

# Circuitos com figura de ruído mínima

Bruno Fraga

September 27, 2024

## 1 Introdução

Segundo [4], a forma mais viável de se determinar os parâmetros de espalhamento é por meio das (raízes de) ondas de potência [4].

O cálculo da razão entre as ondas refletida e incidente (tensão) na porta de entrada quando a reflexão da carga é zero,  $S_{11}$ , é dado por

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \Big|_{a_2=0}$$

A razão da onda refletida na porta de entrada para a onda incidente na porta de saída quando a porta de entrada está casada (isolamento reverso),  $S_{12}$  é

$$S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big|_{a_1=0}$$

A razão  $S_{22}$  é a razão entre as ondas refletida e incidente na saída quando a reflexão da resistência de fonte é zero,  $S_{22}$ .

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_1=0}$$

E, finalmente, a razão da onda incidente na carga para a onda que vai para a entrada quando a reflexão da carga é zero,  $S_{21}$  [1].

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_2=0}$$

Em que as ondas de potência são calculadas por

$$a = \frac{V + Z_0 I}{2\sqrt{\Re\{Z_0\}}}$$

e

$$b = \frac{V - Z_0^* I}{2\sqrt{\Re\{Z_0\}}}$$

## 2 Circuito resistivo

Para o circuito em questão, é necessário modelar seus parâmetros para atender aos requisitos de  $R_0 = 50 \Omega$ ,  $S_{11} = S_{22} < -50 \text{ dB}$  e  $S_{12} = S_{21} = -10 \text{ dB}$ .

Calcula-se, inicialmente, o parâmetro  $S_{11}$ . Como  $a_2 = 0$  e  $Z_0 = R_0$ ,  $V_2 = -I_2 R_0$ .

$$I_1 = I_2 + I_B$$

Também tem-se que

$$V_1 = V_{s1} - I_1 R_0$$

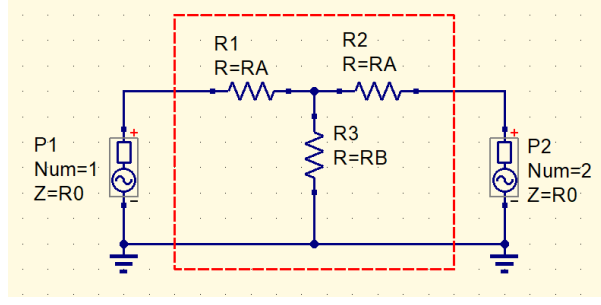


Figure 1: Circuito resistivo no formato de duas portas

E

$$I_1 = \frac{V_1 - V_B}{R_A} = \frac{V_{s1} - V_B}{R_A + R_0}$$

É possível obter  $V_B$ , como

$$V_B = \frac{V_{s1} R_B}{R_0 + 2R_B + R_A}$$

Consequentemente, a corrente  $I_1$  torna-se

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{V_{s1}}{R_A + R_0} - \frac{V_{s1} R_B}{(R_A + R_0)(R_0 + 2R_B + R_A)} \Rightarrow \\ &= \frac{V_{s1}(R_0 + 2R_B + R_A) - V_{s1} R_B}{(R_A + R_0)(R_0 + 2R_B + R_A)} \Rightarrow \\ &= V_{s1} \frac{R_0 + R_B + R_A}{(R_A + R_0)(R_0 + 2R_B + R_A)} \Rightarrow \end{aligned}$$

Dessa forma, o parâmetro de reflexão na entrada é dado por

$$\begin{aligned} S_{11} &= \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} \Rightarrow \\ &= \frac{V_{s1} - I_1 R_0 - R_0 I_1}{V_{s1} - I_1 R_0 + R_0 I_1} \Rightarrow \\ &= \frac{V_{s1} - 2I_1 R_0}{V_{s1}} \Rightarrow \\ &= 1 - \frac{2I_1 R_0}{V_{s1}} \Rightarrow \\ &= 1 - \frac{2R_0(R_0 + R_B + R_A)}{(R_A + R_0)(R_0 + 2R_B + R_A)} \end{aligned}$$

Sob a circunstância de  $a_2 = 0$ , sabe-se que  $V_2 = -R_0 I_2$ . Além disso, é possível calcular o ganho do circuito,  $S_{21}$  como

$$\begin{aligned} S_{21} &= \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} \Rightarrow \\ &= \frac{V_2 - R_0 I_2}{V_1 + R_0 I_1} \Rightarrow \\ &= \frac{-R_0 I_2 - R_0 I_2}{V_{s1} - R_0 I_1 + R_0 I_1} \Rightarrow \\ &= \frac{-2R_0 I_2}{V_{s1}} \end{aligned}$$

O parâmetro  $I_2$ , pode ser obtido como

$$I_2 = \frac{V_B}{R_A + R_0} \implies$$

$$I_2 = \frac{V_{s1} R_B}{(R_A + R_0)(R_0 + 2R_B + R_A)} \implies$$

Levando em consideração que os parâmetros S consideram que a corrente entra na porta pelo terminal superior (contrário ao que foi utilizado para modelar o circuito), utiliza-se o valor de  $-I_2$  para o cálculo do ganho do circuito. Dessa forma, é possível obter que

$$S_{21} = \frac{-2R_0(-I_2)}{V_{s1}} \implies$$

$$= \frac{2R_0 R_B}{(R_A + R_0)(R_0 + 2R_B + R_A)} \implies$$

Ao analisar o circuito, percebe-se que  $S_{11} = S_{22}$  e que  $S_{12} = S_{21}$ . Isso faz sentido, uma vez que o circuito é simétrico.

Continuando com a resolução do problema, aplica-se as restrições do projeto, iniciando pelos coeficientes de reflexão. Para esse cálculo, utiliza-se a expressão de  $S_{11}$  sem perda de generalidade, uma vez que  $S_{11} = S_{22}$ .

$$S_{11} < -50 \text{ dB} \implies$$

$$1 - \frac{2R_0(R_0 + R_B + R_A)}{(R_A + R_0)(R_0 + 2R_B + R_A)} < -50 \text{ dB} \implies$$

$$1 - \frac{2R_0(R_0 + R_B + R_A)}{(R_A + R_0)(R_0 + 2R_B + R_A)} < 10^{-2,5} \implies$$

$$\frac{R_0(R_0 + R_B + R_A)}{(R_A + R_0)(R_0 + 2R_B + R_A)} > \frac{1 - 10^{-2,5}}{2} \implies$$

A outra restrição diz que  $S_{12} = S_{21} = -10 \text{ dB}$ . Da mesma forma como apresentado anteriormente para os parâmetros de reflexão, aqui será utilizado o parâmetro de ganho do circuito sem perda de generalidade. Dessa forma,

$$S_{21} = -10 \text{ dB} \implies$$

$$\frac{2R_0 R_B}{(R_A + R_0)(R_0 + 2R_B + R_A)} = 10^{-1/2} \implies$$

$$\frac{R_0 R_B}{(R_A + R_0)(R_0 + 2R_B + R_A)} = \frac{10^{-1/2}}{2} \implies$$

Calculando o caso extremo em que  $S_{11} = S_{22} = -50 \text{ dB}$ , a inequação da restrição dos coeficientes de reflexão torna-se um equação e, dividindo as duas equações obtidas, chega-se ao seguinte resultado

$$\frac{R_0 R_B}{R_0(R_0 + R_A + R_B)} = \frac{10^{-1/2}}{1 - 10^{-2,5}} \implies$$

$$\frac{R_B}{(R_0 + R_A + R_B)} = \frac{10^{-1/2}}{1 - 10^{-2,5}} \implies$$

$$R_A = R_B \left( \sqrt{10} - 10^{-3} - 1 \right) - R_0$$

Manipulando a equação obtida, é possível obter que

$$R_A + R_0 = R_B \left( \sqrt{10} - 10^{-3} - 1 \right)$$

Substituindo essa relação na equação do ganho do circuito, obtém-se

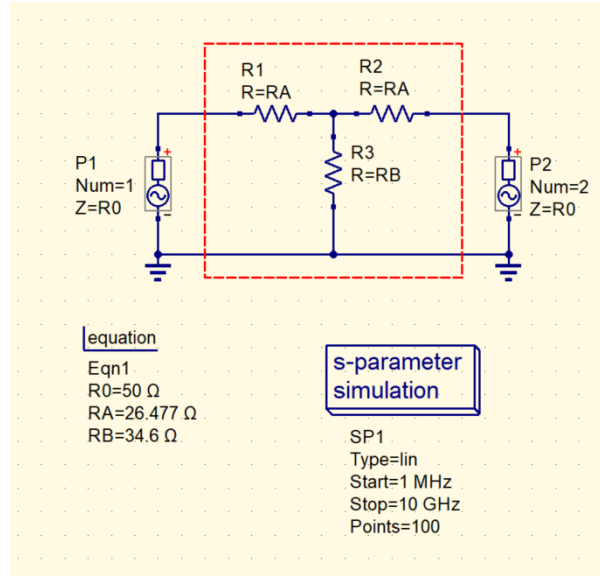


Figure 2: Circuito com os valores corretos

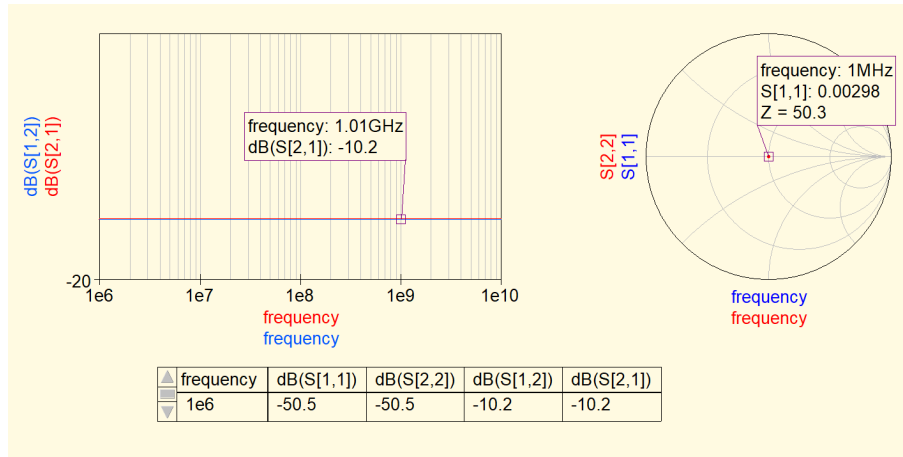


Figure 3: Resultados do circuito resistivo

$$\frac{R_0 R_B}{R_B (\sqrt{10} - 10^{-3} - 1) (R_B (\sqrt{10} - 10^{-3} - 1) + 2R_B)} = \frac{10^{-1/2}}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{R_0}{R_B (\sqrt{10} - 10^{-3} - 1) (\sqrt{10} - 10^{-3} - 1 + 2)} = \frac{10^{-1/2}}{2} \Rightarrow$$

$$R_B = R_0 \frac{2\sqrt{10}}{9 - 2 \cdot 10^{-3/2} + 10^{-6}}$$

Já se sabe que  $R_0 = 50 \, \Omega$ . Portanto,  $R_B \approx 35,3851 \, \Omega$  e, conseqüentemente,  $R_A = 26,477 \, \Omega$ . Com esses valores de resistência, Os resultados obtidos são  $S_{11} = S_{22} = -43,6 \, \text{dB}$  e  $S_{12} = S_{21} = -10,1 \, \text{dB}$ .

Percebe-se que o ganho não atende ao padrão estabelecido pelo problema. Esse problema pode ser facilmente contornado variando um pouco o valor do resistor  $R_B$  de modo que o coeficiente de reflexão obtido atenda ao requisito. Ao verificar os valores chega-se à conclusão de que uma resistência de  $34,6 \, \Omega$  é suficiente para que os critérios sejam atendidos, conforme é apresentada na Fig. 2.

Os resultados podem ser visualizados na Fig. 3. Nota-se que ambos os parâmetros (coeficientes de reflexão e ganhos) não variam com a frequência. Isso faz sentido, uma vez que o circuito é puramente resistivo.

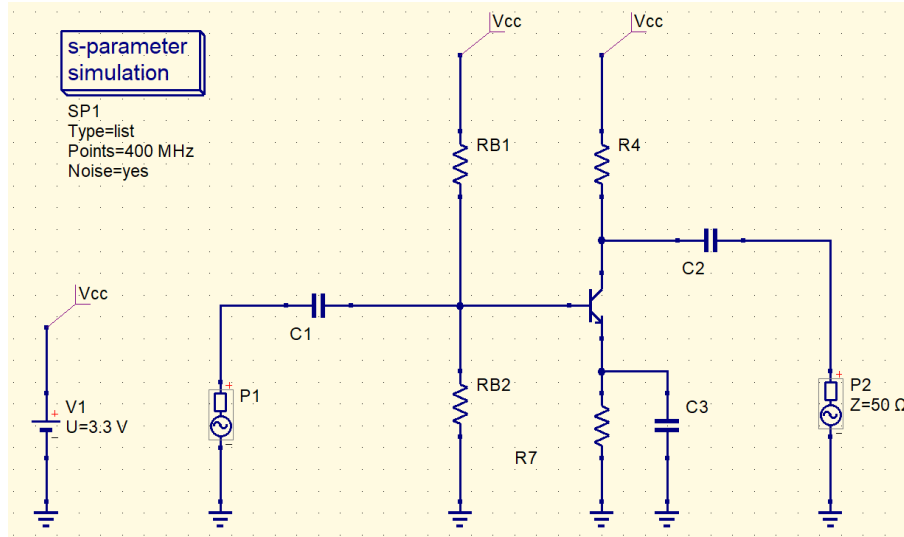


Figure 4: Amplificador genérico original

### 3 Amplificador

Nesta seção, será apresentada o projeto de um amplificador emissor comum baseado no transistor BFP720 (BJT NPN) para operar na frequência de 400 MHz, alimentado por uma fonte de tensão de 3,3 V, com um ganho de potência de 13 e uma carga de 50  $\Omega$ .

O *datasheet* do transistor BFP720 apresenta que quando o circuito opera próximo à frequência de 450 MHz e com uma figura de ruído mínima de 0,4 dB, o ganho de potência obtido é de 28,5 dB. Esses resultados devem ser suficientes também quando o circuito opera na frequência desejada de 400 MHz. Além disso, o *datasheet* informa que esses valores foram obtido com uma corrente de coletor,  $I_C = 5$  mA.

A Fig. 4 apresenta o circuito padrão para o projeto de um amplificador emissor comum. Os valores serão detalhados a seguir.

Como é apresentado em [2], para que seja possível obter uma corrente de 5 mA no emissor do transistor, é considerado que

$$V_B = \frac{1}{3} V_{CC} = 1,1 \text{ V}$$

E, como por padrão,  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ . Além disso, tem-se que

$$\begin{aligned} R_E &= \frac{V_E}{I_E} = \frac{V_B - V_{BE}}{I_E} \Rightarrow \\ &= \frac{1,1 - 0,7}{5 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \\ &= 80 \Omega \end{aligned}$$

Tem-se, também, que

$$R_{B1} + R_{B2} = \frac{V_{CC}}{0,1 \cdot I_E} = \frac{3,3}{0,1 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 6,6 \text{ k}\Omega$$

e

$$\frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} = \frac{1}{3}$$

Dessa forma,  $R_{B1} = 4,4 \text{ k}\Omega$  e  $R_{B2} = 2,2 \text{ k}\Omega$ .

Assumindo o menor valor de  $\beta$  informado pelo *datasheet*, ou seja,  $\beta = 160$ ,

$$I_E = \frac{V_B - V_{BE}}{R_E - R_B/(\beta + 1)} \approx 4,5 \text{ mA}$$

E assim, é possível calcular a resistência do coletor. Assumindo  $I_E \approx I_C$ ,

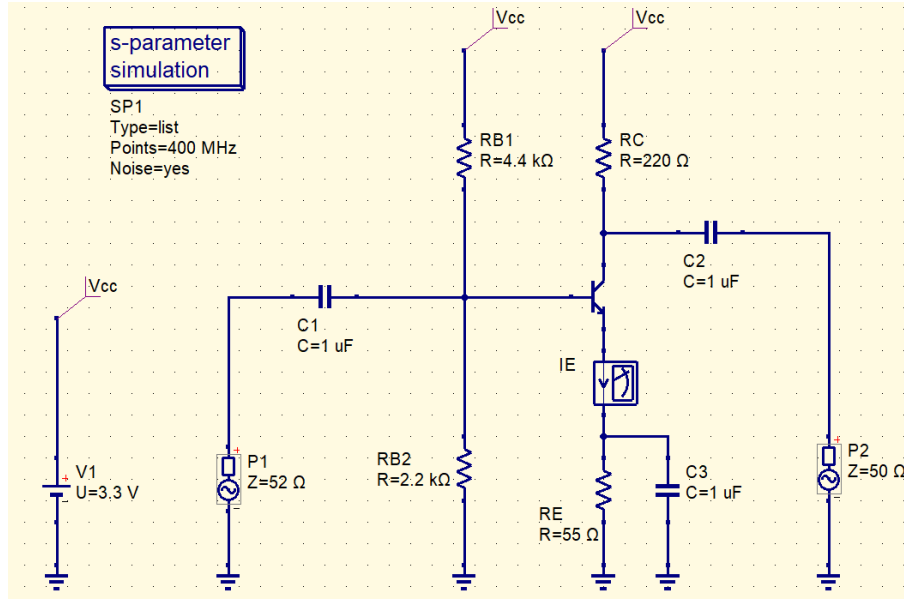


Figure 5: Circuito devidamente polarizado

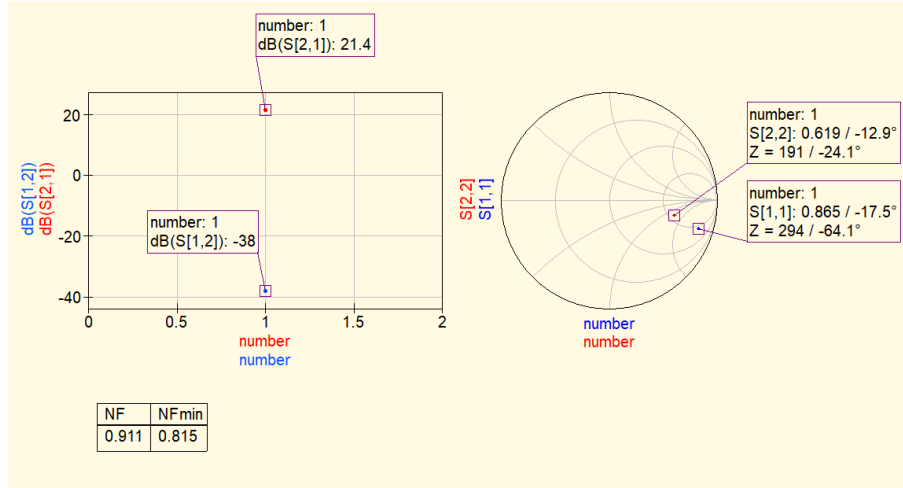


Figure 6: Resultados preliminares do amplificador

$$R_C = \frac{3}{2} \frac{V_{CC}}{I_C} \approx 220 \, \Omega$$

Como o valor de  $I_E$  não é adequado ao projeto, ajusta-se o valor de  $R_E$  para 55  $\Omega$ . O circuito corretamente polarizado é apresentado na Fig. 5.

Ao simular esse circuito utilizando a simulação de parâmetros S, pode-se obter o ganho do circuito, bem como as figuras de ruído mínima e atual. Os resultados obtidos nessa primeira simulação são apresentados na Fig. 6.

Nessa primeira análise, pode-se perceber que a figura de ruído mínima ainda não foi atendida. Entretanto, o ganho obtido é de 21,4 dB, atendendo ao critério estabelecido pelo problema.

Como já foi estudado anteriormente, a figura de ruído de um amplificador está intimamente ligada à impedância de entrada da fonte. Dessa forma, para minimizar essa figura de ruído, pode-se buscar um valor ótimo para a resistência da fonte. A curva que apresenta a figura de ruído pela resistência da fonte pode ser visualizada na Fig. 7.

Assim, temos um valor quase-ótimo para a resistência da fonte. Aplicando esse valor ao circuito do amplificador, obtém-se os resultados apresentados na Fig. 8.

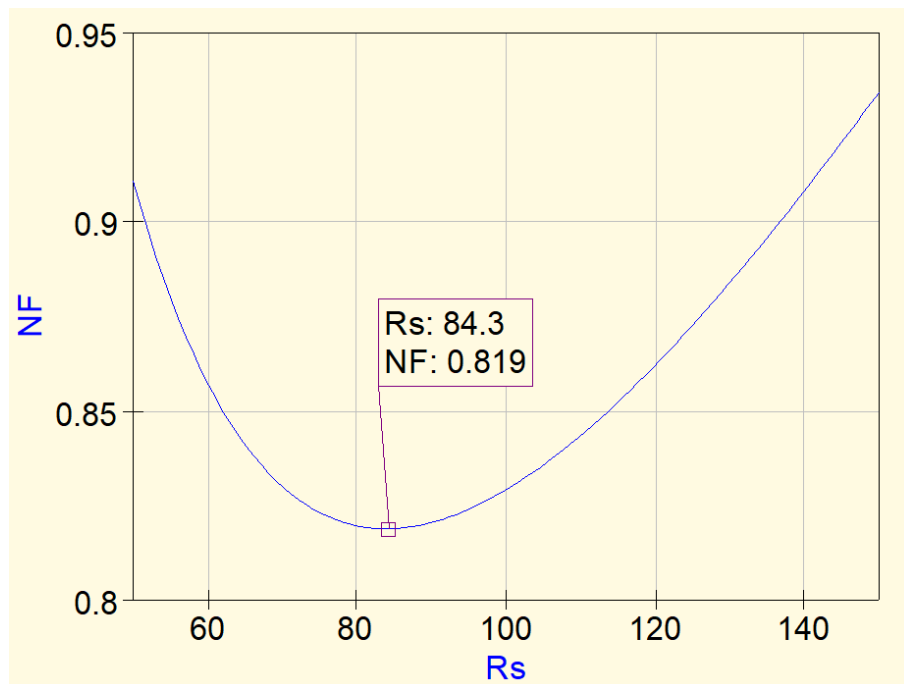


Figure 7: Curva da figura de ruído pela impedância da fonte

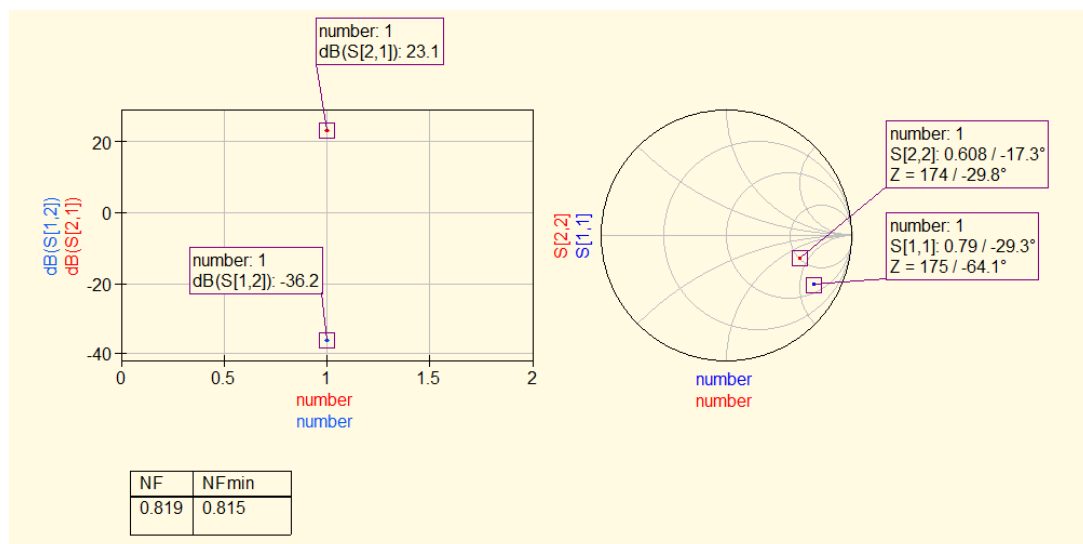


Figure 8: Resultados finais

## 4 Perdas por inserção e reflexão

Segundo [3], a perda por reflexão é uma medida da fração da potência disponível que não é entregue por uma fonte a uma carga. Esse parâmetro pode ser calculado é igual ao parâmetro  $S_{11}$  em decibéis. Dessa forma, o circuito do amplificador tem uma perda por reflexão igual a

$$RL_{dB} = -20 \log |S_{11}| = -2,04 \text{ dB}$$

Ainda segundo [3], a perda por inserção é um tipo específico de perda por substituição em quadripolos. A perda por substituição é a relação entre a potência entregue a uma carga por uma rede inicial e a potência entregue por uma rede substituída.

Considera-se que a perda por inserção será calculada utilizando um adaptador ideal. A perda por inserção é determinada comparando a potência entregue à carga com a potência fornecida pelo adaptador ideal. Um adaptador ideal assume que não há reflexões nas portas e que a transmissão de potência ocorre sem perdas ou desvio de fase. Dito isso, a equação para a perda por inserção pode ser simplificada (a equação original é bem densa) em

$$IL_{dB} = -20 \log |S_{21}|$$

E, esse cálculo, realizado para o circuito amplificador resulta em uma perda por inserção,  $IL_{dB} = -23,11 \text{ dB}$ .

## 5 Discussão

Sendo bem sucinto na minha resposta, com essa atividade eu aprendi a calcular manualmente os parâmetros S, relembrei como polarizar um transistor e, com o conhecimento adquirido nas atividades anteriores, pude minimizar a figura de ruído para chegar próximo ao que foi calculado pelo Qucs como a figura de ruído mínima.

Acredito que foi bem proveitoso e eu tive um bom resultado com este desenvolvimento. Entretanto, é importante pontuar algumas coisas que ficaram pendentes. A primeira, é analisar como reduzir a figura de ruído adequadamente. Não tenho certeza se o que eu fiz é adequado e se é o único método de se obter a figura de ruído mínima. Como a figura de ruído mínima é calculada analisando a variação da figura de ruído pela resistência de fonte, parece que essa resposta é positiva, mas sem certeza. Além disso, acho que, apesar do grande trabalho, seria bem legal obter essas equações analiticamente, não só deixar a carga da simulação resolver tudo. Em relação à última parte da atividade, acredito que seja extremamente importante o aprofundamento nos conceitos de perda por inserção, reflexão e o que foi citado como o efeito mais geral da perda por inserção, ou seja, a perda por substituição. E o mais importante de tudo, acredito que é muito necessário entender porque a figura de ruído ficou tão elevada, em referência ao que foi apresentado pelo *datasheet*. Faz sentido deixar bem claro que a figura de ruído mínima obtida é mais do que o dobro do que foi apresentado pelo *datasheet* e, entender se é possível aproximar ainda mais o valor da figura de ruído mínimo ao que foi obtido. Essa consideração faz sentido, uma vez que a figura de ruído mínima não foi plenamente atendida, a que foi apresentada pelo Qucs é de 0,815 e o obtido foi 0,819.

Ademais, a atividade foi extremamente enriquecedora e os pontos citados não foram resolvidos devido ao tempo que disponho para estudar os diversos fenômenos dos circuitos RF.

## References

- [1] B. Razavi. *RF Microelectronics*. English. 2nd. Prentice Hall, 2011, p. 916. ISBN: 978-0137134731.
- [2] A. S. Sedra and K. C. Smith. *Microelectronic Circuits*. English. 7th. The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering. Oxford University Press, Nov. 2014, p. 1488. ISBN: 978-0199339136.
- [3] Michael Steer. *Microwave and RF Design*. Third. NC State University, 2019.
- [4] Michael Steer. *Microwave and RF Design, Volume 3: Networks*. English. 3rd. Raleigh, NC: NC State University, 2019, p. 258. ISBN: 978-1469656946.