Introdução à Informática

Funções

Função: maneira de se relacionar dois objetos por meio de uma regra de associação.

O termo “função”: Leibniz em 1673.

Um tipo de máquina que recebe uma entrada, opera sobre ela e produz uma saída.

Introdução à Informática

Funções

Exemplo: $3 \rightarrow \boxed{\text{Máq}} \rightarrow 10$

Máquina? $\rightarrow \begin{cases} 3+7 \\ 3^2+1 \\ 2\times 3+4 \end{cases}$

Podemos dizer que a máquina pode ser:

$$f(x)=x+7$$
$$f(x)=x^2+1$$
$$f(x)=2x+4$$

Introdução à Informática

Funções

Exemplo: $3 \rightarrow \boxed{\text{Máq}} \rightarrow 10$

Máquina? $\rightarrow \begin{cases} 3+7 \\ 3^2+1 \\ 2\times3+4 \end{cases}$

Se a entrada 2 resultar em 5, por exemplo, então a segunda opção satisfaz esta máquina e podemos escrevê-la como uma função:

$$f(x)=x^2+1$$

Introdução à Informática

Funções

Dados dois conjuntos **A** e **B**, uma função que mapeia os elementos de **A** em **B** pode ser expressa como:

$$f : A \rightarrow B$$

ou seja, para cada **a** em **A** existe **f(a)** em **B**.

O primeiro conjunto (A) é chamado de domínio da função e o segundo (B) é chamado de conjunto imagem no contradomínio.

Introdução à Informática

Funções

Exemplo:

Seja $A \in \Re^{+} \wedge B \in \Re$

e

$$f : A \rightarrow B$$

tal que

$$f(x) = +\sqrt{x}$$

Introdução à Informática

Funções

Exemplo:

Seja $A \in \Re^{+} \wedge B \in \Re$

e

$$f : A \rightarrow B$$

tal que

$$f(x) = +\sqrt{x}$$

O domínio é o conjunto dos reais positivos, o contradomínio é o conjunto dos reais e o conjunto imagem é um subconjunto do contradomínio.

Funções

Exemplos de notação para função:

$$f(x) = x^2$$

$$f:(x^2) \rightarrow f(x)$$

$$f:\Re \rightarrow \Re^{+} | f(x) = x^2$$

Introdução à Informática

Funções

Notação:

$$f:\Re\rightarrow\Re|f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}$$ (conjunto imagem errado)

$$f:\Re^{+}\rightarrow\Re|f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}$$

$$f:\Re^{-}\rightarrow\Im|f(x)=\frac{\sqrt{-x}}{2}$$

Introdução à Informática

Funções

f:A → B pode mapear um elemento de A em B

$$f(x)=2x+3$$

f:A → B pode mapear 2 elementos de A em B

$$f(x)=x^2$$

f:A → B pode mapear n elementos de A em B

$$f(x)=sen(x)$$

Introdução à Informática

Funções

Lineares:

$$y = ax + b$$

Solução:

$$y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

uma solução real.

Introdução à Informática

Funções

Quadráticas:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Solução:

$$y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Se $b^2 - 4ac > 0$ duas soluções reais.

Se $b^2 - 4ac = 0$ uma solução real.

Se $b^2 - 4ac < 0$ sem solução real.

Introdução à Informática

Funções

Cúbicas: soluções não triviais. Por exemplo:

$$y=ax^3+bx^2+cx+d \;\rightarrow\; y=z^3+pz+q$$

$$onde: z=\frac{b}{3a}+x,\quad p=\frac{c}{a}-\frac{b^2}{3a^2},\quad q=\frac{2b^3}{27a^3}-\frac{bc}{3a^2}+\frac{d}{a}$$

$$y=0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} z_1=u+v \\ z_2=\frac{-1}{2}(u+v)+i\frac{1}{2}(u-v)\sqrt{3} \\ z_3=\frac{-1}{2}(u+v)-i\frac{1}{2}(u-v)\sqrt{3} \end{cases}$$

$$sendo: u=\sqrt[3]{\frac{-q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}},\quad v=\sqrt[3]{\frac{-q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}$$

$$\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}>0 \,(uma\ \ solução\ \ real),$$

$$\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}=0 \,(uma\ \ solução\ \ real\ \ para\ \ p=q=0,\ \ duas\ \ para\ \ 27p^3=-4q^2)$$

$$\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}<0 \,(3\ \ soluções\ \ reais)$$

Introdução à Informática

Funções de funções

$$f(x)=x+1$$

$$g(x)=x+1$$

$$g(f(x))=f(x)+1=(x+1)+1$$

Exemplo:

$$f(x)=sen(x)$$

$$g(x)=\cos(x)$$

$$f(x,y)=sen(x+y)=f(x)g(y)+g(x)f(y)$$