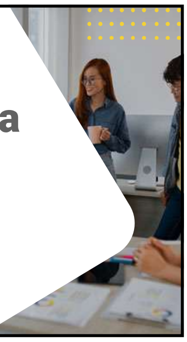
Lógica e Matemática computacional

Unidade 01: Explorando a lógica matemática
Aula04: Combinações

Prof. Ms. Romulo de Almeida Neves



Sumário

01

Introdução

Definição/Fórmula

Combinações

- Calcula o número de maneiras diferentes de escolher um subconjunto de elementos de um conjunto maior, onde a ordem dos elementos não importa.
- Concentram em selecionar grupos de elementos sem considerar a ordem em que esses elementos são escolhidos.

Fórmula

- "n" é o número total de elementos no conjunto original.
- "k" é o número de elementos que você deseja escolher para formar o subconjunto.

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

02

Passo a Passo

Passo a passo para calcular uma combinação simples

Exemplo 01

- Calcule todas as combinações possíveis de 10 elementos tomados de 4 em 4.

Resolução Exemplo 01

- Identificar o valor de n e de k e substituir na fórmula. No caso temos n = 10 e k = 4.

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$
$$C_4^{10} = \frac{10!}{4!(10-4)!}$$
$$C_4^{10} = \frac{10!}{4!6!}$$

Primeiro Passo

$$C_4^{10} = \frac{10!}{4!6!}$$
$$C_4^{10} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{4!6!}$$
$$C_4^{10} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4!}$$

Segundo Passo

$$C_4^{10} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4!}$$
$$C_4^{10} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4!}$$
$$C_4^{10} = \frac{5040}{24}$$
$$C_4^{10} = 210$$

Terceiro Passo

Exemplo 02

- Uma pizzaria oferece 10 opções em seu cardápio. Eles possuem um tamanho especial chamado pizza gigante, onde o cliente pode dividir a pizza em quatro partes, escolhendo sabores diferentes. De quantos modos uma pizza gigante pode ser formada, escolhendo 4 sabores diferentes entre as dez opções do cardápio?

Resolução Exemplo 02

$$C_p^n = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$
$$C_4^{10} = \frac{10!}{4!(10-4)!}$$
$$C_4^{10} = \frac{10!}{4!\,6!} = \frac{10.9.8.7.\cancel{6!}}{4.3.2.1.\cancel{6!}}$$
$$C_4^{10} = \frac{5040}{24} = \mathbf{210}$$

Exemplo 03

- Um trio deve ser formado por um gerente, um supervisor e um operador. De quantos modos diferentes este trio pode ser formado se há 10 pessoas disponíveis para ocuparem estes cargos?

Resolução Exemplo 03

$$A_p^n = \frac{n!}{(n-p)!} =$$
$$A_p^n = \frac{10!}{(10-3)!} =$$
$$A_p^n = \frac{10!}{(10-3)!} =$$
$$A_p^n = \frac{10!}{7!} = \frac{10.9.8.\cancel{7!}}{\cancel{7!}} = \mathbf{720}$$

03

Diferenças

Diferenças entre Combinações, Arranjos e Permutações

Diferenças

- Caso a ordem dos elementos no subconjunto formado não seja relevante, onde ordenamentos diferentes produzem o mesmo resultado, utilizamos combinação.
- Nas situações em que o ordenamento é relevante, produzindo resultados diferentes, utilizamos arranjo ou permutação.

Diferenças

- **Permutação**: Nas permutações, o número de elementos é igual ao número de posições disponíveis.
- Vejamos o exemplo a seguir: Quantos modos distintos 5 pessoas podem ocupar 5 assentos diferentes?
- Neste caso, o número de elementos (5) é igual ao número de posições (5). Portanto, "ABCDE" é diferente de "EBCDA", resultando em P5 = 5! = 120 maneiras distintas.

Diferenças

- **Arranjo**: Nos arranjos, o número de elementos é maior do que o número de posições disponíveis.
- Considere o exemplo a seguir: Quantos modos distintos 10 pessoas podem ocupar 3 assentos?
- Observe que o número de elementos é 10, e o número de posições é 3. Portanto, aplicamos a fórmula de arranjo

$$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$\downarrow$$

$$A_{nk} = \frac{10!}{(10-3)!}$$

$$A_{nk} = \frac{10x9x8x7!}{7!}$$

$$A_{nk} = 10x9x8 = 720$$

Diferenças

- **Combinações:** se concentram na seleção de elementos sem levar em consideração a ordem em que são selecionados.
- A ordem dos elementos não importa. Duas combinações com os mesmos elementos são consideradas iguais, independentemente da ordem.
- Quantos trios podemos formar de 5 pessoas diferentes?

Diferenças

- ABC = CBA (Não)
- Por exemplo, a diretora solicitou que a professora realizasse a escolha de trios de alunos para realizarem uma apresentação.
- Neste caso, tem que ser trios de alunos diferentes e não iguais.

$$C_{n,p} = \frac{5!}{3!(5-3)!}$$

$$C_{nk} = \frac{5x4x3!}{3!(5-3)!}$$

$$C_{nk} = \frac{5x4}{2!}$$

$$C_{nk} = 10$$

Diferenças

- **Permutações** consideram a ordem dos elementos,
- **Combinações** não consideram a ordem e tratam elementos idênticos como iguais, enquanto arranjos lidam com a ordem e permitem repetições.
- Cada um desses conceitos é útil em diferentes contextos e problemas de contagem, dependendo das restrições e requisitos específicos do problema em questão

Diferenças