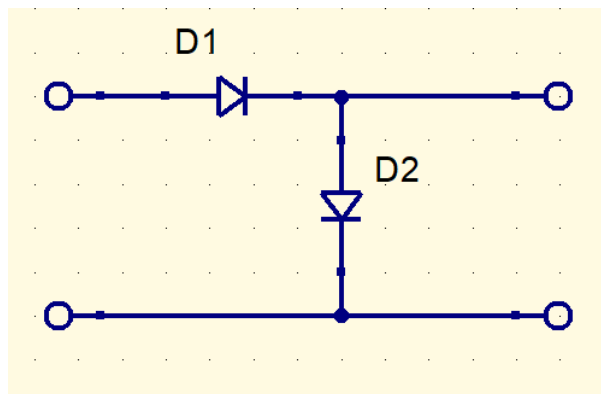


Figure 22: Circuito de dois diodos original

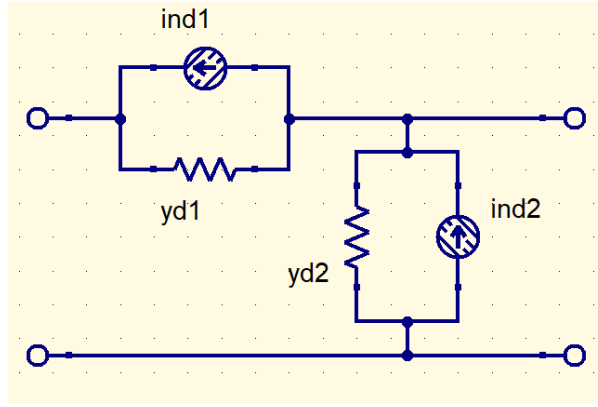


Figure 23: Circuito de dois diodos com modelo de pequenos sinais

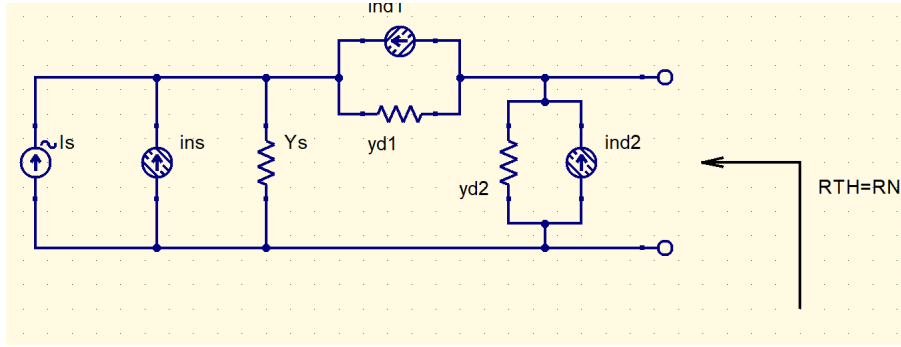


Figure 24: Circuito de dois diodos com modelo de pequenos sinais e alimentado

$$Y_N = \frac{y_{d1}Y_s + y_{d2}Y_s + y_{d1}y_{d2}}{y_{d1} + Y_s}$$

Para o equivalente de Norton do sinal, é obtido que $I_N = I_s$. E, para o equivalente de Norton do ruído, essa expressão é facilmente calculado via superposição das três fontes de corrente de ruído (i_{ns} , i_{nd1} , i_{nd2}) e o resultado obtido é (calculando a corrente quadrática média e supondo fontes sem correlação)

$$\begin{aligned} i_n^2 &= i_{ns}^2 \left(\frac{y_{d1}}{Y_s + y_{d1}} \right)^2 + i_{nd1}^2 \left(\frac{Y_s}{Y_s + y_{d1}} \right)^2 + i_{nd2}^2 \Rightarrow \\ &= \frac{i_{ns}^2 y_{d1}^2 + i_{nd1}^2 Y_s^2 + i_{nd2}^2 (Y_s + y_{d1})^2}{(Y_s + y_{d1})^2} \end{aligned}$$

Dessa forma, é possível calcular o fator de ruído do circuito como

$$\begin{aligned} F &= \frac{I_s^2}{8Y_s} \cdot \frac{1}{kT_0B} \cdot \frac{8Y_N}{I_N^2} \cdot \frac{i_n^2}{4Y_N} \Rightarrow \\ &= \frac{i_n^2}{4kT_0BY_s} \end{aligned}$$

Substituindo os valores de i_n , obtém-se

$$\begin{aligned} F &= \frac{i_n^2}{4kT_0BY_s} \Rightarrow \\ &= \frac{i_{ns}^2 y_{d1}^2 + i_{nd1}^2 Y_s^2 + i_{nd2}^2 (Y_s + y_{d1})^2}{4kT_0BY_s(Y_s + y_{d1})^2} \Rightarrow \end{aligned}$$

Substituindo os valores de $i_{nd1}^2 = 2qI_{D1}B$, $i_{nd2}^2 = 2qI_{D2}B$, $i_{ns}^2 = 4kT_0BY_s$ e, lembrando que $y_{d1}kT = qI_{D1}$ e $y_{d2}kT = qI_{D2}$, obtém-se

$$\begin{aligned}
F &= \frac{4kT_0BY_sy_{d1}^2 + 2qI_{D1}BY_s^2 + 2qI_{D2}B(Y_s + y_{d1})^2}{4kT_0BY_s(Y_s + y_{d1})^2} \Rightarrow \\
&= \frac{y_{d1}^2}{(Y_s + y_{d1})^2} + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{y_{d1}Y_s}{(Y_s + y_{d1})^2} + \frac{y_{d2}}{Y_s} \right] \Rightarrow \\
&= 1 + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{y_{d1}Y_s^2 + y_{d2}(Y_s + y_{d1})^2}{Y_s(Y_s + y_{d1})^2} \right] \frac{(Y_s + y_{d1})^2}{y_{d1}^2} \Rightarrow \\
&= 1 + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{y_{d1}Y_s^2 + y_{d2}(Y_s + y_{d1})^2}{Y_sy_{d1}^2} \right] \Rightarrow \\
&= 1 + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{(y_{d1} + y_{d2})Y_s^2 + y_{d1}^2y_{d2} + 2Y_sy_{d1}y_{d2}}{Y_sy_{d1}^2} \right]
\end{aligned}$$

4.1.2 Resistência do gerador ótima

Essa análise é realizada iniciando-se pela variação do fator de ruído pela admitância e igualando-a a zero. Lembrando que a figura de ruído obtida é dada por

$$F = 1 + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{(y_{d1} + y_{d2})Y_s^2 + y_{d1}^2y_{d2} + 2Y_sy_{d1}y_{d2}}{Y_sy_{d1}^2} \right]$$

a taxa de variação do fator de ruído por Y_s é dada por

$$\frac{\partial F}{\partial Y_s} = \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{(y_{d1} + y_{d2})}{y_{d1}^2} - \frac{y_{d2}}{Y_s^2} \right] \quad (4)$$

Em seguida, essa equação é igualada a zero

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{(y_{d1} + y_{d2})}{y_{d1}^2} - \frac{y_{d2}}{Y_s^2} \right] &= 0 \Rightarrow \\
\frac{(y_{d1} + y_{d2})}{y_{d1}^2} &= \frac{y_{d2}}{Y_s^2} \Rightarrow \\
Y_s &= \sqrt{\frac{y_{d1}^2y_{d2}}{(y_{d1} + y_{d2})}}
\end{aligned}$$

4.1.3 Figura de ruído mínima

Para se obter a figura de ruído mínima, é realizada a substituição da resistência de fonte ótima na equação da figura de ruído, ou seja,

$$\begin{aligned}
F_m &= 1 + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{(y_{d1} + y_{d2})}{y_{d1}^2} \sqrt{\frac{y_{d1}^2y_{d2}}{(y_{d1} + y_{d2})}} + y_{d2} \sqrt{\frac{(y_{d1} + y_{d2})}{y_{d1}^2y_{d2}}} + \frac{2y_{d2}}{y_{d1}} \right] \Rightarrow \\
&= 1 + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\sqrt{\frac{(y_{d1} + y_{d2})^2}{y_{d1}^4} \frac{y_{d1}^2y_{d2}}{(y_{d1} + y_{d2})}} + \sqrt{y_{d2}^2 \frac{(y_{d1} + y_{d2})}{y_{d1}^2y_{d2}}} + \frac{2y_{d2}}{y_{d1}} \right] \Rightarrow \\
&= 1 + \frac{T}{T_0} \left[\frac{y_{d2} + \sqrt{y_{d2}(y_{d1} + y_{d2})}}{y_{d1}} \right]
\end{aligned}$$

E essa é a relação para a obtenção da máxima figura de ruído, obtida, utilizando a resistência da fonte ótima.

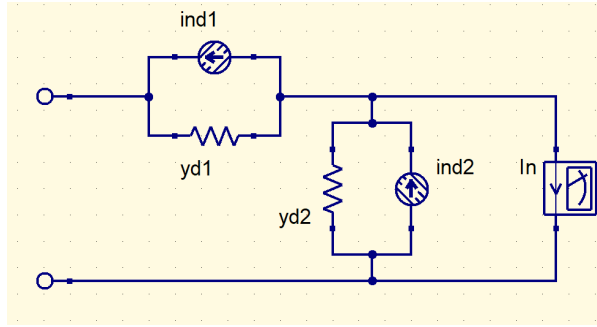


Figure 25: Circuito para cálculo da corrente de curto-circuito com entrada em aberto

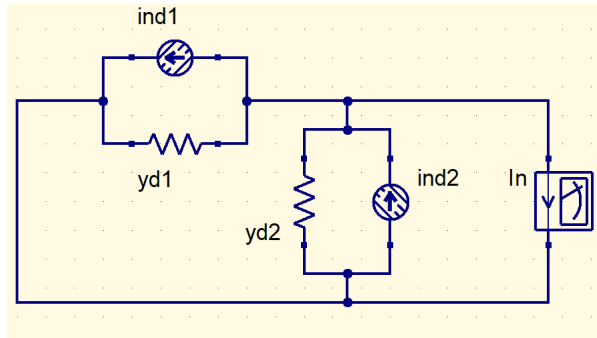


Figure 26: Circuito para cálculo da corrente de curto-circuito com entrada em curto-circuito

4.2 Abordagem do ruído referido à entrada

4.2.1 Figura de ruído

Para o circuito em aberto, a corrente de curto-circuito é dada por $i_{n1}^2 = i_{nd2}^2 = I_n^2$, dessa forma, essa é a corrente de ruído referida à entrada. Para o circuito com a entrada em curto, $i_{n2}^2 = i_{nd1}^2 + i_{nd2}^2$. Sendo i_{n1} a corrente de curto-circuito com a entrada em aberto e i_{n2} a corrente de curto-circuito com a entrada em curto-circuito.

Para o ruído referido à entrada e o circuito com curto na entrada, temos que $i_{n2} = v_n y_{d1} \implies v_n = i_{n2}/y_{d1}$. Substituindo essas relações encontradas na Eq. 1, obtém-se

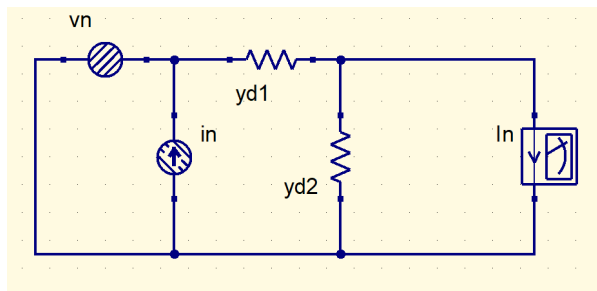


Figure 27: Ruído referido à entrada

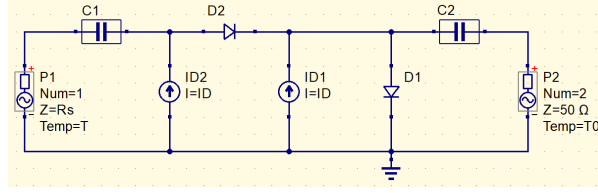


Figure 28: Circuito com dois diodos e correntes fixas

$$\begin{aligned}
 F &= 1 + \frac{(i_{nd1}^2 + i_{nd2}^2)Y_s}{4kT_0By_{d1}^2} + \frac{i_{nd2}^2R_s}{4kT_0B} \Rightarrow \\
 F &= 1 + \frac{2qI_{D1}BY_s + 2qI_{D2}BY_s}{4kT_0By_{d1}^2} + \frac{2qI_{D2}B}{4kT_0BY_s} \Rightarrow \\
 &= 1 + \frac{y_{d1}kTBY_s + y_{d2}kTBY_s}{2kT_0By_{d1}^2} + \frac{y_{d2}kTB}{2kT_0BY_s} \Rightarrow \\
 F &= 1 + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{(y_{d1} + y_{d2})Y_s}{y_{d1}^2} + \frac{y_{d2}}{Y_s} \right] \Rightarrow \\
 F &= 1 + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{(y_{d1} + y_{d2})Y_s^2 + y_{d1}^2y_{d2}}{Y_sy_{d1}^2} \right]
 \end{aligned}$$

4.2.2 Resistência do gerador ótima

A resistência ótima para a fonte é obtida calculando-se o mínimo da função fator de ruído. Para que isso seja possível, é calculada a variação do fator de ruído pela variação da admitância da fonte e igualando a taxa obtida a zero. Iniciando-se pelo cálculo da variação, tem-se

$$\frac{\partial F}{\partial Y_s} = \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{(y_{d1} + y_{d2})}{y_{d1}^2} - \frac{y_{d2}}{Y_s^2} \right]$$

Igualando essa equação a zero, resulta em

$$Y_s = \sqrt{\frac{y_{d1}^2 y_{d2}}{(y_{d1} + y_{d2})}}$$

Portanto, essa é a admitância ótima da fonte.

4.2.3 Figura de ruído mínima

Para obter o fator de ruído mínimo, substituímos a admitância ótima da fonte na equação da figura de ruído. Dessa forma, obtém-se

$$\begin{aligned}
 F_m &= 1 + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\sqrt{\frac{(y_{d1} + y_{d2})y_{d2}}{y_{d1}^2}} + \sqrt{\frac{y_{d2}(y_{d1} + y_{d2})}{y_{d1}^2}} \right] \Rightarrow \\
 &= 1 + \frac{T}{T_0} \frac{\sqrt{y_{d2}(y_{d1} + y_{d2})}}{y_{d1}}
 \end{aligned}$$

4.3 Simulação

Para simplificar a simulação, as correntes dos diodos foram fixadas por fontes de corrente contínua de 1 mA, como é apresentado na Fig. 28.

Dessa forma, faz sentido expressar o fator em função da corrente de polarização do diodo, ao invés da admitância do modelo de pequenos sinais e pela resistência da fonte, ao invés da impedância. Assim, tem-se que a equação da primeira abordagem de obtenção do fator de ruído para o circuito com dois diodos é dado por

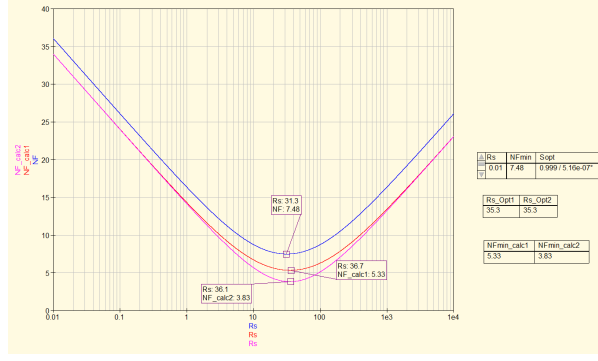


Figure 29: Resultado dos dois diodos

$$F_1 = 1 + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{kT}{qI_{D1}R_s} + \frac{kTI_{D2}}{qI_{D1}^2R_s} + \frac{qI_{D2}R_s}{kT} + \frac{2I_{D2}}{I_{D1}} \right]$$

E para a segunda abordagem, é a seguinte

$$F_2 = 1 + \frac{1}{2} \frac{T}{T_0} \left[\frac{kT}{qI_{D1}R_s} + \frac{kTI_{D2}}{qI_{D1}^2R_s} + \frac{qI_{D2}R_s}{kT} \right]$$

Seguindo a mesma lógica, a resistência de fonte ótima para a primeira abordagem é igual a segunda, portanto

$$Y_{s1} = Y_{s1} = Y_s = \frac{qI_{D1}}{kT} \sqrt{\frac{I_{D2}}{(I_{D1} + I_{D2})}}$$

E, finalmente, a figura de ruído mínima

$$F_{m1} = 1 + \frac{T}{T_0} \frac{\left[I_{D2} + \sqrt{I_{D2}(I_{D1} + I_{D2})} \right]}{I_{D1}}$$

e para a segunda abordagem

$$F_{m2} = 1 + \frac{T}{T_0} \frac{\sqrt{I_{D2}(I_{D1} + I_{D2})}}{I_{D1}}$$

4.4 Análise

A Fig. 29 apresenta os resultados para o circuito de dois diodos. Primeiramente, é importante verificar que nem um dos dois resultados obtidos analiticamente coincidiu com o resultado obtido na simulação. Para a abordagem do ruído referido à entrada, o valor obtido foi de 51% do que foi encontrado por meio da simulação. A outra abordagem utilizada, de se utilizar uma fonte de sinal e analisar o ruído, obteve uma resposta um pouco mais próxima do valor da simulação, mas mesmo assim, houve uma diferença de aproximadamente 30%.

É necessária uma análise mais aprofundada para entender quais os motivos de toda essa discrepância, tendo em vista que foi despendido um esforço considerável para se obter um modelo que seja fidedigno ao que será apresentado pela simulação.

5 Considerações Finais

Resumidamente, uma abordagem que pode ser inicialmente suficiente para a concepção de um amplificador de baixo ruído (LNA) é projetar o circuito, analisar os parâmetros de polarização, determinar

os elementos que compõem o sistema, substituindo por componentes de mais fácil modelagem de ruído (como o resistor, por exemplo) e calcular o ruído presente nas condições projetadas até então. Após isso, analisar a figura de ruído a fim de determinar a resistência ótima da fonte. Com esse valor determinado, é possível chegar próximo à figura de ruído mínima, que é obtida por meio do cálculo da figura de ruído levando em consideração a resistência ótima da fonte.

5.1 Comentários

Por meio desta atividade, aprendi como pôr em prática a determinação de um modelo de figura de ruído, busca pela resistência ótima de fonte e determinação da figura de ruído mínima. Todos esses, passos importantíssimos para determinar quais as capacidades de o sistema projetado lidar com o ruído. Como foi comentado, os resultados obtidos não apresentaram resultados plenamente satisfatórios em comparação com os que foram obtidos na simulação, dessa forma, levanta-se a dúvida quais outras não-idealidades devem ser consideradas a fim de deixar o modelo obtido um pouco mais robusto. Tudo isso, levando em consideração que os cálculos e relações obtidas estão corretas.

References

- [1] A. S. Sedra and K. C. Smith. *Microelectronic Circuits*. English. 7th. The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering. Oxford University Press, Nov. 2014, p. 1488. ISBN: 978-0199339136.