

# Linguagens Formais e Autômatos

Resumo da Primeira Semana de Aulas - 2011.1

<b>Alfabeto</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>É um <b>conjunto</b> finito de símbolos.</li> <li>Pode ser vazio.</li> <li>Símbolo: Entidade básica sem definição formal.</li> <li>Exemplos: Letras, dígitos, ícones, etc.</li> </ul>	<p>Notação: <math>\Sigma</math> (sigma)</p> <p>Exemplos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\Sigma = \{a, b\}</math></li> <li><math>\Sigma = \{0, 1\}</math></li> <li><math>\Sigma = \{+, *, \&amp;, \\$, @\}</math></li> </ul>
<b>Palavra</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sequencia finita de símbolos justapostos.</li> <li>Palavra vazia: <math>\epsilon</math> (épsilon)</li> <li>Conjunto de todas as palavras sobre <math>\Sigma</math>: <math>\Sigma^*</math></li> <li><math>\Sigma^+ = \Sigma^* - \{\epsilon\}</math></li> </ul>	<p>Exemplos de palavras sobre <math>\Sigma = \{a, b\}</math>: <math>\epsilon, a, b, aa, ab, \dots</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Tamanho de uma palavra: <math> w </math></li> <li><math> abba  = 4</math></li> <li><math> \epsilon  = 0</math></li> </ul>
<b>Prefixo, Sufixo e Subpalavra</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Prefixo</b>: sequencia <b>inicial</b> de símbolos da palavra.</li> <li><b>Sufixo</b>: sequencia <b>final</b> de símbolos da palavra.</li> <li><b>Subpalavra</b>: sequencia <b>contígua</b> de símbolos da palavra.</li> </ul>	<p>Exemplo: seja a palavra <math>w = \text{aaba}</math></p> <p>Prefixos: <math>\epsilon, a, aa, aab, aaba</math></p> <p>Sufixos: <math>\epsilon, a, ba, aba, aaba</math></p> <p>Subpalavras: <math>\epsilon, a, b, aa, ab, ba, aab, aba, aaba</math></p>
<b>Linguagem Formal</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>É um <b>conjunto de palavras</b> sobre um alfabeto.</li> <li>Exemplos: <math>\{\}, \{\epsilon\}, \{a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, \dots\}</math>.</li> </ul>	<p>Aplicações: Modelos dinâmicos, processos de automação, provadores de teoremas, interpretadores, compiladores, lógica temporal, automação, robótica, prototipação, etc.</p>
<b>Concatenação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Operação binária, <b>sem representação</b>.</li> <li>É a justaposição de duas ou mais palavras, produzindo uma terceira que é formada pelos símbolos da primeira, na ordem em que ocorrem, seguidos pelos símbolos da segunda, também na ordem em que ocorrem e assim sucessivamente.</li> </ul>	<p>Exemplo:</p> <p>Se <math>v = aa</math> e <math>w = ba</math> então:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>x = vw = aaba</math></li> <li><math>y = wv = baaa</math></li> <li>Logo a concatenação <b>não é comutativa</b></li> <li><b>Associatividade</b>: <math>v(wt) = (vw)t</math></li> <li><b>Elemento Neutro</b>: <math>\epsilon w = w = w\epsilon</math>.</li> </ul>
<b>Concatenação Sucessiva</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Concatenação de uma palavra repetidas vezes com ela mesma.</li> <li>Notação: <math>w^n</math>, onde <math>n \geq 0</math> é o número de vezes que a palavra é repetida.</li> </ul>	<p>Exemplos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>w^3 = www</math>.</li> <li><math>w^1 = w</math>.</li> <li><math>w^0 = \epsilon</math>, para <math>w \neq \epsilon</math>.</li> </ul>
<b>Gramática</b>	<p>Uma gramática é uma quádrupla, <math>G=(V, T, P, S)</math>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>V</math> é um conjunto de <b>variáveis</b> ou <i>não terminais</i>.</li> <li><math>T</math> é um conjunto de símbolos <b>terminais</b>, disjundo de <math>V</math>.</li> <li><math>P</math> é um conjunto finito de <b>regras de produção</b>.</li> <li><math>S</math> é um elemento de <math>V</math> denominado <b>variável inicial</b>.</li> </ul>	<p>Exemplo:</p> $G = (V = \{S, X\}, \\ T = \{a, b\}, \\ P = \{S \rightarrow a \mid aX, \\ X \rightarrow b \mid bX\}, \\ S).$
<b>Regras de Produção</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>São <b>pares</b> do tipo <math>(a, b)</math>, representados por <math>a \rightarrow b</math>, onde <math>a \in (V \cup T)^+</math> e <math>b \in (V \cup T)^*</math>.</li> <li>Definem as condições de geração das palavras da linguagem.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Abreviação: <math>a \rightarrow b_1, a \rightarrow b_2, \dots, a \rightarrow b_n</math> por <math>a \rightarrow b_1 \mid b_2 \mid \dots \mid b_n</math>.</li> <li>A aplicação de uma produção chama-se uma <b>derivação</b>.</li> </ul>
<b>Derivação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Seja <math>G=(V,T,P,S)</math> uma gramática. Uma <b>derivação</b> é um par da relação denotada por <math>\Rightarrow</math>, com domínio em <math>(V \cup T)^+</math> e contradomínio em <math>(V \cup T)^*</math>.</li> <li>Um par <math>(a,b)</math> da relação é denotado de forma <b>infixa</b>: <math>a \Rightarrow b</math>.</li> </ul>	<p><b>Sequencia de Derivação</b></p> <p>Seja <math>G=(V,T,P,S)=(\{S,X\},\{a,b\},\{S \rightarrow aS \mid X, X \rightarrow ba \mid X\},S)</math>.</p> <p>Uma <b>sequencia de derivação</b> para produzir a palavra "aaba" nesta gramática é: <math>S \Rightarrow aS \Rightarrow aaS \Rightarrow aaX \Rightarrow aaba</math></p>
<b>Linguagem Gerada</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Seja <math>G = (V, T, P, S)</math> uma gramática.</li> <li>A <b>linguagem gerada</b> pela gramática <math>G</math>, denotada por <math>L(G)</math> ou <math>GERA(G)</math>, é composta por todas as palavras formadas por símbolos terminais deriváveis a partir do símbolo inicial <math>S</math>.</li> <li><math>L(G) = \{w \in T^* \mid S \Rightarrow^+ w\}</math>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>A gramática que gera o conjunto dos números naturais:</li> <li><math>G=(V,T,P,S)=(\{S,D\},\{0,1,\dots,9\},\{S \rightarrow D \mid DS, D \rightarrow 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9\}, S)</math>.</li> <li>Por exemplo, gerar 593:</li> <math display="block">S \Rightarrow DS \Rightarrow 5S \Rightarrow 5DS \Rightarrow 59S \Rightarrow 59D \Rightarrow 593</math> <li>Duas gramáticas são <b>equivalentes</b>, se e somente se geram a mesma linguagem</li> </ul>