

JULHO DE 2021

Teoria de Markowitz

Invest Junior



Introdução

O presente artigo tem como proposta principal, compreender os impactos da **Teoria de Markowitz** na alocação de ativos e, conseqüentemente, na seleção da melhor carteira de acordo com o maior Índice de Sharpe (carteira com maior retorno) e mínima variância (carteira com menor volatilidade). Todas as aplicações foram feitas através de métodos computacionais, especificamente, na linguagem Python.

Retorno

O retorno é uma medida responsável por apresentar o retorno esperado dos ativos de acordo com seus respectivos pesos e cenários, podendo configurar em ganhos ou perdas. A título de exemplo, considere que você tenha investido R\$ 20,00 reais durante um ano e recebeu no resgate R\$ 22,00 (**R\$ 18,00**), pode-se garantir que nesta operação você obteve um retorno positivo (**negativo**) de 10% a.a sobre sua operação.

Geralmente, para o efeito do cálculo será necessário o retorno esperado de cada ativo multiplicado por cenários (otimista, realista e pessimista). O Ativo A vai enfrentar os seguintes cenários com suas respectivas probabilidades e retornos esperados, segue o exemplo:

Cenário otimista: **Probabilidade 1** = 0,25; **Retorno Esperado 1** = 13%

Cenário realista: **Probabilidade 2** = 0,5; **Retorno Esperado 2** = 15%

Cenário pessimista: **Probabilidade 3** = 0,25; **Retorno Esperado 3** = - 17%

Posto isto, o Ativo A terá o seguinte retorno,

$$\begin{aligned}\text{Retorno Esperado do Ativo A} &= P1 * E1 + P2 * E2 + P3 * E3 \\ &= 0,25 * 0,13 + 0,5 * 0,15 + 0,25 * (- 0,17) \\ &= 6,50\%\end{aligned}$$

Dessa forma, o Ativo A terá um retorno de 6,50%.

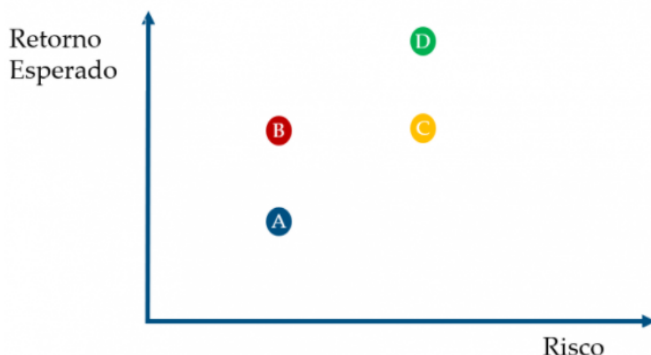
Correlação

É a medida estatística responsável por determinar a relação linear entre dois ativos ou mais, para simplificar considere os Ativos A e Ativo B. O coeficiente de correlação, como é comumente chamado, varia de 1 a -1. Sua interpretação será da seguinte forma: se for **igual a 1**, há uma relação linear perfeita entre os ativos A a B, seria o mesmo que dizer, quando **A aumenta, B aumenta** na mesma proporção; agora, se for **igual a -1**, há uma relação linear perfeita entre os ativos A a B, seria o mesmo que dizer, quando **A aumenta, B diminui** na mesma proporção. Quando a correlação for igual a zero, pode-se afirmar que, as variáveis não se afetam (não há dependência linear), vale ressaltar.



Risco

Cada investidor possui um perfil, convencionalmente, o chamamos de perfil do investidor, este é responsável por determinar o quanto o investidor é capaz de correr risco. Na prática é possível obter três tipos de classificação: conservador, moderado e arrojado. Para compor uma carteira é necessário conhecer, antes de mais nada, qual o perfil a mesma irá satisfazer. Considere o gráfico a seguir:

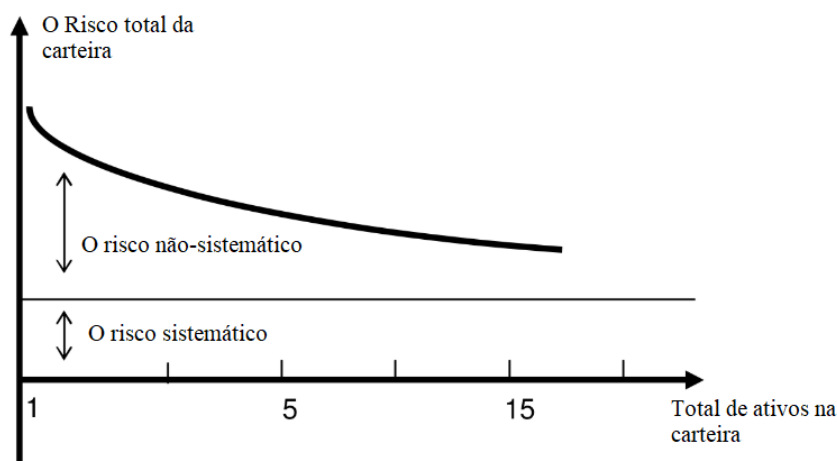


O investidor pode escolher quatro carteiras (A, B, C ou D), suponha que este tenha um perfil conservador e esteja em dúvida na escolha da carteira A e C. Pela leitura gráfica, a carteira A possui um retorno menor comparada à C, mas seu risco também é menor, a carteira C, por sua vez, possui maior retorno esperado comparada à A, porém seu risco também é maior. Pode-se concluir que o investidor, por ser conservador ao risco, escolherá a carteira A.

Risco diversificável e não diversificável

No mercado, o investidor vai se deparar com dois tipos de riscos: risco sistemático (**não pode ser diversificado**) e o risco não sistemático (**pode ser diversificado**). O risco sistemático está associado com crises mundiais (Covid-19), inevitavelmente todos os setores da economia são afetados em menor ou maior grau. Por outro lado, o risco não sistemático está associado com crise em um setor específico, por conta disso, faz-se necessário o estudo da correlação para diminuição dos riscos e a diversificação da carteira.

Graficamente, os dois riscos se comportam da seguinte forma:



É perceptível notar que, a quantidade de ativos na carteira não minimiza o risco sistemático. Já no risco não sistemático é possível minimizar o risco com a melhor alocação dos ativos (diversificação).

Não colocar todos os ovos na mesma cesta

A **Teoria de Markowitz** é responsável por criar a analogia entre a cesta de ovos e a seleção ótima dos ativos que irão compor a carteira. O que está por de trás desta analogia é justamente a gestão do risco não sistemático, isto é, caso a cesta caia, a probabilidade de grande parte dos ovos quebrarem é grande, porém, se esses ovos fossem divididos em outras cestas, a probabilidade de sobrar mais ovos intactos é maior, uma cesta compensa a outra.

O mesmo se aplica aos **investimentos** é possível, através da **diversificação**, melhorar o desempenho de uma carteira (retorno positivo). A ideia para uma melhor performance é evitar alocar todo o capital em uma única empresa ou empresas de um único setor, pois se ocorrer uma crise neste setor, a perda de retorno sobre o capital investido será menor.

Índice de Sharpe

É responsável por calcular a **rentabilidade** de um ativo, considerando seu **risco**. O ponto positivo deste índice é permitir a comparação entre carteira. A premissa é a seguinte, quanto **maior o Índice de Sharpe**, melhor a relação risco x retorno e melhor o desempenho da carteira, **quanto menor o Índice de Sharpe**, pior é a relação risco x retorno e pior o desempenho da carteira. A fórmula é a seguinte:

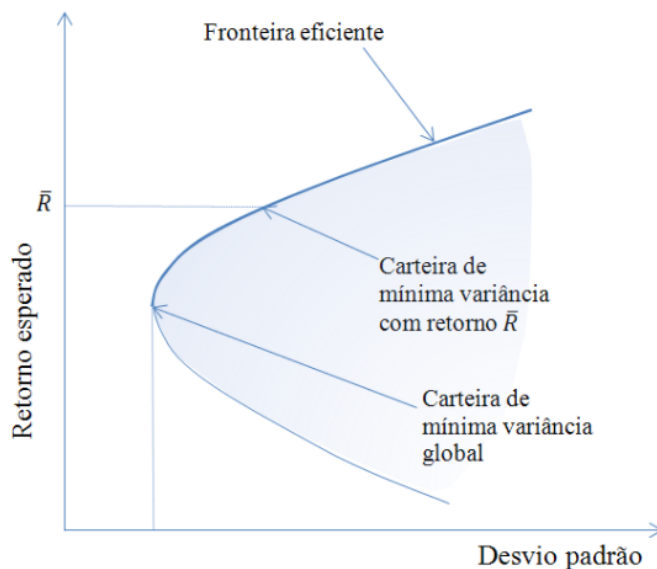
$$S = \left(\frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \right)$$

Onde, o Índice de Sharpe (S) é a relação entre o retorno da carteira (R_p) menos o retorno do ativo livre de risco (R_f) divididos pelo desvio padrão (σ_p). Na literatura, a Selic ou o CDI (será utilizado no presente estudo a taxa de 4,15%) são utilizados como ativos livre de risco.



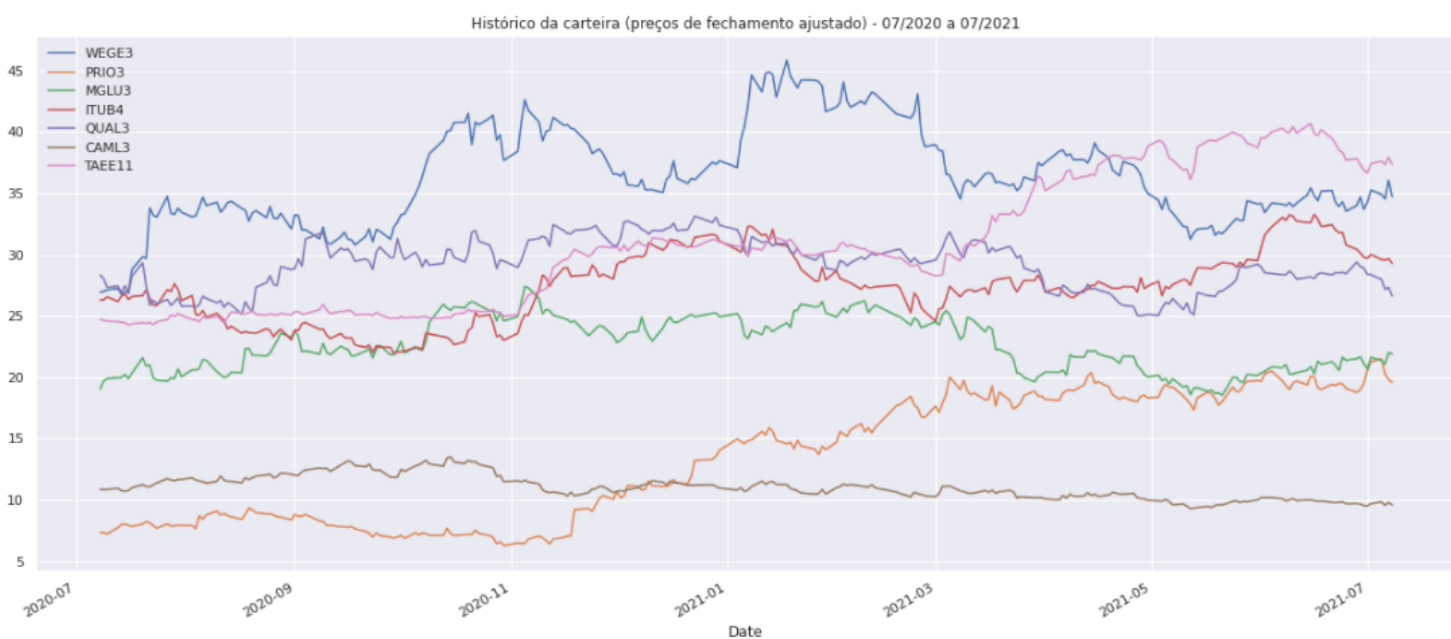
Teoria de Markowitz

Dois conceitos de grande relevância a partir da **Teoria de Markowitz** é o conceito da **carteira de mínima variância**, em outras palavras, seria encontrar a carteira com o menor risco (menor desvio padrão) e o conceito de **fronteira eficiente**, que busca maior retorno possível com menor volatilidade (risco).



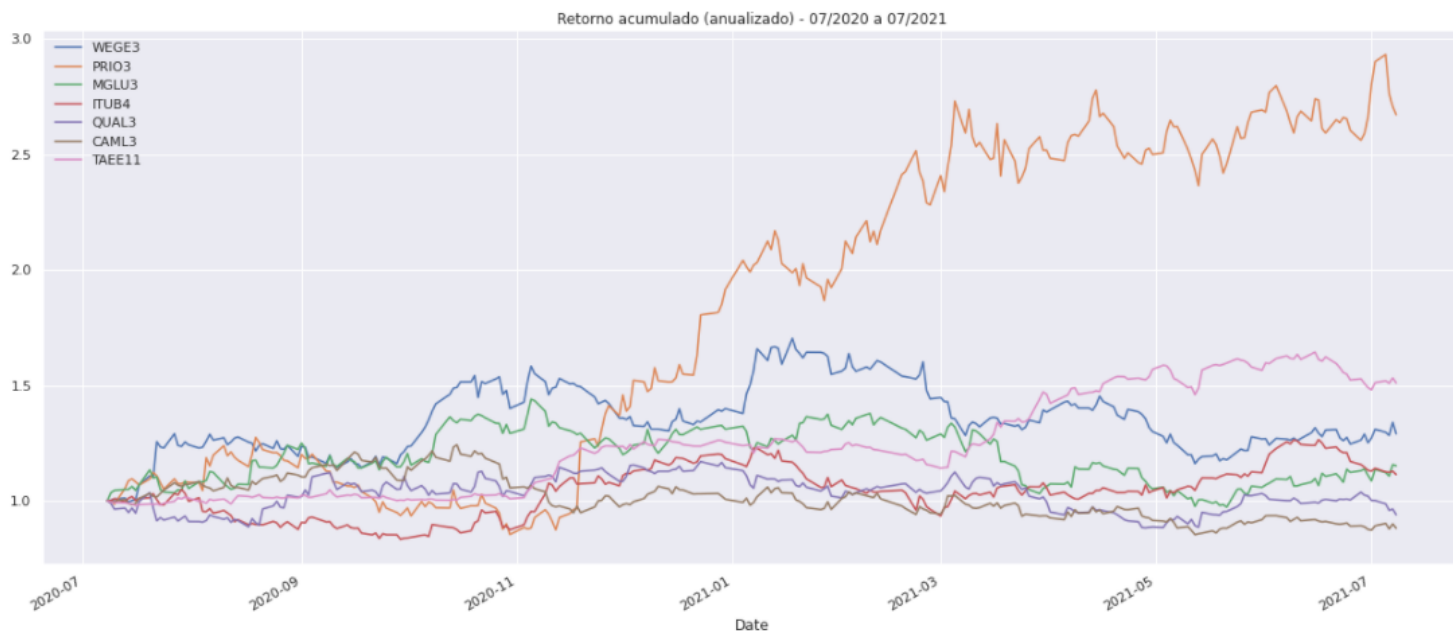
Aplicação prática da Teoria de Markowitz

A aplicação foi feita em Python com o auxílio das seguintes bibliotecas: Pandas, Numpy e Matplotlib. De acordo com a carteira da Invest Junior, há oito ativos sendo eles: **WEGE3**, **PRI03**, **MGLU3**, **ITUB4**, **QUAL3**, **CAML3** e **TAE11**.

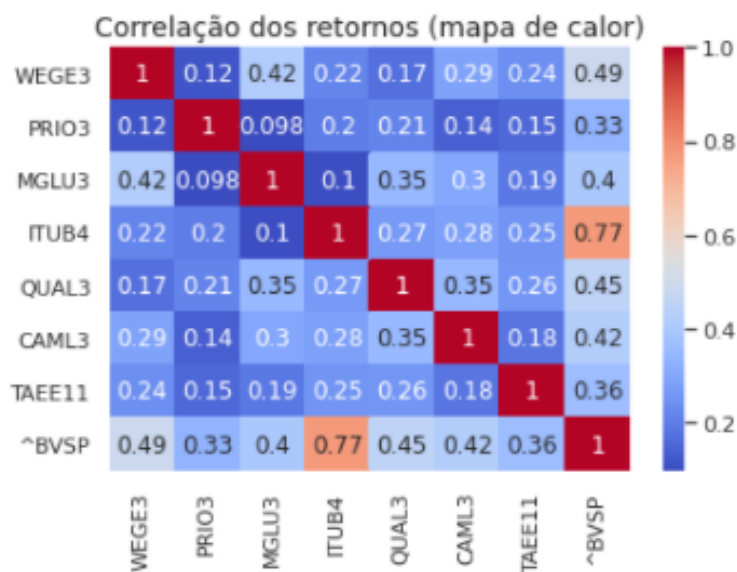


Resultados

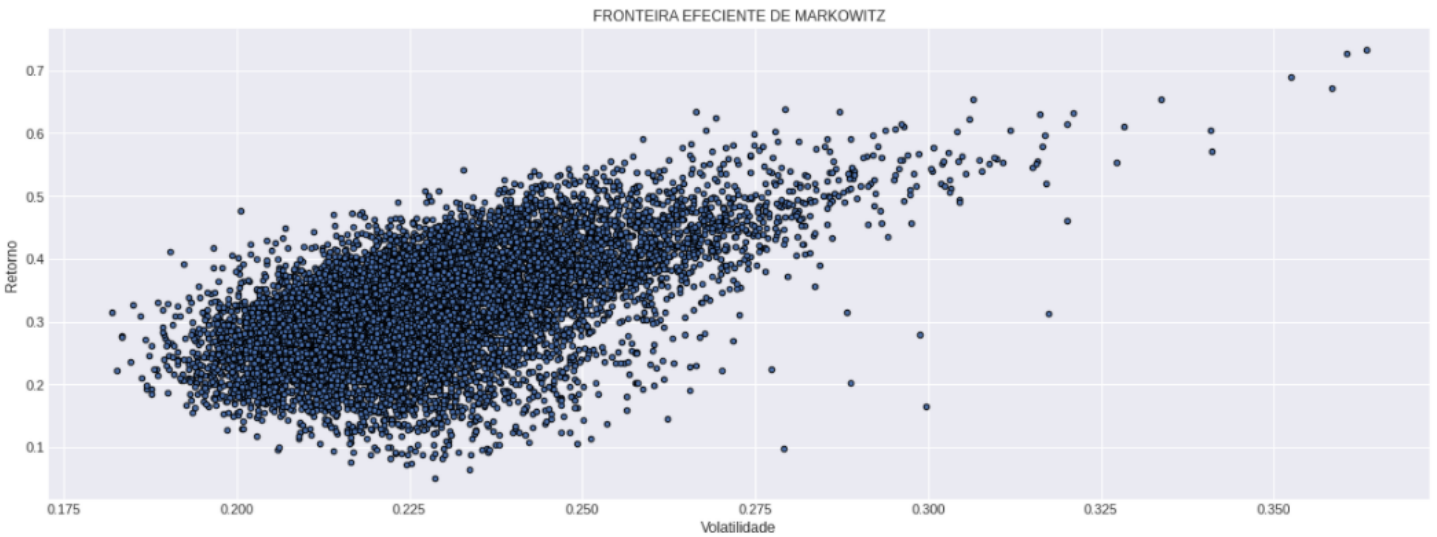
O presente artigo teve a intenção de simular a interação aleatória de 1000 carteiras fictícias afim de encontrar a carteira de mínima variância e a carteira com maior Índice de Sharpe. No gráfico a seguir há os retornos acumulados das ações no período analisado (07/2020 a 07/2021).



Com o mapa de calor abaixo, é possível compreender qual a relação dos retornos acumulados dos ativos. Por exemplo, a correlação entre ITUB3 e MGLU3 é 0,1, isto significa dizer que, os ativos possuem uma relação linear positiva, quando o retorno da MGLU3 aumenta, ITUB3 aumenta proporcionalmente em 0,1.



A seguir, o gráfico representa a **Fronteira Eficiente de Markowitz** com 1000 carteiras aleatórias.



Para conclusão do nosso estudo, a carteira com **variância mínima** possui 0.181911 ou 18,1911% de risco. De acordo com o modelo, as empresas PRIO3 (1,2524%) e a QUAL3 (3,65547%) teriam as menores alocações para garantir a carteira com variância mínima.

Retorno	0.314079
Volatilidade	0.181911
Sharpe Ratio	1.726557
WEGE3 Peso	0.143723
PRIO3 Peso	0.012524
MGLU3 Peso	0.008312
ITUB4 Peso	0.156593
QUAL3 Peso	0.036547
CAML3 Peso	0.117977
TAE11 Peso	0.524325

A carteira com **com maior retorno (maior Índice de Sharpe)** possui 2,380901% de Sharpe Ratio. De As empresas com maior alocação foram PRIO3 (35,0394%) e a TAE11 (42,0554%).

Retorno	0.634301
Volatilidade	0.266412
Sharpe Ratio	2.380901
WEGE3 Peso	0.068728
PRIO3 Peso	0.350394
MGLU3 Peso	0.045385
ITUB4 Peso	0.027005
QUAL3 Peso	0.010622
CAML3 Peso	0.077313
TAE11 Peso	0.420554



Referência bibliográfica:

- Excel para profissionais de finanças - Correia Neto, Jocildo Figueiredo - Elsevier/2007
- Revisão de estatística para finanças - Ricardo Buscariolli - June/2017

