

INE5602 – Introdução à Informática

Modelos abstratos e computabilidade

Aula 2: Máquinas de estados

Prof. Laércio Lima Pilla

laercio.pilla@ufsc.br



Sumário

- Máquinas de estados
- Formalização
- Exemplos
- Considerações finais

MÁQUINAS DE ESTADOS

Máquinas de estados

- **Programa**
 - Conjunto estruturado de instruções
- **Máquina**
 - Dá significado aos identificadores das operações e testes

Máquinas de estados

- **Máquina de estados finitos**

- Outros nomes

- Autômato de estados finitos
 - *Finite-state machines* (FSM)

- Uma FSM: Programa para uma máquina

- Usos

- Modelagem de problemas
 - Design de circuitos
 - Design de protocolos
 - Parsing/análise de linguagens

Máquinas de estados

- **Exemplo**

- **Semáforo**

- Saída: um sinal para cada lâmpada (**verde**, **amarelo**, **vermelho**)

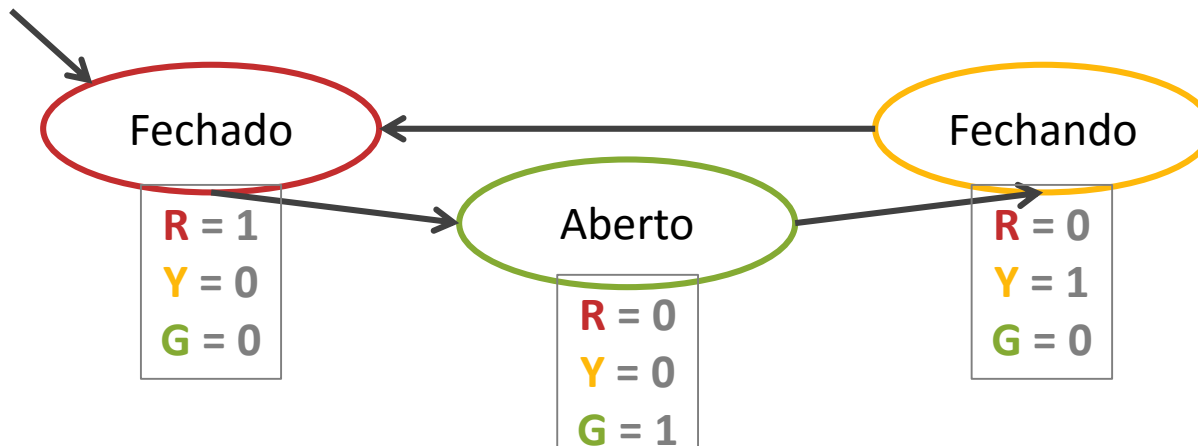


Máquinas de estados

- **Exemplo**

- **Semáforo**

- Saída: um sinal para cada lâmpada (**verde**, **amarelo**, **vermelho**)
 - Ligado (1) ou desligado (0)

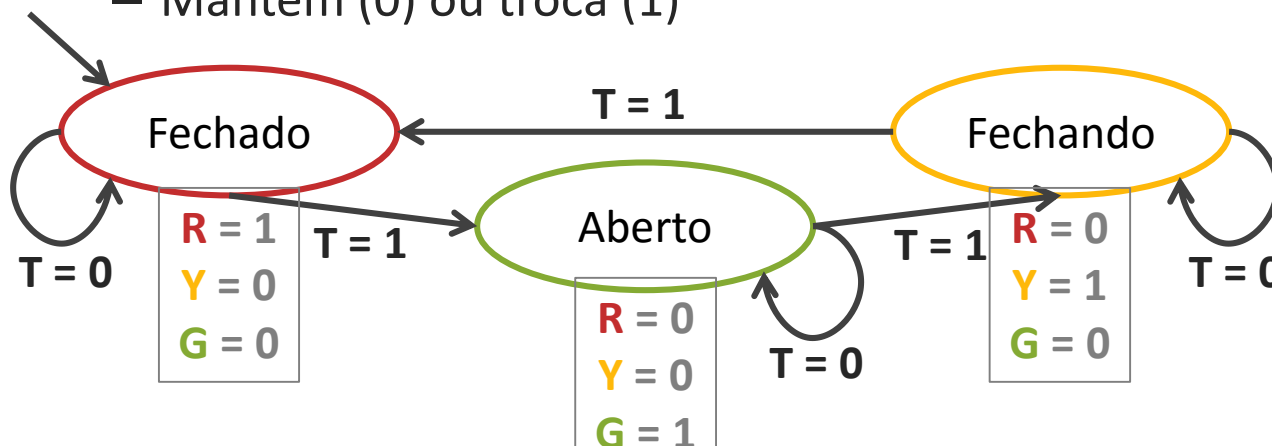


Máquinas de estados

- Exemplo

- Semáforo

- Saída: um sinal para cada lâmpada (**verde**, **amarelo**, **vermelho**)
 - Ligado (1) ou desligado (0)
 - Entrada: temporizador que avisa quando trocar de estado (**relógio**)
 - Mantém (0) ou troca (1)



Máquinas de estados

- **Exemplo**

- **Semáforo**

- Saída: um sinal para cada lâmpada (**verde**, **amarelo**, **vermelho**)
 - Ligado (1) ou desligado (0)
 - Entrada: temporizador que avisa quando trocar de estado (**relógio**)
 - Mantém (0) ou troca (1)

Estado	R	Y	G	T=0	T=1
Fechado	1	0	0	Fechado	Aberto
Aberto	0	0	1	Aberto	Fechando
Fechando	0	1	0	Fechando	Fechado

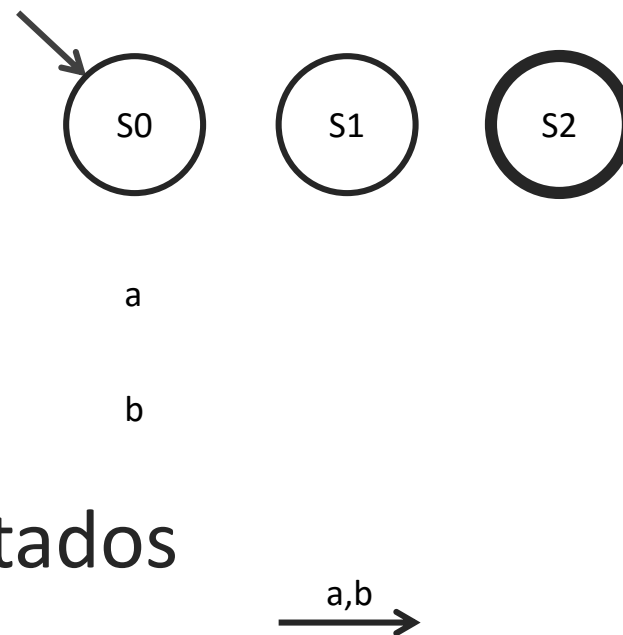
Máquinas de estados

- **O que tem uma máquina de estados?**
 - Estados
 - Entradas
 - Saídas
 - Algo que guie a transição entre estados
 - Estado inicial
 - Estados finais

FORMALIZAÇÃO

Formalização

- Descrição de uma máquina de estados
 - Conjunto de **estados**
 - Estado inicial
 - Estado final (ou não)
 - **Alfabeto** de entrada
 - Alfabeto de saída
 - **Função** de transição de estados
 - Função de saída



Formalização

- Descrição formal
 - 6-upla $(\Sigma, \Gamma, S, s_0, \delta, \omega)$
 - Σ : alfabeto de entrada
 - Γ : alfabeto de saída
 - S : conjunto de estados
 - s_0 : estado inicial ($s_0 \in S$)
 - δ : função de transição de estados $\delta: S \times \Sigma \rightarrow S$
 - ω : função de saída
 - Funções podem ser parciais
 - Pode não possuir alguns itens

Formalização

- Duas formas para ω
 - Modelo de Mealy
 - Saída depende do estado e da entrada
 - $\omega: S \times \Sigma \rightarrow \Gamma$
 - Modelo de Moore
 - Saída depende apenas do estado
 - $\omega: S \rightarrow \Gamma$

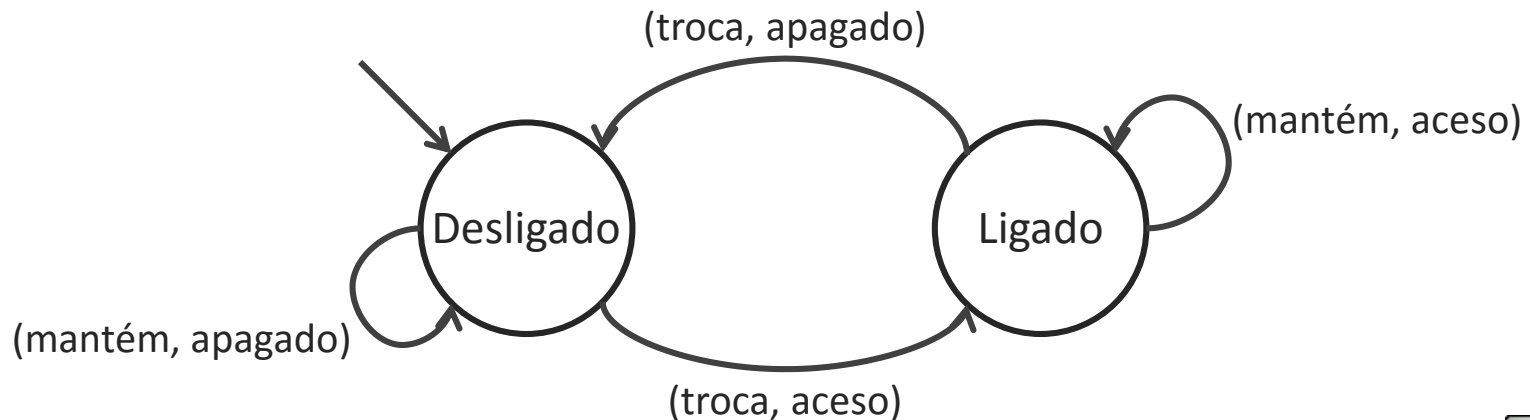
Formalização

- Descrição formal*
 - 7-upla $(\Sigma, \Gamma, S, s_0, \mathbf{F}, \delta, \omega)$
 - Σ : alfabeto de entrada
 - Γ : alfabeto de saída
 - S : conjunto de estados
 - s_0 : estado inicial ($s_0 \in S$)
 - δ : função de transição de estados $\delta: S \times \Sigma \rightarrow S$
 - ω : função de saída
 - Funções podem ser parciais
 - Pode não possuir alguns itens
 - \mathbf{F} : conjunto de estados finais/de aceitação

EXEMPLOS

Exemplos

- Botão de ligar/desligar a luz
 - Σ : {mantém, troca}
 - Γ : {apagado, aceso}
 - S : {Desligado, Ligado}
 - s_0 : Desligado
 - δ, ω

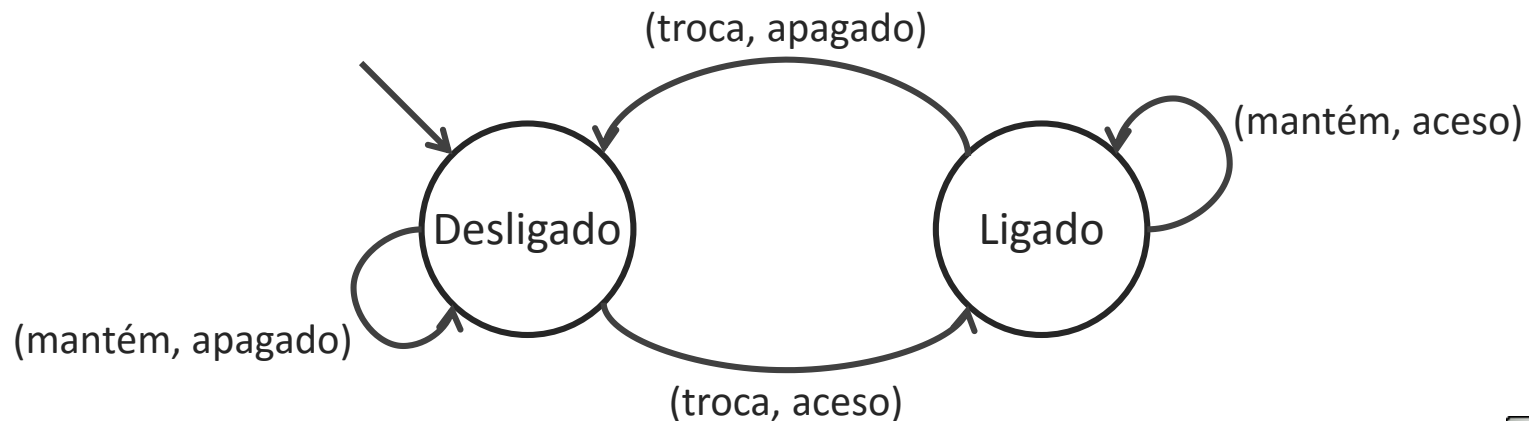


Exemplos

- Botão de ligar/desligar a luz

– δ :

- Desligado, mantém \rightarrow Desligado
- Desligado, troca \rightarrow Ligado
- Ligado, mantém \rightarrow Ligado
- Ligado, troca \rightarrow Desligado

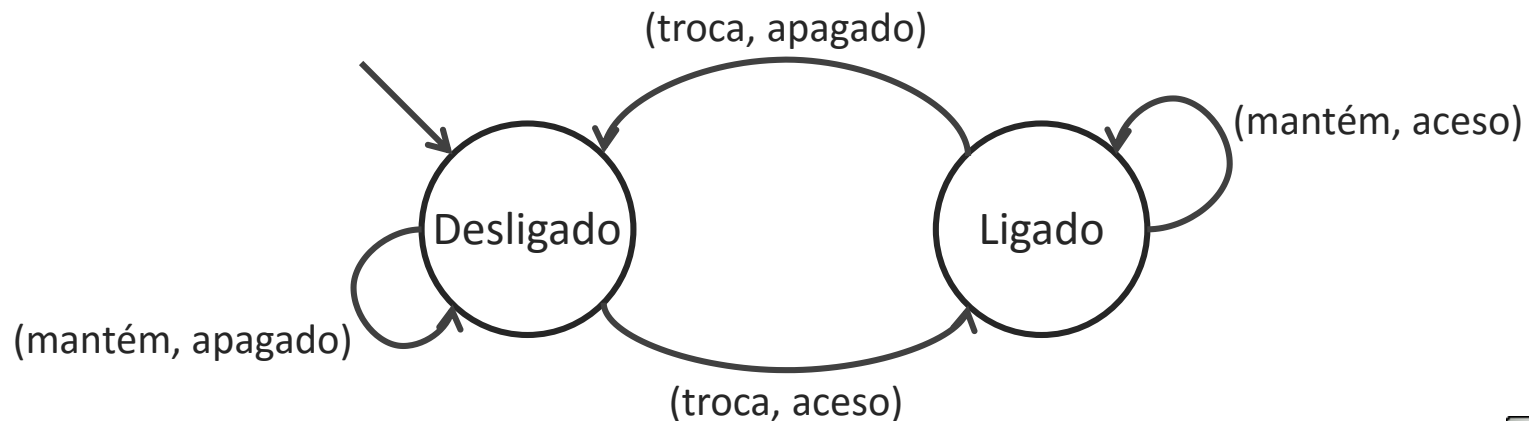


Exemplos

- Botão de ligar/desligar a luz

— ω :

- Desligado, mantém \rightarrow apagado
- Desligado, troca \rightarrow aceso
- Ligado, mantém \rightarrow aceso
- Ligado, troca \rightarrow apagado



INTERLÚDIO

Interlúdio

- **Expressões regulares**

- Identificação de cadeias de caracteres

- Exemplos

- $(p \mid P)\text{alavra} \rightarrow \text{palavra}, \text{Palavra}$
 - $\text{abc} \rightarrow \text{abc}$
 - $\text{abc}^* \rightarrow \text{ab}, \text{abc}, \text{abcc}, \text{abccc}, \text{abccc}\dots$
 - $(\text{abc})^* \rightarrow \varepsilon, \text{abc}, \text{abcabc}, \text{abcabcabc}\dots$

Interlúdio

- **Expressões regulares**

- Componentes

- Σ : Alfabeto
 - ϵ : Sequência de caracteres vazia

- Operações

- Concatenação: $(a)(bb)(c) \rightarrow abbc$
 - Alternância “|”: $(a|b|cd) \rightarrow a, b, cd$
 - Fecho de Kleene “*”
 - $ab^* \rightarrow a, ab, abb, abbb, abbbb...$
 - $(ab)^* \rightarrow \epsilon, ab, abab, ababab...$

Interlúdio

- **Expressões regulares**

- Precedência

- Fecho de Kleene, concatenação, alternância

- Exemplos

- $x|yz^*$: 'x'; ou 'y' seguido de 0 ou mais 'z's

- $x|(yz)^*$: 'x'; ou 0 ou mais 'yz's

- $(x|y)z^*$: 'x' ou 'y' seguido de 0 ou mais 'z's

Interlúdio

- **Expressões regulares**

- Extensões

- “n”, “m”: aparece n ou m vezes, onde n ou m $\in \mathbb{N}$
 - Como “*” só que para autômatos
 - “.”: qualquer caractere do alfabeto
 - Exemplos ($\Sigma = \{a,b\}$)
 - .aa \rightarrow aaa, baa
 - .b. \rightarrow aba, abb, bba, bbb
 - .*ab \rightarrow ab, aab, bab, aaab, abab, baab, bbab...

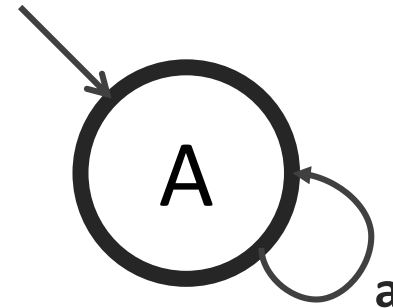
VOLTANDO AOS EXEMPLOS

Exemplos

- **Reconhecedor** de uma sequência de caracteres a

– a^n

- $\Sigma: \{a, b, c, d, e, f\}$
- $\Gamma: \emptyset$
- $S: \{A\}$
- $S_0: A$
- $F: \{A\}$
- $\delta: A, a \rightarrow A$

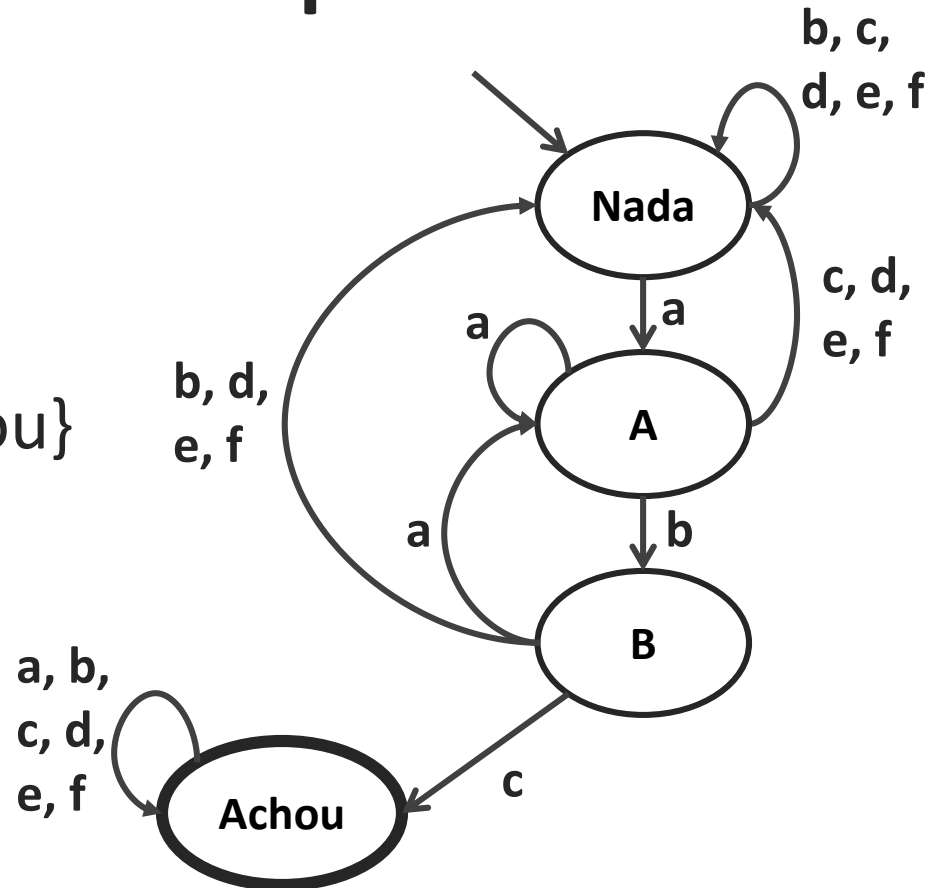


Exemplos

- **Reconhecedor de uma subpalavra *abc***

— $.^*abc.^*$

- $\Sigma: \{a, b, c, d, e, f\}$
- $\Gamma: \emptyset$
- $S: \{\text{Nada}, A, B, \text{Achou}\}$
- $S_0: \text{Nada}$
- $F: \{\text{Achou}\}$
- $\delta: \dots$



Exemplos

- Imprime a entrada anterior
- $(aa)^n$
- $a^n b^m$
- Número par de 1s
- $a^n b^n$
 - Não pode ser reconhecido por uma máquina de estados simples

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerações finais

- Máquinas de estados finitos
 - Abstrações poderosas e representativas
 - Mas não são máquinas universais
- Próxima aula
 - Máquinas de Turing
 - **Tragam papel e caneta**

INE5602 – Introdução à Informática

Modelos abstratos e computabilidade

Aula 2: Máquinas de estados

Prof. Laércio Lima Pilla

laercio.pilla@ufsc.br

