

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Unidade 1

Explorando a Lógica Matemática

Aula 1

Fundamentos da lógica matemática

Introdução à lógica e matemática computacional



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Partida

Olá, estudante! Nesta aula, você terá a oportunidade de explorar os conceitos essenciais da lógica e matemática computacional. Este conhecimento será fundamental para capacitar você a compreender o funcionamento da programação e criar algoritmos de forma eficiente.

Durante os estudos, você aprenderá o que são argumentos, inferências, silogismos e falácias. Além disso, você aprenderá a diferenciar o raciocínio indutivo do raciocínio dedutivo, o que o capacitará a comunicar-se de maneira mais eficiente.

Na primeira seção, apresentaremos os fundamentos da lógica, que são conhecimentos essenciais para compreender as origens da lógica e classificá-la adequadamente. Nesta seção, você será introduzido termos como inferência, lógica dedutiva e indutiva. Por fim, você explorará os conectivos relacionados à disciplina abordada.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Para motivar sua aprendizagem, imagine que você trabalha em uma empresa de tecnologia que ajudou a fundar, uma *startup* que desenvolve aplicativos para o setor industrial. Para negociar com seu cliente, papel que é de sua responsabilidade na empresa, você tem que usar o raciocínio lógico para interpretar as intenções das pessoas que se relacionam comercialmente com você e conseguir demonstrar seu produto e fechar vendas.

Seu desafio é interpretar se um negócio pode ou não ser fechado a partir de frases contidas nos e-mails de seus clientes. Você deverá utilizar as classificações de lógica indutiva e dedutiva para esse exercício e pensar sobre possíveis diálogos de negociação. O ponto principal a ser entendido é: a partir de uma determinada frase do cliente, como podemos inferir algumas outras conclusões com grande probabilidade de acerto, ou seja, visando à venda de um produto?

Por exemplo, a partir de um e-mail do cliente, você extraiu a seguinte frase:

"Realizamos dezenas de testes com o seu software e em todos ele foi capaz de chegar a melhor solução para nosso problema."

Você deverá concluir, com base na lógica clássica, se o cliente está motivado a adquirir o produto compondo argumentos e esclarecendo se a lógica utilizada é a indutiva ou a dedutiva.

Aproveite ao máximo a oportunidade de praticar o estudo dos fundamentos da lógica e matemática computacional. Esses conceitos são de suma importância para profissionais que desenvolvem sistemas de software utilizando diferentes linguagens de programação e algoritmos, permitindo que executem suas funções técnicas de forma eficaz e alcancem resultados profissionais excepcionais.

Bons estudos!

Vamos Começar!

A Lógica e Matemática Computacional é uma disciplina fundamental no campo da Ciência da Computação e da Matemática, que lida com a aplicação de princípios lógicos e matemáticos na resolução de problemas computacionais, no desenvolvimento de algoritmos eficientes, na modelagem de sistemas e no aprimoramento da capacidade de raciocínio lógico.

A disciplina fornece as ferramentas necessárias para resolver problemas complexos, desenvolver sistemas de software avançados e avançar a pesquisa em uma variedade de campos. À medida que a tecnologia continua a evoluir, a compreensão desses princípios é fundamental para profissionais e pesquisadores que desejam ter um impacto significativo no mundo da ciência da computação e da tecnologia.

Para uma compreensão mais profunda da lógica, é crucial conhecer as definições de alguns termos fundamentais amplamente utilizados.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Mundim (2002) destaca os seguintes termos:

- Proposição: refere-se a um enunciado, uma frase declarativa que pode ser considerada verdadeira ou falsa.
- Premissas: são proposições utilizadas como base para um raciocínio. São as proposições nas quais um silogismo se baseia.
- Argumento: é um conjunto de enunciados que se relacionam uns com os outros de forma lógica.
- Conectivos lógicos: utilizados para combinar proposições e criar proposições compostas mais complexas.
- Falácia: consiste em argumentos que logicamente estão incorretos.
- Silogismo: consiste em um raciocínio dedutivo (premissas) e possibilita a dedução de uma conclusão a partir das premissas.



Fonte: Shutterstock.

Siga em Frente...

Proposição

Segundo Bispo Filho, Castanheira e Souza Filho (2017) proposição é a unidade fundamental da lógica. Ela é uma afirmação que pode ser classificada como verdadeira ou falsa. Proposições

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

podem ser simples (uma única afirmação) ou compostas (combinação de várias proposições simples).

Exemplos de proposições simples

- “O Sol é uma estrela.”
- “2 é um número par.”
- “O céu é azul” (verdadeira).
-

Exemplos de proposições compostas:

- “Se chover, então o solo ficará úmido.”
- “João e Maria estão estudando para a prova, ou eles estão assistindo TV.”

Premissas

Fajardo (2017) define premissas como proposições que servem como a base de um argumento lógico. Elas são assumidas como verdadeiras para construir um argumento. Premissas são essenciais para sustentar a validade de uma conclusão.

Exemplo:

Para o argumento “Todos os homens são mortais. Sócrates é um homem. Portanto, Sócrates é mortal,” as duas primeiras proposições são as premissas.

Silogismo

Um silogismo é um tipo de argumento lógico que consiste em duas premissas e uma conclusão. As premissas são declarações que são supostamente verdadeiras, e a conclusão é uma inferência que se segue logicamente das premissas. Aqui está um exemplo de um silogismo:

- Todas as pessoas são mortais (premissa maior).
- Sócrates é uma pessoa (premissa menor).
- Portanto, Sócrates é mortal (conclusão).

Em resumo, silogismo nada mais é do que um argumento constituído de proposições das quais se infere (extraí) uma conclusão. Assim, não se trata de conferir valor de verdade ou falsidade às proposições (frases ou premissas dadas) nem à conclusão, mas apenas de observar a forma como foi constituído. É um raciocínio mediado que fornece o conhecimento de uma coisa a partir de outras coisas (buscando, pois, sua causa).

Argumento

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Fajardo (2017) define um argumento como um conjunto de proposições que inclui premissas e uma conclusão. O objetivo de um argumento é provar que a conclusão é verdadeira com base nas premissas.

Exemplo:

Argumento: “Se chover, a estrada ficará molhada. Está chovendo. Portanto, a estrada está molhada.”

As duas primeiras proposições são premissas, e a última é a conclusão.

A estrutura de um argumento matemático é semelhante a de um silogismo na lógica, embora possa ser mais complexa. Um argumento matemático geralmente segue as seguintes etapas:

- Premissas: são as declarações iniciais ou suposições a partir das quais o argumento começa. Essas premissas podem ser axiomas, definições ou afirmações dadas.
- Raciocínio: utiliza regras lógicas e propriedades matemáticas para derivar conclusões a partir das premissas. Isso envolve a aplicação de teoremas, leis matemáticas ou argumentos lógicos.
- Conclusão: a conclusão é a afirmação final que é derivada das premissas por meio do raciocínio lógico. Deve ser uma dedução lógica das premissas.

Conejutivos lógicos

Segundo Alencar Filho (2002), conectivos lógicos são usados para combinar proposições e criar proposições compostas mais complexas. Os principais conectivos (operações lógicas fundamentais) são representados atualmente pelos seguintes símbolos e são descritos no Quadro 1.

~	O til corresponde à operação lógica NEGAÇÃO. Alguns utilizam o símbolo \neg para designar negação.
^	A cunha corresponde à operação lógica CONJUNÇÃO. Em programação, a conjunção é representada pela palavra AND, ou pelo símbolo $\&$, que corresponde ao conectivo e.
v	A letra v corresponde à operação lógica DISJUNÇÃO. Equivale à palavra ou em seu sentido inclusivo. Em programação, a conjunção é também representada pela palavra OR.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

⤗	A seta corresponde à operação CONDICIONAL. Em português, corresponde à relação "se..., então...".
⤗⤗	A dupla seta corresponde à operação BICONDICIONAL. Em português, corresponde à relação "se, e somente se, ..." .

Quadro 1 | Operadores lógicos

Inferência

Inferência é o processo que permite chegar a conclusões a partir de premissas, constituindo a argumentação lógica perfeita. A inferência, como veremos a seguir, pode ser de dois tipos: indutiva e dedutiva. Uma inferência inválida é chamada falácia. A seguir, mostraremos alguns exemplos de inferências da lógica formal com argumento válido e conclusão lógica. Veja que, a partir de duas frases, que são as premissas, chegamos a uma conclusão.

1. Todos os homens são mortais.
Elias é homem.
Logo, Elias é mortal.
2. Toda novela conta histórias sobre o dia a dia das pessoas.
Roque Santeiro é uma novela.
Logo, Roque Santeiro conta histórias sobre a vida das pessoas.

A inferência dedutiva é aquela que parte de premissas afirmativas ou leis mais gerais permitindo a obtenção de verdades menos gerais ou particulares.

Exemplos de lógica dedutiva:

1. 1. Todos os brasileiros gostam de praia. Antônio é brasileiro. Portanto, Antônio gosta de praia.
2. Todo os jogadores de futebol treinam em academias. Paulo é um jogador de futebol. Então, Paulo treina em uma academia.

Já lógica indutiva se preocupa com argumentos que permitem conclusões gerais a partir de casos particulares.

Exemplo de lógica indutiva:

Uma maçã solta no ar cai em direção ao solo. Uma caneta solta no ar cai em direção ao solo. Um livro solto no ar cai em direção ao solo. Todos os objetos soltos no ar caem em direção ao solo.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Vamos Exercitar?

Você se lembra que na situação-problema, você trabalha em uma *startup* que produz softwares para uso industrial e está analisando a troca de e-mails com o cliente para concluir se a venda deverá ser fechada ou não? Para isso, você decidiu recorrer à lógica clássica e aos raciocínios dedutivo e indutivo.

Vamos retomar as frases extraídas do e-mail do cliente.

“Realizamos dezenas de testes com seu software e em todos ele foi capaz de chegar a melhor solução para nosso problema.”

Por meio de um raciocínio indutivo, partindo de diversos casos particulares para chegarmos a uma conclusão geral, poderíamos realizar a seguinte inferência com a primeira frase:

Realizamos dezenas de testes com seu software e em todos ele foi capaz de chegar a melhor solução para nosso problema.

Portanto, o software da sua empresa resolve o problema do cliente. As dezenas de testes individuais em diferentes contextos nos permitem concluir que o software atende às expectativas do cliente e resolve o problema da indústria.

A conclusão apresentada poderia, por sua vez, ser combinada por meio de um raciocínio dedutivo para se chegar a uma conclusão:

- O cliente sempre adquire os softwares que resolvem seus problemas.
- O software da sua empresa resolve o problema do cliente.

A conclusão natural da dedução, seria:

- Portanto, o software de sua empresa será adquirido.

Isso mostra que as perspectivas são positivas para o fechamento do negócio, mas não se esqueça de que as conclusões do raciocínio indutivo são válidas até que ocorra um contraexemplo. Então, antes de comemorar, é melhor esperar que o cliente confirme formalmente a aquisição do software após as negociações finais.

Saiba mais

Os fundamentos da lógica matemática são fundamentais para a compreensão da disciplina Lógica e Matemática Computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

- Fundamentos da lógica: Leitura do capítulo 1 do livro. GERSTING, J. L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação**. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2016. O capítulo 1 deste livro além de abordar de uma forma simples os seguintes tópicos mencionados nesta disciplina: (a) o uso de símbolos formais da lógica de predicados. (b) a aplicação de argumentos.
- Lógica proposicional: linguagem e semântica, sistemas dedutíveis e aspectos computacionais: Leitura da Parte 1 do livro: SILVA, F. S. C. da; FINGER, M.; MELO, A. C. V. de. **Lógica para computação**. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning Brasil, 2018. O capítulo 1 deste livro além de abordar de uma forma simples os seguintes tópicos mencionados nesta disciplina: (a) Linguagem proposicional. (b)semântica. (c) consequência lógica e desafios da lógica proposicional. O capítulo 2 aborda os tópicos de sistemas dedutivos também mencionados nesta unidade.

Referências

ALENCAR FILHO, Edgard de. Iniciação à lógica matemática. São Paulo: Nobel, 2002.

BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática**. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

FAJARDO, R. **Lógica matemática**. 1. ed. São Paulo: Edusp, 2017.

MUNDIM, R. P. A Lógica Formal – princípios elementares. **Revista Economia & Gestão**, Belo Horizonte, v. 2, n. 3, jan./jun. 2002.

SANTOS, M. da S. dos *et al.* **Lógica computacional**. Grupo A, 2021.

Aula 2

Arranjos

Arranjos

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Partida

Olá, estudante! Nesta aula, você terá a oportunidade de explorar assuntos relacionados a arranjos matemáticos.

Durante os estudos, você aprenderá o que são arranjos matemáticos e como utilizá-los tanto na matemática como em diversas áreas como:

- Análise de algoritmos: em ciência da computação, o desempenho de algoritmos muitas vezes depende da ordem dos elementos de entrada ou saída. Os arranjos são usados para analisar o comportamento de algoritmos em tais cenários.
- Teoria dos números: em algumas áreas da teoria dos números, arranjos são usados para explorar padrões e propriedades dos números inteiros.
- Organização e estruturação: em muitos casos, é importante organizar elementos de forma específica. Os arranjos matemáticos fornecem uma maneira de modelar e analisar essas estruturas.

Nesta aula, será introduzido assuntos relacionados aos arranjos simples, às fórmulas e aos exemplos de aplicações de arranjos simples. Por fim, será explorado arranjos com repetição. Esta seção abordará alguns princípios matemáticos relacionados à lógica. Você pode já ter se deparado com problemas do tipo:

- De quantas maneiras podemos escolher um password válido para um computador?
- Suponha que você tem quatro livros diferentes (A, B, C, D) e deseja organizá-los em uma prateleira. Quantas maneiras diferentes existem de organizar esses livros?

Esses problemas, além do raciocínio lógico, envolvem noções de listagem, contagem e agrupamentos, noções estas que teremos oportunidade de conhecer um pouco melhor nesta seção e ajudarão você a resolver seu terceiro desafio.

Para motivar sua aprendizagem, imagine que você trabalha em uma empresa de tecnologia que ajudou a fundar, uma startup de tecnologia e mais um desafio lhe é apresentado pois, nesta

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

empresa, existem seis funcionários (A, B, C, D, E, F) e três projetos diferentes (Projeto X, Projeto Y, Projeto Z). Você precisa alocar dois funcionários para cada projeto e deseja calcular quantas maneiras diferentes de fazer essa alocação.

Aproveite ao máximo a oportunidade de praticar o estudo relacionado aos arranjos matemáticos. Esses conceitos são de suma importância para profissionais que desenvolvem sistemas de software utilizando diferentes linguagens de programação e algoritmos, permitindo que executem suas funções técnicas de forma eficaz e alcancem resultados profissionais excepcionais.

Bons estudos!

Vamos Começar!

Arranjos simples

Arranjos matemáticos são uma categoria de conceitos na matemática que envolvem a organização e seleção de elementos de um conjunto, levando em consideração a ordem e, às vezes, as outras condições específicas. Os arranjos são frequentemente usados em problemas de contagem, probabilidade, combinatorial e estatísticas.

Arranjos são agrupamentos formados com p elementos de um conjunto de n elementos.

Arranjos são trocas de posição entre os elementos. Mas no caso dos arranjos, são escolhidos p elementos para ocupar as posições ordenadas.

De acordo com lezzi *et al.* (2004), dado um conjunto com n elementos distintos, chama-se arranjo dos n elementos, tomados p a p, a qualquer sequência ordenada de p elementos distintos escolhidos entre os n existentes. Para determinar o número de arranjos podemos utilizar a fórmula descrita na fórmula a seguir.

$$A_{nk} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Para ilustrar esse conceito, considere o conjunto A= {1,2,3,4}. Vamos determinar o número de arranjos desses quatro elementos (n= 4) tomados dois a dois (p=2). Utilizando a fórmula para determinação do número de arranjos, temos que:

$$A_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{24}{2} = 12$$

De fato, discriminando todos os arranjos chegamos a 12 possibilidades:

$$\begin{aligned} & (1,2) \ (1,3) \ (1,4) \ (2,1) \ (2,3) \ (2,4) \\ & (3,1) \ (3,2) \ (3,4) \ (4,1) \ (4,2) \ (4,3) \end{aligned}$$

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Note que (2,3) é diferente de (3,2), isto é, ao trocarmos a ordem dos elementos, obtemos um novo agrupamento. Como a ordem dos elementos é relevante, podemos afirmar que os arranjos são um tipo de lista.

Considere, por exemplo, o problema de se determinar de quantas maneiras seis pessoas A, B, C, D, E e F podem ser dispostas em uma fila indiana. Cada maneira de compor a fila é uma permutação das seis pessoas, pois qualquer fila obtida é uma sequência ordenada na qual comparecem sempre as seis pessoas. Ao utilizarmos a fórmula do número de arranjos, percebemos que neste caso $n = p$.

$$A_{6,6} = \frac{n!}{(n-p)!} = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1} = 720$$

Ou seja, existem 720 maneiras distintas para organização dessa fila.

Para acessar um site, cada usuário cria uma senha com quatro algarismos, todos distintos entre si. Então, o número de senhas possíveis que esse site admite é igual a?

Sabemos que existem dez algarismos possíveis (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9). Então, calcularemos o arranjo simples de dez algarismos tomados de quatro em quatro. Para calcular a quantidade de arranjos, temos que $n = 10$ e $k = 4$, então, basta substituir na fórmula.

$$A_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!}$$

$$A_{10,4} = \frac{10!}{6!}$$

$$A_{10,4} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!}$$

$$A_{10,4} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$$

$$A_{10,4} = 5040$$

Arranjos com repetição

- O arranjo com repetição é um tipo de agrupamento da análise combinatória.
- O arranjo com repetição são os agrupamentos ordenados com p elementos entre n elementos de um conjunto, permitindo repetições.
- Para calcular o arranjo com repetição, utilizamos a fórmula:

$$A_{(n,p)} = n^p$$

- n = número de elementos do conjunto.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

- p = quantidade de elementos por agrupamento.

Vejamos, a seguir, como aplicar a fórmula para encontrar a quantidade de arranjos com repetição que podemos formar em determinadas situações.

Em um banco, a senha do cartão é composta por quatro números, que podem ser repetidos ou não, então, qual é a quantidade de senhas possíveis para esse cartão?

Resolução:

Sabemos que a senha é uma sequência de quatro algarismos e que a ordem é importante, logo, esse problema se trata de um arranjo com repetição.

Existem dez algarismos de zero até nove, então, $n = 10$, e serão escolhidos quatros deles, então, $p = 4$. Dessa forma, temos que:

$$AR_{10,4} = 10^4 = 10.000$$

Então, há dez mil senhas distintas possíveis.

Siga em Frente...

Diferença entre arranjos simples e arranjos com repetição

A diferença principal entre um “arranjo simples” e um “arranjo com repetição” está na permissão para a repetição de elementos no processo de organização ou seleção de elementos a partir de um conjunto. Aqui está a distinção entre os dois:

Arranjos simples:

- Em um arranjo simples, cada elemento do conjunto só pode ser escolhido uma vez em um único arranjo.
- A ordem dos elementos no arranjo é importante, o que significa que a ordem em que os elementos são organizados é considerada na contagem.
- Um elemento escolhido não pode ser escolhido novamente para a mesma posição no arranjo.
- Por exemplo, ao organizar as letras A, B e C em um arranjo simples de três elementos, as permutações seriam ABC, ACB, BAC, BCA, CAB e CBA. Não há repetição dos elementos.

Arranjos com repetição:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

- A ordem dos elementos no arranjo ainda é importante, mas a repetição é permitida, o que significa que um elemento pode aparecer várias vezes no mesmo arranjo.

- Por exemplo, ao organizar as letras A, B e C em um arranjo com repetição de três elementos, os arranjos incluiriam AAA, AAB, AAC, ABA, ABB, ACC, BAA, BAB, BAC, BBA, BBB, BCA, CAA, CAB, CAC, CBA, CBB e CCA. Neste caso, os elementos podem se repetir.

Resumindo, a diferença fundamental entre um arranjo simples e um arranjo com repetição está na capacidade de repetir elementos no arranjo. Em arranjos simples, cada elemento é escolhido uma única vez, enquanto em arranjos com repetição, os elementos podem ser escolhidos e repetidos em diferentes posições do arranjo. A decisão de usar um ou outro depende do contexto do problema específico que você está resolvendo e das restrições envolvidas.

Vamos Exercitar?

Você se lembra que na situação-problema, você trabalha em uma *startup* que produz softwares para uso industrial e está analisando o seguinte cenário?

Suponha que a *startup* tenha seis funcionários (A, B, C, D, E, F) e três projetos diferentes (Projeto X, Projeto Y, Projeto Z). Você precisa alocar dois funcionários para cada projeto e deseja calcular quantas maneiras diferentes de fazer essa alocação.

Neste caso, estamos interessados em calcular o número de arranjos sem repetição, uma vez que cada funcionário pode ser alocado a apenas um projeto, e a ordem em que eles são alocados não importa.

Usaremos a fórmula de arranjos sem repetição:

$$A_{(n,r)} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

- n é o número total de funcionários (6).
- r é o número de funcionários a serem alocados para cada projeto (2).

Primeiro, calculemos o número de maneiras de alocar funcionários para o Projeto X:

$$A_{(6,2)} = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = \frac{720}{24} = 30$$

Agora, calculamos o número de maneiras de alocar funcionários para o Projeto Y. Uma vez que dois funcionários já foram alocados ao Projeto X, temos quatro funcionários restantes para escolher dois para o Projeto Y:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

$$A_{(4,2)} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{24!}{2!} = 12$$

Por fim, calculamos o número de maneiras de alocar funcionários para o Projeto Z. Como dois funcionários já foram alocados para o Projeto X e dois para o Projeto Y, restam dois funcionários para escolher para o Projeto Z:

$$A_{(2,2)} = \frac{2!}{0!} = 2$$

Agora, para encontrar o total de maneiras diferentes de alocar funcionários para os três projetos, multiplicamos esses resultados, pois as alocações para cada projeto são independentes:

$$30 \times 12 \times 2 = 720$$

Portanto, existem 720 maneiras diferentes de alocar funcionários aos projetos da empresa. Isso pode ser útil na gestão de recursos humanos e na alocação de pessoal para projetos específicos.

Saiba mais

Arranjos matemáticos desempenham um papel fundamental em muitos campos da matemática, ciência, engenharia e em diversas aplicações do mundo real. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

1. QUILELLI, P. **Raciocínio lógico matemático para concursos**. 3. ed. Editora Saraiva, 2015. O capítulo 4 deste livro (Análise combinatória) aborda o tópico relacionado a arranjos simples de uma forma bem objetiva e clara.
2. ARAUJO, L. M. M. et al. **Fundamentos de matemática**. Grupo A, 2018. Este livro aborda o tópico relacionado a permutações e arranjos simples de uma forma bem objetiva e clara.

Referências

- ARAUJO, L. M. M. et al. **Fundamentos de matemática**. Grupo A, 2018.
- IEZZI, G. et al. **Matemática**: ciências e aplicações. 2. ed. São Paulo: Atual, 2004.
- QUILELLI, P. **Raciocínio lógico matemático para concursos**. 3. ed. Editora Saraiva, 2015.
- ROSEN, K. H. **Matemática discreta e suas aplicações**. Grupo A, 2010.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Aula 3

Permutações

Permutações



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Partida

Olá, estudante! Nesta aula, você terá a oportunidade de explorar assuntos relacionados a permutações matemáticas.

Nesta unidade, você aprenderá o que são permutações matemáticas e como utilizá-las tanto na matemática como em diversas áreas como:

- Análise de algoritmos: em ciência da computação, as permutações são frequentemente usadas em algoritmos que envolvem a ordenação de elementos. Algoritmos de ordenação como o Quicksort e o Mergesort dependem de permutações para funcionar.
- Códigos e criptografia: na área de segurança da informação, as permutações são usadas na criação de códigos secretos e na criptografia, em que a ordem dos elementos é fundamental para proteger informações.
- Engenharia e design: em engenharia, as permutações são usadas para organizar componentes em sistemas complexos, como circuitos eletrônicos, redes de comunicação e design de produtos. A ordem dos componentes é crítica em muitos casos.

Nesta aula, será introduzido assuntos relacionados às permutações matemáticas, às fórmulas e aos exemplos de aplicações. Esta seção abordará alguns princípios matemáticos relacionados à lógica. Você pode já ter se deparado com problemas do tipo:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

- Suponha que você queira criar todas as permutações possíveis das letras A, B e C. Como você faria isso?
- Se você tem uma lista de cinco músicas e deseja organizá-las em uma ordem específica em uma playlist. Como representar todas as maneiras possíveis de organizar essas músicas?

Esses problemas, além do raciocínio lógico, envolvem noções de listagem, contagem e agrupamentos, noções estas que teremos oportunidade de conhecer um pouco melhor nesta seção e ajudarão você a resolver seu terceiro desafio.

Para motivar sua aprendizagem, imagine que você coordena uma equipe de ciclistas. Suponha que essa equipe, que consiste em quatro ciclistas identificados como A, B, C e D esteja participando de uma corrida. Eles chegam a uma interseção com quatro caminhos numerados de 1 a 4. Cada ciclista deve escolher um caminho diferente na interseção. Como você faria para projetar todas as maneiras diferentes que a equipe pode escolher cada caminho?

Aproveite ao máximo a oportunidade de praticar o estudo relacionado às permutações matemáticas. Esses conceitos são de suma importância para profissionais que desenvolvem sistemas de software utilizando diferentes linguagens de programação e algoritmos, permitindo que executem suas funções técnicas de forma eficaz e alcancem resultados profissionais excepcionais.

Bons estudos!

Vamos Começar!

Permutações

Permutações matemáticas são arranjos de elementos de um conjunto em uma ordem específica. Em outras palavras, as permutações representam todas as diferentes maneiras de organizar os elementos do conjunto, em que a ordem dos elementos é fundamental.

O número de permutações de um conjunto de n elementos é denotado como "P(n)" ou "n!" (lê-se "n factorial") e é calculado como o produto de todos os números inteiros positivos de 1 a n.

A fórmula geral para calcular o número de permutações de n elementos é:

$$P(n) = n!$$

Por exemplo, se você tem um conjunto de três elementos {A, B, C}, o número de permutações possíveis é 3! (3 fatoriais), que é igual a $3 \times 2 \times 1 = 6$ permutações:

ABC

ACB

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

BAC

BCA

CAB

CBA

As permutações são amplamente usadas em problemas de contagem, estatísticas, combinatorial, teoria das probabilidades e diversas outras aplicações em matemática, ciência, engenharia e outras áreas. Elas são uma ferramenta fundamental para lidar com situações em que a ordem dos elementos é crítica.

Siga em Frente...

Exemplos de permutações

Exemplo 01

Quantos anagramas podem ser formados com as letras da palavra BRASIL?

Como anagrama é permutação, então, aplicando a fórmula da permutação:

Solução:

$$P_n = n! \quad P_6 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

Exemplo 02

Quantas permutações distintas podem ser formadas usando todas as letras da palavra "MATE"?

Solução:

Uma permutação é uma organização ordenada dos elementos. Neste caso, queremos organizar as letras da palavra "MATE".

A palavra "MATE" contém quatro letras, então temos $n = 4$ elementos para organizar. Vamos calcular o número de permutações:

Começamos com quatro opções para a primeira posição. Podemos escolher qualquer uma das quatro letras: M, A, T ou E.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Para a segunda posição, agora restam três letras, pois já usamos uma na primeira posição. Portanto, temos três opções.

Na terceira posição, restam duas letras, pois já usamos duas nas posições anteriores. Temos duas opções.

Finalmente, na quarta posição, a última letra é automaticamente definida, já que as outras três letras foram usadas nas posições anteriores.

Agora, podemos multiplicar o número de opções em cada posição para obter o número total de permutações:

$4 \text{ (opções para a primeira posição)} * 3 \text{ (opções para a segunda posição)} * 2 \text{ (opções para a terceira posição)} * 1 \text{ (opção para a quarta posição)} = 24 \text{ permutações.}$

Portanto, existem 24 permutações distintas que podem ser formadas usando todas as letras da palavra "MATE." Isso significa que há 24 maneiras diferentes de organizar essas quatro letras em uma ordem específica.

Exemplo 03

Suponha que você tenha cinco livros diferentes (A, B, C, D, E) em uma prateleira e deseja organizá-los em uma ordem específica. Quantas maneiras diferentes você pode realizar essa organização?

Solução:

Este é um problema de permutação, no qual queremos calcular o número de maneiras de organizar os cinco livros em uma ordem específica.

Começamos com cinco opções para a primeira posição na prateleira. Podemos escolher qualquer um dos cinco livros.

Para a segunda posição, restam quatro livros, pois já usamos um na primeira posição. Portanto, temos quatro opções.

Na terceira posição, restam três livros, já que usamos dois nas posições anteriores. Temos três opções.

Para a quarta posição, restam dois livros, pois já usamos três nas posições anteriores. Temos dois opções.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Finalmente, para a quinta posição, o último livro é automaticamente definido, já que os outros quatro foram usados nas posições anteriores.

Agora, multiplicamos o número de opções em cada posição para obter o número total de permutações:

$5 \text{ (opções para a primeira posição)} * 4 \text{ (opções para a segunda posição)} * 3 \text{ (opções para a terceira posição)} * 2 \text{ (opções para a quarta posição)} * 1 \text{ (opção para a quinta posição)} = 120$ maneiras diferentes.

Portanto, existem 120 maneiras diferentes de organizar os cinco livros em uma ordem específica na prateleira. Cada permutação representa uma configuração única dos livros.

Vamos Exercitar?

Você se lembra que na situação-problema, você coordena uma equipe de ciclistas que participará de uma corrida.

Suponha que a equipe de ciclistas, que consiste em quatro ciclistas identificados como A, B, C e D esteja participando de uma corrida. Eles chegam a uma interseção com quatro caminhos numerados de 1 a 4. Cada ciclista deve escolher um caminho diferente na interseção. Quantas maneiras diferentes a equipe pode escolher os caminhos?

Solução:

Este é um problema de permutação, em que estamos organizando os quatro ciclistas em ordem nos quatro caminhos. Como a ordem é importante, usamos permutações.

Primeiro, escolhemos um caminho para o ciclista A. Temos quatro opções (caminhos 1, 2, 3 e 4). Depois, escolhemos um caminho para o ciclista B, que não seja o mesmo que o escolhido para o ciclista A. Temos três opções restantes.

Em seguida, escolhemos um caminho para o ciclista C, que não seja o mesmo que os caminhos escolhidos para A e B. Restam duas opções.

Finalmente, o último caminho é automaticamente atribuído ao ciclista D.

Portanto, o número total de maneiras diferentes de a equipe escolher os caminhos é:

$4 \text{ (opções para A)} * 3 \text{ (opções para B)} * 2 \text{ (opções para C)} * 1 \text{ (opção para D)} = 24$ maneiras diferentes.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Assim, existem 24 maneiras diferentes para a equipe escolher os caminhos na interseção. Cada permutação representa uma configuração única em que os ciclistas escolhem os caminhos.

Saiba mais

Permutações matemáticas desempenham um papel fundamental em muitos campos da matemática, ciência, engenharia e em diversas aplicações do mundo real. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

1. LUSTOSA, D. **Raciocínio lógico-matemático para concursos públicos: teoria e prática.** (Série Provas & Concursos). Grupo GEN, 2023.
2. ARAUJO, L. M. M. et al. **Fundamentos de matemática.** Grupo A, 2018.

Referências

ARAUJO, L. M. M. et al. **Fundamentos de matemática.** Grupo A, 2018.

LUSTOSA, D. **Raciocínio lógico-matemático para concursos públicos: teoria e prática.** (Série Provas & Concursos). Grupo GEN, 2023.

QUILELLI, P. **Raciocínio lógico matemático para concursos.** 3. ed. Editora Saraiva, 2015.

ROSEN, K. H. **Matemática discreta e suas aplicações.** Grupo A, 2010.

Aula 4

Combinações

Combinações



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Partida

Olá, estudante! Nesta aula, você terá a oportunidade de explorar assuntos relacionados a combinações matemáticas.

Durante os estudos, você aprenderá o que são combinações matemáticas e como utilizá-las tanto na matemática como em diversas áreas como:

Nas engenharias:

- Em ciência da computação: combinações são usadas em permutações e arranjos, em que a ordem dos elementos é importante.
- Análise de algoritmos: em análise de algoritmos, combinações podem ser usadas para determinar a complexidade de algoritmos relacionados à seleção e combinação de elementos.

Teoria dos jogos:

- Cálculo de estratégias: em teoria dos jogos, combinações são usadas para calcular estratégias de jogadores em jogos de escolha simultânea.
Nesta aula, será introduzido assuntos relacionados às combinações matemáticas, fórmulas e aos exemplos de aplicações. Esta seção abordará alguns princípios matemáticos relacionados à lógica. Você pode já ter se deparado com problemas do tipo:
 - Suponha que você precise formar uma equipe de três pessoas a partir de um grupo de oito. Você pode usar combinações para determinar quantas equipes diferentes podem ser formadas.
 - Quantos subconjuntos de um conjunto de cinco elementos podem ser criados? As combinações ajudam a calcular isso.

Esses problemas, além do raciocínio lógico, envolvem noções de listagem, contagem e agrupamentos, noções estas que teremos oportunidade de conhecer um pouco melhor nesta seção e ajudarão você a resolver seu terceiro desafio.

Para motivar sua aprendizagem, suponha que você está liderando um projeto em uma empresa e precisa montar uma equipe de quatro membros a partir de um grupo de dez funcionários disponíveis. Você deseja garantir que a equipe seja diversificada e eficaz, mas a ordem dos membros não importa.

Aproveite ao máximo a oportunidade de praticar o estudo relacionado às combinações matemáticas. Esses conceitos são de suma importância para profissionais que desenvolvem sistemas de software utilizando diferentes linguagens de programação e algoritmos, permitindo que executem suas funções técnicas de forma eficaz e alcancem resultados profissionais.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

excepcionais.
Bons estudos!

Vamos Começar!

Combinações

Combinações matemáticas são uma técnica de contagem usada na teoria de probabilidade e na matemática discreta para calcular o número de maneiras diferentes de escolher um subconjunto de elementos de um conjunto maior, em que a ordem dos elementos não importa. Em outras palavras, combinações se concentram em selecionar grupos de elementos sem considerar a ordem em que esses elementos são escolhidos.

A notação padrão para representar combinações é "C(n, k)", onde:

A fórmula geral para calcular o número de combinações, "C(n, k)", é dada por:

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Onde "n!" representa o fatorial de "n", que é o produto de todos os inteiros positivos de 1 a "n".

As combinações são usadas em várias situações da vida real, como:

- Seleção de equipes: ao escolher membros para equipes, comitês ou grupos de trabalho, garantindo diversidade e habilidades específicas.
- Probabilidade: para calcular as chances de eventos em experimentos de probabilidade, como jogos de cartas ou lançamento de dados.
- Matemática discreta: em problemas de contagem, como determinar quantas maneiras diferentes você pode escolher um grupo de estudantes para formar um projeto de sala de aula.
- Estatística: no cálculo de combinações de variáveis aleatórias em estatísticas.
- Teoria de grafos: em teoria dos grafos, para contar subconjuntos de vértices em um grafo.

Combinações são uma ferramenta poderosa para resolver problemas de contagem, especialmente quando a ordem dos elementos não é relevante, em contraste com as permutações, na qual a ordem é fundamental.

Passo a passo para calcular uma combinação simples

Para calcular o total de combinações possíveis, basta realizar a substituição na fórmula e calcular os fatoriais necessários.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Exemplo 1:

Calcule todas as combinações possíveis de 10 elementos tomados de 4 em 4.

- **1º Passo:** conforme ilustrado no passo 1, temos que identificar o valor de n e de k e substituir na fórmula. No caso temos n = 10 e k = 4.
- **2º Passo:** conforme ilustrado no passo 2, precisamos realizar a simplificação do factorial, multiplicando o numerador pelos seus antecessores até chegar ao maior factorial do denominador. Nesse caso simplificaremos 10!, multiplicando 10 por seus antecessores até chegar a 6!, e fazendo a simplificação no numerador e no denominador.
- **3º Passo:** conforme ilustrado no passo 2, é necessário realizar a multiplicação do numerador e calcular o factorial do denominador, e, posteriormente, realizar a divisão.

- Resolução do Exemplo 1 (**1º passo**):

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_4^{10} = \frac{10!}{4!(10-4)!}$$

$$C_4^{10} = \frac{10!}{4!6!}$$

- Resolução do Exemplo 1 (**2º passo**)

$$C_4^{10} = \frac{10!}{4!6!}$$

$$C_4^{10} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{4!6!}$$

$$C_4^{10} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4!}$$

- Resolução do Exemplo 1 (**3º passo**)

$$C_4^{10} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4!}$$

$$C_4^{10} = \frac{5040}{24}$$

$$C_4^{10} = 210$$

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Desse modo, significa que existem 210 combinações possíveis para 10 elementos tomados de 4 em 4.

Exemplo 2:

Uma pizzaria oferece dez opções em seu cardápio. Eles possuem um tamanho especial chamada pizza gigante, no qual o cliente pode dividir a pizza em quatro partes, escolhendo sabores diferentes. De quantos modos uma pizza gigante pode ser formada, escolhendo quatro sabores diferentes entre as dez opções do cardápio?

Resolução

Não há relevância na ordem dos sabores, por isso, é um problema de combinação.

$$C_p^n = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$C_4^{10} = \frac{10!}{4!(10-4)!}$$

$$C_4^{10} = \frac{10!}{4!6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 6!}$$

$$C_4^{10} = \frac{5040}{24} = 210$$

Exemplo 3

Um trio deve ser formado por um gerente, um supervisor e um operador. De quantos modos diferentes este trio pode ser formado se há dez pessoas disponíveis para ocuparem estes cargos?

Resolução

Para resolver, devemos refletir sobre a importância do ordenamento. Como há posições específicas, o ordenamento importa e utilizamos arranjo.

Pela fórmula do arranjo, temos:

$$A_p^n = \frac{n!}{p!(n-p)!} =$$

$$A_p^n = \frac{n!}{p!(n-p)!} =$$

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

$$A_p^n = \frac{10!}{(10-3)!} =$$

$$A_p^n = \frac{10!}{(10-3)!} =$$

$$A_p^n = \frac{10!}{7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7!} = 720$$

$$A_p^n = \frac{10!}{7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7!} = 720$$

Siga em Frente...

Diferença entre combinação, arranjo e permutação

Problemas diferentes de contagem requerem técnicas diferentes para serem solucionados. Arranjos e permutações são outras destas técnicas. O que define qual utilizar são as condições do problema a ser resolvido.

Caso a ordem dos elementos no subconjunto formado não seja relevante, em que os ordenamentos diferentes produzem o mesmo resultado, utilizamos combinação.

Nas situações em que o ordenamento é relevante, produzindo resultados diferentes, utilizamos arranjo ou permutação.

A escolha do método é determinada pelo que o problema diz, por isto, a interpretação dos enunciados e das situações-problema são fundamentais para os solucionar corretamente.

- **Permutação:** nas permutações, o número de elementos é igual ao número de posições disponíveis. Vejamos o exemplo a seguir: Quantos modos distintos 5 pessoas podem ocupar 5 assentos diferentes? Neste caso, o número de elementos (5) é igual ao número de posições (5). Portanto, "ABCDE" é diferente de "EBCDA", resultando em $P_5 = 5! = 120$ maneiras distintas.
- **Arranjo:** por outro lado, nos arranjos, o número de elementos é maior do que o número de posições disponíveis. Considere o exemplo a seguir: Quantos modos distintos 10 pessoas podem ocupar 3 assentos? Observe que o número de elementos é 10, e o número de posições é 3. Portanto, aplicamos a fórmula de arranjo, como ilustrado a seguir.

Resolução da situação-problema dos arranjos:

$$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!} =$$

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

$$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!} =$$

$$A_{nk} = \frac{10!}{(10-3)!}$$

$$A_{nk} = \frac{10!}{(10-3)!}$$

$$A_{nk} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7!}$$

$$A_{nk} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7!}$$

$$A_{nk} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

$$A_{nk} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

Combinações se concentram na seleção de elementos sem levar em consideração a ordem em que são selecionados. A ordem dos elementos não importa. Duas combinações com os mesmos elementos são consideradas iguais, independentemente da ordem.

Vejamos o exemplo a seguir:

Quantos trios podemos formar de 5 pessoas diferentes?

ABC = CBA (Não). Por exemplo, a diretora solicitou que a professora realizasse a escolha de trios de alunos para realizarem uma apresentação. E neste caso, tem que ser trios de alunos diferentes e não iguais. Veja a resolução deste caso, a seguir.

Resolução da situação-problema de combinações:

- Número total de pessoas (n): 5
- Número de pessoas no trio (k): 3
- Fórmula da combinação: $C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ $C(n,k)=k!(n-k)!n!$
- Cálculo: $C(5, 3) = \frac{120}{12} = 10$ $C(5,3)=12120=10$

Assim, podemos formar 10 trios diferentes de 5 pessoas.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Em resumo, permutações consideram a ordem dos elementos, combinações não consideram a ordem e tratam elementos idênticos como iguais, enquanto arranjos lidam com a ordem e permitem repetições. Cada um desses conceitos é útil em diferentes contextos e problemas de contagem, dependendo das restrições e dos requisitos específicos do problema em questão.

Vamos Exercitar?

Você se lembra que na situação-problema, você está liderando um projeto em uma empresa que necessita montar uma equipe, certo?

Suponha que você está liderando um projeto em uma empresa e precisa montar uma equipe de 4 membros a partir de um grupo de 10 funcionários disponíveis. Você deseja garantir que a equipe seja diversificada e eficaz, mas a ordem dos membros não importa.

Solução:

A fórmula de combinação é dada por $C(n, k)$, onde "n" representa o número total de elementos e "k" é o número de elementos a serem selecionados.

Neste caso:

"k" é o número de membros da equipe que você deseja escolher (4).

Usando a fórmula de combinação, você pode calcular o número de maneiras de formar a equipe diversificada e eficaz:

$$C(10, 4) = 10! / (4!(10 - 4)!) = 210 \text{ maneiras}$$

Portanto, há 210 maneiras diferentes de formar uma equipe de 4 membros a partir do grupo de 10 funcionários disponíveis, garantindo que a equipe seja diversificada e eficaz. Lembre-se de que a ordem dos membros na equipe não é relevante, pois estamos tratando de combinações, não permutações.

Saiba mais

Combinações matemáticas desempenham um papel fundamental em muitos campos da matemática, ciência, engenharia e em diversas aplicações do mundo real. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

1. GERSTING, J. L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação**. Grupo GEN, 2016. Neste livro, no capítulo 4 é abordado de forma clara e intuitiva o tópico relacionado a

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

combinações matemáticas.

2. QUILELLI, P. **Raciocínio lógico matemático para concursos.** 3. ed. Editora Saraiva, 2015. Este livro, aborda no capítulo 4 em análise combinatória o tópico relacionado a combinações simples, de uma maneira muito interativa.

Referências

ARAUJO, L.M. M. *et al.* **Fundamentos de matemática.** Grupo A, 2018.

LUSTOSA, D. **Raciocínio lógico-matemático para concursos públicos: teoria e prática.** (Série Provas & Concursos). Grupo GEN, 2023.

QUILELLI, P. **Raciocínio lógico matemático para concursos.** 3. ed. Editora Saraiva, 2015.

Aula 5

Explorando a Lógica Matemática

Videoaula de Encerramento



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Chegada

Olá, estudante! Para desenvolver a competência desta Unidade, que é conhecer os fundamentos da lógica matemática, em conjunto com as combinações, os arranjos e as permutações matemáticas, você deverá primeiramente conhecer os conceitos fundamentos sobre:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

proposições, premissas, argumentos, conectivos lógicos, falácia, silogismo, inferência, lógica dedutiva e indutiva, arranjos, permutações e combinações. Bom, então vamos lá.

- **Proposições:** é uma afirmação ou declaração que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, mas não ambas. Proposições são usadas como a base para a construção de argumentos lógicos e raciocínio matemático. Elas são muitas vezes representadas por letras minúsculas, como "p" ou "q", e podem ser combinadas por meio de operadores lógicos para formar argumentos mais complexos.
- **Premissas:** são afirmações iniciais ou suposições que servem como a base para um argumento, teorema, cálculo ou processo de raciocínio. Elas são as declarações iniciais das quais se parte para chegar a uma conclusão ou para realizar um cálculo. As premissas são fundamentais na lógica e na matemática computacional, pois ajudam a estabelecer a estrutura lógica e as condições iniciais de um problema ou argumento.
- **Argumentos:** é um conjunto de proposições que inclui uma ou mais premissas e uma conclusão. O objetivo de um argumento é apresentar uma justificação lógica para a aceitação da conclusão com base nas premissas. Em outras palavras, um argumento é uma estrutura lógica que tenta demonstrar que a conclusão é verdadeira com base em informações fornecidas pelas premissas.
- **Conectivos lógicos:** são símbolos ou palavras, usados para combinar proposições (afirmações) para formar novas proposições ou para modificar o valor de verdade de proposições existentes. Os conectivos lógicos são fundamentais para a construção de argumentos, a análise de proposições complexas e a resolução de problemas lógicos.
- **Falácia:** é um tipo de erro de raciocínio, argumentação ou inferência que pode ser enganoso, ilusório ou logicamente incorreto. As falácias são argumentos que parecem ser válidos, mas, na realidade, não são. Elas podem ser usadas de forma deliberada para enganar, mas também podem surgir devido a erros de pensamento ou falta de rigor lógico. Reconhecer falácias é importante para a análise crítica e a construção de argumentos válidos.
- **Silogismo:** é uma forma específica de argumento em lógica que consiste em duas premissas e uma conclusão, seguindo uma estrutura lógica muito particular. Os silogismos são amplamente usados na lógica clássica e na matemática computacional para fazer inferências válidas a partir de premissas dadas. Eles foram formalizados e sistematizados por Aristóteles, um filósofo grego antigo.
- **Inferência:** a inferência em lógica e matemática computacional refere-se ao processo de derivar conclusões lógicas com base em premissas, regras lógicas e raciocínio. É a etapa crucial em que se extrai uma afirmação ou conclusão a partir de informações dadas. Em outras palavras, a inferência envolve a aplicação de princípios lógicos para determinar o que pode ser considerado verdadeiro, com base no que já é conhecido ou aceito.
- **Lógica dedutiva e indutiva:** em matemática computacional, a lógica dedutiva e a lógica indutiva são dois tipos de raciocínio lógico que desempenham papéis distintos na análise, modelagem e solução de problemas. Na matemática computacional, ambos os tipos de lógica desempenham papéis importantes. A lógica dedutiva é fundamental para a construção de algoritmos, a prova de teoremas, a verificação de programas e a resolução de problemas matemáticos. Ela fornece uma base sólida para garantir a validade de

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

operações computacionais. A lógica indutiva é usada em áreas como aprendizado de máquina, mineração de dados e modelagem estatística, nos quais os computadores são treinados para fazer previsões com base em padrões e tendências observados nos dados. Ambas as formas de raciocínio desempenham papéis complementares em matemática computacional, permitindo a construção de modelos precisos, a tomada de decisões informadas e a solução de uma ampla variedade de problemas computacionais.

- **Arranjos:** são uma combinação específica de objetos (geralmente números ou elementos) dispostos em uma ordem particular. Em matemática, "arranjo" é um termo que descreve a organização ordenada de elementos de um conjunto, em que a ordem é importante.
- **Permutações:** referem-se a todas as possíveis maneiras de rearranjar um conjunto de elementos em uma ordem específica. Em outras palavras, uma permutação é uma disposição ordenada de elementos de um conjunto. A ordem dos elementos é importante em permutações, o que significa que duas permutações que tenham os mesmos elementos, mas em ordens diferentes, são consideradas distintas
- **Combinações:** são agrupamentos de elementos de um conjunto em que a ordem dos elementos não é considerada. Em outras palavras, combinações representam a seleção de elementos sem se preocupar com a ordem em que eles são dispostos. As combinações são frequentemente usadas em problemas de contagem e análise combinatória para determinar o número de maneiras de escolher um subconjunto de elementos de um conjunto maior, na qual a ordem dos elementos não importa.

É Hora de Praticar!



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudo de Caso: Organização de um Torneio de Xadrez.

Suponha que você seja o organizador de um torneio de xadrez com 8 participantes: Alice, Bob, Carol, Lucas, Eva, Frank, Grace e Helena. O torneio será uma competição de eliminação simples, onde os jogadores se enfrentam em partidas individuais até que apenas um vencedor seja coroado. Você precisa determinar quantas partidas no total serão necessárias para completar o torneio além disso, quantas maneiras diferentes podemos organizar os 8 jogadores em 4 partidas considerando a ordem dos pares?

- Como a matemática dos arranjos nos ajuda a desenvolver habilidades de resolução de problemas e a aplicar a lógica em diversos campos?

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

- Como a capacidade de calcular permutações nos ajuda a resolver problemas de contagem e a explorar a variedade de maneiras pelas quais elementos podem ser organizados?
- Em que situações a matemática das combinações desempenha um papel fundamental, como na probabilidade, na estatística e em problemas práticos?

Primeiro ponto é:

Serão 7, pois temos 4 partidas nas oitavas de final, mais 2 partidas na semifinal e mais a final.

Para determinar a combinação dos 8 jogadores nas primeiras 4 partidas devemos fazer:

$$C_2^8 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = 28$$

$$C_2^6 = \frac{6!}{2!(6-2)!} = 15$$

$$C_2^4 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6$$

$$C_2^2 = \frac{2!}{2!(2-2)!} = 1$$

Precisamos multiplicar as combinações $28 \times 15 \times 6 \times 1 = 2.520$

Portanto, serão necessárias 7 partidas e podemos ter 2.520 partidas a primeira rodada com 4 partidas.

Esse estudo de caso demonstra como a combinação podem ser aplicadas na organização de competições e na determinação do número de jogos possíveis em uma situação específica. Em contextos do mundo real, as combinações podem ser usadas para resolver problemas de contagem e organização, como em planejamento de eventos, sistemas de votação e muito mais.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

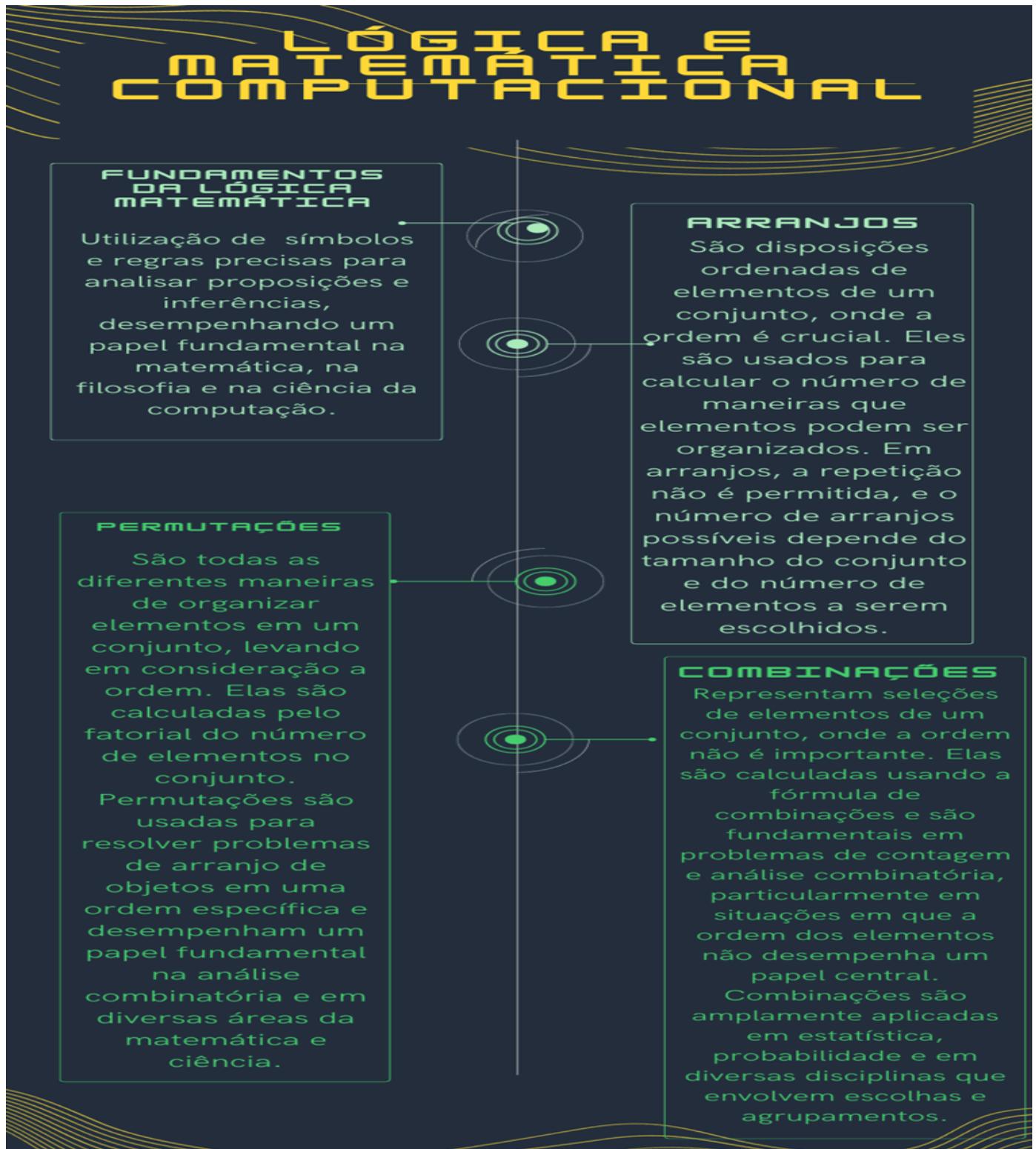


Figura 1 | Síntese dos conteúdos abordados durante os estudos

ARAUJO, L. M. M. et al. *Fundamentos de matemática*. Grupo A, 2018.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

LUSTOSA, D. **Raciocínio Lógico-matemático para concursos públicos: teoria e prática.** (Série Provas & Concursos). Grupo GEN, 2023.

QUILELLI, P. **Raciocínio lógico matemático para concursos.** 3. ed. Editora Saraiva, 2015.

ROSEN, K. H. **Matemática discreta e suas aplicações.** Grupo A, 2010.

Unidade 2

Álgebra de Conjuntos

Aula 1

Introdução a Álgebra de conjuntos

Introdução a álgebra de conjuntos



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos!

Ponto de Partida

Olá, estudante! Nesta aula, você terá a oportunidade de explorar os conceitos essenciais relacionados à álgebra de conjuntos. Este conhecimento será fundamental para capacitá-lo a compreender o funcionamento da programação e criar algoritmos de forma eficiente.

Durante os estudos, você aprenderá o que são conjuntos, suas notações, e por fim, as operações básicas relacionadas à álgebra de conjuntos como: união, interseção, diferença e diferença simétrica em conjuntos matemáticos.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Neste momento, apresentaremos uma introdução à álgebra de conjuntos, que são conhecimentos essenciais para compreender as operações básicas relacionadas a ela.

Para motivar sua aprendizagem, imagine que você é o gerente de um projeto de desenvolvimento de software e precisa selecionar uma equipe de desenvolvedores com habilidades específicas. Você tem três conjuntos de desenvolvedores disponíveis, cada um representando um grupo com diferentes habilidades:

- Conjunto A: Desenvolvedores experientes em linguagens de programação Java.

A = {Alice, Bob, Carol, David, Emily}

- Conjunto B: Desenvolvedores com experiência em desenvolvimento web.

B = {Bob, Carol, David, Frank, Grace}

- Conjunto C: Desenvolvedores que são fluentes em Python.

C = {Carol, David, Eve, Frank, Grace}

Agora, você precisa tomar decisões com base em uniões e interseções desses conjuntos.

- Passo 1 – União para montar uma equipe diversificada: você deseja criar uma equipe diversificada com desenvolvedores que tenham conhecimentos em, pelo menos, uma das áreas (Java, desenvolvimento web ou Python). Para isso, você pode usar a operação de união.
- Passo 2 – Interseção para selecionar desenvolvedores que conhecem duas áreas: você também precisa de alguns desenvolvedores que tenham habilidades em duas áreas específicas. Por exemplo, você deseja encontrar desenvolvedores que conhecem tanto Java quanto desenvolvimento web. Você pode usar a operação de interseção para isso. ($A \cap B$) representa o conjunto de desenvolvedores que conhecem tanto Java quanto desenvolvimento web.
- Passo 3 – Seleção final de equipe: com base nos conjuntos resultantes, você pode fazer escolhas informadas para montar uma equipe diversificada com as habilidades necessárias para o projeto.

Aproveite ao máximo a oportunidade de praticar o estudo álgebra de conjuntos. Esses conceitos são de suma importância para profissionais que desenvolvem sistemas de software utilizando diferentes linguagens de programação e algoritmos, permitindo que executem suas funções técnicas de forma eficaz e alcancem resultados profissionais excepcionais.

Bons estudos!

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Vamos Começar!

Definição de conjuntos matemáticos

Conjuntos matemáticos são uma parte fundamental da teoria dos conjuntos na matemática. Um conjunto é uma coleção ou um agrupamento de elementos, objetos ou números distintos que são considerados como uma única entidade. Os elementos dentro de um conjunto são chamados de membros ou elementos do conjunto.

A notação padrão para descrever um conjunto é listar seus membros entre chaves. Por exemplo, o conjunto de números naturais menores que 10 pode ser representado como: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Os conjuntos podem conter qualquer tipo de elemento, incluindo números, letras, objetos, ou até mesmo outros conjuntos. Eles são usados em uma variedade de ramos da matemática e em muitos contextos diferentes, desde a teoria dos números até a álgebra, a geometria e a teoria de probabilidade.

Os conjuntos são frequentemente usados para definir relações entre elementos, realizar operações como união, interseção e complemento, e estabelecer propriedades matemáticas fundamentais. Eles desempenham um papel crucial na estrutura da matemática e na resolução de problemas em diversas áreas.

Notação de conjuntos

A notação de conjuntos matemáticos é uma forma de representar conjuntos e suas relações de maneira clara e concisa. Aqui estão algumas notações com exemplos para ilustrar seu uso:

1. Notação de conjunto: a notação básica de um conjunto usa chaves e vírgulas para listar os elementos do conjunto. Por exemplo: o conjunto de números naturais menores que 5 é representado como: {0, 1, 2, 3, 4}

2. Notação de conjunto de números inteiros: para representar um conjunto de números inteiros, pode-se usar a notação de intervalo. Por exemplo: o conjunto de números inteiros entre -3 e 3 é representado como: {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}

3. Notação de conjunto vazio: um conjunto sem elementos é representado como o conjunto vazio, denotado por " \emptyset " ou " $\{\}$ ". Por exemplo: o conjunto de números inteiros primos menores que 2 é o conjunto vazio: \emptyset

4. Notação de conjunto por propriedade: em vez de listar todos os elementos, você pode descrever um conjunto por meio de propriedades. Por exemplo: o conjunto de números pares pode ser representado como: {x | x é um número inteiro e x é par}

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

5. Notação de união de conjuntos: a união de dois conjuntos A e B é representada como $A \cup B$ e inclui todos os elementos que estão em A ou em B. Por exemplo: se $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$, então $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

6. Notação de interseção de conjuntos: a interseção de dois conjuntos A e B é representada como $A \cap B$ e inclui todos os elementos que estão em ambos A e B. Por exemplo: se $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$, então $A \cap B = \{3\}$

7. Notação de complemento de conjunto: o complemento de um conjunto A em relação a um conjunto universal U é representado como A' ou $\neg A$ e inclui todos os elementos que estão em U, mas não em A. Por exemplo: se U é o conjunto de todos os números inteiros e $A = \{2, 4, 6\}$, então $A' = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

8. Notação de subconjunto: um conjunto A é um subconjunto de um conjunto B, representado como $A \subseteq B$, se todos os elementos de A também estiverem em B. Por exemplo: se $A = \{1, 2\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4\}$, então $A \subseteq B$.

Essas notações de conjuntos são amplamente usadas na matemática para representar, descrever e operar com conjuntos de maneira precisa e eficiente.

Siga em Frente...

Operações básicas de conjuntos

As operações básicas em conjuntos numéricos incluem a união, a interseção, a diferença e o complemento. Aqui estão essas operações explicadas com exemplos:

- **União (\cup):** a união de dois conjuntos, denotada por $A \cup B$, é um novo conjunto que contém todos os elementos que estão em A ou em B, ou em ambos. Exemplo: se $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$, então $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- **Interseção (\cap):** a interseção de dois conjuntos, denotada por $A \cap B$, é um novo conjunto que contém apenas os elementos que estão em ambos A e B. Exemplo: se $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$, então $A \cap B = \{3\}$.
- **Diferença (-):** a diferença entre dois conjuntos, denotada por $A - B$, é um novo conjunto que contém todos os elementos que estão em A, mas não em B. Exemplo: se $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$, então $A - B = \{1, 2\}$. **Complemento ($'$):** o complemento de um conjunto A em relação a um conjunto universal U, denotado por A' , $\neg A$ ou $U - A$, é um novo conjunto que contém todos os elementos que estão em U, mas não em A. Exemplo: se U é o conjunto de todos os números inteiros e $A = \{2, 4, 6\}$, então $A' = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$.
- **Diferença simétrica (Δ):** a diferença simétrica em conjuntos matemáticos, representada pelo operador Δ (delta), é uma operação que resulta em um novo conjunto contendo todos os elementos que pertencem a pelo menos um dos conjuntos originais, mas não a ambos.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Em outras palavras, é o conjunto de elementos que estão em A ou em B, mas não em ambos simultaneamente. Por exemplo: se tivermos dois conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 3, 4\}$, a diferença simétrica entre A e B será: $A \Delta B = \{1, 4\}$. Neste caso, 1 está em A, mas não em B, e 4 está em B, mas não em A, então eles fazem parte da diferença simétrica entre os conjuntos. Os elementos 2 e 3 não fazem parte dessa diferença, porque eles estão presentes em ambos os conjuntos. Essas operações básicas de conjuntos são fundamentais para a teoria dos conjuntos e têm aplicações em diversos ramos da matemática, na resolução de problemas e na análise de dados. Elas permitem manipular conjuntos de elementos para realizar operações como combinação, exclusão e identificação de elementos comuns.

Exercício 01

Considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6\}$. Encontre $A \cup B$, ou seja, a união dos conjuntos A e B.

Solução:

A operação de união, representada como $A \cup B$, envolve combinar os elementos de ambos os conjuntos, mantendo apenas uma cópia de cada elemento e excluindo duplicatas.

Passo 1: Liste os elementos de A e B.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6\}$$

Passo 2: Combine os elementos de A e B em um único conjunto, excluindo duplicatas.

Começamos com os elementos de A: $\{1, 2, 3, 4\}$

Em seguida, adicionamos os elementos de B que não estão em A: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Passo 3: O resultado é o conjunto $A \cup B$, que contém todos os elementos de A e B, sem repetições.

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Portanto, a união dos conjuntos A e B é $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Este é o conjunto que contém todos os elementos que estão em A ou em B, sem repetições.

Neste exercício, a operação de união é utilizada para combinar dois conjuntos, eliminando elementos duplicados. A união é representada pelo símbolo \cup e é uma operação fundamental na

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

teoria dos conjuntos.

Exercício 02

Considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6\}$. Encontre $A \cap B$, ou seja, a interseção dos conjuntos A e B.

Solução:

A operação de interseção, representada como $A \cap B$, envolve encontrar os elementos que estão presentes em ambos os conjuntos A e B.

Passo 1: Liste os elementos de A e B.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6\}$$

Passo 2: Identifique os elementos que estão presentes em ambos A e B.

Elementos comuns a ambos A e B são 3 e 4.

Passo 3: O resultado é o conjunto $A \cap B$, que contém os elementos que estão na interseção de A e B.

$$A \cap B = \{3, 4\}$$

Portanto, a interseção dos conjuntos A e B é $\{3, 4\}$. Este é o conjunto que contém apenas os elementos que estão presentes tanto em A quanto em B.

Neste exercício, a operação de interseção é usada para identificar os elementos comuns entre dois conjuntos. A interseção é representada pelo símbolo \cap e é uma operação fundamental na teoria dos conjuntos.

Exercício 03

Considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$. Encontre $A - B$, ou seja, a diferença entre os conjuntos A e B.

Solução:

A operação de diferença entre conjuntos, representada como $A - B$, envolve encontrar os elementos que estão em A, mas não em B. Em outras palavras, é o conjunto de elementos

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

exclusivos de A, que não estão presentes em B.

Passo 1: Liste os elementos de A e B.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

Passo 2: Identifique os elementos em A que não estão em B.

Elementos em A, mas não em B: {1, 2}

Passo 3: O resultado é o conjunto $A - B$, que contém os elementos que são exclusivos para A.

$$A - B = \{1, 2\}$$

Portanto, a diferença entre os conjuntos A e B é {1, 2}. Este conjunto contém os elementos que estão presentes em A, mas não em B.

Neste exemplo, a operação de diferença entre conjuntos é usada para encontrar elementos exclusivos de um conjunto em relação a outro. É representada pelo símbolo " $-$ ", e é uma operação importante em teoria dos conjuntos e é útil em diversos contextos, como na análise de dados e resolução de problemas do mundo real.

Exercício 04

Suponha que temos os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6\}$. Para encontrar a diferença simétrica $A \Delta B$:

Calcule $(A - B)$: Os elementos em A que não estão em B são {1, 2}.

Calcule $(B - A)$: Os elementos em B que não estão em A são {5, 6}.

Agora, calcule a união desses dois conjuntos, que são as partes exclusivas de cada conjunto: {1, 2} \cup {5, 6}.

A diferença simétrica entre A e B é, portanto, $A \Delta B = \{1, 2, 5, 6\}$.

Então, a diferença simétrica entre A e B é o conjunto {1, 2, 5, 6}. Este conjunto contém os elementos que são exclusivos de A ou exclusivos de B. É uma operação útil em teoria dos conjuntos e em diversos contextos, como em análise de dados e programação.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Vamos Exercitar?

Você se lembra que na situação-problema, na qual você é o gerente de um projeto de desenvolvimento de software e precisa selecionar uma equipe de desenvolvedores com habilidades específicas? Você tem três conjuntos de desenvolvedores disponíveis, cada um representando um grupo com diferentes habilidades:

Conjunto A: Desenvolvedores experientes em linguagens de programação Java.

$$A = \{Alice, Bob, Carol, David, Emily\}$$

Conjunto B: Desenvolvedores com experiência em desenvolvimento web.

$$B = \{Bob, Carol, David, Frank, Grace\}$$

Conjunto C: Desenvolvedores que são fluentes em Python.

$$C = \{Carol, David, Eve, Frank, Grace\}$$

Agora, você precisa tomar decisões com base em uniões e interseções desses conjuntos.

Passo 1: união para montar uma equipe diversificada

Você deseja criar uma equipe diversificada com desenvolvedores que tenham conhecimentos em, pelo menos, uma das áreas (Java, desenvolvimento web ou Python). Para isso, você pode usar a operação de união.

$A \cup B \cup C$ representa o conjunto de todos os desenvolvedores disponíveis em todos os conjuntos. Vamos calcular a união:

$$A \cup B \cup C = \{Alice, Bob, Carol, David, Emily, Frank, Grace, Eve\}$$

Agora você tem um conjunto com todos os desenvolvedores disponíveis.

Passo 2: interseção para selecionar desenvolvedores que conhecem duas áreas

Você também precisa de alguns desenvolvedores que tenham habilidades em duas áreas específicas. Por exemplo, você deseja encontrar desenvolvedores que conhecem tanto Java quanto desenvolvimento web. Você pode usar a operação de interseção para isso.

$(A \cap B)$ representa o conjunto de desenvolvedores que conhecem tanto Java quanto desenvolvimento web. Vamos calcular a interseção:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

$(A \cup B) = \{Bob, Carol, David\}$

Agora você tem uma lista de desenvolvedores que conhecem Java e desenvolvimento web.

Passo 3: seleção final de equipe

Com base nos conjuntos resultantes, você pode fazer escolhas informadas para montar uma equipe diversificada com as habilidades necessárias para o projeto.

Neste estudo de caso, as operações de união e interseção em conjuntos matemáticos são usadas para ajudar na seleção da equipe de projeto, considerando diferentes habilidades e combinações de conhecimentos entre os desenvolvedores. Essas operações permitem tomar decisões informadas e eficazes ao criar a equipe ideal para o projeto.

Saiba mais

A introdução à álgebra de conjuntos é fundamental para a compreensão da disciplina Lógica e Matemática Computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

- ARAUJO, L. M M. et al. **Fundamentos de matemática**. Grupo A, 2018. O capítulo 2 deste livro aborda de uma forma simples os seguintes tópicos mencionados nesta disciplina: os conjuntos numéricos e suas principais operações.
- ROSEN, K. H. **Matemática discreta e suas aplicações**. Grupo A, 2010. aborda de uma forma simples os seguintes tópicos mencionados nesta disciplina: (a) Conjuntos, (b) Operações em conjuntos.O capítulo 2 deste livro aborda de uma forma simples os seguintes tópicos mencionados nesta disciplina: (a) Conjuntos, (b) Operações em conjuntos.O capítulo 2 deste livro além de aborda de uma forma simples os seguintes tópicos mencionados nesta disciplina: (a) Conjuntos, (b) Operações em conjuntos.

Referências

BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática**. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

GERSTING, J. L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação**. Tradução de Valeria de Magalhaes Iorio. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

SANTOS, M. da S. dos et al. **Lógica computacional**. Porto Alegre: SAGAH, 2021.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Aula 2

Teoria dos conjuntos

Teoria dos conjuntos



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos!

Ponto de Partida

Olá, estudante! Nesta aula, você terá a oportunidade de explorar os conceitos essenciais relacionados à teoria dos conjuntos. Este conhecimento será fundamental para capacitá-lo a compreender o funcionamento da programação e criar algoritmos de forma eficiente.

Durante os estudos, você aprenderá o que são conjuntos, como podemos representá-los conjuntos, o que é cardinalidade de um conjunto, o que são quantificadores (universal e existencial).

Para motivar sua aprendizagem, imagine que você foi contratado por uma grande empresa do setor de Tecnologia da Informação (TI) e está trabalhando em uma equipe no desenvolvimento de um aplicativo para telefones móveis. Você ficou responsável por elaborar diferentes chaves de acesso para esse aplicativo, e durante esse trabalho, você se deparou com o problema de identificar quantos e quais são os subconjuntos derivados de um conjunto constituído por quatro elementos arbitrários $\{1, 2, 3, 4\}$. As possíveis combinações (subconjuntos) encontradas deverão ser apresentadas para o restante da equipe que utilizará essas informações para finalizar o layout da tela inicial do aplicativo. Você conseguiria determinar quantos subconjuntos podem ser formados, independentemente do seu “tamanho” (número de elementos) a partir da conjugação dos quatro elementos arbitrários? Você saberia identificar todos esses subconjuntos? Determinar quantos subconjuntos podem ser formados, independentemente do seu “tamanho” (número de elementos) e identificá-los (um a um) é uma tarefa que exige raciocínio combinatório,

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

metodologia e organização. Para resolver tal problema, será necessário compreender o significado de subconjunto e as relações entre conjuntos.

Aproveite ao máximo a oportunidade de praticar o estudo álgebra de conjuntos. Esses conceitos são de suma importância para profissionais que desenvolvem sistemas de software utilizando diferentes linguagens de programação e algoritmos, permitindo que executem suas funções técnicas de forma eficaz e alcancem resultados profissionais excepcionais.

Bons estudos!

Vamos Começar!

Conjuntos podem ser definidos como coleções não ordenadas de objetos que podem ser, de alguma forma, relacionados (Ferreira, 2001). Considere, por exemplo, o conjunto A das cores da bandeira do Brasil. Temos que $A = \{\text{verde, amarelo, azul, branco}\}$. Em geral, objetos de um mesmo conjunto gozam de uma propriedade em comum. Assim, qualquer objeto que verifique a propriedade “ser cor da bandeira do Brasil” será considerado um elemento do conjunto A. Normalmente, utilizam-se letras maiúsculas do nosso alfabeto para representar os conjuntos.

Para descrever um determinado conjunto, é necessário identificar seus elementos. Para tanto, pode-se proceder de três maneiras distintas:

- Listando todos os elementos do conjunto, como foi feito com o conjunto A, que representa as cores da bandeira do Brasil. Dependendo do conjunto que se deseja descrever, essa maneira de representação pode se revelar trabalhosa, sendo mais indicada para conjuntos finitos, com um pequeno número de elementos.
- Indicando os primeiros elementos do conjunto (presumindo que os elementos do conjunto possam ser ordenados) que denotem um padrão para uma listagem indefinida. Por exemplo, considere o conjunto B = {2,4,6,...}. É possível deduzir, a partir do padrão indicado, que o conjunto B é infinito, constituído pelos números inteiros positivos pares.
- Escrevendo uma propriedade que caracterize os elementos que constituem o conjunto. Por exemplo, considere o conjunto C = { $x | x$ é um número inteiro e $4 < x \leq 9$ }. Lê-se: C é o conjunto de todos os x , tal que x é inteiro, maior do que 4 e menor ou igual a 9. Listando todos os elementos de C, tem-se que: C = {5, 6, 7, 8, 9}. Escrever a propriedade característica dos elementos de um conjunto por meio de palavras é a maneira mais usual de descrever um conjunto. Isso porque, muitas vezes, ao se trabalhar com conjuntos que possuem um número muito grande de elementos (ou até mesmos conjuntos infinitos), a listagem de todos os elementos do conjunto não se torna viável.

Há ainda uma maneira alternativa de representação de conjuntos com forte apelo visual. Trata-se dos Diagramas de Venn. John Venn (1834-1923) foi um matemático inglês, tendo-se licenciado na Universidade de Cambridge onde, depois, ensinou Lógica e Teoria das Probabilidades. Venn

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

introduziu os diagramas em seus trabalhos baseado nos círculos eulerianos, por isso, alguns autores referem-se aos diagramas de Venn como diagramas de EulerVenn (Novaes, 2014).

Os diagramas de Venn consistem em círculos (que podem estar intersectados), os quais representam os conjuntos. No interior dos círculos são listados os elementos do conjunto. Por exemplo, o conjunto $C = \{x \mid x \text{ é um número inteiro e } 4 < x \leq 9\}$ pode ser representado pelo diagrama apresentado na Figura.1.

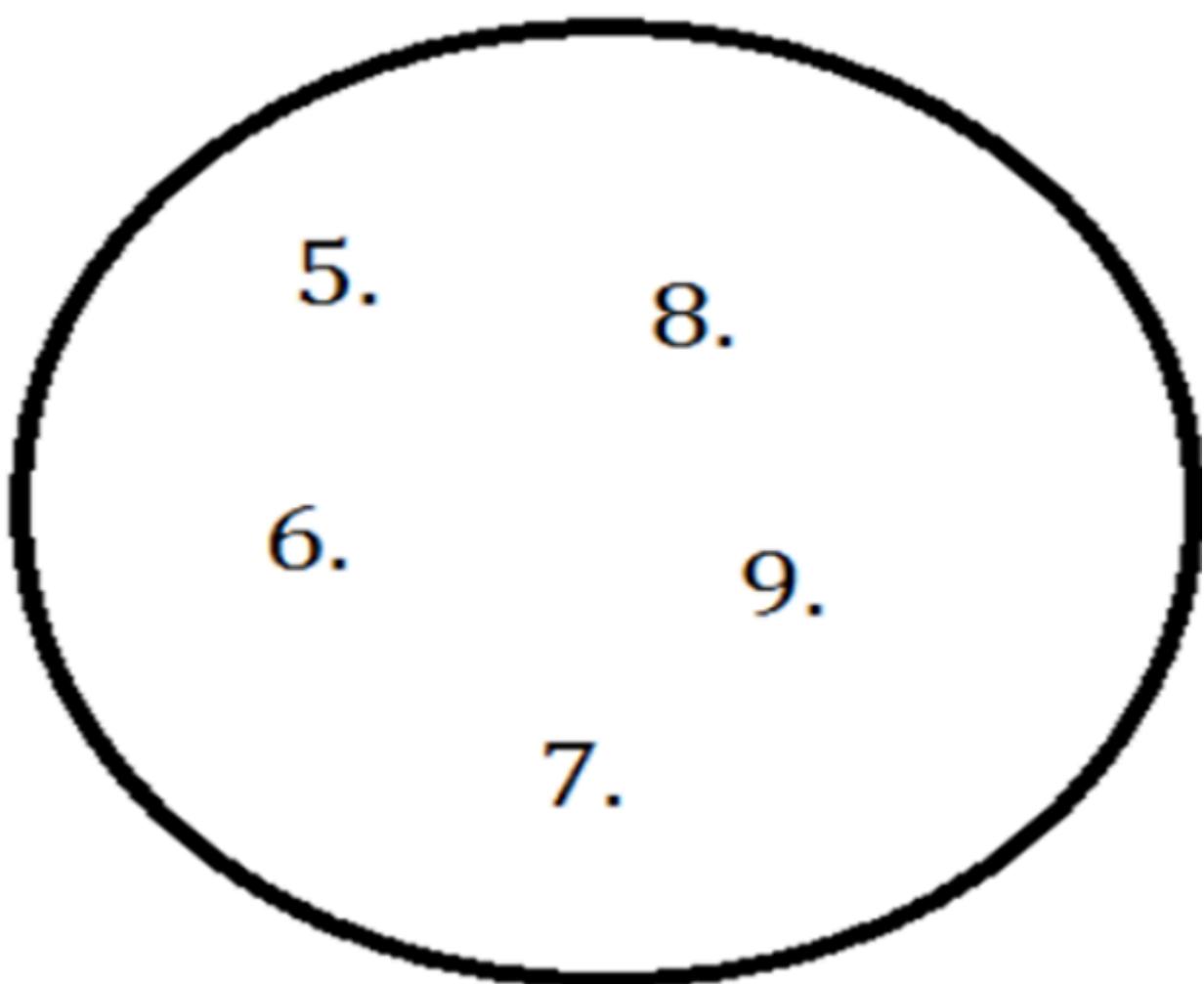


Figura 1 | Conjunto C

Siga em Frente...

Um objeto pertencente a um conjunto é chamado de elemento do conjunto. A relação de pertinência é indicada pelo símbolo \in , e a relação de não pertinência, pelo símbolo \notin . Assim, a indicação $x \in A$ significa que o objeto x é um elemento do conjunto A . Retomando o conjunto das

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

cores da bandeira do Brasil $A = \{\text{verde, amarelo, azul, branco}\}$, podemos afirmar que verde $\in A$ e que vermelho $\notin A$. A relação \in , pode ser lida como “é membro de” ou “está em” ou “é elemento de” ou “pertence a”.

Além de saber descrever um conjunto a partir das propriedades comuns de seus elementos, também é importante saber determinar quantos elementos constituem o conjunto. Vale destacar que, ao número de objetos (elementos) de um determinado conjunto dá-se o nome de cardinalidade. As barras de valor absoluto em torno de um conjunto representam a cardinalidade ou o tamanho do conjunto (isto é, o número de elementos do conjunto). Assim, considerando o conjunto $A = \{\text{verde, amarelo, azul, branco}\}$, pode-se afirmar que a cardinalidade de A é igual a 4, ou seja, $|A| = 4$. De maneira análoga, considerando o conjunto $C = \{x \mid x \text{ é um número inteiro e } 4 < x \leq 9\}$, pode-se afirmar que a cardinalidade de C é igual a 5, ou seja, $|C| = 5$.

Um conjunto é chamado de finito quando sua cardinalidade é um número inteiro, caso contrário, é chamado de infinito. Um conjunto é chamado de conjunto vazio quando sua cardinalidade é igual a zero, ou seja, é um conjunto desprovido de elementos.

É muito comum nos depararmos com alguns conjuntos padrão. As Tabelas 1 e a figura 2 ilustram os conjuntos numéricos naturais, inteiros, racionais e irracionais.

(N) Naturais	0,1,2,3,4,5... Positivos inteiros a partir do 0
(Z) Inteiros	-2, -1, 0,1,2,3... Naturais + os negativos
(Q) Racionais	-1,0,1,2 e frações ($\frac{1}{2}, \dots$) Naturais + frações e dízimas periódicas
(I) Irracionais	$\pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt[3]{5}...$ Raízes não inteiros e dízimas não periódicas

Tabela 1 | Conjuntos numéricos

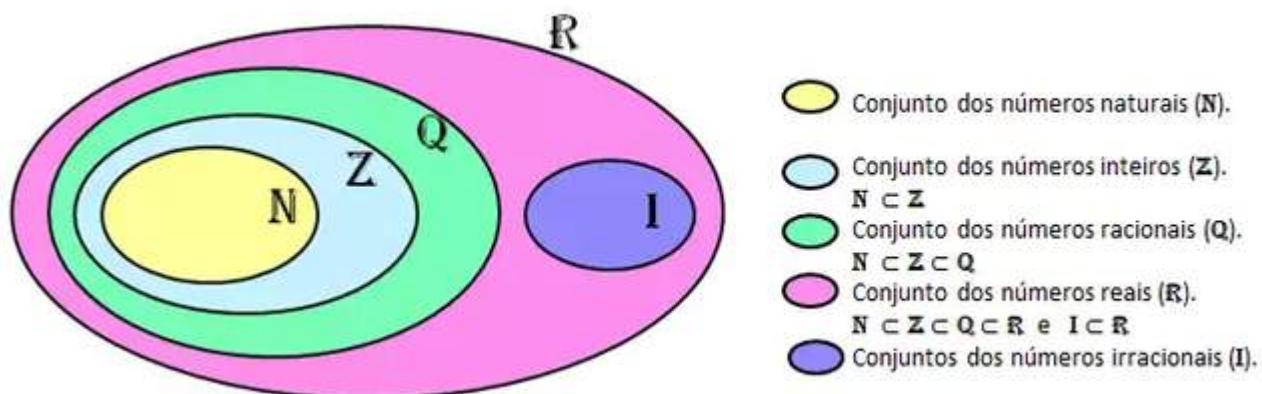


Figura 2 | Conjunto numéricos. Fonte: Estudo Prático, 2019.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Na Teoria de Conjuntos, há certas afirmações que não podem ser escritas adequadamente por meio de símbolos proposicionais, parênteses e conectivos lógicos. Elas contêm um elemento quantificador. Os quantificadores são frases como “para todo”, “para cada” ou “para algum”, que indicam, de alguma forma, quantos objetos têm uma determinada propriedade.

Por exemplo, considere as seguintes afirmações:

Todo inteiro é par ou ímpar.

Existe um número natural que é primo e par.

A primeira afirmação traduz uma relação de universalidade, já a segunda afirmação traduz uma relação de existência. Utilizaremos uma notação específica para representar cada uma dessas situações.

O quantificador universal é simbolizado por um A de cabeça para baixo, \forall , e é lido “para todo” ou “qualquer que seja”. A forma geral para essa notação é $\forall x \forall A$, afirmações sobre x. A primeira afirmação “todo inteiro é par ou ímpar” ficaria representada como $\forall x \forall Z$, x é par ou x é ímpar.

O quantificador existencial é simbolizado por um E espelhado, \exists , e é lido como “há” ou “existe”. A forma geral para essa notação é $\exists x \exists A$, afirmações sobre x. A segunda afirmação “existe um número natural que é primo e par” ficaria representada como $\exists \exists x N$, x é primo e par.

Considere, agora, os conjuntos $A=\{2, 5, 7, 9\}$, e $B =\{1,2,3,4,5, 6, 7, 8, 9\}$. Perceba que todos os elementos pertencentes ao conjunto A também pertencem ao conjunto B. Nesse caso, dizemos que A é um subconjunto de B.

Sejam os conjuntos A e B. Dizemos que A é um subconjunto de B se, e somente se, todo elemento de A também for elemento de B. A notação $A \subseteq B$ significa que A é subconjunto de B.

Se A é um subconjunto de B, mas $A \neq B$, ou seja, existe pelo menos um elemento de B que não é elemento de A, então, A é chamado de subconjunto próprio de B. Subconjuntos próprios podem alternativamente ser representados pelo sinal \subset .

Observe que \in e \subseteq têm significados relacionados, porém, diferentes! O símbolo \in é utilizado para representar uma relação de pertinência entre um objeto e um conjunto. Por exemplo, seja o conjunto $A=\{5, 7, 9, 11, 13\}$, podemos afirmar que $7 \in A$. Já o símbolo \subseteq é utilizado para representar uma relação de continência (subconjunto) entre conjuntos. Por exemplo, seja $A=\{5, 7, 9, 11, 13\}$ e $B =\{5, 11, 13\}$, podemos afirmar que $B \subseteq A$. Tome cuidado! Os sinais \in e \subseteq não podem ser permutados.

Um problema recorrente envolvendo subconjuntos diz respeito à determinação do número de subconjuntos de um determinado conjunto. Por exemplo, quantos subconjuntos têm o conjunto $A = \{a, b, c\}$?

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Uma maneira para resolver esse problema é listar todas as possibilidades. Como a cardinalidade de A é igual a 3 ($|A| = 3$), qualquer subconjunto de A pode ter de zero a três elementos. Consideremos a Tabela 2 com a descrição de todas as possibilidades:

Número de elementos	Subconjuntos	Número de subconjuntos
0	\emptyset	1
1	{a}, {b}, {c}	3
2	{a,b}, {a,c}, {b,c}	3
3	{a, b, c}	1
Total		8

Tabela 2 | Subconjuntos de A (cardinalidade 3)

Portanto, $A = \{a, b, c\}$ tem oito subconjuntos. É importante, nesse momento, retomar a definição de conjunto como uma coleção não ordenada de objetos. Isso significa dizer que o subconjunto {a, b} e o subconjunto {b, a} são iguais e, portanto, contabilizados uma única vez. Também é importante destacar que o conjunto vazio e o próprio conjunto A também são subconjuntos de A.

Nesse exemplo, conseguimos listar e contabilizar todos os subconjuntos de A. Como $|A| = 3$, essa tarefa não se mostrou muito trabalhosa. No entanto, imagine no caso de um conjunto com cardinalidade igual a 10: quantos subconjuntos poderiam ser contabilizados?

O teorema a seguir permite contabilizar o número de subconjuntos de um conjunto qualquer conhecendo-se a sua cardinalidade.

Teorema: seja A um conjunto finito. O número de subconjuntos de A é $2^{|A|}$.

Seja A um conjunto com cardinalidade igual a 10, quantos subconjuntos de A poderiam ser contabilizados? Como $|A| = 10$, utilizando o resultado do Teorema anterior, o número de subconjuntos de A é igual a $2^{|A|} = 2^{10} = 1024$.

Nesta aula, você, estudante, aprendeu o que são conjuntos, como podemos representá-los, o que é cardinalidade de um conjunto, o que são quantificadores (universal e existencial) e como podemos listar e contabilizar os subconjuntos de um determinado conjunto. Todos esses conceitos serão de suma importância na resolução de situações-problema que envolvam conjuntos e relações entre conjuntos.

Vamos Exercitar?

Você se lembra da situação-problema apresentada no início da aula? Vamos retomá-la?

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Você foi contratado por uma grande empresa do setor de Tecnologia da Informação (TI) e está trabalhando em uma equipe no desenvolvimento de um aplicativo para telefones móveis. Durante o desenvolvimento do aplicativo, você se deparou com o problema de identificar quantos e quais são os subconjuntos derivados de um conjunto constituído por quatro elementos arbitrários {1, 2, 3, 4}. Você conseguiria determinar quantos subconjuntos podem ser formados, independentemente do seu “tamanho” (número de elementos) e a partir da conjugação desses quatro elementos arbitrários? Você saberia identificar todos esses subconjuntos? Lembre-se de que as possíveis combinações (subconjuntos) encontradas deverão ser apresentadas para o restante da equipe, que utilizará essas informações para finalizar o layout da tela inicial do aplicativo.

Em primeiro lugar, vamos elucidar o significado da palavra arbitrário. Quando dizemos que x é um elemento arbitrário de um conjunto A , queremos dizer que x pode ser qualquer elemento de A e não podemos fazer qualquer outra suposição sobre x .

Denotando o conjunto {1, 2, 3, 4} por A , podemos determinar a sua cardinalidade. Temos que $|A| = 4$, logo, o número de subconjuntos de A é igual a $2^{|A|} = 2^4 = 16$. Resta, agora, identificar todos esses 16 subconjuntos. Como a cardinalidade de A é igual a 4, podemos ter subconjuntos com 0, 1, 2, 3 ou 4 elementos. Por exemplo, {1, 3, 4} é subconjunto de A , pois {1, 3, 4} ⊂ A . {2, 3} também é subconjunto de A , pois {2, 3} ⊂ A .

Para identificar todos os subconjuntos de A , vamos elaborar uma lista, representados no Tabela 3.

Número de elementos	Subconjuntos	Número de subconjuntos
0	∅	1
1	{1}, {2}, {3}, {4}	4
2	{1,2}, {1,3}, {1,4}, {2,3}, {2,4}, {3,4}	6
3	{1, 2, 3}, {1, 2, 4}, {1, 3, 4}, {2, 3, 4}	4
4	{1, 2, 3, 4}	1
Total		16

Tabela 3 | Subconjuntos de A (cardinalidade 4)

Vale ressaltar que, como a cardinalidade do conjunto A era igual a 4, não tivemos maiores dificuldades em listar todos os 16 subconjuntos. Problemas envolvendo conjuntos de maior cardinalidade costumam exigir a contabilização do número de subconjuntos, sem

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

necessariamente precisar identificá-los. Inúmeros problemas envolvendo o raciocínio computacional exigem essa habilidade.

Você conseguiria determinar quantos subconjuntos poderiam ser obtidos a partir de um conjunto com cardinalidade igual a 20? Que estratégia você utilizaria para identificá-los (um a um)? Pense nisso!

Saiba mais

Álgebra de conjuntos são fundamentais para a compreensão da disciplina Lógica e Matemática Computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

1. ARAUJO, L. M. M. *et al.* **Fundamentos de matemática**. Grupo A, 2018. O capítulo 1 (Conjuntos Numéricos) deste livro aborda de uma forma simples os seguintes tópicos mencionados nesta disciplina: (a) conjuntos numéricos. (b) Diagramas de Venn.
2. LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M. **Matemática discreta**. Grupo A, 2013. O capítulo 1 (Teoria dos conjuntos) deste livro aborda de uma forma simples o tópico relacionado aos conjuntos numéricos.

Referências

BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática**. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

FAJARDO, R. **Lógica matemática**. 1. ed. São Paulo: Edusp, 2017.

FERREIRA, J. C. **Elementos de lógica matemática e teoria dos conjuntos**. Lisboa: Departamento de Matemática do Instituto Superior Técnico, 2001.

MUNDIM, R. P. A Lógica Formal – princípios elementares. **Revista Economia & Gestão**, Belo Horizonte, v. 2, n. 3, jan./jun. 2002.

NOVAES, G. P. Reflexões sobre o ensino de conjuntos Diagramas de Venn. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, v. 32, n. 84, p. 44-47, maio/ago. 2014.

OLIVEIRA, N. C. N. Números irracionais. Estudo Prático, 2019. Disponível em: <https://www.estudopratico.com.br/numeros-irracionais-surgimento-e-classificacao/>. Acesso em: 25 abr. 2024.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Aula 3

Álgebra de conjuntos

Álgebra conjuntos



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos!

Ponto de Partida

Olá, estudante! Nesta aula, estudaremos as operações de conjuntos. Conjuntos são coleções não ordenadas de objetos que podem ser, de alguma forma, relacionados. Estudaremos, portanto, que relações são essas, direcionando nosso olhar especialmente para as operações de união (\cup), intersecção (\cap) e diferença ($-$) entre conjuntos.

Lembre-se de que você foi contratado por uma grande empresa do setor de Tecnologia da Informação (TI) e está trabalhando em uma equipe de desenvolvimento de um aplicativo para telefones móveis. No desenvolvimento desse aplicativo, por sua vez, surgiu um novo problema: a equipe de desenvolvimento de software percebeu que alguns comandos de busca desse aplicativo (ações solicitadas pelo usuário para sua execução) direcionam a busca do usuário para o Banco de Dados A, enquanto outros comandos direcionam a busca do usuário para o Banco de Dados B e, ainda, há comandos que realizam essa busca em ambos os Bancos de Dados (A e B).

Considere que há 20 comandos que direcionam a busca do usuário para o Banco de Dados A, que no total há 60 comandos distintos, e que 12 comandos direcionam a busca para os Bancos de Dados A e B. Você saberia informar quantos desses 60 comandos realizam a busca no Banco de Dados B?

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Você deverá apresentar a representação e resolução desse problema à equipe de desenvolvimento de software para que ela decida sobre a viabilidade de unificação desses Bancos de Dados.

Perceba que, apesar de parecer ser um problema de simples solução, é necessário tomar cuidado para não contabilizar comandos em duplicidade. E agora, como resolver essa situação?

Nesta aula, você aprenderá a encontrar a união, a intersecção e a diferença entre conjuntos e a utilizar essas relações na resolução de situações-problema como essa. Bons estudos!

Vamos Começar!

Em Matemática, quando nos referimos a operações, automaticamente nos recordamos das operações numéricas fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), porém, em Teoria de Conjuntos, também há várias operações que podem ser realizadas. Podemos, por exemplo, somar ou multiplicar os elementos de conjuntos, reuni-los, considerar apenas os elementos comuns, enfim, há uma série de operações que podem ser feitas. Dessas operações, as mais fundamentais são denominadas união e intersecção. A operação união é representada pelo símbolo \cup e a operação intersecção pelo símbolo \cap .

Consideremos, por exemplo, o conjunto M constituído por todos os alunos de uma determinada universidade. Podemos afirmar que o conjunto A formado pelos alunos do curso de Análise e Desenvolvimento de Sistemas dessa mesma universidade, é um subconjunto de M ($A \subseteq M$), ou seja, cada aluno que pertence ao conjunto A (alunos do curso de Análise e Desenvolvimento de Sistemas) também pertence ao conjunto M (também são alunos da universidade).

Analogamente, consideremos também o conjunto B , formado pelos alunos do curso de Matemática dessa mesma universidade, logo, podemos afirmar que B também é subconjunto de ($B \subseteq M$).

Um novo conjunto de alunos pode ser definido como consistindo em todos os alunos que sejam estudantes do curso de Análise e Desenvolvimento de Sistemas ou Matemática (ou ambos). Esse conjunto é chamado de união de A e B . A operação de união de A e B pode ser denotada como $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ ou } x \in B \}$. Nesse exemplo, a união $A \cup B$ compreende todos os alunos que cursam Análise e Desenvolvimento de Sistemas (A) ou Matemática (B) ou ambos os cursos.

Outro conjunto pode ser definido como sendo composto por todos os alunos do curso de Análise e Desenvolvimento de Sistemas e de Matemática, ou seja, alunos que cursam simultaneamente ambos os cursos. Esse novo conjunto (que pode ser vazio) é chamado de intersecção de A e B . A operação de intersecção de A e B pode ser denotada como $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ e } x \in B \}$. Nesse exemplo, a união $A \cap B$ compreende todos os alunos que cursam simultaneamente Análise e Desenvolvimento de Sistemas (A) e Matemática (B).

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Como exemplo, podemos utilizar os conjuntos $A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ e $B = \{13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$, o conjunto $A \cup B$ consiste no conjunto formado por todos os elementos de A e de B . $A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$. Repare que há elementos pertencentes a ambos os conjuntos, porém, ao efetuarmos a operação união (\cup), esses elementos são contabilizados uma única vez. Em relação à cardinalidade desses conjuntos, temos que: $|A| = 6$, $|B| = 7$ e $A \cup B = 10$. Já o conjunto $A \cap B$ consiste no conjunto formado pelos elementos comuns aos conjuntos A e B .

$A \cup B = \{13, 14, 15\}$, temos ainda que $|A \cup B| = 3$. Os Diagramas de Venn podem ser utilizados para ilustrar as operações binárias de união e intersecção de conjuntos. Na Figura 1 visualizamos a imagem mental dessas operações:

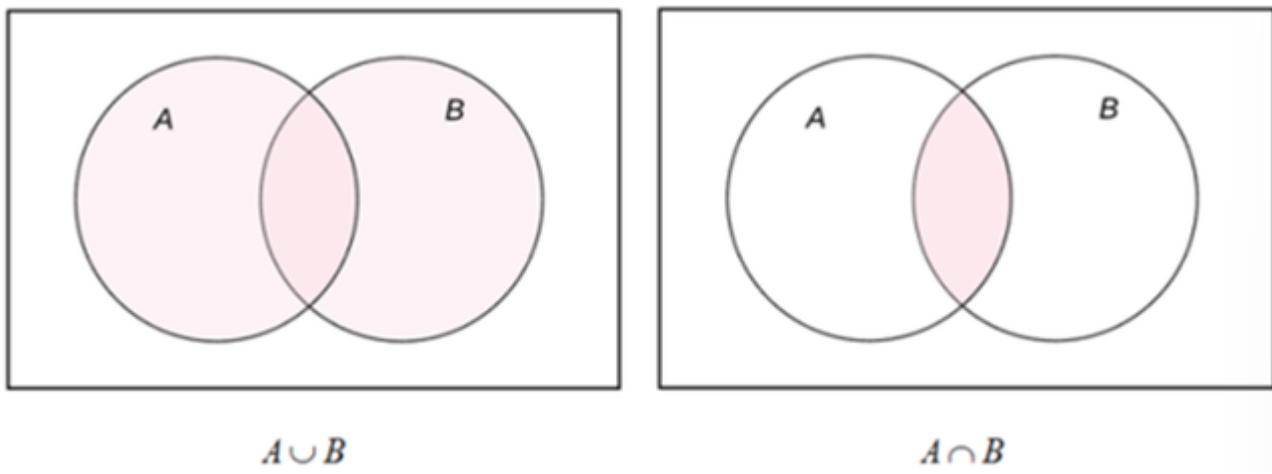


Figura 1 | União e intersecção de conjuntos

A região sombreada no primeiro diagrama representa $A \cap B$; já a região sombreada no segundo diagrama representa $A \cup B$. A representação do Exemplo 1 por meio de Diagramas de Venn pode ser observada na Figura 2:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

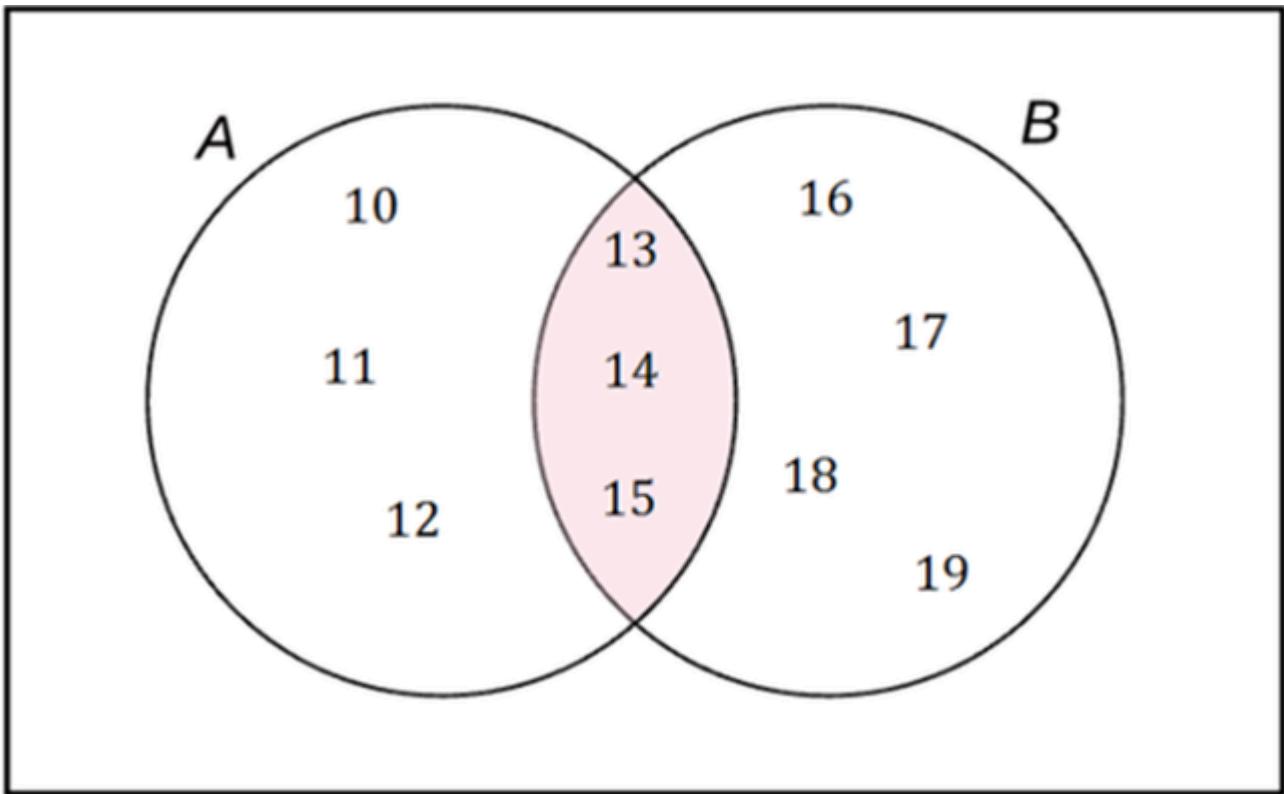


Figura 2 | Exemplo de união e interseção de A e B

Siga em Frente...

Além das operações: união (\cup) e intersecção (\cap), outra operação que costuma aparecer com frequência ao estudarmos álgebra de conjuntos é a operação diferença de conjuntos. Sejam A e B dois conjuntos, a diferença $A - B$ é o conjunto de todos os elementos de A que não estão em B, ou seja: $A - B = \{x | x \in A \text{ e } x \notin B\}$. Considere, por exemplo, os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7\}$. Para determinarmos a diferença $A - B$ temos de verificar quais elementos pertencem ao conjunto A, mas não pertencem ao conjunto B, ou seja, $A - B = \{1, 2, 3\}$. Analogamente, podemos definir o conjunto $B - A$, que consiste em todos os elementos pertencentes a B, mas que não pertencem ao conjunto A, ou seja, $B - A = \{6, 7\}$.

Outra operação utilizada na álgebra de conjuntos é a chamada diferença simétrica. A diferença simétrica de A e B pode ser denotada por $A \Delta B$. A diferença simétrica de A e B é o conjunto de todos os elementos que pertencem a A, mas não pertencem a B ou que pertencem a B, mas não pertencem a A. Essa diferença simétrica pode ser representada como $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$. Considere, por exemplo, os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7\}$. A diferença simétrica $A \Delta B$ ficaria definida como: $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 3\} \cup \{6, 7\} = \{1, 2, 3, 6, 7\}$. Utilizando Diagramas de Venn, a diferença simétrica $A \Delta B$ ficaria representada como observado na Figura 3.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

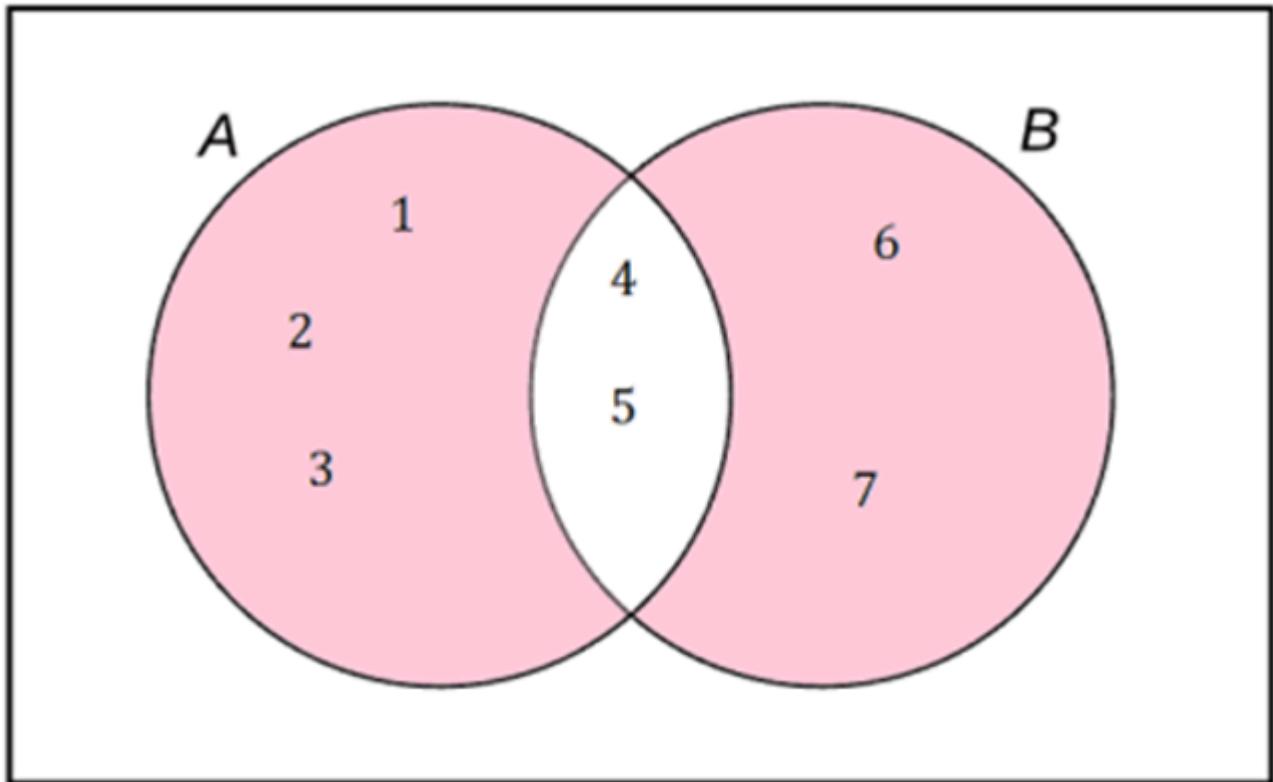


Figura 3 | Diferença simétrica

Exemplo 1:

Uma certa escola de idiomas constatou que:

- 150 Alunos estudam inglês.
- 95 Alunos estudam espanhol.
- 30 Alunos estudam inglês e espanhol.

Neste contexto, podemos realizar os seguintes questionamentos.

- Quantos alunos estudam somente inglês?
- Quantos alunos estudam apenas 1 (um) idioma?
- Quantos alunos estudam inglês ou espanhol?

Para resolver este problema devemos seguir os seguintes passos:

1. Comece sempre pela intersecção, neste caso, 30 alunos estudam inglês e espanhol.
2. Os alunos que estudam somente inglês são 150 (menos) 30, que é a intersecção dos alunos que estudam inglês e espanhol.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

3. Com relação aos alunos que estudam somente espanhol, segue a mesma regra definida na etapa 2, que é o resultado de 95 alunos que estudam espanhol (menos) a intersecção 30.

A Figura 4 ilustra a resolução deste exercício.

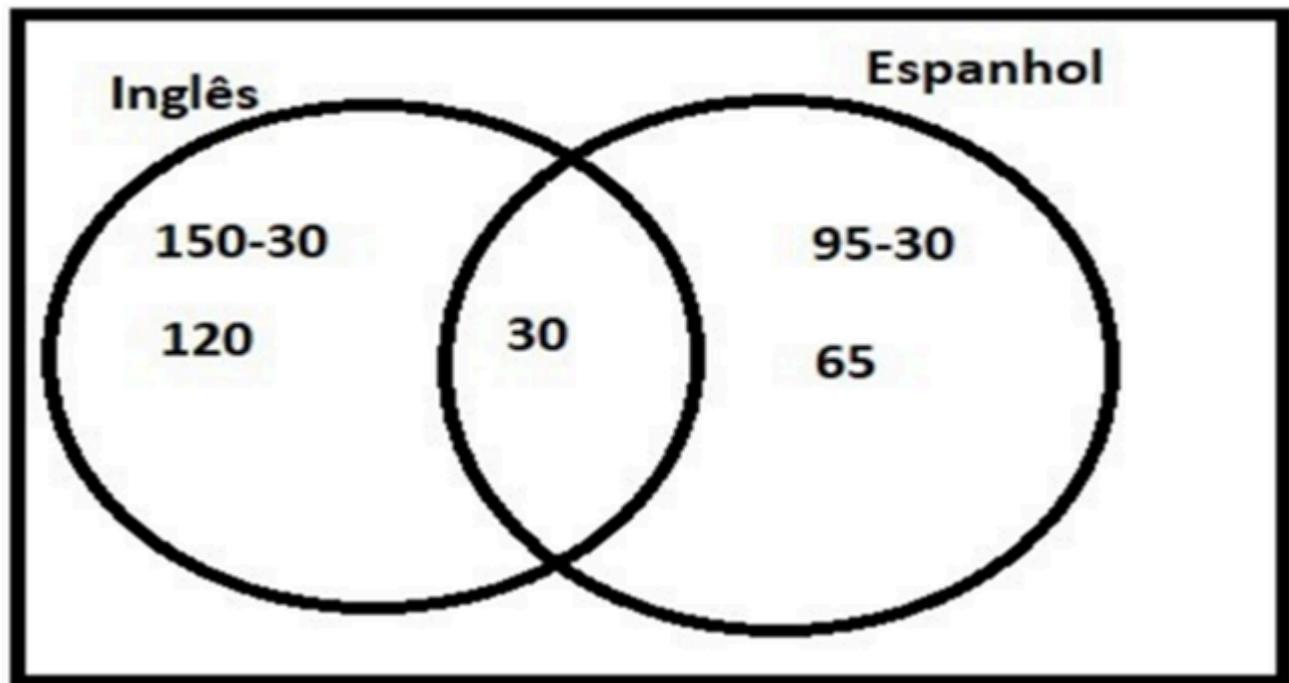


Figura 4 | Resolução do exercício

Em resumo:

- 120 alunos estudam somente inglês.
- 185 alunos estudam somente um idioma, ou seja, é a soma de: 120 alunos que estudam somente inglês e 65 alunos que estudam somente espanhol.
- 215 alunos que estudam inglês ou espanhol, ou seja, é a soma de 120 alunos que estudam somente inglês, 30 alunos que estudam inglês ou espanhol 65 alunos que estudam somente espanhol.

Exemplo 2:

Uma pesquisa foi realizada com 500 pessoas e os dados obtidos foram:

- 300 pessoas gostam de jogar futebol.
- 280 pessoas gostam de jogar basquete.
- 50 pessoas não gostam destes esportes.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Neste contexto, temos a seguinte pergunta.
Quantos pessoas gostam de futebol e basquete?

Resolução:

A resolução deste exercício será descrita nos passos a seguir:

1. O primeiro passo é desenhar o Diagrama de Venn representado por 2 conjuntos (Futebol e Basquete).
2. A intersecção é será representada por X, pois é o valor que devemos obter.
3. A quantidade de pessoas que gostam de jogar Futebol será representada por: 300 pessoas (Menos) a intersecção que é o valor (x).
4. A quantidade de pessoas que gostam de jogar basquete será representada por: 280 pessoas (Menos) a intersecção que é o valor (x).
5. Para descobrir o valor de X, teremos que realizar a seguinte equação:
 $300 - X + X + 280 - X + 50 = 500$ (Total de pessoas), onde
6. $300 - X$ representa a quantidade de alunos que jogam apenas Futebol.
7. $280 - X$ representa a quantidade de alunos que jogam apenas Basquete.
8. 50 é o total de pessoas que não gostam dos 2 esportes.

A Figura 5 ilustra o desenvolvimento deste exercício em forma do Diagrama de Venn.

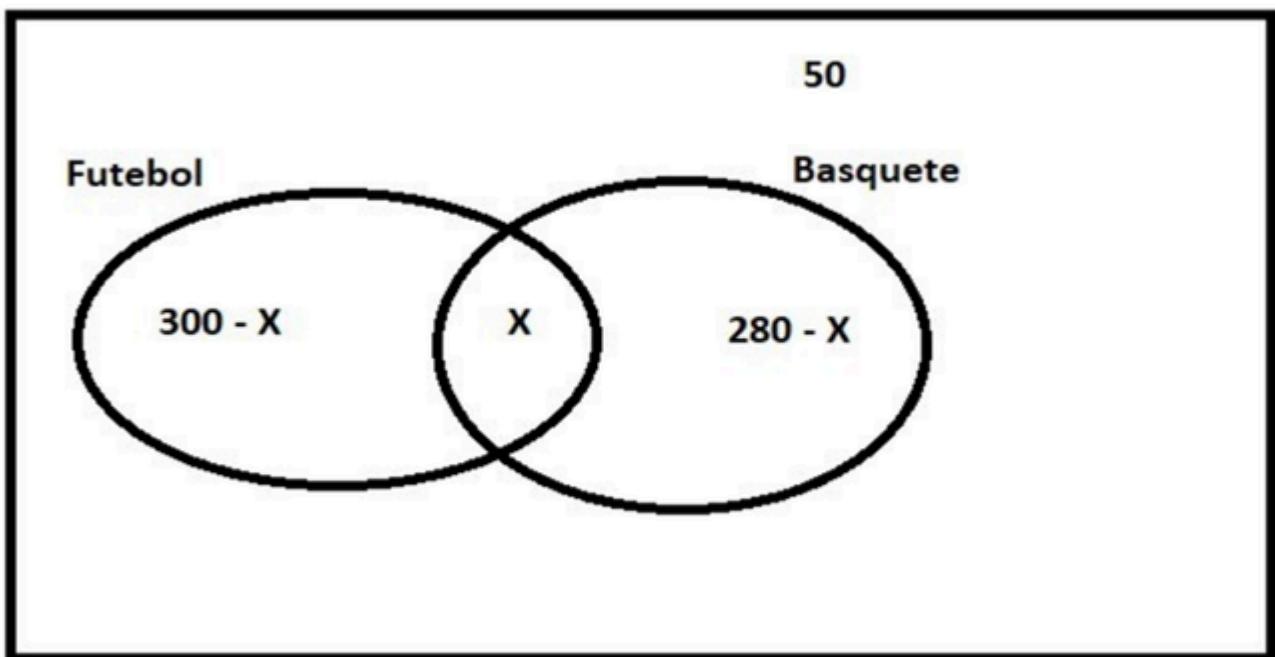


Figura 5 | Diagrama de Venn

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Neste contexto, podemos destacar que:

$$300 - X + X + 280 - X + 50 = 500$$

$$630 - X = 500$$

$$X = 630 - 500$$

$$X = 130$$

Dessa maneira, podemos concluir que 130 alunos gostam de futebol e basquete.

Exemplo 3:

Uma pesquisa foi feita com 600 leitores, nesta pesquisa os resultados encontrados foram:

- 300 pessoas leem o jornal A.
- 220 pessoas leem o jornal B.
- 150 pessoas leem o jornal C.
- 100 pessoas leem os jornais A e B.
- 80 pessoas leem os jornais B e C.
- 50 pessoas leem os jornais A e C.
- 20 pessoas leem os 3 jornais.

Neste contexto, quantos leitores leem apenas 1 jornal?

Quantos leitores leem apenas 2 jornais?

Quantos leitores leem o jornal A, B ou C?

Resolução:

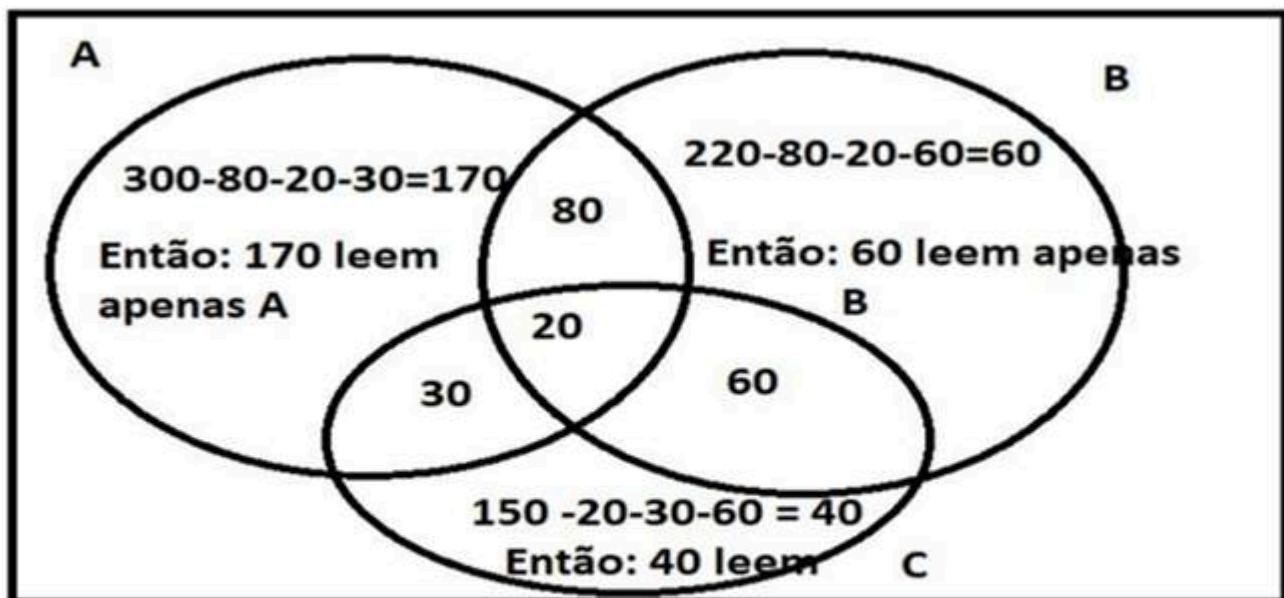
Para a resolução devemos seguir os seguintes passos:

- Definir o valor da intersecção, ou seja, quantas pessoas leem os 3 jornais. Neste caso 20 pessoas leem os 3 jornais.
- Definir quantas pessoas leem os jornais A e B. Neste caso 100 pessoas (Menos) 20 (que é a intersecção dos 3), com isso chegamos aos valores: $100 - 20 = 80$, ou seja, 80 pessoas leem os jornais A e B.
- Definir quantas pessoas leem os jornais A e C. Neste caso 80 pessoas (Menos) 20 que é o valor da intersecção, com isso chegamos aos valores: $80 - 20 = 60$ pessoas leem os jornais B e C.
- Para saber quantas pessoas leem apenas o jornal A, temos que realizar a seguinte operação: 300 (total de pessoas que leem o jornal A) – 80 (intersecção dos 3 valores) – 20 (intersecção de A e B) – 30 (intersecção de A e C). Então temos: $300 - 80 - 20 - 30 = 170$, ou seja, 170 pessoas leem apenas o jornal A.
- Para saber quantas pessoas leem apenas o jornal B, temos que realizar a seguinte operação: 220 (total de pessoas que leem o jornal B) – 80 (intersecção dos 3 valores) – 20 (intersecção de A e B) – 60 (intersecção de B e C). Então temos: $220 - 80 - 20 - 60 = 60$, ou seja, 60 pessoas leem apenas o jornal B.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

- Para saber quantas pessoas leem apenas o jornal C, temos que realizar a seguinte operação: 150 (total de pessoas que leem o jornal C) – 20 (intersecção dos 3 valores) – 30 (intersecção de A e C) – 60 (intersecção de B e C). Então temos: $150 - 20 - 30 - 60 = 40$, ou seja, 40 pessoas leem apenas o jornal C.

A Figura 6, ilustra o desenvolvimento desta questão, representando os 3 jornais.



20 leem os 3 Jornais (Intersecção)

$100 - 20 = 80$ leem A e B

$50 - 20 = 30$ leem A e C

$80 - 20 = 60$ leem B e C

Figura 6 | Diagrama de Venn referente ao terceiro exercício

Neste contexto podemos observar que:

1) Quantos leitores leem apenas 1 jornal?

$$170 \text{ (A)} + 60 \text{ (B)} + 40 \text{ (C)} = 270$$

logo 270 leitores leem apenas 1 jornal

2) Quantas leem apenas 2 jornais?

$$80 + 30 + 60 = 170$$

logo 170 leem apenas 2 jornais

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

3) Quantas pessoas leem o jornal A, B ou C?

$170 + 80 + 20 + 30 + 60 + 60 + 40 = 460$, ou seja, é a soma de todos.

Vamos Exercitar?

Você se lembra da situação-problema apresentada no início da seção? Vamos retomá-la? Você está trabalhando em uma grande empresa do setor de Tecnologia da Informação (TI) e a sua equipe está responsável pelo desenvolvimento de um aplicativo para telefones móveis. Foi então que você se deparou com um novo problema: a equipe de desenvolvimento de software percebeu que alguns comandos de busca desse aplicativo direcionam a pesquisa do usuário para o Banco de Dados A outros comandos direcionam a pesquisa do usuário para o Banco de Dados B, e ainda outros que realizam essa busca em ambos os Bancos de Dados (A e B). Sabendo que há 20 comandos que direcionam a busca do usuário para o Banco de Dados A, que no total há 60 comandos distintos e que há 12 comandos que direcionam a busca para os Bancos de Dados A e B, como você determinaria quantos desses 60 comandos realizam a busca no Banco de Dados B? Lembre-se de que você deverá apresentar a representação e resolução desse problema à equipe de desenvolvimento de software para que juntos decidam sobre a viabilidade de unificação desses Bancos de Dados.

Trata-se de um problema envolvendo operações de conjuntos. Uma vez que $|A| = 20$, $|A \cup B| = 12$ e $|A \cap B| = 60$, é preciso saber quanto é $|B|$.

Podemos recorrer ao método de contagem chamado inclusão - exclusão, que consiste em:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$

Assim, temos que:

$$60 = 20 + |B| - 12$$

$$B = 60 - 20 + 12$$

$$B = 52$$

Portanto, dos 60 comandos existentes, há 52 comandos que realizam a busca no Banco de Dados B (incluindo 12 comandos que também realizam a busca no Banco de Dados A).

Para apresentar esse resultado à equipe de desenvolvimento de software, você pode recorrer a um Diagrama de Venn, conforme ilustrado na Figura 7.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

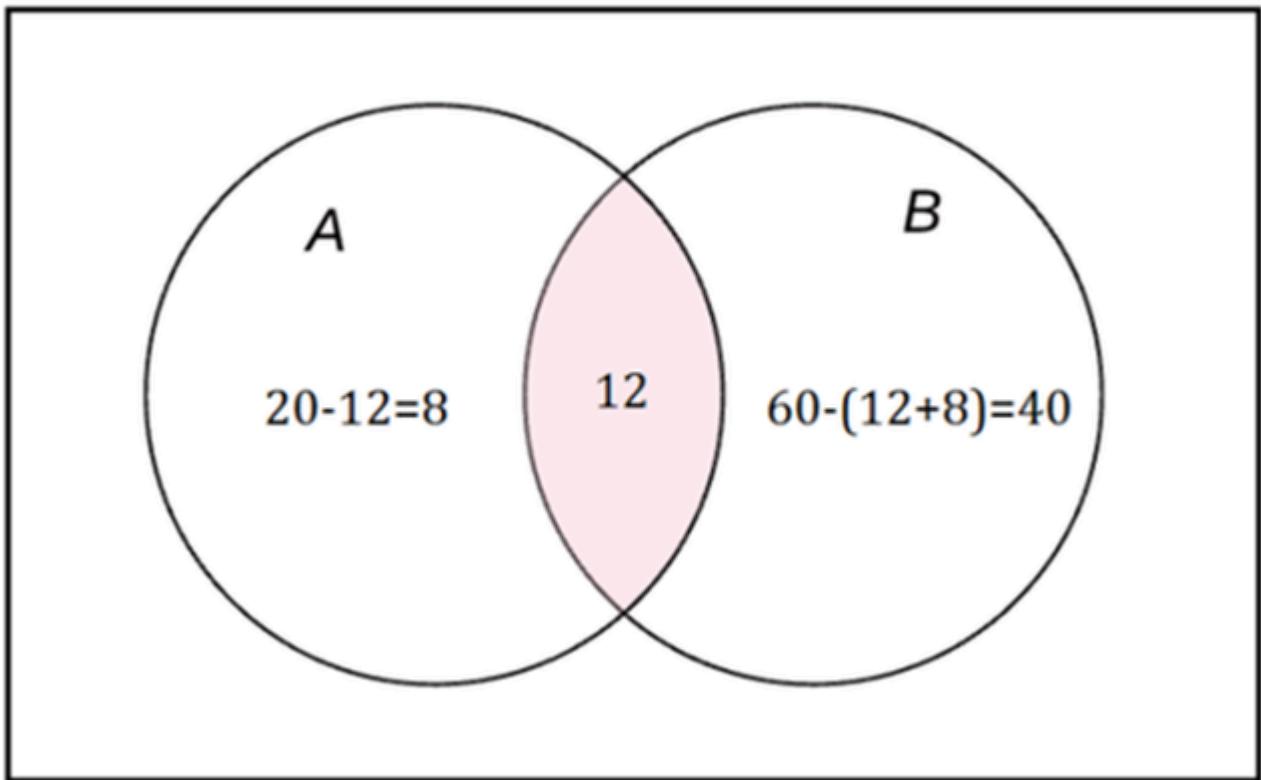


Figura 7 | Problema dos comandos de busca

O diagrama permite ainda aferir que 8 comandos efetuam a busca apenas no Banco de Dados A enquanto que 40 comandos efetuam a busca apenas no Banco de Dados B. É devido ao poder de síntese que a utilização de diagramas é recomendada ao se trabalhar com problemas envolvendo conjuntos.

Saiba mais

Álgebra de conjuntos são fundamentais para a compreensão da disciplina Lógica e Matemática Computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

1. ARAUJO, L. M. M. *et al.* **Fundamentos de matemática**. Grupo A, 2018. O capítulo 1 (Conjuntos Numéricos) deste livro aborda de uma forma simples os seguintes tópicos mencionados nesta disciplina: (a) conjuntos numéricos. (b) Diagramas de Venn.
2. LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M. **Matemática discreta**. Grupo A, 2013. O capítulo 1 (Teoria dos conjuntos) deste livro aborda de uma forma simples os seguintes o tópico relacionado aos conjuntos numéricos, aos Diagramas de Venn e às operações em conjunto.

Referências

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática.** São Paulo: Cengage Learning, 2017.

FAJARDO, R. **Lógica matemática.** 1. ed. São Paulo: Edusp, 2017.

FERREIRA, J. C. **Elementos de lógica matemática e teoria dos conjuntos.** Lisboa: Departamento de Matemática do Instituto Superior Técnico, 2001.

MUNDIM, R. P. A Lógica Formal – princípios elementares. **Revista Economia & Gestão**, Belo Horizonte, v. 2, n. 3, jan./jun. 2002.

NOVAES, G. P. Reflexões sobre o ensino de conjuntos Diagramas de Venn. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, v. 32, n. 84, p. 44-47, maio/ago. 2014.

Aula 4

Aplicações de teoria dos conjuntos

Aplicações de teoria dos conjuntos



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos!

Ponto de Partida

Olá, estudante! Nesta aula, estudaremos mais algumas operações e relações entre conjuntos, incluindo o complemento de um conjunto, a diferença simétrica e o produto cartesiano.

Imagine, por exemplo, que, em vez de determinar o conjunto de usuários que avaliaram positivamente um determinado aplicativo, você esteja interessado no conjunto de usuários que

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

não forneceu uma avaliação positiva. Ou então, que você precise determinar todas as maneiras pelas quais um elemento de um conjunto pode se relacionar com um elemento de outro conjunto. Essas duas situações servem para ilustrar os conceitos de complemento de conjunto e produto cartesiano que serão estudados nesta seção.

Como funcionário de uma grande empresa do setor de Tecnologia da Informação (TI), você se depara agora com uma situação inusitada: após trabalhar no desenvolvimento de um aplicativo para telefones móveis, você e sua equipe foram contemplados com um curso de aprimoramento profissional na área de lógica computacional. Um dos desafios do curso consiste em representar uma relação arbitrária de três conjuntos, utilizando diferentes esquemas de representação, como representações diagramáticas (com diagramas) e tabulares (com tabelas).

Embora você já compreenda algumas relações entre conjuntos, sua missão agora é apresentar de maneira original uma relação arbitrária entre três conjuntos A, B e C. Ou seja, você deverá elaborar um esquema que indique se um determinado elemento pertence ao conjunto A, B ou C, considerando todas as intersecções possíveis. Após elaborar sua solução, você deverá realizar uma apresentação para a sua equipe, demonstrando o esquema de representação escolhido e explicando sua interpretação.

Conseguir pensar nas relações entre conjuntos de maneira genérica é um componente importante do que chamamos de raciocínio computacional. Além disso, saber representar essas relações de forma clara, de modo que possam ser compreendidas por outras pessoas da sua equipe de trabalho, é um exercício crucial. Frequentemente, enfrentamos desafios ao tentar expressar nossas ideias por escrito ou visualmente, tornando a capacidade de representação de conjuntos uma habilidade valiosa no ambiente de trabalho.

Conseguir pensar nas relações entre conjuntos de maneira genérica é um componente importante do que chamamos de raciocínio computacional. Além disso, saber representar essas relações de forma clara, de modo que possam ser compreendidas por outras pessoas da sua equipe de trabalho, é um exercício crucial. Frequentemente, enfrentamos desafios ao tentar expressar nossas ideias por escrito ou visualmente, tornando a capacidade de representação de conjuntos uma habilidade valiosa no ambiente de trabalho!

Vamos Começar!

Em Teoria dos Conjuntos, as operações com as quais trabalhamos mais frequentemente são as operações: união (\cup), intersecção (\cap) e diferença ($-$) de conjuntos. Uma nova relação que aprenderemos nesta seção é a operação denominada complemento ou complementar de um conjunto. O complemento de um conjunto é um conceito estreitamente relacionado com a operação de diferença de conjuntos. O Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa (Houaiss, 2009) define complemento como um elemento que se integra a um todo para completá-lo ou aperfeiçoá-lo. Relacionando essa definição com a Teoria de Conjuntos, podemos, de forma simplista, assumir que o complemento de um conjunto significa preencher o que falta.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Quando falamos em complementos de conjuntos, é necessário ter em mente um conjunto mais abrangente (U) sobre o qual estabeleceremos a relação de complementaridade.

Seja o conjunto A um subconjunto de U , ou seja,

$$A \subseteq U$$

$$C_A^U$$

$$C_A^U = U - A = \{x \mid x \in U$$

$$x \notin A\}$$

Exemplificando

Seja $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ e $B =\{1,2,3,5,8,9\}$. O complemento de B em relação a A consiste no conjunto constituído por todos os elementos pertencentes a A que não pertencem a B . Temos, portanto:

$$C_A^B = \{4, 6, 7, 10\}$$

. Em outras palavras, podemos dizer que o complemento de B em relação a A consiste no conjunto formado por elementos que pertencem exclusivamente a A , quando comparados com os elementos de B .

$$C_A^B = \{4, 6, 7, 10\}$$

Há dois fatos que merecem atenção no estudo do complemento de um conjunto. O primeiro fato ao qual devemos ficar atentos é que para que um conjunto complementar a outro exista, há uma condição que deve ser respeitada: para que haja o cálculo do conjunto complementar de B em relação a A , B deve ser subconjunto de A . Então, ao nos depararmos com conjuntos disjuntos, ou com conjuntos que possuem apenas alguns elementos em comum, não é possível obter o conjunto complementar de um deles em relação ao outro. Considere, a título de ilustração, os conjuntos $A=\{ 2,7, 9,13\}$ e $B =\{ 3, 5,10,12\}$ (Figura 1).

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

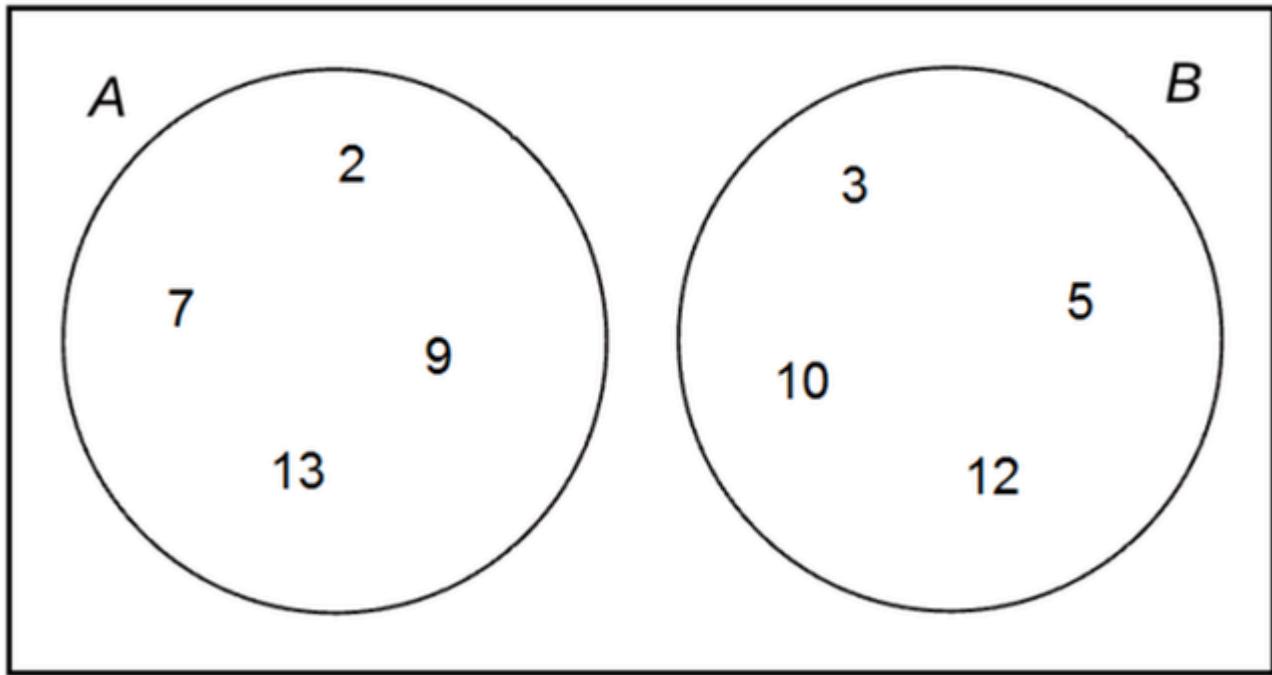


Figura 1 | Conjuntos disjuntos

Esses dois conjuntos são conjuntos disjuntos, pois a intersecção entre eles é um conjunto vazio. Como B não é subconjunto de A, então não é possível determinar o complemento de B em relação a A. De modo análogo, também concluímos que não é possível determinar o complemento de A em relação a B.

Outro fato que também merece atenção diz respeito à maneira como o conjunto complementar é representado simbolicamente. É importante notar que

$$C_A^B \neq C_B^A$$

. Para determinarmos

$$C_A^B$$

fazemos A - B, enquanto para determinarmos

$$C_B^A$$

fazemos B - A (lembrando que nem sempre é possível determinar o complemento de um determinado conjunto).

$$C_A^B \neq C_B^A$$

$$C_A^B$$

$$C_B^A$$

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Ainda em relação à representação simbólica (notação) do complementar de um conjunto não há, na literatura, um consenso em relação a essa representação. A representação do complementar do conjunto A em relação ao conjunto universo U pode se dar tanto como

$$C_U^A$$

$$C_A^U$$

Quando não há dúvida sobre o universo U em que estamos trabalhando, podemos simplesmente representar o complementar de A em relação a U como A' , ou A' , ou ainda, A^C .

Desse modo, quando não tivermos dúvida em relação ao conjunto universo U com o qual estamos trabalhando, representaremos o complementar de A em relação a U simplesmente utilizando a notação A^C . Por exemplo, considere $U = \{12,13,14,15,16,17,18\}$ e $A = \{12,13,14,15\}$. Neste caso, podemos representar o complementar de A em relação a U simplesmente como $A^C = \{16,17,18\}$.

Vimos, portanto, que o complemento do conjunto A em relação ao conjunto U equivale à diferença entre os conjuntos U e A, dado que $A \setminus U$.

Cabe, nesse momento, chamar a atenção para outro tipo de diferença de conjuntos, denominado diferença simétrica. Diferença simétrica de A e B é o conjunto de todos os elementos que pertencem a A, mas não pertencem a B, ou que pertencem a B, mas não pertencem a A. Essa diferença simétrica pode ser representada como $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$. Seja $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ e $B = \{5,6,7,8,9\}$. A diferença simétrica $A \Delta B$ ficaria definida como:

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = (1,2,3,4) \cup (8,9) = (1,2,3,4,8,9).$$

Essa propriedade pode ser mais bem visualizada por meio do Diagrama de Venn apresentado na Figura 2.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

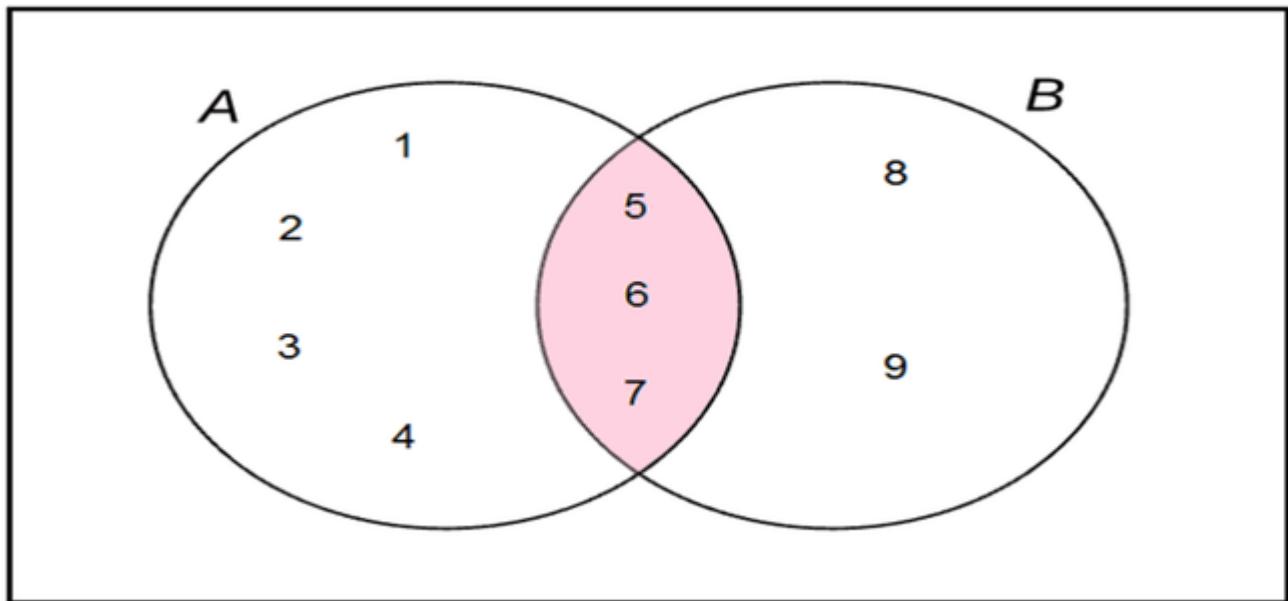


Figura 2 | Diferença simétrica de conjuntos

Outra aplicação que estudaremos no âmbito da Teoria de Conjuntos é a operação denominada produto cartesiano. Mas, para entender o que é o produto cartesiano, vamos primeiro definir o que é uma operação binária.

Um conjunto, por si só, não é objeto de muito interesse até que se faça algo com seus elementos. Podemos, por exemplo, realizar diversas operações aritméticas sobre os elementos de um determinado conjunto numérico. Tomemos, a título de ilustração, a operação aritmética subtração no conjunto dos números inteiros \mathbb{Z} . Dizemos que a subtração é uma operação binária em \mathbb{Z} . Ela é chamada de operação binária pois atua sobre dois números. Considerando a operação aritmética de subtração em \mathbb{Z} temos que para quaisquer dois inteiros x e y , a operação $x - y$ resultará em uma resposta única, e essa resposta também será um número inteiro. Dizemos, portanto, que a operação de subtração foi realizada sobre um par ordenado de números.

Denotamos um par ordenado por (x,y) em que x representa o primeiro componente do par ordenado e y , o segundo. A ordem é importante, pois muitas operações não são comutativas. Por exemplo, $8 - 3$ não gera o mesmo resultado que $3 - 8$. Atente para o fato de que os conjuntos $\{3, 8\}$, e $\{8, 3\}$, são iguais, mas os pares ordenados $(3, 8)$ e $(8, 3)$, não. Essa diferença fica muito bem ilustrada quando representamos os pares ordenados em um plano cartesiano, conforme podemos observar na Figura 3.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

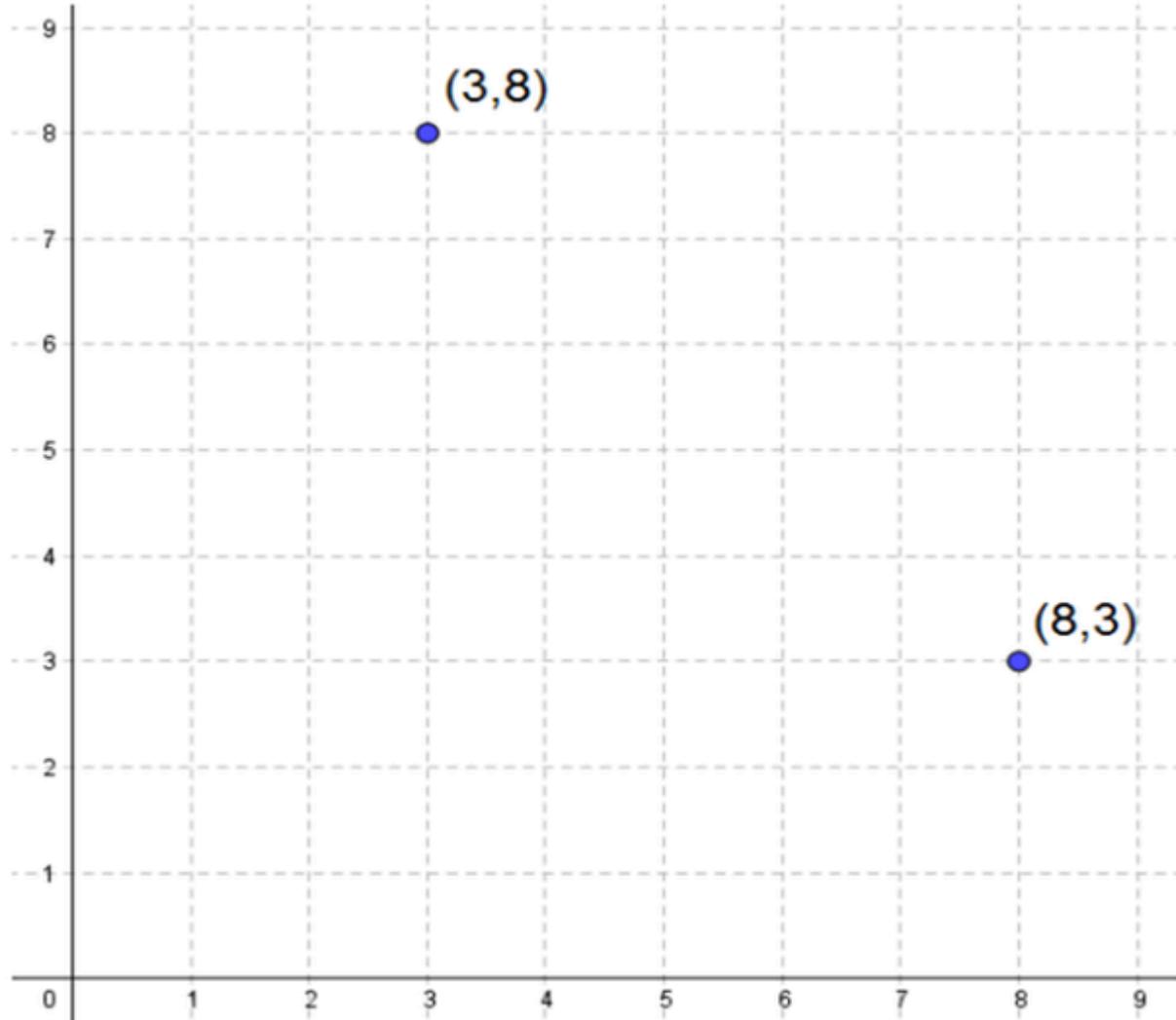


Figura 3 | Representação gráfica de pares ordenados

A representação de pares ordenados por meio de pontos no plano cartesiano facilita a compreensão a respeito da importância de se estabelecer uma ordem entre os elementos do par ordenado. O ponto (3, 8) é diferente do ponto (8,3).

Siga em Frente...

Agora que já aprendemos o que é uma operação binária entre conjuntos, voltemos à definição de produto de cartesiano. Sejam os conjuntos A e B. O produto cartesiano de A e B, denotado por $A \times B$, é o conjunto de todos os pares ordenados (listas de dois elementos) formados, tomando-se um elemento de A, juntamente com um elemento de B de todas as maneiras possíveis. Ou seja, $A \times B = \{ (a,b) \mid a \in A, b \in B \}$.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Cabe aqui fazer uma observação em relação à cardinalidade do conjunto obtido através da operação produto cartesiano. No exemplo apresentado temos que

$$|A| = 3, |B| = 3$$

e conjunto obtido pela operação produto cartesiano $A \times B$ tem cardinalidade igual a 9, ou seja, $|A \times B| = 9$.

$$|A| = 3, |B| = 3$$

Como o produto cartesiano é obtido tomando-se um elemento de A juntamente com um elemento de B de todas as maneiras possíveis, podemos aferir que, sendo A e B conjuntos finitos, $|A \times B| = |A| \times |B|$.

Os Diagramas de Venn podem ser adaptados para representar o produto cartesiano entre dois conjuntos. Considere, por exemplo, os conjuntos $A = \{2, 3\}$ e $B = \{4, 5\}$. O produto cartesiano $A \times B$ pode ser representado pelos diagramas da Figura 4.

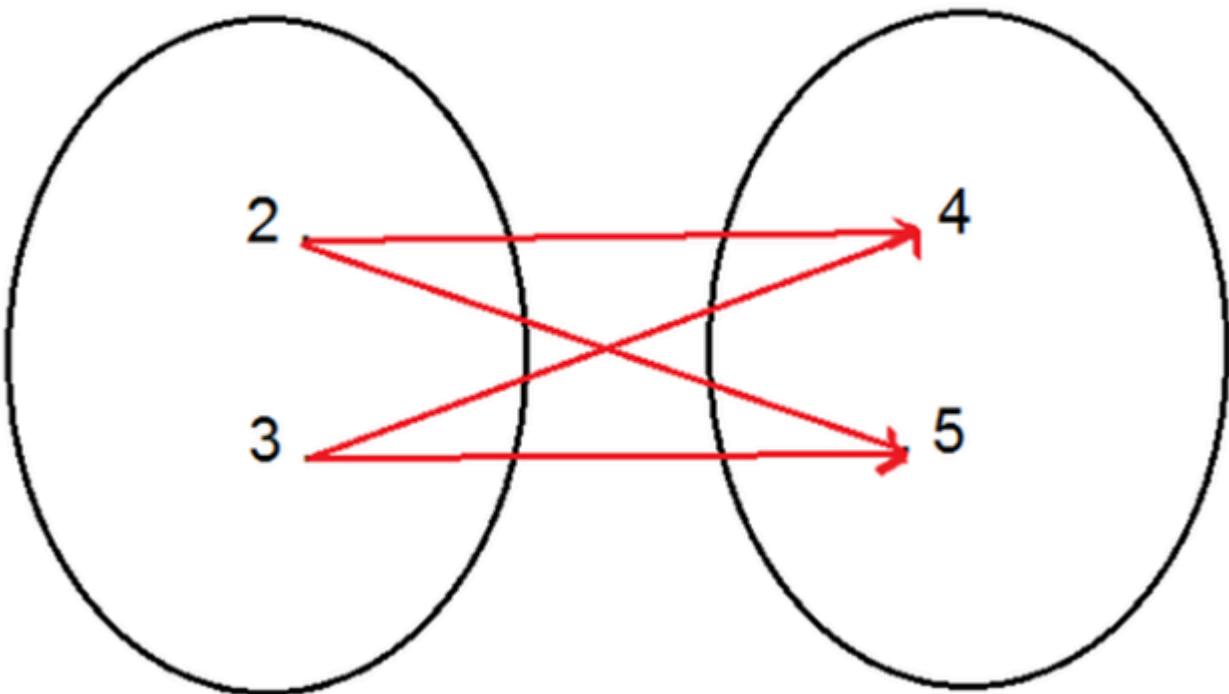


Figura 4 | Produto cartesiano em diagrama

Temos, portanto, o produto cartesiano $A \times B = \{(2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5)\}$, como o conjunto formado por todos os pares possíveis formados com os elementos de A e de B.

Vale destacar que, os Diagramas de Venn também podem ser usados para resolver problemas sobre cardinalidade de conjuntos, isto é, problemas que envolvem a contagem do número de elementos de conjuntos finitos. Mas, o Diagrama de Venn não é apenas um esquema para ajudar

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

o raciocínio. O Diagrama de Venn foi concebido como uma representação diagramática capaz de atender a todas as possíveis relações lógicas entre as classes em estudo, sendo úteis, inclusive, para demonstrar relações arbitrárias entre conjuntos.

Vamos aqui utilizar um Diagrama de Venn para demonstrar uma relação arbitrária entre dois conjuntos A e B (Figura 5). No caso de dois conjuntos A e B, os compartimentos do diagrama representam as partes disjuntas do universo: utilizaremos uma numeração binária, composta apenas pelos algarismos 0 e 1, em que o primeiro algarismo é 0 ou 1, conforme um objeto desse compartimento pertença ou não ao conjunto A, enquanto o segundo algarismo é 0 ou 1, conforme um objeto desse compartimento pertença ou não ao conjunto B.

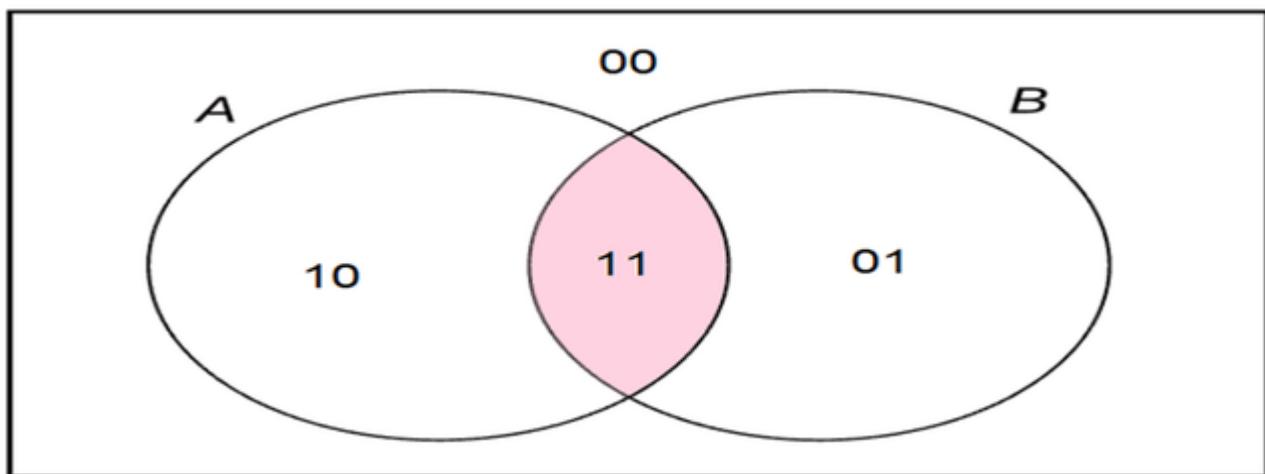


Figura 5 | Representação diagramática de uma relação arbitrária entre dois conjuntos

A numeração binária mostra que $2^2 = 4$ compartimentos esgotam todas as possibilidades lógicas para um objeto do universo. O número 10 (lê-se: um, zero) representa objetos que pertençam exclusivamente ao conjunto A. O número 01 (zero, um) representa objetos que pertençam exclusivamente ao conjunto B. Já o número 11 (um, um) representa objetos que pertençam simultaneamente aos conjuntos A e B (intersecção de A e B). Por fim, o número 00 (zero, zero) representa objetos que não pertencem a nenhum dos conjuntos A e B.

Uma maneira equivalente de representar essa relação arbitrária é a utilização de tabelas-verdade, que serão apresentadas posteriormente. Apresentamos na Tabela 1 a tabela-verdade para a relação arbitrária entre dois conjuntos.

	$x \in A$	$x \in B$	$x \in A \cap B$
00	F	F	F
01	F	V	F

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

10	V	F	F
11	V	V	V

Tabela 1 | Tabela verdade de uma relação arbitrária entre dois conjuntos

Na primeira coluna da tabela indicamos os $2^2 = 4$ compartimentos que compõem o Diagrama de Venn para dois conjuntos, representados por números binários. Na segunda coluna anotamos V (verdadeiro) ou F (falso) conforme o objeto representado pelo seu respectivo número binário pertença, ou não, ao conjunto A. Na terceira coluna anotamos V (verdadeiro) ou F (falso) conforme o objeto representado pelo seu respectivo número binário pertença, ou não, ao conjunto B. Finalmente, na última coluna, anotamos V (verdadeiro) ou F (falso) conforme o objeto representado pelo seu respectivo número binário pertença, ou não, ao conjunto $A \otimes B$.

Nesta aula, pudemos aprender um pouco mais sobre as operações entre conjuntos e suas aplicações. Além de nos debruçarmos sobre as operações de complementar de um conjunto, diferença simétrica e produto cartesiano, também pudemos aplicar a utilização de Diagramas de Venn, tanto na representação de tais operações, quanto na representação de relações arbitrárias entre conjuntos. Compreender a natureza dessas operações é componente importante no desenvolvimento do raciocínio computacional.

Vamos Exercitar?

Você se lembra do desafio apresentado no início desta seção?

Você está fazendo um curso de aprimoramento profissional sobre lógica computacional e um dos desafios do curso consiste em representar uma relação arbitrária de três conjuntos, A, B e C, utilizando diferentes esquemas de representação, ou seja, você deverá elaborar um esquema que indique se um determinado elemento pertence ao conjunto A, B ou C, considerando todas as intersecções possíveis e, após elaborar sua solução, você deverá realizar uma apresentação para a sua equipe para demonstrar o esquema de representação escolhido e explicar sua interpretação.

Vimos que o Diagrama de Venn, além ser um esquema para ajudar o raciocínio, também consiste em uma representação diagramática capaz de atender a todas as possíveis relações lógicas entre as classes em estudo, sendo úteis, inclusive, para demonstrar relações arbitrárias entre conjuntos.

Portanto, vamos utilizar um Diagrama de Venn para demonstrar uma relação arbitrária entre três conjuntos A, B e C. Utilizaremos uma numeração binária, composta apenas pelos algarismos 0 e 1, em que o primeiro algarismo é 0 ou 1, conforme um objeto desse compartimento pertença ou

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

não ao conjunto A, o segundo algarismo é 0 ou 1, conforme um objeto desse compartimento pertença ou não ao conjunto B e o terceiro algarismo é 0 ou 1, conforme um objeto desse compartimento pertença ou não ao conjunto C (Figura 6).

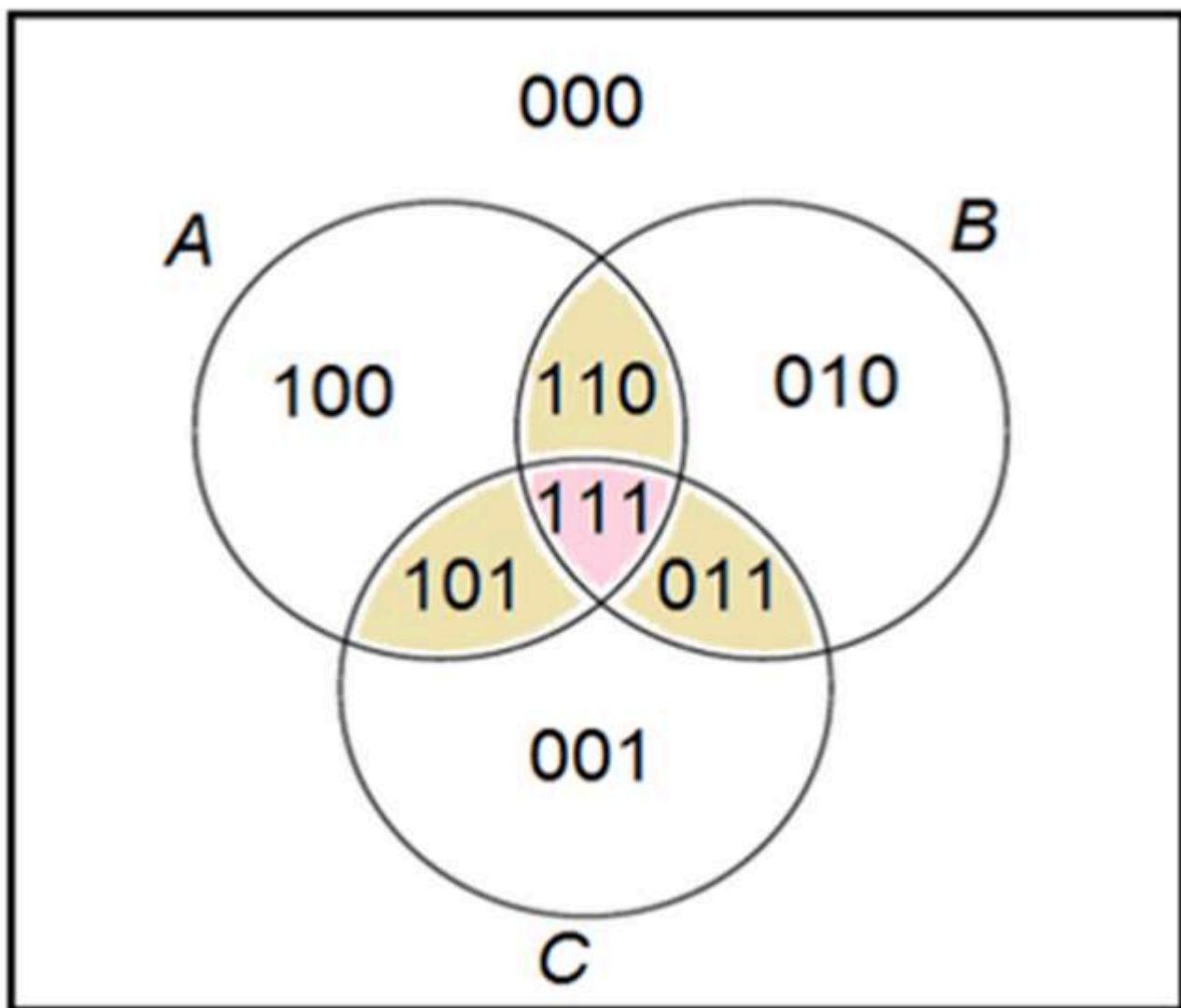


Figura 6 | Representação diagramática de uma relação arbitrária entre 3 conjuntos

A numeração binária mostra que $2^3 = 8$ compartimentos esgotam todas as possibilidades lógicas para um objeto do universo. O número 100 (lê-se: um, zero, zero) representa objetos que pertençam exclusivamente ao conjunto A, o número 010 (zero, um, zero) representa objetos que pertençam exclusivamente ao conjunto B e o número 001 (zero, zero, um) representa objetos que pertençam exclusivamente ao conjunto C. Já o número 000 (zero, zero, zero) representa objetos que não pertencem a nenhum dos conjuntos A, B e C. Temos ainda as intersecções:

$$110 = A \cap B \cap C^C$$

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

$$101 = A \otimes B^C \otimes C$$

$$001 = A^C \otimes B \otimes C$$

$$111 = A \otimes B \otimes C$$

Vejamos na Tabela 2 como ficaria a tabela-verdade para representação dessa relação:

Bloco 1

	$x \in A$	$x \in B$	$x \in C$
000	F	F	F
001	F	F	V
010	F	V	F
011	F	V	V
100	V	F	F
101	V	F	V
110	V	V	F
111	V	V	V

Bloco 2

$x \in B \cap C$	$x \in A \cup (B \cap C)$
F	F
F	F
F	F
V	V
F	V

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

F	V
F	V
V	V

Tabela 2 | Tabela Verdade de uma relação arbitrária entre dois conjuntos

Na primeira coluna da tabela indicamos os $2^3 = 8$ compartimentos que compõem o Diagrama de Venn para três conjuntos, representados por números binários. Na segunda coluna anotamos V (verdadeiro) ou F (falso) conforme o objeto representado pelo seu respectivo número binário pertença, ou não, ao conjunto A. Na terceira coluna anotamos V (verdadeiro) ou F (falso) conforme o objeto representado pelo seu respectivo número binário pertença, ou não, ao conjunto B. Na quarta coluna anotamos V (verdadeiro) ou F (falso) conforme o objeto representado pelo seu respectivo número binário pertença, ou não, ao conjunto C. Na quinta coluna anotamos V (verdadeiro) ou F (falso) conforme o objeto representado pelo seu respectivo número binário pertença, ou não, à intersecção dos conjuntos B e C. Por fim, na última coluna, anotamos V (verdadeiro) ou F (falso) conforme o objeto representado pelo seu respectivo número binário pertença, ou não, ao conjunto $A \cap (B \cap C)$. As proposições apresentadas na primeira linha da tabela foram escolhidas a título de ilustração.

Assim, conseguimos representar uma relação arbitrária entre três conjuntos A, B e C utilizando representações com diagramas e tabelas.

Saiba mais

Aplicações de teoria dos conjuntos são fundamentais para a compreensão da disciplina Lógica e Matemática Computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

1. ARAUJO, L. M. M. et al. **Fundamentos de matemática**. Grupo A, 2018. O capítulo 1 (Conjuntos Numéricos) deste livro aborda de uma forma simples os seguintes tópicos mencionados nesta disciplina: (a) conjuntos numéricos. (b) Diagramas de Venn e (c) Operações em conjunto.
2. LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M. **Matemática discreta**. Grupo A, 2013. O capítulo 1 (Teoria dos conjuntos) deste livro aborda de uma forma simples o tópico relacionado aos conjuntos numéricos, aos Diagramas de Venn e às operações em conjunto.

Referências

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

ARAUJO, L. M. M. *et al.* **Fundamentos de matemática**. Grupo A, 2018.

LUSTOSA, D. **Raciocínio lógico-matemático para concursos públicos: teoria e prática**. (Série Provas & Concursos): Grupo GEN, 2023.

HOUAISS, A. **Dicionário eletrônico Houaiss da Língua Portuguesa 3.0. [S. l.]: Objetiva, 2009. CD-ROM.**

SANTOS, M. da S. dos *et al.* **Lógica computacional**. Grupo A, 2021.

Aula 5

Encerramento da Unidade

Videoaula de Encerramento



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos!

Ponto de Chegada

Olá, estudante! Para desenvolver a competência desta Unidade, que é conhecer os fundamentos da álgebra de conjuntos, você deverá primeiramente conhecer os conceitos fundamentos sobre: (a) conjuntos numéricos, (b) notação de conjuntos, (c) operações básicas de conjuntos (união, intersecção complemento), (d) representação gráfica de operações de conjuntos, (e) por fim diferença simétrica de conjuntos. Bom, então vamos lá.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

- **Conjuntos numéricos:** conjuntos numéricos são agrupamentos de números que compartilham características comuns. Os principais conjuntos incluem os números naturais (\mathbb{N}), inteiros (\mathbb{Z}), racionais (\mathbb{Q}) e reais (\mathbb{R}), cada um representando diferentes tipos de números na matemática. Eles são fundamentais para a classificação e as operações matemáticas.
- **Notação de conjuntos:** a notação de conjuntos é uma forma de representar grupos de elementos em matemática. Usa chaves {} para listar elementos e símbolos como \in (pertence a) e \cup (união) para denotar relações entre conjuntos. Por exemplo, {1, 2, 3} é um conjunto com três elementos, e $A \subseteq B$ indica que o conjunto A está contido em B. É uma ferramenta essencial na teoria dos conjuntos e na matemática em geral.
- **Operações básicas de conjuntos (união, intersecção complemento):** as operações básicas sobre conjuntos incluem união (\cup), intersecção (\cap), diferença (\setminus ou $-$), complemento ($'$) em relação a um conjunto universal e diferença simétrica (Δ). Essas operações permitem combinar, encontrar elementos em comum, subtrair, identificar elementos excluídos e encontrar elementos exclusivos entre conjuntos. São ferramentas fundamentais na teoria dos conjuntos, sendo amplamente utilizadas na resolução de problemas matemáticos e lógicos, bem como em diversas áreas, como estatística e ciência da computação.
- **Representação gráfica de operações de conjuntos:** a representação gráfica das operações de conjuntos é feita por meio de Diagramas de Venn, que usam círculos sobrepostos para ilustrar as relações entre conjuntos. Por exemplo, para representar a união de dois conjuntos, desenhamos dois círculos sobrepostos e colorimos a área combinada. A intersecção é a área em que os círculos se sobrepõem. A diferença é a parte do primeiro conjunto que não se sobrepõe ao segundo. Esses diagramas visuais facilitam a compreensão das operações de conjuntos, especialmente em situações com múltiplos conjuntos.
- **Diferença simétrica de conjuntos:** a diferença simétrica de conjuntos, denotada por Δ , representa os elementos que estão em um ou no outro conjunto, mas não em ambos. Em uma representação gráfica usando diagramas de Venn, a diferença simétrica é a área que está fora da intersecção dos conjuntos, ou seja, a parte que não é compartilhada. Isso significa que a diferença simétrica inclui elementos exclusivos de ambos os conjuntos, mas exclui aqueles que são comuns a ambos. É uma operação que destaca a dissimilaridade entre conjuntos.

É Hora de Praticar!



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Planejamento Financeiro

Maria é uma jovem profissional que está começando a pensar em suas finanças pessoais. Ela decidiu estudar os conjuntos numéricos para entender melhor como eles podem ser aplicados em suas decisões financeiras.

Maria tem uma renda mensal de R\$ 3.000 e está interessada em economizar dinheiro para várias finalidades, como uma viagem de férias, uma reserva de emergência e investimentos de longo prazo. Ela deseja saber como aplicar os conceitos de conjuntos numéricos para tomar decisões financeiras informadas.

Estudante, neste estudo de caso, nós vamos explorar como Maria usou conjuntos numéricos para planejar suas finanças.

- **Conjunto dos Números Naturais (\mathbb{N})**: Maria começa definindo o conjunto dos números naturais (\mathbb{N}) para representar a contagem de meses a partir de agora. Ela usará \mathbb{N} para planejar a distribuição de suas economias ao longo do tempo.
- **Conjunto dos Números Inteiros (\mathbb{Z})**: Maria também reconhece o conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}) ao considerar que, às vezes, suas finanças podem ser positivas (economias) ou negativas (dívidas). Portanto, ela mantém um controle de seu saldo financeiro no conjunto \mathbb{Z} .
- **Conjunto dos Números Racionais (\mathbb{Q})**: ao planejar seu orçamento mensal, Maria usa o conjunto dos números racionais (\mathbb{Q}) para representar as frações de sua renda que ela planeja economizar. Por exemplo, se ela planeja economizar 20% de sua renda, isso é uma fração racional de 0,2.
- **Conjunto dos Números Reais (\mathbb{R})**: quando Maria decide investir parte de suas economias em ações ou outros ativos financeiros, ela lida com números reais (\mathbb{R}). Os valores dos investimentos podem variar ao longo do tempo, e ela precisa considerar números reais para avaliar seu retorno.

Aplicação:

- Para sua viagem de férias, Maria usa o conjunto \mathbb{N} para definir um período de 12 meses até a data da viagem. Ela distribui o valor total necessário ao longo desse período, considerando as variações de preço e custos associados.
- Para sua reserva de emergência, Maria utiliza \mathbb{Z} para manter um registro de seu saldo financeiro. Ela se certifica de que sempre haja um valor não negativo no conjunto \mathbb{Z} para garantir que tenha dinheiro disponível em caso de despesas inesperadas.
- Ao planejar investimentos de longo prazo, Maria lida com números reais (\mathbb{R}). Ela analisa diferentes opções de investimento e seus retornos prováveis ao longo do tempo.
- Para seu orçamento mensal, Maria usa \mathbb{Q} para representar a porcentagem de sua renda que planeja economizar em seu fundo de emergência, fundo de férias e investimentos.

Maria aprendeu a aplicar os conceitos de conjuntos numéricos em suas finanças pessoais. Ela usa \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} e \mathbb{R} de forma eficaz para planejar suas economias, monitorar seu saldo financeiro

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

e tomar decisões informadas sobre investimentos. Isso a ajuda a manter suas finanças sob controle e a atingir seus objetivos financeiros de forma mais eficaz.

ÁLGEBRA DE CONJUNTOS

INTRODUÇÃO

1

Conjuntos numéricos são grupos de números com características específicas. As principais notações incluem os números naturais (N), inteiros (Z), racionais (Q), irracionais (I) e reais (R). Cada conjunto descreve um tipo particular de número.

2

TEORIA DOS CONJUNTOS

Diagramas de Venn são representações gráficas que mostram a interseção e relação entre conjuntos por meio de sobreposição de formas, como círculos. Eles facilitam a visualização de elementos compartilhados e exclusivos entre os conjuntos.

3

ÁLGEBRA DE CONJUNTOS

União de Conjuntos: Combina elementos de ambos os conjuntos.

Interseção de Conjuntos: Inclui apenas elementos compartilhados por ambos.

Diferença entre Conjuntos: Contém elementos do primeiro que não estão no segundo.

4

APLICAÇÕES DE TEORIA DOS CONJUNTOS

- Conjuntos Disjuntos:** Conjuntos que não têm elementos em comum.
- Diferença Simétrica:** Elementos em apenas um dos conjuntos.
- Produto Cartesiano em Diagramas:** Representa todas as combinações de elementos de conjuntos em pares ordenados, exibidos em uma grade.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Figura 1 | Síntese dos conteúdos abordados durante os estudos

ARAUJO, L. M. M. et al. **Fundamentos de matemática**. Grupo A, 2018.

LUSTOSA, D. **Raciocínio lógico-matemático para concursos públicos: teoria e prática**. (Série Provas & Concursos). Grupo GEN, 2023.

QUILELLI, P. **Raciocínio lógico matemático para concursos**. 3. ed. Editora Saraiva, 2015.

ROSEN, K. H. **Matemática discreta e suas aplicações**. Grupo A, 2010.

Unidade 3

Fundamentos da Lógica

Aula 1

Introdução a lógica proposicional

Introdução a lógica proposicional



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Partida

Iniciamos agora nossa introdução à lógica proposicional. Esse conhecimento o capacitará a construir condições lógicas embasadas em regras e a valorar o resultado dessa condição. Sem dúvida, esse conhecimento é imprescindível na construção de algoritmos computacionais. Imagine que você está concorrendo a uma vaga de desenvolvedor de software em uma empresa e precisa criar um programa que permita aos funcionários acessar áreas específicas com base

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

em suas permissões. O sistema deve ser capaz de tomar decisões lógicas para permitir ou negar o acesso com base em premissas específicas.

Premissas:

1. Existem três áreas de acesso na empresa: Sala A, Sala B e Sala C.
2. Existem cinco funcionários: Alice, Bob, Carol, Dave e Eve.
3. Cada funcionário tem um conjunto de permissões que define quais áreas ele pode acessar.
 - Alice pode acessar a Sala A.
 - Bob pode acessar a Sala A e a Sala B.
 - Carol pode acessar a Sala B.
 - Dave não tem permissão para acessar nenhuma sala.
 - Eve pode acessar a Sala C.

Problema:

Como candidato à vaga de desenvolvedor da empresa, você foi encarregado de implementar um algoritmo que, com base nas premissas citadas anteriormente, determine se um funcionário específico tem permissão para acessar uma determinada área. O algoritmo deve receber o nome de um funcionário e o nome de uma área e retornar uma conclusão lógica sobre se o acesso deve ser permitido ou negado.

Agora é com você! Como você poderá usar as dicas e transformá-las em proposições simples e/ou compostas? Quantas proposições serão necessárias para cada figura geométrica? Quais operadores lógicos você terá que usar para construir as regras? Para vencer esse desafio, nesta seção iremos aprender sobre a lógica proposicional, o que são as proposições simples e como criar as proposições compostas, utilizando os conectivos lógicos de conjunção e disjunção. Vamos em frente garantir essa vaga de emprego!

Vamos Começar!

Na lógica computacional, vamos utilizar as mesmas regras da Lógica Formal, porém iremos valorar os conteúdos, como verdadeiro ou falso, a fim de extrair nossas conclusões.

Em nosso cotidiano, usamos a linguagem natural para nos expressar por meio de frases, que em alguns casos podem ser argumentativas sendo assim compostas por premissas e conclusões. Vejamos um exemplo extraído de Machado e Cunha (2008, p. 16). Observe o argumento de uma professora sobre o desempenho de um certo aluno: “É lógico que Pedro será aprovado nos exames, pois ele é inteligente e estuda muito e todos os alunos inteligentes e estudiosos são aprovados”. Esse argumento foi construído embasado por premissas (razões) e que levam a uma única conclusão, conforme ilustra o Quadro 1.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Premissas (razões)	1. Pedro é inteligente. 2. Pedro estuda muito. 3. Todos os alunos inteligentes e estudiosos são aprovados.
Conclusão	Pedro será aprovado

Quando 1 | Premissas (razões). Fonte: adaptado de Machado e Cunha (2008, p. 16).

Veja no Quadro 1 que separamos a frase em premissas e conclusão. Nesse caso, três premissas permitiram chegar a uma conclusão coerente. Extrair essa conclusão do argumento só foi possível devido às regras da lógica proposicional, que por meio de premissas e conectores extraem-se resultados lógicos. Fazer essa separação (premissa / conclusão) é muito importante, pois nem toda frase é um argumento. Além disso, imagina que queiramos criar um algoritmo para classificar se um aluno foi aprovado ou reprovado, essas premissas precisam ser programadas em forma de regras, as quais aprenderemos em breve.

Para ser um argumento é preciso existir uma conclusão, logo, nem toda frase é um argumento. Por exemplo, a frase: “Segure firme!”, não possui premissas e conclusões, pois trata-se de uma sentença imperativa (ordem) ou então a frase: “Você pode abrir a porta?” também não é um argumento, pois estamos diante de uma sentença interrogativa. As sentenças exclamativas, como por exemplo, “Que lindo!”, “Parabéns!” também não são consideradas argumentos. No estudo da lógica, além de distinguir se uma frase é ou não um argumento, também é importante distinguirmos se uma sentença pode ou não ser classificada como verdadeira ou falsa (não ambas ao mesmo tempo). Por exemplo, considere as frases:

1. O Brasil é um país da América Latina.
2. Minas Gerais é um estado do Nordeste.
3. São Paulo é a capital do Paraná.
4. Três mais um é igual a quatro.
5. Que horas são?

As quatro primeiras frases podem ser classificadas (valoradas) em verdadeira (V) ou falso (F). Veja:

1. Verdadeira.
2. Falso.
3. Falso.
4. Verdadeira.

Mas a quinta frase não pode ser valorada em V ou F, pois a resposta é um certo horário.

5.?

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

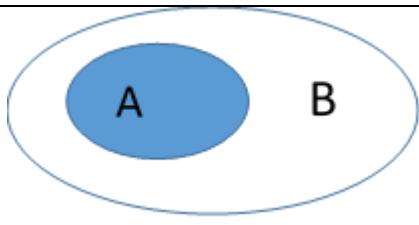
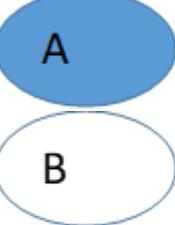
Essa distinção entre os tipos de sentenças é crucial para o estudo da lógica, pois uma frase que pode ser classificada como verdadeira ou falsa (não ambas ao mesmo tempo) é chamada proposição.

Proposição é uma sentença declarativa que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, jamais ambas ao mesmo tempo. Ou seja, não pode haver dúvida quanto à classificação da sentença. Também podemos dizer que se trata de uma classificação binária, pois só existem dois resultados possíveis: V ou F, ou ainda 1 ou 0.

Siga em Frente...

Nem sempre classificar se uma sentença é ou não uma proposição é uma tarefa trivial. Para que seja uma proposição, a sentença declarativa não pode deixar dúvidas quanto ao resultado. Por exemplo, a sentença “Está chovendo agora” não pode ser classificada como V ou F, pois deixa dúvida (por exemplo, pode estar chovendo em um ponto da cidade e em outro não). Para que essa frase se torne uma proposição ela precisa de um contexto, por exemplo, “Está chovendo agora na minha rua”, ou seja, o locutor da frase especificou o local, então agora é possível valorar se o que ele disse é verdadeiro ou falso.

Sabendo que uma proposição é uma sentença declarativa que pode ser classificada como V ou F, podemos encontrá-la nas mais diversas formas. Observe o Quadro 2. Nele temos diagramas de Euler representando conjuntos e sentenças que podem ser classificadas como V ou F, baseado no diagrama, portanto, são proposições.

Diagrama de Euler	Proposição
	Todo A é B
	Nenhum A é B

Podemos utilizar letras maiúsculas do alfabeto para representar as proposições, portanto, a partir de agora adotaremos essa notação para representar as proposições. Por exemplo:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

A: Quinze é menor que vinte.

B: Todos os italianos são europeus.

Segundo Bispo e Castanheira (2011), toda proposição deve seguir três princípios básicos:

- **Princípio da Identidade:** “Toda proposição é idêntica a si mesma”. Ou seja, sendo P uma proposição: $P \equiv P$.
- **Princípio da Não Contradição:** “Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo”. Sendo P uma proposição tem-se: $\neg(P \wedge \neg P)$.
- **Princípio do Terceiro excluído:** “Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, não existindo um terceiro valor que ela possa assumir”. Sendo P uma proposição tem-se: $P \vee \neg P$.

As proposições podem ser classificadas como simples ou compostas. A proposição será simples quando existir uma única afirmação na frase. Por outro lado, uma proposição é composta quando for constituída de, pelo menos, duas proposições simples “ligadas” por um conectivo lógico, também chamado de conector lógico, conectivo proposicional ou operação lógica.

Exemplificando

Observe as proposições A, B, C a seguir:

A: 11 é um número ímpar.

B: 11 é um número primo.

C: 11 é um número ímpar e primo.

As proposições A e B são compostas por uma única verdade.

A: verdadeira

B: verdadeira

Já a proposição C é composta por duas proposições simples (nesse caso, pelas proposições A e B) que são ligadas pela palavra “e”. A valoração da proposição C depende da valoração independente de A e de B, aplicada ao operador lógico que está unindo as duas proposições simples. Veremos em breve como fazer essa valoração.

Exemplos:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Exemplo a: Considere a frase: "Os suíços fabricam os melhores relógios e os franceses, o melhor vinho". Se extrairmos as proposições simples das frases teremos:

P: Os suíços fabricam os melhores relógios.

S: Os franceses fabricam o melhor vinho.

Podemos reescrever a frase, utilizando uma notação simbólica, então o resultado será: P e S. Veja que temos a palavra "e" ligando as duas proposições simples.

Exemplo b: Considere a frase: "Se eu prestar atenção na aula, então tirarei boa nota na prova". Novamente, se extrairmos as proposições simples das frases teremos:

A: Eu presto atenção na aula.

R: Eu tiro boa nota na prova.

Veja que ao extrair as proposições simples, podemos fazer adequações nos verbos, o mesmo acontece quando usamos proposições simples para fazer as compostas.

Exercício 1:

Considere as seguintes premissas:

1. Todos os seres humanos são mortais.
2. Sócrates é um ser humano.

Usando essas premissas, determine a conclusão lógica.

Solução:

Premissa 1: Todos os seres humanos são mortais.

Premissa 2: Sócrates é um ser humano.

A conclusão lógica que podemos tirar dessas premissas é:

Conclusão: Sócrates é mortal.

Isso segue a lógica do silogismo, que é uma forma comum de raciocínio lógico. O silogismo é uma forma de argumento em que se conclui uma proposição a partir de duas outras premissas que são relacionadas. Neste caso, a primeira premissa estabelece uma relação geral entre todos

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

os seres humanos e sua mortalidade, e a segunda premissa identifica Sócrates como um ser humano específico. A conclusão lógica é que, se Sócrates é um ser humano, ele também é mortal, com base nas premissas dadas.

Exercício 2

Considere as seguintes premissas:

1. Todos os mamíferos têm espinha dorsal.
2. Todos os cães são mamíferos.
3. Max é um cão.

Usando essas premissas, determine a conclusão lógica.

Solução:

Premissa 1: Todos os mamíferos têm espinha dorsal.

Premissa 2: Todos os cães são mamíferos.

Premissa 3: Max é um cão.

A conclusão lógica que podemos tirar dessas premissas é:

Conclusão: Max tem uma espinha dorsal.

A primeira premissa estabelece uma relação geral entre mamíferos e a presença de uma espinha dorsal. A segunda premissa afirma que todos os cães são mamíferos, e a terceira premissa identifica Max como um cão. Portanto, com base nas premissas, podemos concluir que Max, como um cão (que é um mamífero), também tem uma espinha dorsal.

Vamos Exercitar?

Chegou a hora de pensarmos como resolver seu desafio de lógica para a vaga de desenvolvedor trainee de uma grande empresa de tecnologia.

Imagine que você está concorrendo a uma vaga de desenvolvedor de software em uma empresa e precisa criar um programa que permita aos funcionários acessar áreas específicas com base em suas permissões. O sistema deve ser capaz de tomar decisões lógicas para permitir ou negar o acesso com base em premissas específicas.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Premissas:

- Existem três áreas de acesso na empresa: Sala A, Sala B e Sala C.
- Existem cinco funcionários: Alice, Bob, Carol, Dave e Eve.
- Cada funcionário tem um conjunto de permissões que define quais áreas ele pode acessar.
- Alice pode acessar a Sala A.
- Bob pode acessar a Sala A e a Sala B.
- Carol pode acessar a Sala B.
- Dave não tem permissão para acessar nenhuma sala.
- Eve pode acessar a Sala C.

Problema:

Como desenvolvedor da empresa, você foi encarregado de implementar um algoritmo que, com base nas premissas citadas anteriormente, determine se um funcionário específico tem permissão para acessar uma determinada área. O algoritmo deve receber o nome de um funcionário e o nome de uma área e retornar uma conclusão lógica sobre se o acesso deve ser permitido ou negado.

Conclusões:

Para resolver o problema, você pode usar a seguinte lógica:

1. o funcionário tem permissão para acessar a área, a conclusão é "Acesso Permitido."
2. Se o funcionário não tem permissão para acessar a área, a conclusão é "Acesso Negado."

Aqui estão alguns exemplos de conclusões com base nas premissas:

- Se o funcionário for Alice e a área for Sala A, a conclusão é "Acesso Permitido."
- Se o funcionário for Bob e a área for Sala C, a conclusão é "Acesso Negado."
- Se o funcionário for Dave e a área for Sala B, a conclusão é "Acesso Negado."

Você pode implementar esse algoritmo em uma linguagem de programação de sua preferência, e testá-lo com diferentes combinações de funcionários e áreas para verificar se ele está produzindo as conclusões corretas com base nas premissas fornecidas.

Este estudo de caso demonstra a aplicação de lógica e matemática computacional para resolver um problema prático de tomada de decisões com base em premissas definidas.

Saiba mais

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Os fundamentos da lógica são fundamentais para a compreensão da disciplina Lógica e Matemática Computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

- BISPO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; FILHO, O. M. S. **Introdução à lógica matemática.** Cengage Learning Brasil, 2017. O capítulo 1 deste livro além de aborda de uma forma simples proposições em lógica e matemática computacional.
- ROSEN, K. H. **Matemática discreta e suas aplicações.** Grupo A, 2010. O capítulo 4 deste livro aborda de uma forma simples o tópico de proposições e sentenças.

Referências

BISPO, F.; CASTANHEIRA, L. B. **Introdução à lógica matemática.** São Paulo: Cengage Learning, 2011.

GERSTING, J. L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação.** Tradução de Valeria de Magalhaes Iorio. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

MACHADO, N. J; CUNHA, M. O. da. **Lógica e linguagem cotidiana:** verdade, coerência, comunicação, argumentação. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

SANTOS, M. da S. dos *et al.* **Lógica computacional.** Porto Alegre: SAGAH, 2021.

Aula 2

Conectivos e classificação textual

Conectivos e classificação textual



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos!

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

[Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Partida

Olá, estudante! Iniciamos agora mais uma aula do nosso estudo de introdução à lógica proposicional. Nesta nova etapa, você aprenderá novos conectivos lógicos, o que lhe possibilitará valorar proposições compostas mais complexas, desenvolvendo suas habilidades de aplicar a lógica proposicional com suas regras e formas. Você já deve ter ouvido e falado muito frases do tipo "Se chover, eu não vou sair de casa", ou então "Se eu ganhar na loteria, não vou mais trabalhar!". Esse tipo de frase possui uma estrutura lógica embasada em uma condição: se algo acontecer, então outro evento também irá acontecer. Nesta seção, vamos entender esse tipo de estrutura lógica, bem como outros importantes conceitos.

Imagine que Carlos é um funcionário de uma empresa e está planejando suas férias de verão. Ele tem duas opções para suas férias: uma viagem à praia ou um passeio pelas montanhas.

Informações sobre Carlos:

1. Carlos gosta de ambas as opções, mas tem preferência por montanhas, pois gosta de esportes ao ar livre.
2. No entanto, Carlos também considera o fato de que alguns de seus amigos vão para a praia durante o mesmo período de férias.

Problema:

Carlos quer tomar uma decisão sobre onde passar suas férias de verão, considerando suas preferências pessoais e o desejo de passar um tempo com seus amigos.

Carlos está confrontando um dilema em relação à escolha de seu destino de férias de verão. Ele aprecia as duas opções disponíveis, mas deve decidir com base em suas preferências pessoais e outros fatores, como o desejo de passar um tempo com amigos que planejam uma viagem à praia durante o mesmo período de férias.

Por fim, ele precisa tomar uma decisão que leve em consideração suas preferências e a oportunidade de desfrutar da companhia de seus amigos na praia. A problematização se concentra na aplicação do conectivo lógico de disjunção (ou "ou") para resolver esse dilema.

Agora é com você! Para vencer esse desafio, nesta seção iremos aprender sobre os fundamentos da lógica, seus conectivos e por fim o conceito de fórmulas bem faturadas (fbf).

Vamos em frente para desvendar este mistério!

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Vamos Começar!

Conejntivo lógico de conjunção – e

Vamos começar estudando o conectivo lógico “e”, que também pode ser visto na literatura escrito em inglês AND ou ainda por meio do seu símbolo . Essa operação lógica é chamada conjunção e sua valoração será verdadeira somente quando ambas as proposições simples forem verdadeiras. Resumindo, se A e B forem proposições simples verdadeiras, a proposição composta A B (lê-se “A e B”) será verdadeira. Para compreendermos melhor, considere as proposições a seguir:

A: Quatro é um número par.

B: Três é um número ímpar.

C: Cinco é maior que dez.

P: Quatro é um número par e três é um número ímpar

R: Quatro é um número par e cinco é maior que dez.

Vamos começar valorando as proposições simples (A, B, C): A: verdadeira. B: verdadeira. C: falsa.

Para facilitar nossa compreensão, vamos reescrever as proposições P, R utilizando notação simbólica, portanto temos:

P: A B

R: A C

Na proposição P temos que as proposições simples A, B são verdadeiras, portanto, P = V e V, o que resulta em verdadeiro, ou seja, a proposição P pode ser valorada como verdadeira. Já na proposição R, temos que A é verdadeiro, mas C é falso, portanto, R = V e F, o que resulta em falso, ou seja, a proposição R deve ser valorada como falsa, já que para essa operação lógica ambas as proposições precisam ser verdadeiras para o resultado também ser verdadeiro.

Conejntivo lógico de disjunção – ou (inclusivo)

Outro conector muito utilizado tanto na Lógica Formal, quanto na computacional é “ou” que também pode ser visto na literatura escrito em inglês OR ou ainda por meio do seu símbolo . Essa operação lógica é chamada de disjunção e seu operador lógico pode ser utilizado de duas formas distintas: inclusivo ou exclusivo. Veremos nesta seção a forma inclusiva do operador.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

O operador lógico de disjunção usado na forma inclusiva terá sua valoração falsa somente quando ambas as proposições simples forem falsas. Resumindo, se A e B forem proposições simples falsas, a proposição composta $A \vee B$ (lê-se “A ou B”) será falsa, nos demais casos a valoração é verdadeira. Para compreendermos melhor, considere as proposições a seguir:

A: Quatro é um número par.

B: Três é um número ímpar.

C: Cinco é maior que dez.

D: Sete é um número par.

P: Quatro é um número par ou três é um número ímpar.

R: Quatro é um número par ou cinco é maior que dez.

S: Cinco é maior que dez ou sete é um número par.

Vamos começar valorando as proposições simples (A, B, C, D):

A: verdadeira.

B: verdadeira.

C: falsa.

D: falsa

Para facilitar nossa compreensão, vamos reescrever as proposições P, R, S utilizando notação simbólica, portanto, temos:

P: A \vee B

R: A \vee C

S: C \vee D

Na proposição P temos que as proposições simples A, B são verdadeiras, portanto, $P = V$ ou V , o que resulta em verdadeiro, ou seja, a proposição P pode ser valorada como verdadeira. Na proposição R, temos que A é verdadeira, mas C é falsa, portanto, $R = V$ ou F , como se trata da disjunção inclusiva, o resultado será verdadeiro, pois para ser falso ambas as proposições

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

simples têm que ser falsas. Já na proposição S, temos que C, D são proposições simples falsas, portanto, S = F ou F, o que resulta em falso.

Siga em Frente...

Operador lógico de negação – não

Os operadores lógicos de conjunção e disjunção são binários, ou seja, juntam duas expressões para formar uma nova proposição. O operador lógico de negação é unário, ou seja, ele não junta duas proposições, ele age sobre uma única proposição (que pode ser resultado de uma operação binária). A palavra usada para fazer a negação é o não que também pode ser visto na literatura em inglês NOT, ou ainda de forma simbólica como \sim , \neg , $'$. Os dois primeiros símbolos são usados antes da letra que representa a proposição, já o terceiro é usado depois da letra. Por exemplo, as expressões: $\sim A$, $\neg B$, C' representam as negações das proposições A, B, C.

A operação lógica de negação troca o valor-verdade da proposição. Ou seja, se a proposição é verdadeira, quando acompanhada do operador de negação passará a ser falsa; por outro lado, se ela for falsa passará a ser verdadeira. Vejamos um exemplo, considere a proposição:

A: Luís gosta de viajar.

A negação de A ($\sim A$) pode ser lida como:

$\sim A$: Luís não gosta de viajar.

Ou ainda como:

$\sim A$: É falso que Luís gosta de viajar.

Ou ainda

$\sim A$: Não é verdade que Luís gosta de viajar

Conectivo condicional (Implicação lógica) – se... então

Dadas as proposições simples A, B, elas formam uma condicional (ou implicação lógica) se for possível construir a estrutura: se A, então B. A primeira proposição é chamada antecedente, e a segunda consequente. A condicional significa que a verdade da primeira proposição implica a verdade da segunda proposição (Gersting, 2017). O símbolo usado para representar a implicação lógica é o \rightarrow , logo a regra se A, então B, pode ser escrita como $A \rightarrow B$.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Exemplificando

Considere as proposições a seguir: P: João estuda para a prova. R: João passa de ano. A proposição $P \rightarrow R$ (lê-se Se P, então R), deve ser traduzida como: Se João estudar para a prova, então passará de ano. Veja que para fazer sentido a composição da sentença condicionada, ajustamos os verbos estudar e passar. Mas o que realmente importa é entender a condição que foi criada. Veja que a proposição B está condicionada à proposição A, ou seja, B depende de A para acontecer.

Na valoração do condicional, se o antecedente e o consequente forem verdadeiros então o resultado será verdadeiro. Ou seja, $V \rightarrow V = V$. Porém, se o antecedente for verdadeiro e o consequente for falso, o resultado será falso ($V \rightarrow F = F$). Vejamos um exemplo:

A: O interruptor da sala foi desligado.

B: A luz da sala apagou.

C: A \rightarrow B.

A proposição C deve ser traduzida como “Se o interruptor da sala for desligado, então a luz se apagará”. Se as duas proposições realmente acontecerem, então temos o caso $V \rightarrow V = V$, ou seja, C é verdade. Porém, se o interruptor for desligado, mas por algum motivo a luz não se apagar, então temos o caso $V \rightarrow F = F$, ou seja, C é falso.

Refita

Em um condicional existe o antecedente e o consequente, ou seja, uma proposição depende da outra. Se trocarmos a ordem do antecedente pelo consequente alteramos o resultado da condição? Quais implicações essa troca poderia trazer ao algoritmo?

Na construção de algoritmos, os condicionais são amplamente utilizados, veja o que nos diz um grande autor da área da computação: “Do ponto de vista computacional, uma condição é uma expressão booleana cujo resultado é um valor lógico falso ou verdadeiro. Assim, uma expressão booleana como condição é conseguida com uma relação lógica entre dois elementos e um operador relacional”. Veja que na computação usamos o mesmo recurso da Lógica Formal. A expressão booleana mencionada refere-se à álgebra Booleana que está embasada na Lógica Clássica. Uma expressão booleana é uma proposição que resultará em verdadeiro ou falso.

Na construção de algoritmos, o condicional aparece nas estruturas de decisão, também chamada Desvio Condicional. O nome “desvio” representa exatamente o que acontece em um algoritmo, quando aparece um condicional, pois dependendo do resultado (V ou F) o programa fará uma ação diferente. Por exemplo, imagine que estamos implementando um software para uma loja que oferece opções de pagamento à vista ou a prazo. Caso o comprador pague à vista

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

ele terá um desconto de 10% na compra, que deve ser aplicado pelo próprio sistema. Pois bem, dadas as proposições:

A: Pagamento feito à vista.

B: Conceder desconto de 10%

No algoritmo deverá ser implementada a regra: A \rightarrow B. “Se o pagamento for à vista, então será concedido um desconto de 10%”. A expressão “Se... então” é a mais comum de se utilizar para o condicional, até mesmo porque na construção de algoritmos usamos exatamente essas palavras. Mas a implicação lógica pode ser escrita de outras formas, conforme ilustra o Quadro 1, que nos apresenta oito formas diferentes de “traduzir” essa expressão lógica.

Expressão em português	Conectivo lógico	Expressão lógica
1. Se A, então B		
2. A condicional B		
3. A, logo B		
4. A só se B; A somente se B		
5. B segue de A		
6. A é uma condição suficiente para B		
7. Basta A para B		
8. B é uma condição necessária para A		

Quadro 1 | Expressões para condicional. Fonte: adaptado de Gersting (2017, p. 4).

Conectivo Bicondicional – se, e somente se

Dadas as proposições simples A, B, elas formam uma bicondicional se for possível construir a estrutura: A se, e somente se, B. O símbolo usado para representar esse conectivo é o \leftrightarrow , então a expressão A se, e somente se, B, pode ser expressa simbolicamente por $A \leftrightarrow B$. Vejamos um exemplo. Considere as proposições a seguir:

P: Lucas receberá o dinheiro.

Q: Lucas completará o trabalho. S: $A \leftrightarrow B$.

A proposição S, deve ser traduzida como “Lucas receberá o dinheiro se, e somente se, completar o trabalho”.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Segundo Gersting (2017), o bicondicional é um atalho para a expressão lógica: $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow A)$. Nessa expressão temos a conjunção entre o resultado de duas condicionais que alteram seus antecedentes e consequentes. Para ficar mais claro, usando as proposições P, Q criadas anteriormente, dizer que “Lucas receberá o dinheiro se, e somente se, completar o trabalho” é o mesmo que dizer “Se Lucas receber o dinheiro então completará o trabalho e se Lucas completar o trabalho então receberá o dinheiro”. Como podemos observar, o bicondicional resume a sentença, facilitando até mesmo a compreensão. A valoração do conectivo bicondicional será verdadeira quando o valor- -lógico das duas proposições forem iguais, tanto para verdadeiro como para falso. Ou seja, $V \Leftrightarrow V = V$ e $F \Leftrightarrow F = V$.

Fórmula bem-formulada ou fbf

Já sabemos que é possível criar proposições compostas, fazendo conexões entre proposições simples. Na verdade, podemos encadear proposições, conectivos e parênteses (ou colchetes) e formar novas expressões lógicas, as quais chamamos fórmula. Por exemplo, como a que vimos no conectivo bicondicional $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow A)$. Embora “Uma sequência qualquer de elementos do vocabulário do cálculo proposicional constitui uma fórmula”, nem toda fórmula é válida. Segundo Gersting (2017), certas regras de sintaxe precisam ser seguidas, assim como acontece em qualquer linguagem de programação. Podemos fazer uma analogia entre as fórmulas do cálculo proposicional com as fórmulas matemáticas. Os conectivos lógicos são como os operadores matemáticos (soma, subtração, etc.), portanto sempre teremos um conectivo entre duas proposições. O operador de negação é como o sinal negativo na matemática e, por isso, ele pode aparecer perto de outro conector. Uma fórmula que segue as regras de sintaxe é chamada de fórmula bem-formulada ou ainda, em inglês, *well-formed formula* – wff. Observe o Quadro 2. Nele temos três exemplos de fórmulas matemáticas, três de fórmulas válidas (fbf) e três de fórmulas inválidas.

Expressão matemática	fbf	Não fbf
$(2+3) \times 5$	$(A \Leftrightarrow B) \ Leftrightarrow C$	$A \ Leftrightarrow A \ Leftrightarrow B$
$(3+4) \times (2+3)$	$(A \Leftrightarrow B) \ Leftrightarrow (B \Leftrightarrow A)$	AB
$2+3 \times 5$	$A \Leftrightarrow B \ Leftrightarrow C$	B

Quadro 2 | Fórmulas matemáticas e proposicional

Vamos começar a analisar as fórmulas do Quadro 2 falando sobre os parênteses. Na fórmula matemática da linha 1, o resultado é 25, certo? E se não tivesse parênteses delimitando a adição, o resultado seria o mesmo? A resposta é não, o resultado seria 17, afinal a multiplicação tem precedência de resolução sobre a adição. Na fbf da linha 1 também temos parênteses e o motivo é o mesmo da expressão matemática: queremos que a condicional seja resolvida antes da disjunção. Portanto, os parênteses no cálculo proposicional também têm o papel de delimitar e

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

indicar quais operações devem ser efetuadas primeiro. Assim como os operadores matemáticos, os conectivos lógicos também possuem ordem de precedência, sendo ela:

1. Para conectivos dentro de vários parênteses, efetuam-se primeiro as expressões dentro dos parênteses mais internos.
2. Negação (\neg).
3. Conjunção e disjunção (\wedge , \vee).
4. Condicional (\rightarrow).
5. Bicondicional (\leftrightarrow).

Quando dois operadores tiverem a mesma ordem de precedência, será valorado primeiro o que estiver mais à esquerda, da mesma forma que acontece em uma fórmula matemática.

Agora que sabemos a ordem de precedência dos conectivos lógicos, podemos interpretar a fbf da linha 2 no Quadro 2. Veja que primeiro será valorada a fórmula $(A \wedge B)$, em seguida $(B \wedge A)$ e, por fim, a conjunção entre os dois resultados.

Já na fbf da linha 3, não temos parênteses, então devemos seguir a ordem de precedência e valorar da esquerda para direita. Então seria primeiro efetuada a negação $\neg C$, em seguida seria calculado a conjunção de B com o resultado da negação: $B \wedge \neg C$ e, por fim, seria feita a condicional entre A o resultado da conjunção.

Esse entendimento é muito importante, então vamos valorar a fbf da linha 3, dadas as seguintes entradas para as proposições A, B, C.

A é verdadeira.

B é falsa.

C é falsa.

Observe a Figura 1, ao submeter os valores-lógicos de entrada das proposições, seguindo a ordem de execução, tem-se a seguinte sequência:

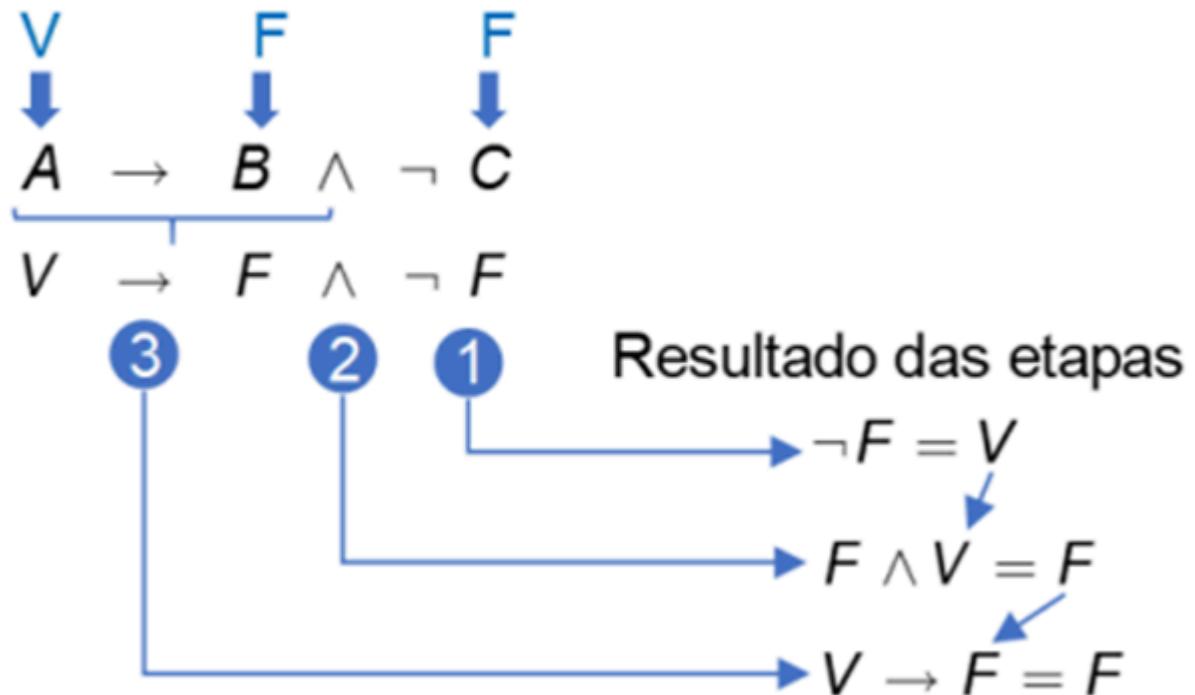


Figura 1 | Esquema de valoração de fórmulas

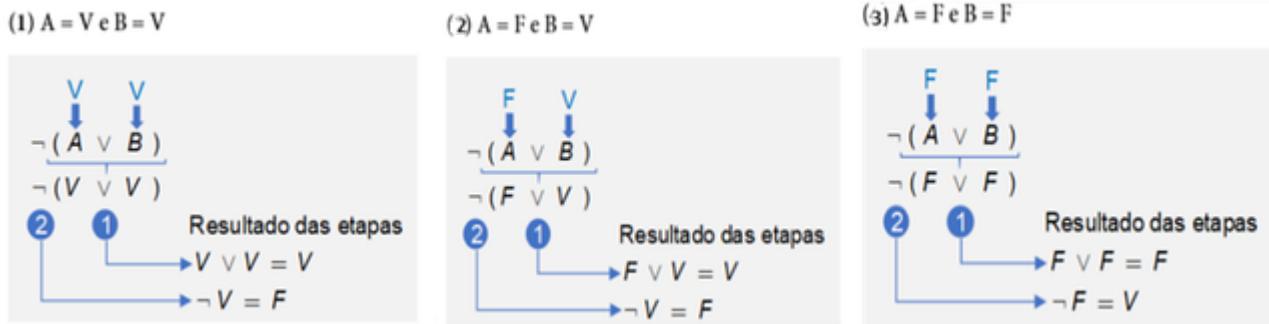
1. $\neg F$ que resulta em V .
2. $F \wedge V$ que resulta em F .
3. $V \rightarrow F$ que resulta em F .

Portanto, o resultado da fbf $A \wedge B \wedge \neg C$ é falso.

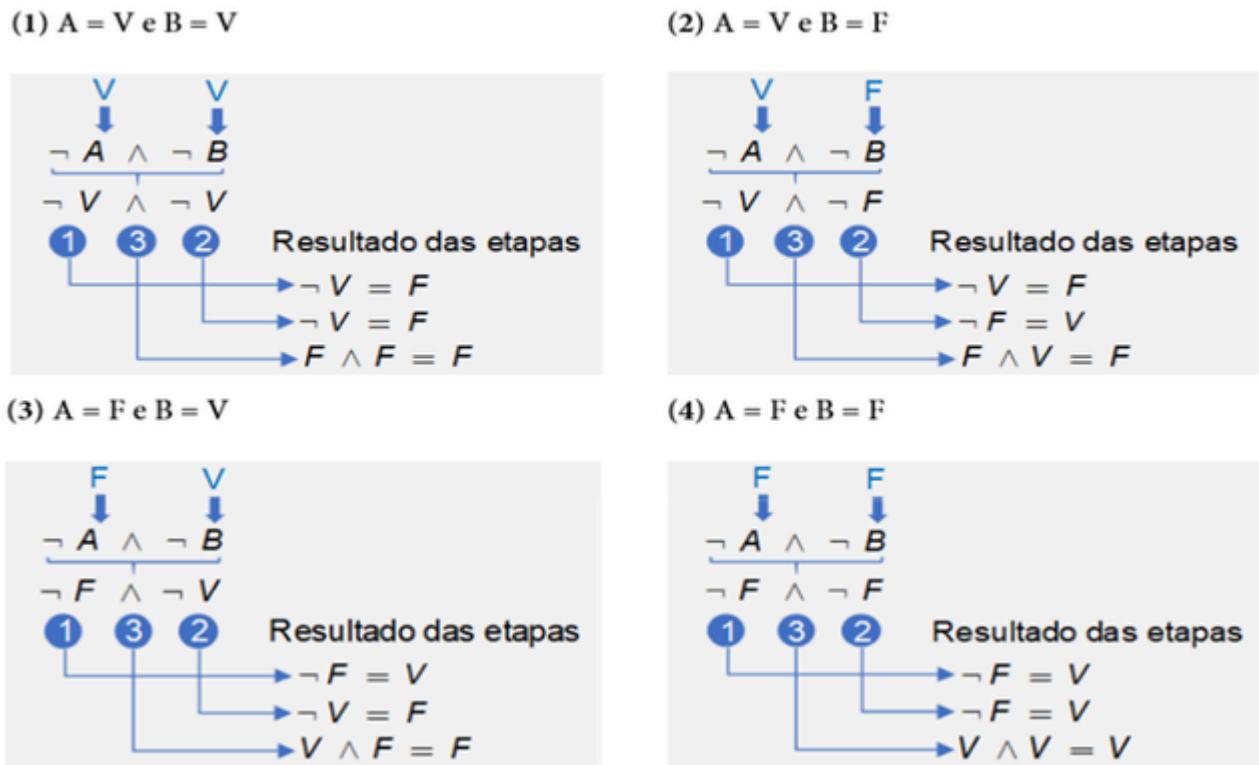
Ao observar o resultado das etapas na Figura 1, fica claro que o resultado de uma etapa é usado em outra etapa, pois a fórmula precisa ser resolvida em partes seguindo a ordem de precedência.

Por outro lado, a Figura 2 ilustra cada passo para a valoração da fórmula, para cada combinação possível de entrada. Como resultado lógico temos que para as entradas (1), (2) o resultado é F , já para a entrada (3) o resultado é V .

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Figura 2 | Valoração da fórmula $\neg(A \oplus B)$

Agora vamos fazer a valoração da fórmula, do lado direito da equivalência, ou seja, $\neg A \oplus \neg B$, para cada uma das combinações possíveis de entrada. A Figura 3 ilustra cada passo para a valoração da fórmula. Como resultado lógico temos que para as entradas (1), (2), e (3) o resultado é F, já para a entrada (4) o resultado é V.

Figura 3 | Valoração da fórmula $\neg A \oplus \neg B$

Como podemos ver, os resultados lógicos das fórmulas $\neg(A \oplus B)$ e $\neg A \oplus \neg B$, para todas as combinações possíveis de entradas, são os mesmos, portanto demonstramos que essas fórmulas são equivalentes. Com essa demonstração, finalizamos nossa seção. Agora que já conhecemos todos os conectivos lógicos e como criar fórmulas válidas (fbf) para fazer a

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

valoração de uma fbf, devemos seguir a ordem de precedência e ir resolvendo parte a parte da fórmula.

Até a próxima!

Vamos Exercitar?

Chegou a hora de pensarmos como resolver seu desafio de lógica para saber qual será o destino de Carlos em suas férias e qual decisão ele poderá tomar.

Carlos é um funcionário de uma empresa e está planejando suas férias de verão. Ele tem duas opções para suas férias: uma viagem à praia ou um passeio pelas montanhas.

Informações sobre Carlos:

1. Carlos gosta de ambas as opções, mas tem preferência por montanhas, pois gosta de esportes ao ar livre.
2. No entanto, Carlos também considera o fato de que alguns de seus amigos vão para a praia durante o mesmo período de férias.

Problema:

Carlos está confrontando um dilema em relação à escolha de seu destino de férias de verão. Ele aprecia as duas opções disponíveis, mas deve decidir com base em suas preferências pessoais e outros fatores, como o desejo de passar tempo com amigos que planejam uma viagem à praia durante o mesmo período de férias.

Carlos precisa tomar uma decisão que leve em consideração suas preferências e a oportunidade de desfrutar da companhia de seus amigos na praia. A problematização se concentra na aplicação do conectivo lógico de disjunção (ou "ou") para resolver esse dilema.

Solução:

Carlos pode usar o conectivo lógico de disjunção (ou "ou") para tomar sua decisão.

1. A primeira opção é "Viagem à Praia." Vamos representar isso como "P" (praia).
2. A segunda opção é "Passeio pelas Montanhas." Vamos representar isso como "M" (montanhas).

Agora, vamos aplicar o conectivo lógico "ou" para determinar a escolha de Carlos:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

- Carlos prefere passeios pelas montanhas (M) OU
- Carlos quer passar tempo com seus amigos na praia (P)

As escolhas de Carlos podem ser representadas da seguinte forma:

(M) OR (P)

Usando a lógica de disjunção, Carlos pode escolher qualquer uma das opções. Se ele escolher "M," ele terá férias nas montanhas e desfrutará de esportes ao ar livre. Se ele escolher "P," ele terá férias na praia e passará tempo com seus amigos.

Portanto, usando a lógica de disjunção, Carlos pode tomar sua decisão com base em suas preferências pessoais ou seu desejo de passar tempo com seus amigos. Ele pode escolher uma das opções com base no que considera mais importante para suas férias de verão.

Saiba mais

Os fundamentos da lógica são fundamentais para a compreensão da disciplina Lógica e Matemática Computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

1. BISPO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; FILHO, O. M. S. **Introdução à lógica matemática**. Cengage Learning Brasil, 2017. O capítulo 1 deste livro aborda de uma forma simples proposições em lógica e matemática computacional, em especial, a classificação dos conectivos.
2. SILVA, F. S. C. da; FINGER, M.; MELO, A. C. V. de. **Lógica para computação**. 2. ed. Cengage Learning Brasil, 2018. O capítulo 1 aborda o tema de lógica proposicional e em específico os conectivos.

Referências

BISPO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; FILHO, O. M. S. **Introdução à lógica matemática**. Cengage Learning Brasil, 2017.

GERSTING, J. L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação: matemática discreta e suas aplicações**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

ROSEN, K. H. **Matemática discreta e suas aplicações**. Grupo A, 2010.

SILVA, F. S. C. da; FINGER, M.; MELO, A. C. V. de. **Lógica para computação**. 2. ed. Cengage Learning Brasil, 2018.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Aula 3

Métodos dedutivos

Métodos dedutivos



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Partida

Olá, estudante! Dando continuidade ao nosso estudo de lógica computacional, chegou um momento muito importante no qual aprenderemos a fazer demonstrações lógicas. O raciocínio usado para fazer uma dedução lógica é similar ao usado para construir sequências lógicas em um algoritmo, pois, em ambos os casos, é necessário escrever uma sequência correta de passos, tanto em termos de sintaxe, quanto em relação ao raciocínio e às regras necessárias para alcançar o resultado desejado.

Você foi contratado para criar um sistema automatizado responsável por avaliar o desempenho dos estudantes em várias disciplinas e emitir relatórios de aprovação ou reprovação com base em critérios específicos. Este sistema deve ser capaz de processar resultados de provas em diferentes disciplinas e determinar se um aluno passou ou falhou de acordo com as regras da escola.

Problema a ser abordado:

O problema é desenvolver um sistema de avaliação de desempenho que possa avaliar automaticamente as notas dos alunos em várias disciplinas e determinar se eles passaram ou falharam de acordo com as regras da escola.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Para vencer esse desafio, você aprenderá nesta seção os conteúdos referentes aos métodos dedutíveis e à lógica proposicional que irão te auxiliar no desenvolvimento de estudo de caso e torná-lo um grande desenvolvedor.

Vamos em frente!

Vamos Começar!

Definição

Métodos dedutivos são uma abordagem lógica de raciocínio que envolve a aplicação de regras lógicas para chegar a conclusões a partir de premissas ou axiomas. Esses métodos desempenham um papel fundamental em várias disciplinas, incluindo lógica, matemática, filosofia e ciência da computação. Aqui estão algumas informações adicionais sobre métodos dedutivos:

- **Premissas e conclusões:** em um argumento dedutivo, você começa com premissas, que são afirmações iniciais consideradas verdadeiras, e aplica regras lógicas para derivar conclusões. A ideia é que, se as premissas são verdadeiras e as regras lógicas são válidas, então as conclusões também serão verdadeiras.
- **Validade dedutiva:** um argumento dedutivo é válido quando a estrutura lógica do argumento garante que, se todas as premissas são verdadeiras, a conclusão também será verdadeira. Se um argumento é válido e todas as premissas são verdadeiras, ele é considerado uma demonstração.
- **Regras de inferência:** as regras de inferência são diretrizes lógicas que governam como você pode passar de premissas para conclusões. Exemplos de regras de inferência incluem o modus *ponens*, modus *tollens* e silogismo hipotético na lógica proposicional.
- **Lógica proposicional e de primeira ordem:** na lógica proposicional, as afirmações são representadas por proposições, enquanto na lógica de primeira ordem, você lida com predicados e quantificadores. A lógica proposicional é usada quando se trabalha com afirmações simples, enquanto a lógica de primeira ordem é usada para expressar relações mais complexas e quantificação.
- **Prova de teoremas:** em matemática e lógica, a prova de teoremas é um exemplo clássico de aplicação de métodos dedutivos. Os matemáticos usam métodos dedutivos para provar teoremas, começando com axiomas e aplicando regras lógicas para chegar à conclusão.
- **Sistemas formais:** em muitos casos, os métodos dedutivos são aplicados em sistemas formais, em que a estrutura e as regras lógicas são rigorosamente definidas. Exemplos incluem sistemas axiomáticos como o sistema de Peano para a aritmética ou sistemas de prova assistida por computador, como o Coq.
- **Aplicações na Ciência da Computação:** na ciência da computação, a dedução lógica é usada em áreas como verificação formal de software, raciocínio baseado em conhecimento, resolução de problemas de IA e muitas outras aplicações.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

- **Limitações:** embora os métodos dedutivos sejam poderosos para garantir a validade de argumentos, eles têm limitações. Eles dependem da qualidade das premissas e das regras lógicas usadas. Além disso, nem todos os problemas podem ser resolvidos de maneira dedutiva, levando ao uso de abordagens indutivas e abducentes em alguns casos.

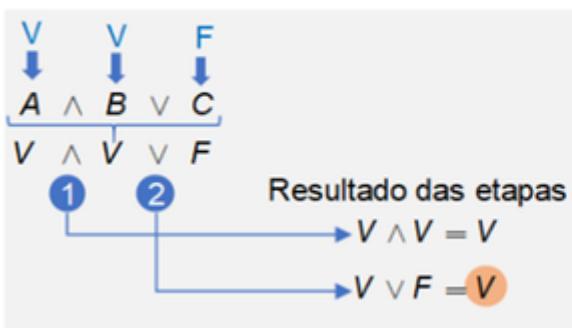
Em resumo, os métodos dedutivos são uma ferramenta essencial para a análise lógica e a construção de argumentos válidos em diversas áreas do conhecimento, incluindo matemática, filosofia, ciência da computação e muito mais. Eles desempenham um papel crucial na garantia da validade de raciocínios e na resolução de problemas complexos.

Siga em Frente...

Lógica proposicional

A lógica proposicional é composta por proposições e conectivos lógicos que permitem criar uma série de fórmulas que quando escritas corretamente são chamadas fbf (fórmula bem-formulada). Uma fbf é valorada em verdadeira (V) ou falsa (F), a partir da valoração das proposições com o conectivo lógico em questão, respeitando a ordem de precedência dos operadores lógicos. A valoração de uma fórmula também depende dos valores lógicos de entrada para cada uma das proposições. Por exemplo, dada a fórmula $A \wedge B \vee C$ ela será verdadeira ou falsa? A valoração depende dos valores lógicos de entrada para as proposições A, B, C. Observe a Figura 3.8a, na qual fazemos a valoração para as entradas $A = V, B = V, C = F$, veja que o resultado final é V. Considerando os valores lógicos: $A = V, B = F, C = F$, a mesma fórmula teve valoração final F (Figura 1). Portanto, a valoração de uma fbf depende das entradas lógicas e dos conectivos lógicos que são usados.

a. $A = V, B = V, C = F$



b. $A = V, B = F, C = F$

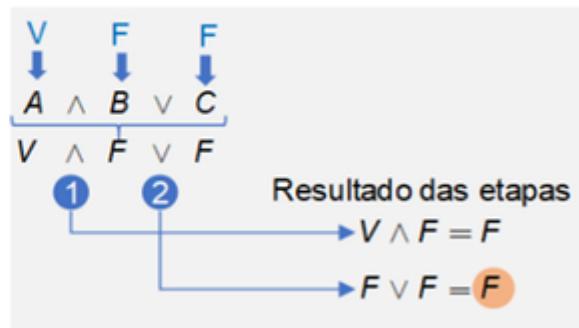


Figura 1 | Valoração para a fórmula $A \wedge B \vee C$

Quando uma fórmula apresenta um conjunto de proposições, das quais uma delas é uma conclusão, dizemos que tal fórmula é um argumento. "Um argumento é um conjunto de

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

proposições, ou de fórmulas, nas quais uma delas (conclusão) deriva, ou é consequência, das outras (premissas)". Um argumento pode ser representado de forma simbólica por:

$$P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots P_n \rightarrow C$$

Onde $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, são as hipóteses. Essas hipóteses podem ser tanto proposições simples, como uma fbf. A letra representa C a conclusão do argumento, a qual também pode ser tanto uma proposição simples como uma fbf.

ASSIMILE

Um argumento é composto por hipóteses e conclusão, e ambas podem ser compostas por proposições simples ou fbf. No argumento, as proposições são ligadas logicamente pelo conectivo de conjunção (e), as quais implicam logicamente a conclusão. Por isso, a ligação entre as hipóteses e a conclusão é feita por meio do conectivo condicional.

Dado um argumento é importante validar se ele é válido ou inválido, o grande desafio é como fazer essa validação. A lógica possui mecanismos que permitem validá-lo, os quais são compostos pelas regras de equivalência e inferência lógica. Essas regras vão nos permitir avaliar a relação entre as hipóteses e a conclusão, que também pode ser chamada de consequência lógica, dedução lógica, conclusão lógica ou implicação lógica. "Uma proposição pode ser verdadeira ou falsa e não pode ser válida ou inválida; do mesmo modo, um argumento pode ser válido ou inválido e não pode ser verdadeiro ou falso".

Exemplificando

Vamos analisar o seguinte argumento.

D. Pedro I proclamou a independência do Brasil e Thomas Jefferson escreveu a Declaração de Independência dos Estados Unidos. Portanto, todo dia tem 24 horas.

Vamos separar as proposições do argumento em hipóteses e conclusão.

A: D. Pedro I proclamou a independência do Brasil.

B: Thomas Jefferson escreveu a Declaração de Independência dos Estados Unidos.

C: Todo dia tem 24 horas.

Nosso conhecimento nos permite valorar as três proposições, logo, A, B, C são todas verdadeiras. Embora, tanto as hipóteses, quanto a conclusão sejam proposições verdadeiras, o argumento é inválido, pois a conclusão nada tem a ver com as hipóteses.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Esse exemplo deixa claro que, basear-se apenas no conteúdo de um argumento não é suficiente para dizer se ele é válido ou não.

Segundo a Lógica Formal, devemos nos basear apenas nas regras para validar um argumento e não no conteúdo. O exemplo mencionado anteriormente deixa claro o motivo dessa restrição. Mas, afinal, quais são essas regras?

Para começarmos a entender as regras, vamos traduzir o argumento: D. Pedro I proclamou a independência do Brasil e Thomas Jefferson escreveu a Declaração de Independência dos Estados Unidos. Portanto, todo dia tem 24 horas, para notação simbólica, logo temos a seguinte fórmula: $A \rightarrow B \wedge C$. Nessa fórmula quando o valor lógico de entrada da proposição A for verdadeiro e de B for falso, o resultado da implicação será falso, ou seja, existe pelo menos uma combinação de entradas, para a qual a fórmula resultará em falsa, logo essa fórmula não é uma tautologia e, consequentemente, não é um argumento válido. Tautologia é um resultado no qual todas as entradas possíveis de uma fórmula obtêm verdadeiro como resultado. Ainda, segundo a mesma autora, um argumento só é válido quando a fórmula é uma tautologia.

Refita

Um argumento composto por preposições verdadeiras não necessariamente é um argumento válido. Um argumento que contenha proposições falsas, pode ser um argumento válido?

Para saber se um argumento é válido ou não, precisamos saber se ele é uma tautologia. Para fazer essa checagem, poderíamos testar todas as combinações de entrada possíveis para o argumento. Porém, se tratando da Lógica Formal, podemos usar um sistema de regras de dedução e, seguindo uma sequência de demonstração provar se o argumento é válido ou não. “Uma sequência de demonstração é uma sequência de fbf nas quais cada fbf é uma hipótese ou o resultado de se aplicar uma das regras de dedução do sistema formal a fbf anteriores na sequência”. Para construir a sequência de demonstração, cada hipótese, que é uma proposição e que pode ser uma fbf, deve ser disposta conforme descrita na Tabela 1:

1- P_1	(hipótese)
2- P_2	(hipótese)
...	...
n) P_n	(hipótese)
n+1) fbf_1	(resultado da aplicação de uma regra de dedução à hipóteses anteriores)

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

$n+2) fbf_2$	(resultado da aplicação de uma regra de dedução à hipóteses anteriores)
...	...
$n+n) C$	(resultado da aplicação de uma regra de dedução à hipóteses anteriores)

Na sequência de demonstração, cada proposição deve ficar em uma linha, enumeramos para facilitar na hora de aplicar as regras de dedução. Na frente de cada linha devemos indicar o que ela representa, se é uma hipótese ou então a regra que foi aplicada. Após elencar todas as proposições é hora de começar a aplicar as regras e, consequentemente, obter novas fbfs. A quantidade varia de caso para caso, mas as regras de dedução devem ser aplicadas até que se consiga provar que o argumento é verdadeiro, ou então, que não existam mais regras a serem aplicadas, mostrando, assim, que o argumento é falso.

Exercício

Considere o argumento a seguir. Se George Washington foi o primeiro presidente dos Estados Unidos, então John Adams foi o primeiro vice-presidente. George Washington foi o primeiro presidente dos Estados Unidos. Portanto, John Adams foi o primeiro vice-presidente.

Este argumento tem duas hipóteses:

1.Se George Washington foi o primeiro presidente dos Estados Unidos, então John Adams foi o primeiro vice-presidente.

2.George Washington foi o primeiro presidente dos Estados Unidos.

Conclusão

John Adams foi o primeiro vice-presidente.

Uma representação simbólica desse argumento tem a forma $(A \rightarrow B) \wedge A \rightarrow B$

Uma tabela-verdade ou o algoritmo TestaTautologia mostra que esse argumento é uma tautologia. O argumento é válido; sua forma é tal que a conclusão segue, inevitavelmente, das hipóteses. De fato, essa forma de argumento, conhecida pelo nome em latim *modus ponens* (“método de afirmação”), é uma das regras de raciocínio que usaremos para construir a lógica proposicional.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Vamos Exercitar?

Chegou a hora de resolver o seu último desafio que é criar um sistema automatizado responsável por avaliar o desempenho dos estudantes em várias disciplinas e emitir relatórios de aprovação ou reprovação com base em critérios específicos. Este sistema deve ser capaz de processar resultados de provas em diferentes disciplinas e determinar se um aluno passou ou falhou de acordo com as regras da escola.

Problema a ser abordado:

O problema é desenvolver um sistema de avaliação de desempenho que possa avaliar automaticamente as notas dos alunos em várias disciplinas e determinar se eles passaram ou falharam de acordo com as regras da escola.

Solução:

A escola decide aplicar métodos dedutivos para criar um sistema de avaliação de desempenho baseado em valoração de fórmulas lógicas.

Etapas do estudo de caso:

- **Definição de critérios de avaliação:** a equipe de desenvolvimento começa definindo os critérios de avaliação para cada disciplina. Por exemplo, pode ser definido que um aluno precisa obter uma média de pelo menos 5,0 em Matemática para ser aprovado.
- **Modelagem de fórmulas lógicas:** para cada disciplina, são definidas fórmulas lógicas que especificam os critérios de aprovação. Por exemplo, "Média em Matemática $\geq 5,0$ " é uma fórmula que determina se um aluno passou em Matemática.
- **Entrada de notas:** os professores inserem as notas dos alunos em um sistema computacional que calcula automaticamente a média e aplica as fórmulas lógicas correspondentes.
- **Valoração de fórmulas lógicas:** o sistema avalia as fórmulas lógicas para cada disciplina com base nas notas do aluno. Se todas as fórmulas são verdadeiras, o aluno é aprovado na disciplina; caso contrário, é reprovado.
- **Emissão de relatórios:** o sistema gera automaticamente relatórios de aprovação ou reprovação para cada aluno, com base nas valorações das fórmulas lógicas. Os relatórios podem ser impressos e entregues aos alunos e seus responsáveis.
- **Testes e verificação:** a equipe realiza testes para garantir que o sistema avalie corretamente as notas e aplique as fórmulas lógicas de acordo com as regras da escola.

Resultado:

O estudo de caso mostra como a valoração de fórmulas lógicas pode ser aplicada na prática para avaliar o desempenho dos estudantes em diferentes disciplinas e determinar aprovações e

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

reprovações automaticamente. Isso economiza tempo e recursos, garantindo que as regras da escola sejam rigorosamente seguidas.

Este estudo de caso ilustra uma aplicação prática de métodos dedutivos em matemática computacional, em que a valoração de fórmulas lógicas é usada para tomar decisões automáticas com base em critérios estabelecidos.

Saiba mais

Métodos dedutíveis são fundamentais para a compreensão da disciplina Lógica e Matemática Computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

Fundamentos da lógica: Leitura do capítulo 1 do livro. GERSTING, J. L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação**. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2016. O capítulo 1 deste livro aborda os tópicos referentes a: proposições, argumentos e exercícios referentes ao conteúdo ministrado.

Referências

BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática**. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

FAJARDO, R. **Lógica matemática**. 1. ed. São Paulo: Edusp, 2017.

MUNDIM, R. P. A Lógica Formal – princípios elementares. **Revista Economia & Gestão**, Belo Horizonte, v. 2, n. 3, jan./jun. 2002.

SANTOS, M. da S. dos *et al.* **Lógica computacional**. Grupo A, 2021.

Aula 4

inferência lógica

Inferência lógica

Este conteúdo é um vídeo!

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL



Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Partida

Olá, estudante! Dando continuidade ao nosso estudo de lógica computacional, chegou um momento muito importante no qual aprenderemos a fazer demonstrações lógicas. O raciocínio usado para fazer uma dedução lógica é similar ao usado para construir sequências lógicas em um algoritmo, pois, em ambos os casos, é necessário escrever uma sequência correta de passos, tanto em termos de sintaxe, quanto em relação ao raciocínio e às regras necessárias para alcançar o resultado desejado.

Dando continuidade ao processo seletivo para a vaga de trainee, nessa última fase do processo, os contratantes querem testar seu raciocínio lógico, bem como seu conhecimento sobre as regras de dedução da Lógica Formal. Você recebeu dois argumentos:

1. Se o papel de tornassol ficar vermelho, então a solução é ácida. O papel de tornassol ficou vermelho. Portanto, a solução é ácida.
2. Se treino, eu venço o campeonato de xadrez. Se não jogo vôlei, então eu treino xadrez. Não venci o campeonato de xadrez. Portanto, joguei vôlei.

Seu desafio é traduzir para forma simbólica os dois argumentos e provar a veracidade, usando as regras de dedução da Lógica Formal. Cada passo na sequência de demonstração deve ser comentado, para que os avaliadores tenham certeza de que você conhece o processo. Quantos passos serão necessários para demonstrar cada argumento? Será possível fazer uma demonstração usando somente regras de inferência? Sabendo que é mais importante conhecer o processo do que decorar regras, os avaliadores permitiram que você usasse a Internet para consultar as regras de equivalência e inferência lógica.

Seu desafio é traduzir para forma simbólica os dois argumentos e provar a veracidade, usando as regras de dedução da Lógica Formal. Cada passo na sequência de demonstração deve ser comentado, para que os avaliadores tenham certeza de que você conhece o processo. Quantos passos serão necessários para demonstrar cada argumento? Será possível fazer uma demonstração usando somente regras de inferência? Sabendo que é mais importante conhecer o processo do que decorar regras, os avaliadores permitiram que você usasse a Internet para consultar as regras de equivalência e inferência lógica.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Para vencer esse desafio, você verá nesta seção as regras para avaliar um argumento e verificar se ele é válido ou não. Também aprenderá como estruturar a sequência de demonstração, desenvolvendo, assim, o raciocínio e dando um passo a mais na direção de se tornar um grande desenvolvedor.

Vamos em frente!

Vamos Começar!

Regras de equivalência de dedução para a lógica proposicional

As regras de dedução são divididas em dois tipos: regras de equivalência e regras de inferência. Lembrando que duas fbf (fórmula bem faturadas) são equivalentes, quando todas as combinações possíveis de entradas geram o mesmo resultado de saída para ambas as fbf, as regras de equivalência serão usadas quando uma fbf (que pode ser uma hipótese ou resultado de uma regra) pode ser substituída por outra fbf, mantendo o resultado lógico. Por exemplo, se considerarmos a fbf que traduz uma das leis de De Morgan: $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$, em uma situação adequada podemos substituir a fbf $\neg(A \wedge B)$ por $\neg A \vee \neg B$, pois ambas são equivalentes. No Quadro 1 estão elencadas as regras de equivalência que iremos utilizar.

Expressão (fbf)	Equivalente (fbf)	Nome/abreviação
$P \vee Q$	$Q \vee P$	Comutatividade/com
$P \wedge Q$	$Q \wedge P$	
$(P \vee Q) \vee R$	$P \vee (Q \vee R)$	Associatividade/ass
$(P \wedge Q) \wedge R$	$P \wedge (Q \wedge R)$	
$\neg(P \vee Q)$	$\neg P \vee Q$	Leis de De Morgan/De Morgan
$\neg(P \wedge Q)$	$\neg P \wedge Q$	
$P \rightarrow Q$	$\neg P \vee Q$	Condisional/cond
P	$\neg(\neg P)$	Dupla negação/dn
$P \leftrightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	Definição de equivalência/que

Quadro 1 | Conjuntos de regras de dedução

O Quadro 1 nos traz seis conjuntos de regras de dedução, sua utilização será da seguinte forma: Se tivermos uma expressão como da linha 1, $Q \vee P$, quando necessário, podemos substitui-la por $P \vee Q$, pois essas fbf são equivalentes e trata-se da propriedade da comutatividade. O contrário também é válido, quando aparecer $Q \wedge P$, podemos substituir por $P \wedge Q$. Esse processo de substituir uma fbf por outra, é o mesmo para todas as demais regras apresentadas.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Siga em Frente...

Regras de inferência de dedução para a lógica proposional

Além das regras de equivalência, o processo de dedução lógica também possui as regras de inferência. Na inferência, dada uma determinada fbf, ela poderá ser substituída por outra que atenda à regra de inferência. Veja que aqui não é necessário ser uma tautologia (e realmente não será), mas é preciso seguir as regras da inferência.

A primeira regra de inferência que vamos estudar é chamada Modus Ponens (MP). Essa regra envolve uma implicação e uma conjunção e possui a seguinte estrutura: $(P \otimes Q) \otimes P \otimes Q$. Vejamos um exemplo para ficar mais clara a regra. Considerando o seguinte argumento: Se João receber seu salário, ele irá ao cinema, vamos separar as proposições P, Q, portanto:

P: João recebe o salário.

Q: João vai ao cinema.

Agora vamos representar cada parte da fórmula de Modus Ponens:

- I. $(P \otimes Q)$: Se João receber seu salário, ele irá ao cinema.
- II. P: João recebe o salário.

Ao fazer a conjunção entre a primeira parte com a segunda, conseguimos inferir a conclusão, pois, se João receber seu salário, ele irá ao cinema E João recebeu o salário, logo podemos inferir (concluir) que João vai ao cinema.

A regra de Modus *Ponens* também pode ser representada pelo esquema:

$$\frac{P}{P \rightarrow Q}$$

Aqui fica claro que quando se tem uma implicação e o antecedente é verdade, ento a conclusão é o consequente.

Outro importante regra de inferência é o *Modus Tollens* (MT). Essa regra, além de envolver uma implicação e uma conjunção, também envolve a negação de uma das proposições. Sua estrutura é dada pela fbf: $(P \otimes Q) \otimes \neg Q \otimes \neg P$. Vejamos um exemplo. Considere o seguinte argumento:

Se João desligar o interruptor, então a lâmpada se apaga. Vamos separar as proposições P, Q, portanto:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

P: João desliga o interruptor.

Q: A lâmpada apaga.

Agora vamos representar cada parte da fórmula de *Modus Tollens*:

- I. $(P \wedge Q)$: Se João desligar o interruptor, então a lâmpada se apaga.
- II. $\neg Q$: A lâmpada não apagou.

Ao fazer a conjunção entre a primeira parte com a segunda, conseguimos inferir a conclusão. Pois, se João desligar o interruptor, a lâmpada se apaga E a lâmpada não se apagou, logo podemos inferir (concluir) que João não desligou o interruptor.

Ao fazer a conjunção entre a primeira parte com a segunda, conseguimos inferir a conclusão. Pois, se João desligar o interruptor, a lâmpada se apaga E a lâmpada não se apagou, logo podemos inferir (concluir) que João não desligou o interruptor.

A regra de Modus *Tollens* também pode ser representada pelo esquema:

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ \hline \neg Q \\ \hline \neg P \end{array}$$

Aqui fica claro que quando se tem uma implicação e o consequente não é verdade, então a conclusão é que o antecedente também não aconteceu.

Aqui fica claro que quando se tem uma implicação e o consequente não é verdade, então a conclusão é que o antecedente também não aconteceu.

Outra importante regra é o Silogismo Hipotético (SH). Nessa regra, além de existirem implicações e conjunções nas hipóteses, a conclusão também é uma implicação. Sua estrutura é dada pela fbf: $(P \wedge Q) \wedge (Q \wedge R) \wedge (P \wedge R)$. Vejamos um exemplo. Considere o seguinte argumento: Se as árvores começam a florir, então começa a primavera. Se começa a primavera, então as árvores dão frutos. Vamos separar as proposições P, Q, R portanto:

P: As árvores começam a florir.

Q: A primavera começa.

R: As árvores dão frutos.

Agora vamos representar cada parte da fórmula de Silogismo Hipotético:

- I. $(P \wedge Q)$: Se as árvores começam a florir, então começa a primavera.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

II. ($Q \wedge R$): Se começa a primavera então as árvores dão frutos.

Ao fazer a conjunção entre a primeira parte com a segunda, conseguimos inferir a conclusão. Pois, se as árvores começam a florir, então começa a primavera E se começa a primavera então as árvores dão frutos, logo podemos inferir (concluir) que se as árvores começam a florir, então darão frutos.

A regra de Silogismo Hipotético também pode ser representada pelo esquema:

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow R \\ \hline P \rightarrow R \end{array}$$

Veja que a consequente de uma proposição é a antecedente na outra e, por isso, o resultado pode ser inferido do antecedente da primeira para a consequente da segunda proposição.

O Quadro 2 apresenta um resumo de algumas das principais regras de inferências. Além das regras já apresentadas, estão elencadas mais três regras à conjunção, na qual dadas duas proposições elas podem ser unidas por essa operação. A simplificação, que faz o contrário da conjunção, separa duas proposições. A adição, que adiciona uma nova proposição a uma já existente por meio de uma conjunção.

Expressão (fbf)	Equivalente (fbf)	Nome/abreviação
$P \vee Q$	Q	Modus Ponens/MP
$P \wedge Q$		
$(P \vee Q) \vee R$	$\neg P$	Modeus Tollens/MT
$(P \wedge Q) \wedge R$		
$\neg(P \vee Q)$	$P \rightarrow R$	Silogismo Hipotético/S H
$\neg(P \wedge Q)$		
$P \rightarrow Q$	$P \vee Q$	Conjunção/conj
P	P, Q	Simplificação/simp
$P \leftrightarrow Q$	$P \wedge Q$	Adição/ad

Quadro 2 | Regras de inferência:

Assimile

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Nas regras de equivalência, as colunas podem ser usadas nos dois sentidos. Já nas regras de inferência, só existe um sentido: a fbf da coluna “De” pode ser substituída pela coluna de “Podemos deduzir”, mas o contrário não é verdade. Em outras palavras, “Ao contrário das regras de equivalência, as regras de inferência não funcionam em ambas as direções”

Agora que já conhecemos as principais regras de dedução lógica, vamos utilizar esse método para mostrar que o argumento $(\neg A \otimes B) \otimes (B \otimes C) \otimes (A \otimes C)$ é válido. O primeiro passo é identificar as hipóteses e a conclusão. A fórmula do argumento $(P_1 \otimes P_2 \otimes P_3 \otimes \dots \otimes P_n \otimes C)$ nos diz que as hipóteses são ligadas pela conjunção e a conclusão é ligada pela última implicação lógica. Outro detalhe importante é que as hipóteses podem ser fbf e não somente proposições simples. Portanto, para nosso caso temos:

Hipótese 1: $(\neg A \otimes B)$

Hipótese 2: $(B \otimes C)$

Conclusão: $(A \otimes C)$

Veja que na conclusão temos uma implicação, isso já nos dá indícios de que conseguiremos usar o silogismo hipotético. Vamos à sequência de demonstração.

1. $\neg A \otimes B$ (hip).
2. $B \otimes C$ (hip).
3. $A \otimes B$ (1, cond.).
4. $A \otimes C$ (3, 4, SH)

Em quatro passos conseguimos demonstrar que o argumento é válido. Nos passos 1 e 2 elencamos as hipóteses. No passo 3, consultamos as regras de equivalência no Quadro 1, e usamos a regra de equivalência do condicional, ou seja, trocamos a hipótese $\neg A \otimes B$ por $A \otimes B$ já que são equivalentes. Na linha 4, consultamos as regras de inferência no Quadro 3.6 e aplicamos o silogismo hipotético entre as linhas 3 e 2, ou seja, substituímos $(A \otimes B) \otimes (B \otimes C)$ por $A \otimes C$. Como chegamos exatamente a fbf da conclusão, provamos a validade do argumento. As regras de dedução lógica devem ser consultadas a todo momento no processo de demonstração. Não existe uma receita, somente a prática nos auxilia a desenvolvermos o raciocínio. Podemos fazer uma analogia do processo de demonstração com a atividade do programador. Na programação sequencial, temos uma entrada e uma saída desejável, portanto, implementamos uma sequência lógica de passos para chegar a esse resultado. É trabalho do desenvolvedor descobrir qual a sequência de proposições (comandos) que farão a transformação dos dados de entrada, para a saída. Cada linha do programa tem que seguir as regras de sintaxe da linguagem de

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

programação, bem como a lógica necessária para alcançar o resultado. Portanto, praticar esse raciocínio de sequência lógica é um passo importante na formação do profissional de tecnologia.

Vamos Exercitar?

Chegou a hora de resolver seu último desafio do processo seletivo para a vaga de trainee em uma grande empresa de tecnologia. Você recebeu como desafio, avaliar dois argumentos, mostrando se eles são válidos ou não. Para isso, você deve usar as regras de dedução lógica. Relembrando os dois argumentos que lhe foram passados:

- Se o papel de tornassol ficar vermelho, então a solução é ácida. O papel de tornassol ficou vermelho. Portanto, a solução é ácida.
- Se treino, eu venço o campeonato de xadrez. Se não jogo vôlei, então eu treino xadrez. Não venci o campeonato de xadrez. Portanto, joguei vôlei.

Nessa etapa do desafio, você foi autorizado a usar a internet para consultar as regras de equivalência e inferência lógica.

Localizada uma fonte segura de informações, agora é preciso traduzir os argumentos para a forma simbólica e fazer a demonstração lógica. Vamos começar pelo argumento (a):

- Se o papel de tornassol ficar vermelho, então a solução é ácida. O papel de tornassol ficou vermelho. Portanto, a solução é ácida.

Vamos traduzir o argumento para proposições:

P: O papel de tornassol fica vermelho.

Q: A solução é ácida.

Agora é possível traduzir o argumento para forma simbólica: $(P \rightarrow Q) \wedge P \rightarrow Q$. Agora podemos começar a sequência de demonstração, iniciando pela enumeração das hipóteses, seguida da aplicação de regras de dedução:

1. $P \rightarrow Q$ (hip).
2. P (hip).
3. $3. Q$ (1, 2 MP).

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

No item 1 tem-se a primeira hipótese $P \wedge Q$. No segundo item, a segunda hipótese, lembrando que cada hipótese é conectada pela conjunção e, que cada uma delas pode ser fbf. Após elencar as hipóteses, consultamos o Quadro 1 e vimos que era possível aplicar a regra de Modus Ponens, ao aplicá-la na linha 3, chegamos exatamente na conclusão do argumento, logo esse argumento é válido

Agora vamos demonstrar o segundo argumento:

- b. Se treino, eu venço o campeonato de xadrez. Se não jogo vôlei, então eu treino xadrez. Não venci o campeonato de xadrez. Portanto, joguei vôlei.

Proposições:

P: Eu treino.

Q: Eu venci o campeonato de xadrez.

R: Eu jogo vôlei.

Forma simbólica do argumento: $(P \wedge Q) \wedge (\neg R \wedge P) \wedge \neg Q \wedge R$.

Sequência de demonstração:

1. $P \wedge Q$ (hip).
2. $\neg R \wedge P$ (hip).
3. $\neg Q$ (hip).
4. $\neg \neg P$ (1, 3, MT).
5. $\neg \neg R$ (2, 4, MT).
6. R (6, dn).

Para demonstrar esse argumento, foram necessários seis passos, sendo três deles as hipóteses. Após elencar as hipóteses, consultamos o Quadro 2 e vimos que era possível aplicar a regra de Modus Tollens entre os itens 1 e 3, com isso obtivemos o resultado $\neg P$ no item 4. Também vimos que podíamos aplicar a mesma regra entre os itens 2 e 4, com isso obtivemos o resultado $\neg \neg R$ no item 5. Por fim, consultado o Quadro 1 vimos que podíamos aplicar a dupla negação no item 5 e obtivemos R no item 6. Como R é a conclusão, demonstramos que o argumento é válido.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Com essas demonstrações, finalizamos o desafio aplicando a lógica proposicional com suas formas e regras para resolver os mais diversos problemas.

Agora é só esperar o resultado positivo da empresa!

Saiba mais

Inferências lógicas são fundamentais para a compreensão da disciplina Lógica e Matemática Computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

1. Fundamentos da lógica: Leitura do capítulo 1 do livro. GERSTING, J. L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação**. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2016. Nas páginas 26 e 27 você encontrará as Tabelas 1.11 e 1.12 contendo as regras de equivalência e inferência.
2. BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática**. São Paulo: Cengage Learning, 2017. O capítulo 5 deste livro aborda de uma forma muito clara as regras de inferência de dedução para a lógica proposicional.

Referências

BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática**. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

GERSTING, J. L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação**: 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

ROSEN, K. H. **Matemática discreta e suas aplicações**. Grupo A, 2010.

SILVA, F. S. C. da; FINGER, M.; MELO, A. C. V. de. **Lógica para computação**. 2. ed. Cengage Learning Brasil, 2018.

Aula 5

Fundamentos da Lógica

Videoaula de Encerramento

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Chegada

Olá, estudante! Para desenvolver a competência desta Unidade, que é conhecer os fundamentos da lógica matemática, você deverá primeiramente conhecer os conceitos fundamentais sobre: (a) premissas, conclusões e proposição, (b) operadores lógicos e fórmulas bem-faturadas (fbf), (c) métodos dedutíveis, (d) inferência lógica. Bom, então vamos lá.

Na primeira aula desta unidade foram abordados os tópicos referentes: premissas, conclusões e proposições. Esses elementos desempenham um papel central na construção de argumentos lógicos, inferências e cálculos computacionais. Vamos agora explorar mais a fundo essas definições:

- **Premissas:** são as afirmações iniciais ou condições fornecidas como base para um raciocínio lógico ou cálculo em lógica e matemática computacional.
- **Conclusões:** são as inferências ou os resultados obtidos a partir das premissas por meio de regras lógicas ou algoritmos em lógica e matemática computacional.
- **Proposição:** é uma declaração que pode ser verdadeira ou falsa e serve como uma unidade fundamental de informação em raciocínio lógico e cálculos computacionais em lógica e matemática computacional.

Na segunda aula, foram abordados os tópicos referentes aos conectivos lógicos, pois são peças-chave no universo da lógica e da matemática computacional. Em lógica e matemática computacional, os conectivos lógicos são operadores que permitem combinar, modificar ou avaliar a veracidade de proposições. Os conectivos mais comuns incluem "E" (conjunção), "OU" (disjunção), "NÃO" (negação), "SE... ENTÃO..." (implicação) e "SE E SOMENTE SE" (equivalência). Eles desempenham um papel fundamental na construção de expressões lógicas para representar raciocínios e cálculos, permitindo-nos realizar análises e tomar decisões lógicas de maneira precisa e estruturada.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Conectivos lógicos, pois são peças-chave no universo da lógica e da matemática computacional. Eles desempenham um papel essencial na construção de argumentos, na representação de relações entre proposições e na solução de problemas lógicos e computacionais. Estes operadores lógicos são ferramentas poderosas que permitem combinar e modificar proposições, tornando-os indispensáveis na programação, na tomada de decisões e em muitas outras aplicações. Vamos agora explorar o conceito fundamental dos conectivos lógicos.

Na terceira aula, foram abordados os tópicos referentes aos métodos dedutíveis, que são técnicas que partem de premissas ou princípios gerais e seguem regras lógicas para chegar a conclusões específicas. Esse processo de dedução é estruturado e garante a validade lógica das conclusões obtidas, desde que as premissas sejam verdadeiras e as regras lógicas sejam aplicadas corretamente. A dedução é fundamental na construção de argumentos sólidos, na solução de problemas lógicos e na formulação de provas matemáticas, entre outros contextos, em que a precisão e a coerência são essenciais.

Métodos dedutivos são um pilar central da lógica e do raciocínio, sendo amplamente empregados para estabelecer a validade de argumentos e inferências. Ao contrário dos métodos indutivos, que generalizam a partir de observações específicas, a dedução opera a partir de premissas gerais para obter conclusões específicas. Essa abordagem é essencial na matemática, filosofia e ciência da computação, garantindo a precisão e a validade dos resultados lógicos.

Por fim, na quarta aula foram abordados os tópicos referentes à inferência lógica. Em lógica e matemática computacional, inferência refere-se ao processo de deduzir conclusões lógicas com base em premissas, regras lógicas e princípios estabelecidos. Isso envolve a aplicação sistemática do raciocínio lógico para obter novas informações a partir das informações existentes. A inferência é usada em uma variedade de contextos, desde demonstrações matemáticas até sistemas de inteligência artificial, em que a capacidade de derivar conclusões válidas a partir de dados é fundamental. Ela desempenha um papel crítico na análise de informações, na resolução de problemas complexos e na tomada de decisões informadas em muitos domínios da ciência e da computação.

É Hora de Praticar!



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Sistema de Aprovação de Empréstimos em um Banco

Definição:

O banco **ABCXY** está implementando um sistema automatizado de aprovação de empréstimos para seus clientes. Este sistema usará conectivos lógicos para determinar se um cliente é elegível para um empréstimo.

Problema:

O banco precisa estabelecer critérios de elegibilidade para empréstimos. Eles decidem usar três fatores para tomar essa decisão: histórico de crédito (C), renda mensal (R) e idade do cliente (A). Os critérios são definidos da seguinte forma:

O cliente deve ter um bom histórico de crédito (C) E uma renda mensal adequada (R) E ser maior de 18 anos ($A \geq 18$) para ser elegível para um empréstimo.

Como os conectivos lógicos podem ser aplicados para melhorar a eficiência e a precisão em áreas além da lógica matemática, como na tomada de decisões, na programação de computadores e na solução de problemas do mundo real?

Até que ponto os métodos dedutíveis podem ser usados para estabelecer a validade de argumentos complexos na vida cotidiana e em áreas como inteligência artificial e aprendizado de máquina, em que a lógica desempenha um papel fundamental?

Como a inferência lógica é fundamental para a capacidade de máquinas e sistemas de inteligência artificial tomarem decisões lógicas e responderem a situações complexas, e quais são os desafios associados à aplicação da inferência lógica em contextos do mundo real?

Solução:

O sistema de aprovação de empréstimos utiliza conectivos lógicos para combinar esses critérios da seguinte forma:

(C = Verdadeiro) **E** (R \geq Valor Mínimo) **E** (A ≥ 18)

Onde "C = Verdadeiro" indica um bom histórico de crédito, "R \geq Valor Mínimo" indica uma renda mensal adequada e "A ≥ 18 " indica que o cliente tem mais de 18 anos.

Resultado:

O sistema de aprovação de empréstimos avalia automaticamente cada cliente com base nesses critérios e os conectivos lógicos. Se todos os critérios forem atendidos, o cliente é considerado elegível para o empréstimo. Caso contrário, a solicitação é rejeitada. Isso resulta em um processo eficiente e consistente de aprovação de empréstimos, reduzindo erros e garantindo que apenas os clientes elegíveis recebam empréstimos do banco **ABCXY**.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

FUNDAMENTOS DA LÓGICA

INTRODUÇÃO À LÓGICA PROPOSICIONAL

.**Premissas** são afirmações iniciais ou condições fornecidas como base para um raciocínio lógico ou cálculo.

.**Conclusões** são inferências ou resultados obtidos a partir das premissas por meio de regras lógicas ou algoritmos.

.**Proposições** são declarações que podem ser verdadeiras ou falsas e servem como unidades fundamentais de informação em raciocínio lógico e cálculos computacionais.

CONECTIVOS E CLASSIFICAÇÃO TEXTUAL

Conektivos lógicos são operadores, como "E," "OU," "NÃO," "SE... ENTÃO..." e "SE E SOMENTE SE," usados em lógica e matemática computacional para combinar ou modificar proposições, permitindo a criação de expressões lógicas para representar raciocínio e inferência.

MÉTODOS DEDUTIVOS

Métodos dedutíveis são técnicas utilizadas na lógica e matemática computacional para chegar a conclusões a partir de premissas de maneira lógica e precisa. Eles incluem a dedução direta, a regra de modus ponens, a prova por contradição, entre outros, que garantem a validade das conclusões com base nas premissas dadas. Esses métodos são fundamentais na solução de problemas lógicos e computacionais.

INFERÊNCIA LÓGICA

Inferência lógica refere-se ao processo de deduzir conclusões lógicas a partir de premissas dadas. Envolve a aplicação de regras lógicas e conectivos para estabelecer a validade de uma conclusão com base nas informações fornecidas. A inferência lógica é um elemento central na lógica, matemática e ciência da computação, sendo fundamental para a resolução de problemas, tomada de decisões e demonstrações formais.

Figura 1 | Lógica e matemática computacional

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática.** São Paulo: Cengage Learning, 2017.

GERSTING, J. L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação:** 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

ROSEN, K. H. **Matemática discreta e suas aplicações.** Grupo A, 2010.

SILVA, F. S. C. da; FINGER, M.; MELO, A. C. V. de. **Lógica para computação.** 2. ed. Cengage Learning Brasil, 2018.

Unidade 4

Tabela Verdade

Aula 1

Fundamentos da tabela verdade

Fundamentos da tabela verdade



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Partida

Olá, estudante! Chegou um momento muito importante no qual aprenderemos os fundamentos da tabela verdade. O conhecimento sobre os fundamentos da tabela verdade fornecerão uma base sólida para analisar e avaliar a validade de argumentos lógicos, expressões booleanas e sistemas lógicos complexos. Eles permitem determinar de forma sistemática e objetiva os valores lógicos de expressões, ajudando a estabelecer a consistência e a coerência em

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

raciocínios e tomadas de decisão, além de serem essenciais para a programação e para o design de circuitos lógicos em computação.

Suponhamos que estamos lidando com um sistema de controle de acesso a um escritório em que existem regras de segurança para permitir a entrada de funcionários.

Cenário:

A política de segurança do escritório exige que um funcionário seja permitido a entrar apenas se atender a uma das seguintes condições:

1. O funcionário tem um cartão de acesso válido (C).
2. O funcionário é um membro da equipe de segurança (S).
3. O funcionário é um gerente (M).

A pergunta é: "Sob que condições um funcionário deve ser permitido a entrar no escritório?"

Para vencer esse desafio, você aprenderá nesta seção os conteúdos referentes aos fundamentos da tabela verdade que irão te auxiliar no desenvolvimento de estudo de caso e torná-lo um grande desenvolvedor.

Vamos em frente!

Vamos Começar!

Definição

Uma tabela verdade, em lógica e matemática computacional, é uma representação tabular de todas as possíveis combinações de valores de entrada e as correspondentes saídas de uma expressão lógica ou função booleana. Essa tabela é usada para determinar o valor lógico de uma expressão em todas as situações possíveis, com base em suas variáveis de entrada.

A estrutura de uma tabela verdade é composta por colunas que representam as variáveis de entrada e uma coluna adicional que representa o resultado da expressão ou função booleana para cada combinação possível das variáveis de entrada.

Vamos considerar um exemplo simples. Suponha que tenhamos uma expressão lógica AND (E) com duas variáveis de entrada A e B. A Figura 1, ilustra uma tabela verdade para essa expressão:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

A		B		E
0		0		0
0		1		0
1		0		0
1		1		1

Figura 1 | Exemplo de tabela verdade

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Neste exemplo, as colunas "A" e "B" representam as variáveis de entrada, enquanto a coluna "E" representa o resultado da operação AND entre A e B. A tabela verdade mostra todas as combinações possíveis de valores de A e B, bem como o resultado correspondente da operação AND.

A tabela verdade é frequentemente usada em várias aplicações, incluindo:

- 1. Análise de Expressões Lógicas:** Ela é utilizada para avaliar o valor lógico de uma expressão lógica complexa em diferentes cenários. Isso é particularmente útil ao simplificar ou otimizar expressões lógicas.
- 2. Projeto de Circuitos Lógicos:** Engenheiros e projetistas de hardware usam tabelas verdade para criar e testar circuitos digitais. Isso permite a verificação de como um circuito se comportará para todas as combinações possíveis de entrada.
- 3. Programação com Lógica Booleana:** Em programação, a lógica booleana é comum em estruturas de controle, como condicionais e loops. Tabelas verdade são usadas para entender como as condições são avaliadas e as decisões são tomadas em um programa.
- 4. Tomada de Decisões Lógicas:** Em sistemas de controle, automação e inteligência artificial, as tabelas verdade são usadas para modelar o comportamento lógico e tomar decisões com base nas entradas fornecidas.

As tabelas verdade são uma ferramenta fundamental em lógica e matemática computacional, ajudando a entender o comportamento de expressões lógicas e funções booleanas em diversas aplicações, como projeto de circuitos, programação e tomada de decisões baseadas em lógica.

Siga em Frente...

Tabela verdade com proposições intermediárias

Uma tabela verdade com proposições intermediárias, às vezes chamada de tabela de verdade estendida, é uma representação tabular de todas as possíveis combinações de valores de entrada e as correspondentes saídas de uma expressão lógica que inclui variáveis intermediárias ou proposições intermediárias. Essas proposições intermediárias são frequentemente usadas para representar etapas intermediárias de um cálculo ou para descrever o comportamento de sistemas lógicos mais complexos.

Uma definição mais ampla de tabela verdade com proposições intermediárias pode ser a seguinte:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Uma tabela verdade com proposições intermediárias é uma estrutura de dados tabular usada na lógica, matemática, ciência da computação e engenharia para analisar e representar o comportamento de expressões lógicas que envolvem variáveis de entrada, variáveis intermediárias e saídas lógicas. Essa tabela abrange todas as combinações possíveis de valores de entrada, bem como os valores intermediários, que são as etapas intermediárias do cálculo ou do sistema lógico, juntamente com os resultados finais.

Essas tabelas verdade estendidas são particularmente úteis ao lidar com sistemas lógicos complexos, em que o cálculo ou a representação do processo envolve etapas intermédias que são relevantes para a análise e tomada de decisões. Elas ajudam a compreender como as proposições intermediárias evoluem em resposta às variações das variáveis de entrada e como elas afetam a saída final.

Essas tabelas verdade, podem ser usadas em diversos contextos, como otimização de circuitos digitais, verificação de algoritmos complexos, modelagem de sistemas lógicos, entre outros. Elas fornecem uma visão abrangente e detalhada do comportamento de sistemas lógicos que envolvem múltiplas camadas de proposições e variáveis intermediárias.

Exemplo:

Suponha que tenhamos a seguinte expressão lógica que envolve proposições intermediárias:

- A, B e C são variáveis de entrada;
- $X = A \otimes B$
- $Y = B \otimes C$
- $Z = X \otimes Y$

Vamos criar uma tabela verdade estendida que abrange todas as combinações possíveis de valores de entrada e mostra os valores intermediários de X e Y junto com o resultado final que é Z.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

A	B	C	X	Y	Z
--	--	--	--	--	--
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Figura 2 | Tabela verdade estendida

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Neste exemplo, as colunas "A", "B" e "C" representam as variáveis de entrada, as colunas "X" e "Y" representam as proposições intermediárias, e a coluna "Z" representa o resultado final. A tabela verdade estendida mostra como os valores intermediários são calculados e como eles afetam o resultado final Z.

Exercício:

Considere a seguinte expressão lógica com proposições intermediárias:

- P, Q, R são variáveis de entrada
- $X = P \wedge Q$
- $Y = \neg R$
- $Z = X \wedge Y$

Crie uma tabela verdade estendida que abrange todas as combinações possíveis de valores de entrada e mostre os valores intermediários X e Y junto com o resultado final Z.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

P	Q	R	X	Y	Z
--	--	--	--	--	--
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1

Figura 3 | Tabela verdade estendida (Resolução do exercício)

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Neste exercício, conforme demonstrado na Figura 3, seguimos o mesmo procedimento que no exemplo anterior (Figura 2) para criar a tabela verdade estendida, levando em consideração as proposições intermediárias X e Y, e calculando o resultado final Z.

Tabela verdade para a Lei De Morgan

A tabela verdade para a Lei De Morgan é usada para demonstrar como as Leis De Morgan se aplicam a operações lógicas, especificamente a negação de conjunção (NAND) e a negação de disjunção (NOR). As Leis De Morgan estabelecem as relações entre negações e operações de conjunção e disjunção. Essas Leis são essenciais na simplificação de expressões lógicas e no projeto de circuitos digitais.

Exemplo

Vamos considerar a Lei De Morgan aplicada a uma expressão lógica com duas variáveis, A e B.

1. A Lei de De Morgan para a negação de conjunção afirma que $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
2. A Lei de De Morgan para a negação de disjunção afirma que $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$.

Aqui está a tabela verdade que demonstra a primeira Lei de De Morgan (negação de conjunção):

A	B	$\neg(A \wedge B)$	$(\neg A) \vee (\neg B)$
--	--	--	--
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

Figura 4 | Tabela verdade que demonstra a primeira Lei de Morgan (Negação de conjunção)

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

A Figura 4, ilustra a tabela verdade onde, as colunas "A" e "B" representam as variáveis de entrada, " $\neg(A \wedge B)$ " representa a negação da conjunção $A \wedge B$, e " $(\neg A) \vee (\neg B)$ " representa a disjunção das negações $\neg A$ e $\neg B$. A tabela verdade demonstra que os valores são idênticos, confirmando a primeira Lei De Morgan.

Exercício:

Suponha que temos as variáveis P e Q e queremos demonstrar a segunda Lei De Morgan: $\neg(P \vee Q) = \neg P \wedge \neg Q$. Crie uma tabela verdade que valide essa Lei.

Solução do Exercício:

A Figura 5, ilustra a tabela verdade que valida a segunda Lei De Morgan:

P	Q	$\neg(P \vee Q)$	$(\neg P) \wedge (\neg Q)$
--	--	--	--
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

Figura 5 | Tabela verdade, validação da segunda Lei De Morgan

Nesta tabela verdade, as colunas "P" e "Q" representam as variáveis de entrada, " $\neg(P \vee Q)$ " representa a negação da disjunção $P \vee Q$, e " $(\neg P) \wedge (\neg Q)$ " representa a conjunção das negações $\neg P$ e $\neg Q$. A tabela verdade demonstra que os valores são idênticos, confirmando a segunda Lei de De Morgan.

Vamos Exercitar?

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Chegou a hora de resolver seu desafio na qual estamos lidando com um sistema de controle de acesso a um escritório em que existem regras de segurança para permitir a entrada de funcionários.

Cenário:

A política de segurança do escritório exige que um funcionário seja permitido a entrar apenas se atender a uma das seguintes condições:

1. O funcionário tem um cartão de acesso válido (C).
2. O funcionário é um membro da equipe de segurança (S).
3. O funcionário é um gerente (M).

A pergunta é: "Sob que condições um funcionário deve ser permitido a entrar no escritório?"

Expressão Inicial:

Podemos expressar essa política de segurança com a seguinte expressão lógica:

$$E = C \vee S \vee M$$

Aqui, usamos a operação de disjunção (\vee) para indicar que o funcionário deve ser permitido a entrar se atender a pelo menos uma das condições.

Aplicação da Lei De Morgan:

Agora, aplicaremos a Lei De Morgan para negar a expressão, o que nos permitirá determinar quando o funcionário não deve ser permitido a entrar:

$$\neg E = \neg(C \vee S \vee M)$$

Usaremos a primeira Lei De Morgan para a negação de uma disjunção:

$$\neg E = \neg C \wedge \neg S \wedge \neg M$$

Aqui, usamos a operação de conjunção (\wedge) para indicar que o funcionário não deve ser permitido a entrar apenas se todas as condições não forem atendidas (ou seja, o funcionário não possui um cartão de acesso válido, não é membro da equipe de segurança e não é gerente).

Tabela Verdade:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Agora, vamos criar uma tabela verdade para as variáveis C, S, M e $\neg E$, demonstrando todas as combinações possíveis de estados das condições e se o funcionário deve ou não ser permitido a entrar.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

C	S	M	-E
--	---	---	---
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Figura 6 | Tabela verdade com todas as combinações possível

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

A Figura 6, ilustra a tabela verdade, as colunas representam os estados das condições: cartão de acesso (C), equipe de segurança (S), gerente (M) e a negação da permissão de entrada ($\neg E$). A negação da permissão de entrada é igual a 1 quando o funcionário não deve ser permitido a entrar e igual a 0 quando o funcionário deve ser permitido a entrar.

A tabela verdade ilustrada na Figura 6, mostra que o funcionário deve ser permitido a entrar ($\neg E = 0$) apenas quando nenhuma das condições de segurança não for atendida, ou seja, quando o funcionário possui um cartão de acesso válido, é membro da equipe de segurança ou é gerente. Isso reflete a política de segurança do escritório: um funcionário deve ser permitido a entrar se atender a pelo menos uma das condições de segurança.

Este estudo de caso simulado ilustra como a Lei De Morgan pode ser aplicada em um cenário de controle de acesso a um escritório, juntamente com a criação de uma tabela verdade para determinar as condições sob as quais um funcionário deve ser permitido a entrar.

Saiba mais

Fundamentos da tabela verdade são fundamentais para a compreensão da disciplina Lógica e Matemática Computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

1. BISPO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. **Introdução à lógica matemática**. Cengage Learning Brasil, 2017. O capítulo 2 deste livro aborda os tópicos referentes a: (1) Tabela Verdade, (2) Critérios para a tabela verdade e (3) Exercícios.
2. QUILELLI, P. **Raciocínio lógico matemático para concursos**. 3. Ed. Editora Saraiva, 2015. O capítulo 2 aborda os tópicos relacionados à tabela verdade e as regras da Lei De Morgan.

Referências

BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática**. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

FAJARDO, R. **Lógica matemática**. 1. ed. São Paulo: Edusp, 2017.

MUNDIM, R. P. A Lógica Formal – princípios elementares. **Revista Economia & Gestão**, Belo Horizonte, v. 2, n. 3, jan./jun. 2002.

SANTOS, M. da S. dos *et al.* **Lógica computacional**. Grupo A, 2021.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Aula 2

Construção da tabela verdade

Construção da tabela verdade



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Partida

Olá, estudante! Iniciaremos agora uma jornada que lhe capacitará compreender e aplicar a lógica por meio da construção de tabelas verdade. Quem tem irmão já deve ter ouvido a mãe gritar: “Você E seu irmão estão de castigo!”, mas esse “E” tem a ver com o conectivo lógico AND? A resposta é sim, o resultado desse E é o mesmo, seja na linguagem natural ou na binária, por isso aprendemos lógica proposicional e a aplicamos no universo computacional.

Você foi recentemente contratado como um funcionário trainee na área de analytics e almeja se tornar júnior em breve, mas para isso deve cumprir seus desafios e ajudar a equipe. Você recebeu uma planilha com os dados de compras de clientes, conforme ilustrado na Tabela 1. Dadas as seguintes proposições: p: o cliente é do sexo feminino, q: o cliente tem idade entre 20 e 30 anos, o seu desafio é construir uma Tabela Verdade que generalize a solução fazendo a conjunção e a disjunção para as proposições p e q, além de criar os resultados para a negação de ambas as fórmulas. Após criar a tabela verdade, você poderá analisar cada registro informando se o resultado é verdadeiro ou falso para cada um dos conectores lógicos propostos na Tabela 1. Tal resultado ajudará a equipe de vendas a criar rotinas para tomada de decisões.

Bloco 1

codigo_cli	nome_cli	genero_cli	idade_cli
53682	Karly Dillon	F	40

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

58246	Channing Vazquez	M	49
27022	Adria Key	F	47
82075	Ella Nelson	F	34
90657	Arden Battle	M	48
80330	Brittany Ramirez	F	38
53989	Moses Graham	M	42
61370	Jin Fuller	M	49
41807	Phelan Blair	M	46
94269	Porter West	M	22

Bloco 2

valor_compra	E	OU
74,84	?	?
98,04	?	?
65,93	?	?
94,01	?	?
21,73	?	?
42,23	?	?
37,20	?	?
65,60	?	?
77,40	?	?
67,19	?	?

Tabela 1 | Dados de compra dos clientes

Para cumprir seu desafio, nesta seção você aprenderá o mecanismo de construção de uma tabela verdade, bem como utilizar os conectores lógicos de conjunção, disjunção e negação. Então, mãos à obra!

Vamos Começar!

Provavelmente é do seu conhecimento que um computador é dividido em duas partes: o hardware (componentes físicos) e o software (os programas). Muitos pesquisadores contribuíram para que chegássemos ao nível de evolução computacional que vivenciamos. O avanço do hardware se deu por meio das pesquisas na área da eletrônica digital, que visa construir circuitos que representam grandezas por meio de valores discretos. Os componentes eletrônicos que compõem um computador são formados por pequenos elementos, chamados de transistores, que são capazes de lidar com dois estados, aberto ou fechado. Um conjunto de

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

transistores pode ser usado para construir uma porta lógica, que ao receber sinais digitais de entrada produz uma determinada saída, que depende do tipo de operação lógica para o qual foi construído. Por exemplo, uma porta lógica pode receber um sinal de ligado (1) em uma entrada e um sinal de desligado (0) em outra, qual seria o resultado? Depende da operação lógica dessa porta; se for uma operação AND, o resultado seria “desligado”, mas se fosse um OR, o resultado seria “ligado”.

Assim como no hardware, o software também possui operações lógicas. Por exemplo, podemos escrever um programa que irá somar dois valores se, e somente se, ambos forem positivos. Nesse caso, teremos que construir o algoritmo utilizando o operador AND.

Construção da tabela verdade

Dada a necessidade de se obter resultados lógicos da combinação de proposições e conectores, um dos métodos mais utilizados é o método da tabela verdade.

Por definição, a tabela verdade é um método exaustivo de geração de valorações para uma dada fórmula. Entendemos por fórmula a composição de proposições e conectores lógicos por exemplo, $P \otimes Q$. Observe o esquema geral da tabela verdade na Figura 1. Nas colunas, colocaremos primeiro as proposições (quantas forem necessárias testar) e, em seguida, as operações lógicas das quais queremos obter os resultados. Já nas linhas, colocaremos os valores lógicos (V – F) tanto para as proposições quanto para os resultados das fórmulas que obteremos, lembrando que nosso objetivo com a tabela verdade é analisar TODOS os resultados possíveis, e podemos compará-la com um mapa de resultados.

Obtida a tabela uma vez, basta consultá-la.

Proposição 1	Proposição 2	...	Proposição X	Operação 1	Operação X
V	F	...	V	1	0
F	V	...	F	0	1
...
...

Figura 1 | Esquema geral de uma tabela verdade

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Alguns pontos sobre a lógica têm que estar bem claros para que possamos construir nossas tabelas verdade.

Toda proposição é binária, ou seja, só pode assumir um dos seguintes valores: verdadeiro (V) ou falso (F). Você pode optar por utilizar 1 para V e 0 para F.

Ao realizar uma operação lógica com duas proposições, temos que testar todas as combinações de respostas, o que influenciará diretamente a quantidade de linhas necessárias na tabela verdade.

Siga em Frente...

Tabela verdade de conjunção (and – e)

O conector lógico de conjunção (AND - E) é utilizado para realizar uma operação binária entre duas proposições, quando se deseja obter um resultado verdadeiro se, e somente se, as duas proposições forem verdadeiras. Utilizaremos o símbolo \wedge para representar esse conector lógico. Para construir a tabela verdade da conjunção, vamos considerar como entradas as proposições A e B. Queremos avaliar os resultados para a fórmula $A \wedge B$. Veja na Figura 2 que na primeira coluna (C1) colocamos a proposição A, na segunda coluna (C2) a proposição B e na terceira coluna (C3) a fórmula que queremos avaliar. Sobre os resultados, vamos analisar linha a linha.

Na linha 1 (L1), colocamos as proposições A e B com entrada V. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas também é V.

Na linha 2 (L2), colocamos a proposição A com entrada V e a B com entrada F. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas é F.

Na linha 3 (L3), colocamos a proposição A com entrada F e a B com entrada V. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas é F.

Na linha 4 (L4), colocamos as proposições A e B com entrada F. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas é F.

	C1	C2	C3
	A	B	$A \wedge B$
L1	V	V	V
L2	V	F	F
L3	F	V	F
L4	F	F	F

Tabela 2 | Tabela verdade de conjunção

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Refita

Como usamos duas proposições, foram necessárias 4 linhas para gerar a valoração da fórmula $A \wedge B$. Repare na distribuição das entradas. Para a proposição A, primeiro foram dispostas as entradas V combinando com as entradas V e F da proposição B; em seguida, foram dispostas as entradas F combinando com as entradas V e F de B. Portanto, a primeira coluna ficou com entradas VVFF e a segunda coluna VFVF. Será que foi só uma coincidência ou existe uma lógica que ajuda na organização? Como ficariam dispostas as entradas da Tabela Verdade da conjunção para três proposições?

Quando utilizamos a lógica formal na construção de algoritmos, o conector lógico AND é um recurso muito valioso na tomada de decisões. O resultado dessa operação em uma linguagem de programação pode ser descrito por meio de uma tabela verdade. Por isso, entender esse mecanismo é fundamental para sua vida profissional.

Exemplificando

Vejamos um exemplo prático para a conjunção. Imagine que estamos criando uma aplicação que precisa informar se uma determinada pessoa irá pagar imposto ou não, a depender da sua renda, de acordo com a seguinte regra: Se o salário for superior a 5 mil e a idade menor que 40 anos, a pessoa pagará de imposto 10% do seu salário. Considere as seguintes proposições:

A: o salário é maior que R\$ 5 mil.

B: a idade é menor que 40 anos.

Com base na tabela verdade da conjunção, vamos analisar qual seria o resultado da fórmula $A \wedge B$ para uma pessoa que recebe um salário de R\$ 4 mil e possui 32 anos.

Avaliando a proposição A para o caso, temos um resultado F (pois não ganha salário de 5 mil). Já a proposição B possui resultado V (a idade é menor que 40 anos).

Ao consultarmos a terceira linha da Figura 2, vemos que o resultado de $A \wedge B$ para tais entradas é falso. Portanto, para o caso analisado, o resultado da fórmula é F.

Tabela verdade de disjunção (or-ou)

O conector lógico de disjunção (OR - OU) é utilizado para realizar uma operação binária entre duas proposições quando se deseja obter um resultado falso se, e somente se, as duas proposições forem falsas. Utilizaremos o símbolo \vee para representar esse conector lógico. Para construir a tabela verdade da disjunção, vamos considerar como entradas as proposições A e B. Queremos avaliar os resultados para a fórmula $A \vee B$. Veja na Tabela 3 que na primeira coluna colocamos a proposição A, na segunda coluna a proposição B e na terceira coluna a fórmula que queremos avaliar. Sobre os resultados, vamos analisar linha a linha.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Na linha 1 (L1), colocamos as proposições A e B com entrada V. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas também é V.

Na linha 2 (L2), colocamos a proposição A com entrada V e a B com entrada F. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas é V.

Na linha 3 (L3), colocamos a proposição A com entrada F e a B com entrada V. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas é V.

Na linha 4 (L4), colocamos as proposições A e B com entrada F. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas é F.

	C1	C2	C3
	A	B	$A \wedge B$
L1	V	V	V
L2	V	F	V
L3	F	V	V
L4	F	F	F

Tabela 3 | Tabela verdade com operador OR

Como mostra a tabela verdade da disjunção, basta que uma entrada seja verdadeira para obtermos um resultado verdadeiro.

Tabela verdade para negação

O operador lógico de negação tem a função de inverter, seja uma entrada ou o resultado de uma operação. Utilizaremos o símbolo \neg para representar esse conector lógico. Na Tabela 4 (a), temos uma Tabela Verdade com negação para as proposições A, B. Veja que $\neg A$ inverte o valor de A, ou seja, onde é V fica F e vice-versa. O mesmo acontece para $\neg B$, que inverte o valor de B. Na Tabela 4 (b), temos nas colunas 3 (C3) e 5 (C5) os resultados já conhecidos da conjunção e disjunção, e nas colunas 4 (C4) e 6 (C6) os novos resultados, sendo na coluna 4 (C4) os resultados para a negação da conjunção e na coluna 6 (C6) a negação da disjunção. Repare nos parênteses, que são obrigatórios, indicando que a negação é para toda a operação e não somente para uma proposição.

a)

A	B	$\neg A$	$\neg B$

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

V	V	F	F
F	F	V	V

Tabela 4 | Tabela verdade com operador de negação (a)

b)

Bloco 1

	C1	C2	C3
L1	A	B	$A \wedge B$
	V	V	V
	V	F	F
	F	V	F
	F	F	F

Bloco 2

C4	C5	C6
$\neg(A \wedge B)$	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$
F	V	F
V	V	F
V	V	F
V	F	V

Tabela 4 | Tabela verdade com operador de negação (b)

Para ficar claro como os parênteses podem afetar o resultado da operação lógica envolvendo a negação, observe a Tabela 5. Na coluna 4 (C4), temos os resultados para a fórmula $\neg(A \wedge B)$, já na coluna 5 (C5) temos o resultado para a fórmula $(A \neg B)$. Veja como é diferente. No primeiro caso estamos invertendo o resultado da operação toda, já no segundo caso, estamos invertendo apenas o valor de B e fazendo a conjunção com A.

Bloco 1

	C1	C2	C3
L1	A	B	$\neg B$
	V	V	F
	V	F	V
	F	V	F
	F	F	V

Bloco 2

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

C4	C5
$\neg(A \wedge B)$	$(A \vee \neg B)$
F	F
V	V
V	F
V	F

Tabela 5 | Tabela verdade com operadores (negação-and)

Como você já deve ter percebido, não adianta tentar decorar os resultados, você precisa entender os operadores básicos e, a partir daí, ir resolvendo as fórmulas, parte por parte, com auxílio da tabela verdade.

Vamos Exercitar?

Chegou o momento de solucionarmos o desafio.

Como membro da equipe de analytics de uma empresa de varejo, dadas as seguintes proposições: p: o cliente é do sexo feminino e q: o cliente tem idade entre 20 e 30 anos, você foi encarregado de construir uma Tabela Verdade para as operações de conjunção e disjunção, além de criar a negação para as fórmulas. Com a Tabela Verdade criada, você deve avaliar os registros de clientes que lhe passado na Tabela 1, completando as colunas E/OU com V ou F.

A tabela verdade é um mecanismo que permite valorar fórmulas de forma genérica a partir de entradas binárias e conectores lógicos. Pois bem, como o problema proposto apresenta duas proposições, serão necessárias 4 linhas para contemplar todas as combinações possíveis das entradas. Além disso, serão necessárias 6 colunas, sendo 2 para as proposições (p, q), uma para a fórmula da conjunção, outra para a disjunção, outra para a negação da conjunção e uma última com a negação da disjunção. O resultado da tabela verdade deve estar conforme o Quadro 1.

Bloco 1

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	F

Bloco 2

$\neg(p \wedge q)$	$\neg(p \vee q)$
--------------------	------------------

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

F	F
V	F
V	F
V	V

A tabela verdade pode ser usada como um gabarito para as operações lógicas, pois contempla todas as entradas possíveis e suas combinações para as fórmulas em estudo. Com esse gabarito em mãos, podemos passar para a segunda etapa do desafio, que é fazer a valoração das fórmulas $p \wedge q$ e $p \vee q$ para cada registro da base de clientes. Pois bem, vejamos na Tabela 2, como ficaram os resultados.

Bloco 1

linha	codigo_cli	nome_cli	genero_cli
1	53682	Karly Dillon	F
2	58246	Channing Vazquez	M
3	27022	Adria Key	F
4	82075	Ella Nelson	F
5	90657	Arden Battle	M
6	80330	Brittany Ramirez	F
7	53989	Moses Graham	M
8	61370	Jin Fuller	M
9	41807	Phelan Blair	M
10	94269	Porter West	M

Bloco 2

idade_cli	valor_compra	E	OU
40	74,84	F	V
49	98,04	F	F
47	65,93	F	V
34	94,01	F	V
48	21,73	F	V
38	42,23	F	F
42	37,20	F	V
49	65,60	F	F
46	77,40	F	F
22	67,19	F	V

Nossa maior lição com esse desafio é entender como uma questão de lógica formal pode ser utilizada em um algoritmo, e isso, no mercado de trabalho, fornece resultados para as mais diversas áreas de uma empresa. Se fornecêssemos para a equipe de vendas o resultado da coluna da conjunção, a fim de comunicá-los sobre o lançamento de uma nova promoção,

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

nenhum desses 10 receberia tal comunicado, por outro lado, se nosso resultado fosse baseado na disjunção, vários deles receberiam o comunicado.

É isso aí, você como um profissional deve ter consciência das suas responsabilidades e tomar as melhores decisões para a empresa!

Saiba mais

Construção da tabela verdade são fundamentais para a compreensão da disciplina Lógica e matemática computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

1. BISPO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. S. **Introdução à lógica matemática**. Cengage Learning Brasil, 2017. O capítulo 2 deste livro aborda os tópicos referentes a: (1) Tabela verdade, (2) Disjunção (3) Conjunção e (4) Negação.
2. QUILELLI, P. **Raciocínio lógico matemático para concursos**. 3. ed. Editora Saraiva, 2015. O capítulo 2 aborda os tópicos relacionados à tabela verdade, negação, conjunção e disjunção.

Referências

BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática**. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

FAJARDO, R. **Lógica matemática**. 1. ed. São Paulo: Edusp, 2017.

MUNDIM, R. P. A Lógica Formal – princípios elementares. **Revista Economia & Gestão**, Belo Horizonte, v. 2, n. 3, jan./jun. 2002.

SANTOS, M. da S. dos *et al.* **Lógica computacional**. Grupo A, 2021.

Aula 3

Resultados da tabela verdade

Resultados da tabela verdade

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Partida

Olá, estudante! Os profissionais das mais diversas áreas tomam decisões o tempo todo em seu ambiente de trabalho. Todas as decisões precisam ser bem avaliadas, pois toda ação gera uma consequência. Por exemplo, em uma campanha promocional, se optar por desconto a um determinado grupo, poderá não vender tanto para um outro grupo potencial. No mundo da lógica computacional, as decisões são tomadas por meio de estruturas de decisão, que têm sua origem em um conector lógico chamado de implicação, o qual veremos sua tabela verdade nesta seção.

Como funcionário trainee na área de analytics de uma empresa de varejo, você deve ajudar a equipe de marketing em uma campanha para o dia internacional da mulher.

Dadas as proposições:

A: o cliente é do sexo feminino.

B: o cliente fez um compra com valor superior a R\$ 50,00.

C: ganhar cupom com 10% de desconto.

Seu desafio consiste primeiro em avaliar a fórmula A \Rightarrow B para cada um dos registros da Tabela 1. Essa avaliação lhe permitirá classificar a proposição C para cada um dos clientes, ou seja, se o cliente ganhará ou não o cupom de 10% de desconto.

Após a classificação, você deverá generalizar, por meio de uma tabela verdade, as possíveis respostas para a fórmula P \Rightarrow Q, sendo P e Q duas proposições genéricas.

Bloco 1

codigo_cli	nome_cli	genero_cli	idade_cli
53682	Karly Dillon	F	40

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

58246	Channing Vazquez	M	49
27022	Adria Key	F	47
82075	Ella Nelson	F	34
90657	Arden Battle	M	48
80330	Brittany Ramirez	F	38
53989	Moses Graham	M	42
61370	Jin Fuller	M	49
41807	Phelan Blair	M	46
94269	Porter West	M	22
56516	Zena Skinner	F	54
38904	Teagan Rios	M	34

Bloco 2

valor_compra	cupom_10
74,84	?
98,04	?
65,93	?
94,01	?
21,73	?
42,23	?
37,20	?
65,60	?
77,40	?
67,19	?
73,98	?
61,57	?

Tabela 1 | Dados de compra dos clientes

Para cumprir seu desafio, nesta seção veremos a tabela verdade do conector de implicação, bem como outros importantes resultados da tabela verdade.

Pronto para o desafio?!

Vamos Começar!

Definição

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

A tabela verdade é utilizada como um método exaustivo de extração de resultados. Em outras palavras, construímos uma tabela verdade para testarmos todos os resultados possíveis para todas as combinações possíveis de entradas em uma determinada fórmula. Uma fórmula é composta por proposições e operadores lógicos, como, por exemplo, a negação (NOT), a conjunção (AND) e a disjunção (OR). Além desses conectores, as proposições podem ser combinadas na forma “se proposição 1, então proposição 2”. O conectivo lógico dessa combinação é o condicional, representado por \rightarrow , e significa que se a proposição 1 é verdadeira, implicará na verdade da proposição 2. Em outras palavras, podemos dizer que dada uma sequência de proposições, a partir da operação condicional é possível chegar a uma conclusão (um resultado), que é uma nova proposição. A primeira parte, antes do conector, é chamada de antecedente, e a segunda de consequente conforme ilustra a Figura 1.

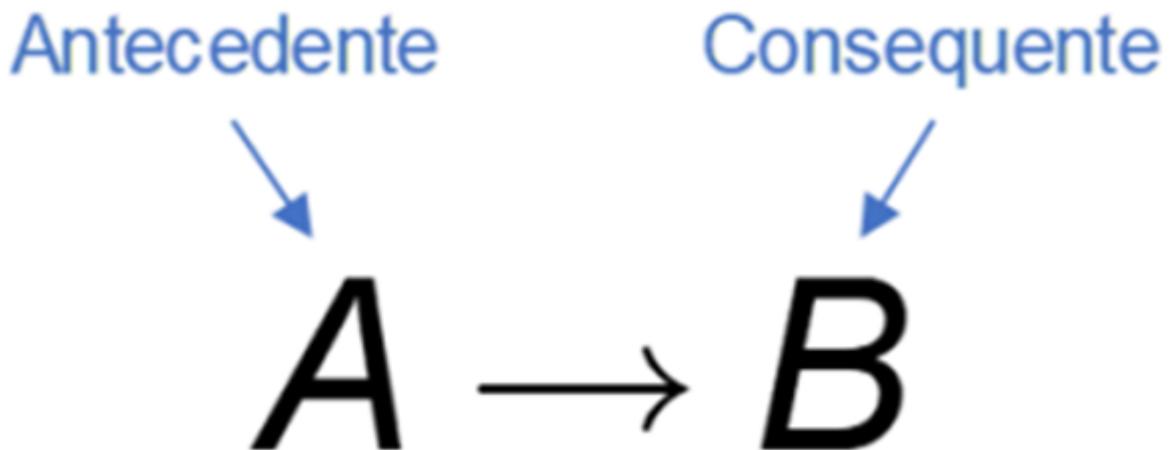


Figura 1 | Implicação lógica

Para entendermos como funciona a implicação, vejamos alguns exemplos.

Considere as proposições A e B:

A: há uma falha na rede elétrica.

B: a chave central irá desligar.

A fórmula $A \rightarrow B$, que significa que B está condicionado a A, deve ser lida como: “se houver uma falha na rede elétrica, então, a chave central irá desligar.”

Considere as proposições P, Q, R.

P: a nota mínima necessária para ser aprovado é 6,0.

Q: João tirou 8,0 na prova.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

R: João será aprovado.

Nesse exemplo, temos o resultado de uma conjunção implicando uma terceira proposição. Simbolicamente, escrevemos $(P \wedge Q) \rightarrow R$, e deve ser lida como: "Se a nota mínima necessária para ser aprovado é 6,0 e João tirou 8,0 na prova, então, ele será aprovado."

Os possíveis resultados do operador condicional estão representados na tabela verdade apresentada na Tabela 1.

	C1	C2	C3
	A	B	$A \rightarrow B$
L1	V	V	V
L2	V	F	F
L3	F	V	V
L4	F	F	V

Tabela 1 | Tabela verdade para o condicional

Para entendermos os resultados da implicação, vejamos o seguinte exemplo.

A: soltar a pedra.

B: a queda da pedra.

A fórmula $A \rightarrow B$ deve ser lida como "Se a pedra for solta, então, a pedra cairá". Agora, vamos avaliar todas as respostas possíveis com base na tabela verdade da Figura 2. Na primeira linha (L1), temos como entrada a verdade das proposições A e B, em nosso exemplo, quer dizer que a pedra foi solta (proposição A é verdadeira) e caiu (proposição B é verdadeira), portanto, a condição era verdadeira e o resultado é V (linha 1 e coluna 3). Na linha dois (L2), temos como entrada que a proposição A é verdadeira e a proposição B é falsa, isso quer dizer que a pedra foi solta, mas não caiu. Nesse caso, a condicional não é verdadeira e o resultado é F (linha 2 e coluna 3). Nas demais linhas, terceira e quarta (L3 e L4), temos como entrada que a proposição A é falsa (que é o antecedente), nesse caso, não há como avaliar a condicional e o resultado é tomado como verdadeiro.

Assimile

Os resultados lógicos das linhas 3 e 4 (L3 e L4) da tabela verdade da condicional não são tão fáceis de identificar. Como se trata de uma dependência, caso o antecedente seja falso, o resultado lógico será sempre verdadeiro. "Por convenção, $A \rightarrow B$ será considerada verdadeira se A for falsa, independentemente do valor lógico de B".

Siga em Frente...

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Tautologia, contradição e contingência

Considerando a proposição A como:

A: hoje está chovendo.

Vamos construir a tabela verdade para a fórmula $A \vee \neg A$, que, traduzindo, quer dizer, “hoje está chovendo ou hoje não está chovendo”. Veja o resultado no Quadro 2.

A	$\neg A$	$A \vee \neg A$
V	F	V
F	V	V

Quadro 2 | Tabela verdade da fórmula $A \vee \neg A$

Como podemos observar no Quadro 1, a coluna dos resultados (última coluna) para a fórmula obteve como resposta somente verdadeiro. Quando o resultado de uma fórmula obtém somente V como resposta, a fórmula é denominada tautologia.

Agora, vamos considerar a seguinte proposição B: B: hoje é segunda-feira. Vamos construir a Tabela verdade para a fórmula $B \vee \neg B$, que quer dizer, “Hoje é segunda-feira e hoje não é segunda-feira”. Veja o resultado na Quadro 3.

B	$\neg B$	$B \vee \neg B$
V	F	F
F	V	F

Quadro 3 | Tabela verdade da fórmula $B \vee \neg B$

Como podemos observar no Quadro 2, a coluna dos resultados (última coluna da tabela verdade) para a fórmula obteve como resposta somente falso. Quando o resultado de uma fórmula obtém somente F como resposta, a fórmula é denominada contradição.

Quando uma tabela verdade não é uma tautologia e não é uma contradição, então, ela é uma contingência.

Refita

A tautologia é uma proposição em que, independentemente das entradas, todas as respostas são verdadeiras. Já a contradição é o resultado quando todas as possíveis respostas são falsas. Podemos afirmar que a tautologia acontecerá somente para as fórmulas com conectores lógicos de disjunção (OR) e a contradição para os conectores de conjunção (AND)?

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Equivalência aplicada na tabela verdade

Considere as seguintes proposições:

A: o cliente tem 35 anos.

B: o cliente gastou mais do que R\$ 100,00 na última compra.

Dadas as proposições A e B, vamos construir a Tabela verdade (Quadro 4) para as seguintes fórmulas: $A \Leftrightarrow B$ e $B \Leftrightarrow A$.

Bloco 1

A	B	$A \vee B$	$A \wedge B$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	F

Bloco 2

$A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$
V
V
V
V

Quadro 4 | Tabela verdade das fórmulas $A \Leftrightarrow B$ e $B \Leftrightarrow A$

As colunas 3 e 4 do Quadro 3 apresentam os possíveis resultados para as fórmulas $A \Leftrightarrow B$ e $B \Leftrightarrow A$. Na quinta coluna, temos mais um teste lógico chamado de equivalência, no qual testamos se os resultados obtidos para a fórmula $A \Leftrightarrow B$ são iguais (equivalentes) aos obtidos por $B \Leftrightarrow A$. Veja que usamos o símbolo \Leftrightarrow para denotar essa operação e que o resultado foi uma tautologia, o que nos permite concluir que as fórmulas $A \Leftrightarrow B$ e $B \Leftrightarrow A$ são equivalentes.

Exemplificando

Para saber se duas fórmulas são equivalentes, é necessário construir a tabela verdade e verificar se a equivalência é uma tautologia. Por exemplo, vamos construir uma tabela verdade (Quadro 5) para testar se as fórmulas $A \Leftrightarrow B$ e $B \Leftrightarrow A$ são equivalentes.

Bloco 1

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

A	B	$A \wedge B$	$B \wedge A$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	F	F

Bloco 2

$$\begin{array}{c}
 A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A \\
 \hline
 V \\
 \hline
 V \\
 \hline
 V \\
 \hline
 V
 \end{array}$$

Quadro 5 | Tabela verdade das fórmulas $A \wedge B$ e $B \wedge A$

Como podemos observar no Quadro 4.6, as fórmulas $A \wedge B$ e $B \wedge A$ também são equivalentes.

Os resultados obtidos nos quadros 3 e 4 não são uma coincidência, pois estamos diante de uma forte propriedade, a comutativa. Lembra das aulas de matemática quando aprendeu que o resultado de $2 + 3$ é igual a $3 + 2$? Pois bem, aqui na lógica também temos essa mesma propriedade: a ordem dos fatores não altera o resultado. Veja no Quadro 6 mais algumas propriedades.

1	$A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$	$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$	Comutatividade
2	$(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C) \Leftrightarrow A \vee B \vee C$	$(A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow A \wedge B \wedge C$	Associatividade
3	$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$		Distributividade

Quadro 6 | Equivalências tautológicas

Já vimos as tabelas verdade para a propriedade da comutatividade, vejamos agora para as demais, começando pela associativa $(A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$. O resultado está no Quadro 7. O primeiro detalhe é que, como temos três proposições envolvidas, vamos precisar de 8 linhas para representar todas as combinações possíveis (lembra, linhas = 2^n). Outro detalhe é que para facilitar, resolvemos a fórmula em partes. Veja: na coluna C4, extraímos os resultados para $A \wedge B$, e na coluna C5 utilizamos o resultado de C4 para fazer a disjunção com a proposição C, obtendo o resultado do lado esquerdo da fórmula. O mesmo fizemos para o lado direito, na coluna C6, fizemos $B \wedge C$ (como estava entre parênteses, fizemos primeiro) e depois, na coluna C7, utilizamos o resultado de C6 para fazer a disjunção com a proposição A. Por fim, na coluna C8, fizemos a equivalência verificando se os resultados obtidos em C5 e C7 eram iguais, como temos uma tautologia, então, podemos afirmar que elas de fato são equivalentes.

Bloco 1

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

C1	C2	C3	C4
A	B	C	
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	F
F	F	F	F

Bloco 2

C5	C6	C7	C8
V	V	V	V
V	V	V	V
V	V	V	V
V	F	V	V
V	V	V	V
V	V	V	V
V	V	V	V
F	F	F	V

Quadro 7 | Tabela verdade para propriedade associativa $(A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C)$

Vamos agora verificar uma equivalência da propriedade da distributividade para a fórmula $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$. O Quadro 8 apresenta o resultado. Resolvemos primeiro o lado esquerdo da equivalência, ou seja, a fórmula $A \wedge (B \vee C)$. Na coluna C4 fizemos a disjunção entre parênteses e na coluna C5 utilizamos o resultado obtido em C4 para fazer a conjunção com a proposição A. Nas colunas C6 e C7, resolvemos os parênteses da fórmula à direita da equivalência, e na C8, usamos os resultados de C6 e C7 para a disjunção. Por fim, na C9 comparamos os resultados obtidos em C5 e C8, provando que se trata de uma equivalência.

Bloco 1

C1	C2	C3	C4
A	B	C	
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	F

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	F

Bloco 2

C5	C6	C7	C8
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
F	F	F	F
F	F	F	F
F	F	F	F
F	F	F	F

Bloco 3

C9
V
V
V
V
V
V
V
V

Quadro 8 | Tabela verdade para a propriedade da distributividade $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (B \wedge C)$

Não poderíamos encerrar esta seção sem mencionar, além das propriedades, outros dois importantes resultados da equivalência, usados para fazer a negação de uma proposição composta. As duas equivalências são:

$$\text{I} - \neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$$

$$\text{II} - \neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

Observe que a primeira equivalência (I) trata da equivalência envolvendo a negação em uma disjunção e a segunda equivalência (II) corresponde a uma negação em uma conjunção. O Quadro 8 apresenta os resultados para a fórmula I e o Quadro 9 para a fórmula II.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Bloco 1

A	B	$\neg(A \vee B)$	$\neg A \wedge \neg B$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	V	V

Bloco 2

\Leftrightarrow
V
V
V
V

Quadro 9 | Tabela verdade para a Lei De Morgan $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

Bloco 1

A	B	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A \vee \neg B$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	V	V

Bloco 2

\Leftrightarrow
V
V
V
V

Quadro 10 | Tabela verdade para a Lei De Morgan $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

O que podemos concluir das Leis De Morgan é que a negação de uma disjunção é equivalente à negação de cada uma das proposições em uma conjunção (fórmula I) e que a negação de uma conjunção é equivalente à negação de cada uma das proposições em uma disjunção (fórmula II).

Vamos Exercitar?

Você foi encarregado da missão de direcionar a equipe de marketing em uma campanha para o dia internacional da mulher.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Dada as proposições:

A: o cliente é do sexo feminino.

B: o cliente fez um compra com valor superior a R\$ 50,00.

C: ganhar cupom com 10% de desconto.

Você deve primeiro avaliar a fórmula A \wedge B para cada um dos registros da Tabela 1 classificando a proposição C, como V ou F, para cada um dos clientes, ou seja, se o cliente ganhará ou não o cupom de 10% de desconto.

Pois bem, vamos analisar o primeiro registro:

A: O cliente é do sexo feminino. (SIM – V)

B: O cliente fez um compra com valor superior a R\$ 50,00. (SIM – V)

Portanto, para o primeiro registro a fórmula A \wedge B resulta em V, pois V \wedge V = V, então a proposição C é V.

Já para o segundo registro, temos F \wedge V = F, pois o cliente é do sexo masculino. Então a proposição C é falsa para esse caso.

Ao analisar todos os registros, você deve chegar ao resultado da Tabela 11.

Bloco 1

linha	codigo_cli	nome_cli	genero_cli
1	53682	Karly Dillon	F
2	58246	Channing Vazquez	M
3	27022	Adria Key	F
4	82075	Ella Nelson	F
5	90657	Arden Battle	M
6	80330	Brittany Ramirez	F
7	53989	Moses Graham	M
8	61370	Jin Fuller	M
9	41807	Phelan Blair	M
10	94269	Porter West	M
11	56516	Zena Skinner	F
12	38904	Teagan Rios	M

Bloco 2

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

idade_cli	valor_compra	cupom_10
40	74,84	V
49	98,04	F
47	65,93	V
34	94,01	V
48	21,73	F
38	42,23	F
42	37,20	F
49	65,60	F
46	77,40	F
22	67,19	F
54	73,98	V
34	61,57	F

Tabela 2 | Resultado para a equipe de marketing

Agora, vamos generalizar as respostas construindo a tabela verdade para a fórmula $P \rightarrow Q$, como mostra o Quadro 11.

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Quadro 11 | Tabela verdade para a fórmula $P \rightarrow Q$,

Para finalizar, vamos fazer a conexão entre o resultado obtido na análise dos registros com o Quadro 4.10.

A primeira observação importante é que a proposição genérica P no desafio é o resultado da conjunção A \wedge B. Vamos fazer a análise com os dois primeiros registros.

No primeiro registro, a fórmula A \wedge B resultado em V e a proposição C também foi classificada como V. Temos aqui o caso V \wedge V, que, consultado a tabela verdade da implicação tem como resultado também V, isso quer dizer que a proposição “O cliente é do sexo feminino e fez uma compra acima de R\$ 50,00, então, ele ganhará desconto” é uma verdade.

Já para o segundo registro, temos A \wedge B = F, consequentemente a proposição C também é falsa. Temos aqui o caso F \wedge F, que consultado a tabela verdade da implicação, tem como resultado V, mas o que esse resultado quer dizer? Quer dizer que a proposição “O cliente não é do sexo

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

feminino e nem fez uma compra acima de R\$ 50,00, então, ele não ganhará desconto” é uma verdade.

Termine de fazer as avaliações, caso a caso, pois quanto mais praticar, mais apto estará para avaliar as implicações lógicas e contribuir ainda mais com seu time!

Saiba mais

Resultados da tabela verdade são fundamentais para a compreensão da disciplina Lógica e Matemática Computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

1. BISPO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. S. **Introdução à Lógica Matemática**. Cengage Learning Brasil, 2017. E-book. ISBN 9788522115952. [Minha Biblioteca]. O capítulo 2 deste livro aborda os tópicos referentes: (1) à Tabela verdade, (2) aos Critérios para a tabela verdade e (3) aos Exercícios.
2. QUILELLI, P. **Raciocínio lógico matemático para concursos**. 3. ed. Editora Saraiva, 2015. O capítulo 2 aborda os tópicos relacionados à tabela verdade.

Referências

BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à Lógica matemática**. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

FAJARDO, R. **Lógica matemática**. 1. ed. São Paulo: Edusp, 2017.

MUNDIM, R. P. A Lógica Formal – princípios elementares. **Revista Economia & Gestão**, Belo Horizonte, v. 2, n. 3, jan./jun. 2002.

SANTOS, M. da S. dos *et al.* **Lógica computacional**. Grupo A, 2021.

Aula 4

Aplicações da tabela verdade

Aplicações da tabela verdade

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Partida

Olá, estudante! Até você chegar ao ensino superior foram anos de estudos, não é mesmo? Tudo começou com o processo de alfabetização, tanto de leitura quanto das operações básicas de matemática (soma, subtração, divisão e multiplicação). Primeiro você aprendeu a fazer operações matemáticas simples, por exemplo, $2 + 3$, depois apareceram os parênteses, por exemplo, $(2 + 3) \times 4$. Mas será que esses parênteses são só de enfeite? Certamente que não! Eles influenciam a ordem que as operações devem ser resolvidas e, como você já deve saber, não seguir as regras certamente implica em chegar em resultados errôneos. Pois bem, da mesma forma que a matemática tem suas fórmulas e suas regras de resolução, a lógica formal também as possui, e nesta seção vamos aprender mais sobre elas.

Como funcionário trainee na área de analytics de uma empresa de varejo, você deve dar continuidade em seu trabalho, fornecendo novos insights para a equipe de marketing realizar sua campanha promocional. Para esse novo desafio foi enviada a você uma base com novas informações, conforme ilustra a Tabela 1. Nessa base é possível encontrar o valor gasto na última compra do cliente, o total de compras já feito por ele e o ticket médio (valor médio gasto em cada compra). A partir desses dados você deve usar as regras da lógica para classificar se o cliente tem potencial para comprar na nova campanha e, se tiver, então ele ganhará um cupom com desconto de 10%. Caso não seja um cliente com potencial então ele ganhará somente um cupom com 5%. Vamos às regras: para ser classificado como um cliente com potencial de compra, não importa o gênero (pode ser feminino ou masculino), o cliente deve ter idade entre 30 e 45 anos, ter feito acima de 10 compras e ter um ticket médio acima de R\$ 50,00. Seu desafio é montar uma fórmula que traduza essa regra e, então preencher a coluna “cliente_potencial” com o resultado da fórmula para cada registro. Dada a classificação, você deve escrever uma nova fórmula que traduza “Se o cliente tem potencial de compra, então ele deve ganhar um cupom com 10% de desconto”, e outra fórmula que traduza “Se é falso que o cliente tem potencial de compra, então ele deve ganhar um cupom com 5% de desconto”. Por fim, use a lógica de programação para preencher as colunas “cupom_10” e “cupom_5” valorando as condicionais.

Bloco 1

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

codigo_cli	nome_cli	genero_cli	idade_cli
53682	Karly Dillon	F	40
58246	Channing Vazquez	M	49
27022	Adria Key	F	47
82075	Ella Nelson	F	34
90657	Arden Battle	M	48
80330	Brittany Ramirez	F	38
53989	Moses Graham	M	42
61370	Jin Fuller	M	49
41807	Phelan Blair	M	46
94269	Porter West	M	22
56516	Zena Skinner	F	54
38904	Teagan Rios	M	34

Bloco 2

valor_compra	total_compras	Ticket_medio	cliente_potencial
74,84	5	45,00	?
98,04	20	200,00	?
65,93	12	34,00	?
94,01	16	150,00	?
21,73	4	23,00	?
42,23	1	42,23	?
37,20	29	45,00	?
65,60	35	123,00	?
77,40	23	95,00	?
67,19	6	35,00	?
73,98	15	60,00	?
61,57	17	71,00	?

Bloco 3

cupom_10	cupom_5
?	?
?	?
?	?
?	?
?	?
?	?
?	?
?	?

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

?	?
?	?
?	?
?	?

Tabela 1 | Dados de compra dos clientes

Para cumprir esse desafio, nesta seção você aprenderá a importância dos parênteses nas fórmulas, bem como seguir a regra de precedência dos operadores. Você também verá um caso de como fazer a ligação entre a lógica formal e a lógica na computação, assim já vai se preparando para em breve começar a programar.

Então vamos lá!

Vamos Começar!

Ao longo de nossos estudos aprendemos diversas fórmulas; quem não se lembra da famosa fórmula de Bhaskara usada para encontrar as raízes de uma equação do segundo grau? Ou então da segunda lei Newton, que diz que a força é sempre diretamente proporcional ao produto da aceleração de um corpo pela sua massa? Para conseguirmos resolver esses tipos de equação, primeiro foi necessário aprender as operações matemáticas básicas (soma, subtração, multiplicação e divisão); depois essas operações passaram a se combinar em fórmulas mais elaboradas, e nesse momento foi necessário aprender a ordem de precedência dos operadores. Por exemplo: as fórmulas: (i) $2 + 3 \times 4$ e (ii) $(2 + 3) \times 4$ apresentam o mesmo resultado? A resposta é não, pois a primeira tem como resultado 14 e a segunda, 20. Isso acontece porque, em uma fórmula, a multiplicação tem precedência sobre adição, então ao não usar parênteses na fórmula (i) a multiplicação foi feita antes da soma. Outro detalhe importante é que as fórmulas apresentam uma sintaxe correta, por exemplo: não podemos escrever $2 ++ 3$, pois essa fórmula é inválida.

Assim como as fórmulas matemáticas, podemos construir expressões lógicas mais complexas a partir da combinação das proposições, dos conectivos e dos parênteses. Da mesma forma que as operações matemáticas têm ordem de precedência, os conectivos lógicos também a possui.

Assimile

Para resolver uma expressão lógica que combina várias proposições com conectivos lógicos é preciso obedecer a seguinte regra de precedência:

1. Para expressões que tenham parênteses, primeiro efetuam-se as operações lógicas dentro dos parênteses mais internos.
2. \neg (Negação) (maior precedência).
3. \wedge \vee (Conjunção e disjunção).
4. \rightarrow (Implicação).

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

5. \Leftrightarrow (Bicondicional).

Ao seguir rigorosamente a ordem de precedência dos operadores, o uso de parênteses pode ser omitido nos casos adequados. Por exemplo: a fórmula $A \Leftrightarrow (\neg B)$ pode simplesmente ser escrita como $A \Leftrightarrow (\neg B)$, uma vez que, de acordo com a ordem de precedência, a negação será realizada primeiro, mesmo sem parênteses.

Exemplificando

Para exemplificar como a ordem de precedência dos operadores lógicos pode influenciar o resultado, vamos construir uma tabela verdade para as fórmulas $A \Leftrightarrow B \Leftrightarrow A$ e $A \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow A)$. Veja no Quadro 1 que os resultados das colunas C4 e C6 são diferentes. Em C4, como o operador de conjunção tem precedência sobre a implicação, chegamos em uma tautologia, o que não ocorreu em C6 quando forçamos, por meio de parênteses, a implicação ser efetuada primeiro.

Bloco 1

C1	C2	C3	C4
A	B	$A \wedge B$	$A \wedge \rightarrow B \rightarrow A$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Bloco 2

C5	C6
$B \rightarrow A$	$A \wedge (B \rightarrow A)$
V	V
V	V
F	F
V	F

Quadro 1 | Tabela verdade das fórmulas $A \Leftrightarrow B \Leftrightarrow A$ e $A \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow A)$

Ainda no Quadro 1, observe que usamos a coluna C3 para efetuar a primeira operação da fórmula $A \Leftrightarrow B \Leftrightarrow A$, e na coluna C4 usamos o resultado obtido em C3 para fazer a implicação. O mesmo acontece na coluna C5, em que fazemos a primeira operação da fórmula $A \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow A)$, (considerando as regras da ordem de precedência) e depois usamos o resultado de C5 para fazer a conjunção final em C6. Esse processo de criar uma coluna para cada operação facilita o trabalho e nos auxilia a não cometer erros na construção da tabela verdade. Esses resultados intermediários podem ser representados por novas letras, por exemplo: poderíamos chamar o resultado da coluna C3 de P, então na coluna C4 teríamos $P \Leftrightarrow A$. Da mesma forma, poderíamos

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

chamar o resultado da coluna C5 de R, então na coluna C6 teríamos a fórmula $A \otimes R$. O Quadro 2 mostra essa alternativa.

Bloco 1

		P	
A	B	$A \wedge B$	$P \rightarrow A$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Bloco 2

R	
$B \rightarrow A$	$A \wedge R$
V	V
V	V
F	F
V	F

Dada uma fórmula com várias proposições, conectores e parênteses dentro de parênteses, a resolução deve começar pelos parênteses mais internos. Por exemplo, a fórmula $((A \otimes B) \otimes C) \otimes A$ deve ter a seguinte ordem de resolução:

- 1 - $A \otimes B$ (parênteses mais internos)
- 2 - $((A \otimes B) \otimes C)$ (parênteses mais externos)
- 3 - $((A \otimes B) \otimes C) \otimes A$ (operação fora dos parênteses).

O Quadro 3 mostra o resultado para essa fórmula. Veja que usamos proposições intermediárias para nomear os resultados. Primeiro obtemos P ($A \otimes B$) que é o resultado 1, depois usamos para obter Q ($P \otimes C$), que é o resultado 2, e por fim, o usamos para obter o resultado da fórmula, o qual também nomear, por exemplo R ($Q \otimes A$).

Bloco 1

		C	P
A	B	$A \vee B$	
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	F
F	F	F	F

Bloco 2

Q $P \rightarrow C$	R $Q \wedge A$
V	V
F	F
V	V
F	F
V	F
F	F
V	F
V	F

Quadro 3 | Tabela verdade para a fórmula $((A \wedge B) \rightarrow C) \wedge A$

Refletia

Por praxe – mas não obrigatoriamente – construímos a tabela verdade colocando nas colunas mais à esquerda as proposições, em seguida, as colunas com as fórmulas. Em uma fórmula do tipo $(A \wedge B) \rightarrow A$, precisamos primeiro obter o resultado de $A \wedge B$, para depois fazer a implicação. Quando o resultado de uma operação é usado para entrada em outra operação faz diferença a ordem das operações lógicas que serão consideradas? Em outras palavras, nessa operação $(A \wedge B) \rightarrow A$, obteremos o mesmo resultado se fizermos $A \rightarrow (A \wedge B)$?

Siga em Frente...

Uma dúvida que pode surgir é sobre como vamos aplicar todas essas operações e regras no universo da programação. A resposta é simples: vamos utilizar para construir uma sequência de instruções, chamada de algoritmo.

Um algoritmo é uma sequência de passos que soluciona algum problema de diversas áreas do mundo real. Mais precisamente, as operações lógicas são usadas em estruturas condicionais (ou estruturas de decisão) e têm o objetivo de realizar testes alterando o fluxo de execução de um programa, de acordo com a resposta obtida. Por exemplo, imagine que acabou de se mudar e esteja realizando a busca de um apartamento em um site de aluguel de imóveis. O site oferece uma interface na qual você clica nas opções que deseja, conforme ilustra a Figura 1.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Tipo de imóvel	Kitnet	Apartamento	Casa
Quantidade de dormitórios	1	2	3
Quantidade de banheiros	1	2	3
Quantidade de vagas na garagem	0	1	2

Figura 1 | Interface de site de busca de imóvel

Vamos fazer algumas simulações para avaliarmos a lógica por trás da nossa seleção.

Simulação 1: Selecionar Apartamento; 1 dormitório; 1 banheiro; sem vaga de garagem.

A expressão lógica que será construída com base nessa simulação é:

Apartamento E 1 quarto E 1 banheiro E sem garagem.

Serão exibidos na tela somente os imóveis que satisfazem todas essas alternativas; os demais serão ignorados, pois no algoritmo a instrução é composta pelo conector de conjunção.

Simulação 2: Selecionar Apartamento; 1, 2 dormitórios; 1, 2 banheiros; 0, 1 vaga de garagem.

Nesse caso a expressão lógica será: Apartamento E (1 quarto OU 2 quartos) E (1 banheiro OU 2 banheiros) E (0 OU 1 vaga de garagem).

Veja que nesse caso a expressão é mais complexa e envolve a resolução de parênteses internos. Como resultado da busca apareceriam tanto opções com 1 quanto com 2 quartos e banheiros e sem garagem ou com 1 vaga.

Todas essas opções devem estar implementadas no algoritmo por meio das estruturas condicionais.

Esse tipo de estrutura é amplamente usado em algoritmos computacionais. Quem nunca fez uma compra em um site? Ao finalizar a compra, o algoritmo faz uma conjunção dos itens que colocamos no carrinho de compras, para calcular o preço final.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Para finalizar nossa seção, vamos utilizar uma base com dados reais e, a partir de uma tabela verdade, veremos como classificar os registros. Os dados usados são de domínio público e estão disponíveis no Portal Brasileiro de Dados Abertos.

Trata-se de uma base com os preços de combustíveis em algumas cidades do Brasil no ano de 2019, segregados por estado, cidade, estabelecimento de revenda, produto, data da pesquisa, valor de venda, valor de compra e bandeira do posto, conforme amostra dos dados na Tabela 2.

Bloco 1

	Estado	Município	Revenda
1	DF	Brasília	Abritta Postos de Serviços Ltda.
2	DF	Brasília	Abritta Postos de Serviços Ltda.
3	RJ	Rio de Janeiro	3Posto Julio de Castilho Limitada.
4	DF	Brasília	Abritta Postos de Serviços Ltda.
5	RJ	Rio de Janeiro	3Posto Julio de Castilho Limitada.
6	DF	Brasília	Abritta Postos de Serviços Ltda.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

7	DF	Brasília	Abritta Postos de Serviços Ltda.
8	SC	Blumenau	Auto Posto 7 Ltda.
9	SC	Blumenau	Auto Posto 7 Ltda.

Bloco 2

Produto	Data da coleta	Valor de venda	Valor de compra
Diesel S10	23/01/2019	3,899	
Etanol	16/01/2019	3,299	2,9999
Gasolina	07/03/2019	5,096	4,305
Etanol	23/01/2019	4,299	3,6745
Etanol	03/01/2019	3,499	2,9711
Etanol	23/01/2019	3,197	2,9416

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Gasolina	08/01/2019	4,187	3,735
Diesel S10	02/01/2019	3,597	
Gasolina	12/02/2019	3,767	

Bloco 3

Bandeira
XX

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

xx
xx
xx
xx

Tabela 2 | Amostra dos dados de combustíveis automotivos

Dadas as seguintes proposições:

A: O município é Brasília.

B: O combustível é gasolina.

C: A bandeira é Petrobras.

Vamos construir a tabela verdade para a regra “Se a cidade não for Brasília e o combustível for gasolina então a bandeira é Petrobras.”. Em seguida, vamos fazer a conexão entre a lógica formal com a lógica computacional, mais especificamente com a lógica de programação, para avaliar a regra para cada um dos registros. O primeiro passo é traduzir a regra para uma fórmula lógica, o que nos resulta em $(\neg A \wedge B) \rightarrow C$. O resultado da tabela verdade para a fórmula está no Quadro 4. Veja que a primeira operação que fizemos foi a negação, que está dentro dos parênteses (segundo a ordem de precedência dos operadores), depois fizemos a conjunção e chamamos o resultado de R. Usamos esse resultado para fazer a implicação.

Bloco 1

A	B	C	$\leftarrow A$
V	V	V	F
V	V	F	F
V	F	V	F

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

Bloco 2

R	$R \rightarrow C$
$\neg A \wedge B$	
F	V
F	V
F	V
F	V
V	V
V	F
F	V
F	V

Lembrando que a tabela verdade nos permite avaliar a veracidade da expressão testando todas as combinações possíveis. Vamos interpretar alguns resultados do Quadro 4. Na linha 1, temos a seguinte expressão “Se é falso que a cidade não é Brasília e o combustível é gasolina, então a bandeira é Petrobras.”. Tal expressão tem como resultado V, que se deve à falsidade no antecedente, impossibilitando avaliar o resultado que, portanto, é tomado como verdadeiro. Na linha 2, a expressão é “Se é falso que a cidade não é Brasília e o combustível é gasolina, então é falso que a bandeira é Petrobras”. Dada a falsidade no antecedente e consequente, a expressão tem como resultado V. O único caso em que a implicação tem como resultado F, é quando o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso.

Os operadores lógicos são usados na lógica de programação para dizer se uma condição seja verdadeira ou falsa. Nesse exemplo, queremos criar uma lógica de programação para avaliar regra “Se a cidade não for Brasília e o combustível for gasolina então a bandeira é Petrobras.” Pois bem, o Quadro 5 apresenta o resultado da análise das proposições A e B para os registros do Quadro 5, bem como da conjunção $\neg A \wedge B$.

Bloco 1

	Município	Produto	$\neg A$
	A	B	
1	V	F	F
2	V	F	F
3	F	V	V
4	V	V	F

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

5	F	F	V
6	V	F	F
7	V	V	F
8	F	F	V
9	F	V	V

Bloco 2

Resultado
$\neg A \wedge B$
F
F
V
F
F
F
F
F
V

Dentro de um algoritmo computacional, o resultado da conjunção, dentro de uma estrutura condicional, pode ser usado para classificar a proposição C, pois se a condição for satisfeita (V) a proposição C também será. Na programação, o operador de implicação é feito por meio do comando se... então... No nosso exemplo podemos dizer se $\neg A$ B então C, ou seja, em que $\neg A$ B for V, C também será. Para matar um pouco da nossa vontade de começar a programar, veja no Quadro 6 como ficaria esse comando dentro de três importantes linguagens de programação.

Linguagem	Sintaxe
C	if(A!="BRASILIA"&&B=="GASOLINA") { printf("Petrobras"); }
Java	if(A!="BRASILIA"&&B=="GASOLINA") { System.out.println("Petrobras"); }
Python	if A!="BRASILIA" and B == "GASOLINA": print("Petrobras")

Quadro 6 | Estrutura condicional em linguagens de programação

Como você pode observar no Quadro 4.18, o comando se é escrito em inglês (if) e o então, nas linguagens C e Java é a chave ({) e em python é o dois pontos (:). Outro detalhe é a escrita da

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

conjunção; em C e Java é feito pelo `&&` e em python pelo comando `and`. Além desses conectivos lógicos, também foram usados operadores relacionais. A sintaxe `!=` significa “diferente” e a sintaxe `==` significa “igual”. Como você pode ver, a solução geral de um problema está na lógica, que não muda de uma linguagem para outra, o que muda é a sintaxe. Por isso, compreender os operadores lógicos é essencial para sua carreira. Não deixe de aprofundar seus estudos e lembre-se: quanto mais você treinar, mais desenvolverá sua lógica e sua capacidade analítica.

Vamos Exercitar?

Chegou o momento de resolvemos mais um desafio. Como funcionário na área de analytics de uma empresa de varejo. Você recebeu uma nova base de dados e precisa identificar os clientes que têm potencial de comprar na nova campanha. A regra para dizer se o cliente tem ou não potencial para comprar é dada pelas seguintes condições:

- Não importa o gênero (pode ser feminino ou masculino).
- Ele ou ela deve ter idade entre 30 e 45 anos.
- Ele ou ela deve ter feito acima de 10 compras.
- Ele ou ela deve ter um ticket médio acima de R\$ 50,00. A primeira parte do desafio consiste em escrever uma fórmula que traduza essas regras e, então classificar o resultado da fórmula para cada registro da base de dados.

Primeiro ponto importante para montar a fórmula é entender que todas as condições precisam ser satisfeitas, ou seja, estamos diante de conjunções. Como não importa o gênero – pode ser F ou M –, usaremos a disjunção. Agora é montar essa disjunção com as várias conjunções, utilizando os parênteses para indicar a ordem da valoração. Vamos começar escrevendo os itens já em fórmulas:

- (feminino OU masculino).
- (idade ≥ 30 E idade ≤ 45).
- (compra ≥ 10). • (ticket médio ≥ 50).

Agora é só juntar os itens com a conjunção:

(feminino OU masculino) E (idade ≥ 30 E idade ≤ 45) E (compra ≥ 10) E (ticket médio ≥ 50). Veja que temos conectores que não são tão evidentes, como no caso da idade, em que precisamos usar a conjunção para delimitar a idade procurada. Agora vamos avaliar a fórmula para os dados. Observe os resultados na coluna “cliente_potencial” na Tabela 3.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Vamos analisar juntos alguns registros. Na linha 1, o gênero, a idade e o valor da última compra são satisfeitos, porém, o total de compras e o ticket médio não são, o que resulta em falso para a coluna que indica se o cliente é ou não potencial. Já na linha 4, todos os itens são atendidos, logo o cliente é classificado como V, ou seja, é um cliente com potencial de compra na campanha.

Bloco 1

codigo_cli	nome_cli	genero_cli	idade_cli
53682	Karly Dillon	F	40
58246	Channing Vazquez	M	49
27022	Adria Key	F	47
82075	Ella Nelson	F	34
90657	Arden Battle	M	48
80330	Brittany Ramirez	F	38
53989	Moses Graham	M	42
61370	Jin Fuller	M	49
41807	Phelan Blair	M	46
94269	Porter West	M	22
56516	Zena Skinner	F	54
38904	Teagan Rios	M	34

Bloco 2

valor_compra	total_compras	Ticket_medio	cliente_potencial
74,84	5	45,00	F
98,04	20	200,00	F
65,93	12	34,00	F
94,01	16	150,00	V
21,73	4	23,00	F
42,23	1	42,23	F
37,20	29	45,00	F
65,60	35	123,00	V
77,40	23	95,00	V
67,19	6	35,00	F
73,98	15	60,00	F
61,57	17	71,00	V

Bloco 3

cupom_10	cupom_5
?	?

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

?	?
?	?
?	?
?	?
?	?
?	?
?	?
?	?
?	?
?	?
?	?

Tabela 3 | Resultado da valoração da fórmula

Agora que já sabemos quais clientes têm potencial para comprar, vamos ao próximo passo: marcar o cupom de desconto. Devemos escrever uma nova fórmula que traduza “Se o cliente tem potencial de compra, então ele deve ganhar um cupom com 10% de desconto”. Vamos chamar de P a proposição “o cliente tem potencial de compra” e R a proposição “Ganhar um cupom com 10% de desconto”. Então a fórmula pode ser escrita como $P \rightarrow R$. Na lógica de programação, a implicação é utilizada em estruturas condicionais do tipo se... então... E como resultado temos que se P for verdadeira então R acontecerá.

Também foi dado a você o desafio de escrever a fórmula que traduza “Se é falso que o cliente tem potencial de compra, então ele deve ganhar um cupom com 5% de desconto”. Considerando a proposição P anterior e a proposição S como “Ganhar um cupom com 5% de desconto”, obtemos a fórmula $\neg P \rightarrow S$. Agora já podemos finalizar o relatório completando as colunas que indicam a qual cupom o cliente tem direito. Veja na Tabela 4 o resultado completo. Vamos analisar a linha 1. Temos que o cliente não é potencial, ou seja, $\neg P$ é uma verdade nesse caso, logo S acontecerá.

Bloco 1

codigo_cli	nome_cli	genero_cli	idade_cli
53682	Karly Dillon	F	40
58246	Channing Vazquez	M	49
27022	Adria Key	F	47
82075	Ella Nelson	F	34
90657	Arden Battle	M	48
80330	Brittany Ramirez	F	38
53989	Moses Graham	M	42
61370	Jin Fuller	M	49
41807	Phelan Blair	M	46

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

94269	Porter West	M	22
56516	Zena Skinner	F	54
38904	Teagan Rios	M	34

Bloco 2

valor_compra	total_compras	Ticket_medio	cliente_potencial
74,84	5	45,00	F
98,04	20	200,00	F
65,93	12	34,00	F
94,01	16	150,00	V
21,73	4	23,00	F
42,23	1	42,23	F
37,20	29	45,00	F
65,60	35	123,00	V
77,40	23	95,00	V
67,19	6	35,00	F
73,98	15	60,00	F
61,57	17	71,00	V

Bloco 3

cupom_10	cupom_5
F	V
F	V
F	V
V	F
F	V
F	V
F	V
V	F
V	F
F	V
F	V
V	F

Tabela 4 | Relatório final

Com esses resultados finalizamos nosso desafio, contribuindo com êxito com a área de marketing da empresa. Esperamos que venham novos desafios!

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Saiba mais

Aplicações da tabela verdade são fundamentais para a compreensão da disciplina Lógica e Matemática Computacional. A seguir, algumas indicações para um estudo profundo sobre o tema.

1. BISPO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à Lógica Matemática**. Cengage Learning Brasil, 2017. O capítulo 2 deste livro aborda os tópicos referentes: (1) à Tabela Verdade, (2) aos Exercícios.
2. QUILELLI, P. **Raciocínio lógico matemático para concursos**. 3. ed. Editora Saraiva, 2015. O capítulo 2 aborda os tópicos relacionados à tabela verdade.

Referências

BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática**. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

FAJARDO, R. **Lógica matemática**. 1. ed. São Paulo: Edusp, 2017.

MUNDIM, R. P. A Lógica Formal – princípios elementares. **Revista Economia & Gestão**, Belo Horizonte, v. 2, n. 3, jan./jun. 2002.

SANTOS, M. da S. dos *et al.* **Lógica computacional**. Grupo A, 2021.

Aula 5

Tabela Verdade

Videoaula de Encerramento



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Estudante, esta videoaula foi preparada especialmente para você. Nela, você irá aprender conteúdos importantes para a sua formação profissional. Vamos assisti-la? Bons estudos! [Clique aqui](#) para acessar os slides da sua videoaula.

Ponto de Chegada

Olá, estudante! Para desenvolver a competência desta Unidade, que está relacionado à Tabela verdade, você deverá primeiramente conhecer os conceitos fundamentos sobre: Tabela verdade, Lei de Morgan, Disjunção, Negação, conectores (AND e OR), implicação lógica, tautologia, bicondicional e por fim regras de precedência.

Bom, então vamos lá.

Tabela Verdade

A tabela verdade é uma representação sistemática de todas as combinações possíveis de valores de verdade para proposições em uma expressão lógica. Ela demonstra de maneira abrangente os resultados da expressão para todas as situações.

Lei de Morgan

A Lei de Morgan é um princípio fundamental na lógica proposicional que descreve como a negação de uma conjunção (E) é equivalente à disjunção (OU) das negações das proposições individuais, e vice-versa. Em termos simples, é uma regra que relaciona negações e operadores lógicos.

Disjunção

A disjunção é um operador lógico representado por "OU." Em uma expressão disjuntiva, se pelo menos uma das proposições é verdadeira, a expressão como um todo é verdadeira. Caso contrário, a expressão é falsa.

Negação

A negação é um operador lógico representado por " \neg " (não). Ele inverte o valor de verdade de uma proposição: se a proposição é verdadeira, a negação torna-se falsa, e vice-versa.

Estas definições fornecem uma visão sucinta dos conceitos de tabela verdade, Lei de Morgan, disjunção e negação na lógica proposicional.

Conector "AND" (E)

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

O conector "AND" é um operador lógico que denota a conjunção de duas proposições. Em uma expressão

$A \wedge B$, a sentença é verdadeira apenas se ambas as proposições A e B forem verdadeiras.

Conecotor "OR" (OU)

O conector "OR" é um operador lógico que denota a disjunção de duas proposições. Em uma expressão $A \vee B$, a sentença é verdadeira se pelo menos uma das proposições A ou B for verdadeira.

Negação ("NOT")

A negação é um operador lógico unário que inverte o valor de verdade de uma proposição. Em uma expressão $\neg A$, se A é verdadeiro, a negação é falsa, e vice-versa.

Negação "AND" ("NOT AND")

A negação "AND" é uma combinação da negação e do conector "AND". Em uma expressão $\neg(A \wedge B)$, a sentença é verdadeira quando pelo menos uma das proposições A ou B for falsa.

Negação "OR" ("NOT OR")

A negação "OR" é uma combinação da negação e do conector "OR". Em uma expressão $\neg(A \vee B)$, a sentença é verdadeira apenas quando ambas as proposições A e B são falsas.

Implicação Lógica

A implicação lógica, representada por " $A \rightarrow B$ ", indica que se a proposição A for verdadeira, então a proposição B também o é. Se A for falsa, a implicação é automaticamente verdadeira. Apenas quando A é verdadeira e B é falsa é que a implicação é falsa. Essa estrutura condicional é fundamental em lógica matemática e raciocínio condicional.

Tabela verdade para condicional

A tabela verdade para a condicional (implicação) " $A \rightarrow B$ " revela que, se A for verdadeiro e B for verdadeiro, a condicional é verdadeira. Se A for verdadeiro e B for falso, a condicional é falsa. Quando A é falso, a condicional é sempre verdadeira, independentemente de B. Essa tabela esquematiza as relações lógicas entre A e B em contextos condicionais.

Tautologia

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Uma tautologia é uma proposição lógica sempre verdadeira, independentemente dos valores de verdade das variáveis envolvidas. Em uma tabela verdade, todas as linhas apresentam resultado "verdadeiro". Exemplo: "A ou não A" é uma tautologia, pois a afirmação "A ou não A" é verdadeira em todas as situações, já que A ou não A sempre é verdadeiro. Tautologias são fundamentais na lógica matemática e têm aplicações em raciocínio lógico e teoria dos conjuntos.

Bicondicional

O operador bicondicional, representado por " $A \Leftrightarrow B$ ", é uma afirmação lógica que é verdadeira quando ambas as proposições A e B têm o mesmo valor de verdade, seja verdadeira ou falsa. Em uma tabela verdade para o bicondicional, as únicas situações em que a expressão é verdadeira são quando A e B têm ambos os valores verdadeiros ou ambos os valores falsos. Se há uma disparidade nos valores de verdade entre A e B, o bicondicional é falso. Em resumo, o bicondicional expressa a equivalência lógica entre duas proposições.

Regras de Precedência

As regras de precedência em lógica estabelecem a ordem de avaliação dos operadores lógicos em expressões. Geralmente, a negação (\neg) tem a mais alta precedência, seguida pela conjunção (\wedge), disjunção (\vee), condicional (\rightarrow), e bicondicional (\Leftrightarrow). Parênteses podem ser usados para alterar a ordem padrão de avaliação.

É Hora de Praticar!



Este conteúdo é um vídeo!

Para assistir este conteúdo é necessário que você acesse o AVA pelo computador ou pelo aplicativo. Você pode baixar os vídeos direto no aplicativo para assistir mesmo sem conexão à internet.

Suponha que uma empresa de TI está conduzindo um teste para avaliar a qualificação dos candidatos. Eles têm dois critérios principais: habilidades de programação (A) e habilidades de comunicação (B). A empresa decidiu que um candidato é qualificado (Q) se tiver habilidades de programação e boas habilidades de comunicação, ou se não tiver habilidades de programação, mas ainda tiver habilidades de comunicação.

Definição das Variáveis:

- A: Habilidades de programação.
- B: Habilidades de comunicação.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

- Q: Qualificação

A expressão lógica para a qualificação (Q) pode ser escrita como:

$$Q = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B)$$

Análise da Expressão Lógica:

- $(A \wedge B)$: Representa a condição em que um candidato possui habilidades tanto em programação quanto em comunicação.
- $(\neg A \wedge B)$: Representa a condição em que um candidato não possui habilidades de programação ($\neg A$), mas possui habilidades de comunicação.
- $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B)$: Representa a condição geral de qualificação, em que um candidato será qualificado se atender a uma das condições acima.

Com base no que foi exposto, como podemos expressar essa condição usando uma expressão lógica? Além disso, qual seria o resultado dessa expressão para diferentes combinações de habilidades de programação e comunicação?"

- Como a ordem de precedência dos operadores lógicos (\neg , \wedge , \vee) afeta a avaliação de expressões? Cite exemplos de como o uso de parênteses muda essa ordem e influencia o resultado?
- O que é uma tautologia em lógica? Cite exemplos práticos?
- O que caracteriza uma tautologia em lógica proposicional? Além disso, como o operador bicondicional (\Leftrightarrow) opera na relação entre duas proposições, e qual é a sua representação em termos de tabela verdade?

O teste de qualificação, baseado nessa lógica, destina-se a identificar candidatos que possuam habilidades em programação e/ou comunicação, refletindo os critérios específicos da empresa de TI para a posição em questão. O entendimento da expressão lógica e a interpretação da tabela verdade são essenciais para analisar a adequação dos candidatos à empresa.

Neste contexto, temos a seguinte expressão Lógica para Qualificação:

$$Q = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B)$$

Para resolver esta expressão, dividiremos o processo em três etapas. Para cada uma delas, será elaborada uma Tabela Verdade para melhor ilustração.

- **Etapa 1:** Tabela verdade para $(A \wedge B)$:

A	B	$(A \wedge B)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

- **Etapa 2:** Tabela verdade para $(\neg A \wedge B)$:

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

A	B	$\neg A$	$(\neg A \wedge B)$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

- **Etapa 3:** Tabela verdade para $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B)$:

A	B	$(A \wedge B)$	$(\neg A \wedge B)$	$(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B)$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	F	V	V
F	F	F	F	F

Por fim, este exemplo prático ilustra como a lógica, a tabela verdade e a interpretação são aplicadas em um contexto de teste para seleção de candidatos em uma empresa de TI, levando em consideração diferentes combinações de habilidades.

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

TABELA VERDADE

FUNDAMENTOS DA TABELA VERDADE

DEFINIÇÃO: verdade é uma representação tabular que mostra todas as combinações possíveis de valores de verdade para proposições em lógica booleana, indicando os resultados das operações lógicas.

LEI DE MORGAN: é um conjunto de regras em lógica booleana que descreve como negar uma conjunção (E) ou uma disjunção (OU) ao inverter as proposições e trocar o operador, facilitando a simplificação de expressões lógicas.

DISJUNÇÃO: é uma operação lógica que retorna verdadeiro (1) quando pelo menos uma das proposições é verdadeira, e falso (0) apenas quando ambas são falsas.

NEGAÇÃO: é uma operação lógica que inverte o valor de verdade de uma proposição, transformando verdadeiro (1) em falso (0) e vice-versa.

CONSTRUÇÃO DA TABELA VERDADE

O conector "AND": representa a conjunção lógica, retornando verdadeiro apenas quando ambas as proposições são verdadeiras.

O conector "OR": representa a disjunção, sendo verdadeiro se pelo menos uma das proposições é verdadeira.

A negação: inverte o valor de verdade de uma proposição. A negação com "AND" é verdadeira quando pelo menos uma das proposições é falsa.

A negação com "OR": é verdadeira apenas quando ambas as proposições são falsas. Esses conceitos são fundamentais na lógica booleana, usados em programação e raciocínio lógico.

RESULTADOS DA TABELA VERDADE

Implicação lógica: representa a relação "se... então", onde a proposição antecedente condiciona a proposição consequente. A tabela verdade para a implicação mostra que a sentença é falsa apenas quando a antecedente é verdadeira e a consequente é falsa.

Tautologia: é uma expressão lógica sempre verdadeira, enquanto o bicondicional é verdadeiro quando ambas as proposições são verdadeiras ou ambas são falsas, mostrando uma equivalência bidirecional. Esses conceitos são essenciais na análise de argumentos e na construção de expressões lógicas.

APLICAÇÕES DA TABELA VERDADE

Uma tabela verdade para proposições intermediárias inclui múltiplas proposições interligadas por operadores lógicos, mostrando todas as combinações possíveis de valores de verdade.

A precedência determina a ordem de avaliação de operadores lógicos, onde alguns têm prioridade sobre outros.

O uso de parênteses na precedência com parenteses permite controlar a ordem de avaliação, modificando a lógica padrão para garantir resultados desejados. Esses elementos são cruciais na análise e compreensão de expressões lógicas mais complexas.

Figura 1 | Tabela verdade

LÓGICA E MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

- BISPO FILHO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática.** São Paulo: Cengage Learning, 2017.
- FAJARDO, R. **Lógica matemática.** 1. ed. São Paulo: Edusp, 2017.
- MUNDIM, R. P. A Lógica Formal – princípios elementares. **Revista Economia & Gestão**, Belo Horizonte, v. 2, n. 3, jan./jun. 2002.
- SANTOS, M. da S. dos *et al.* **Lógica computacional.** Grupo A, 2021.