Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Áudio e Imagem:

Sinais de áudio e imagens são analógicos!

Para ser representados em um sistema digital, estes sinais analógicos devem ser digitalizados e, para isso, devem ser:

- **Amostrados** (tomadas de amostras do sinal no tempo ou no espaço).
- **Quantizados** (valores distribuídos dentro de um limite de bits).

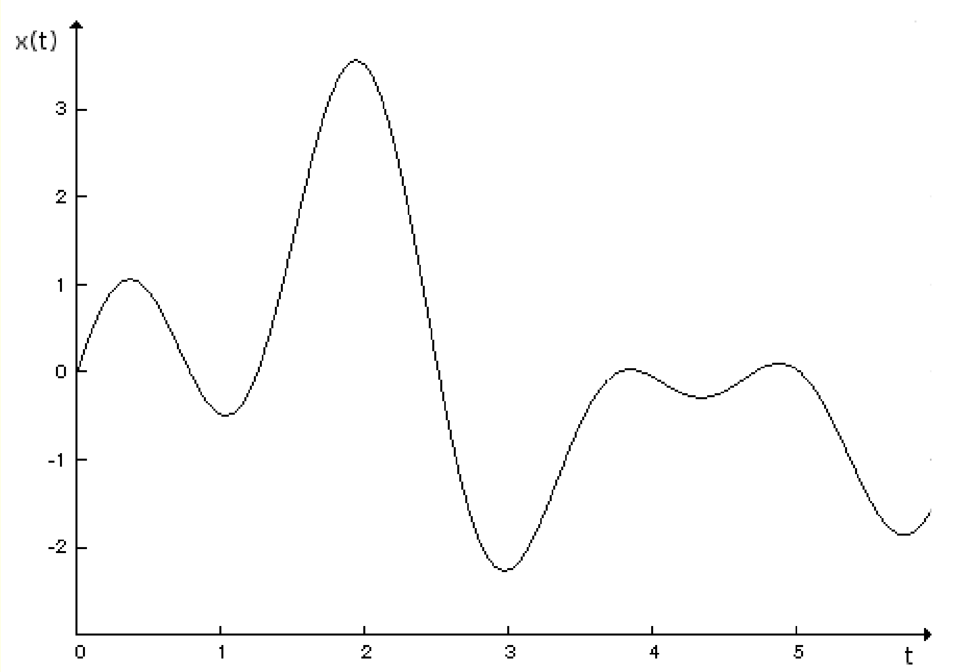
Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):

Vamos partir de um sinal qualquer no tempo:

consideraremos um sinal x(t) no tempo t, onde x(t) é uma função de t.

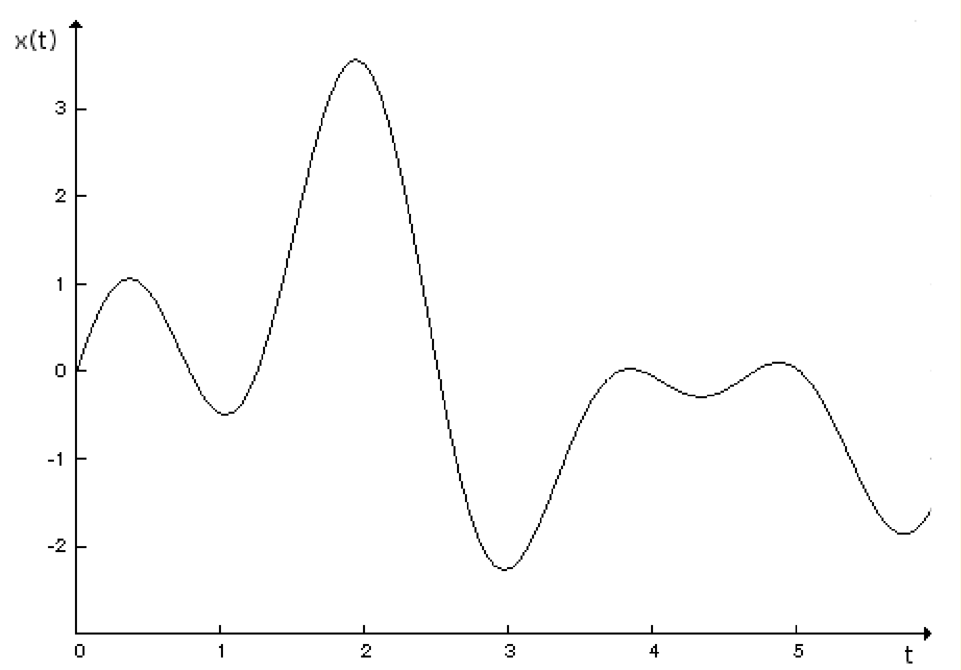


Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):

O sinal é analógico, então t pode assumir qualquer valor de t_0 a infinito, enquanto x(t) assume qualquer valor entre um máximo e um mínimo.

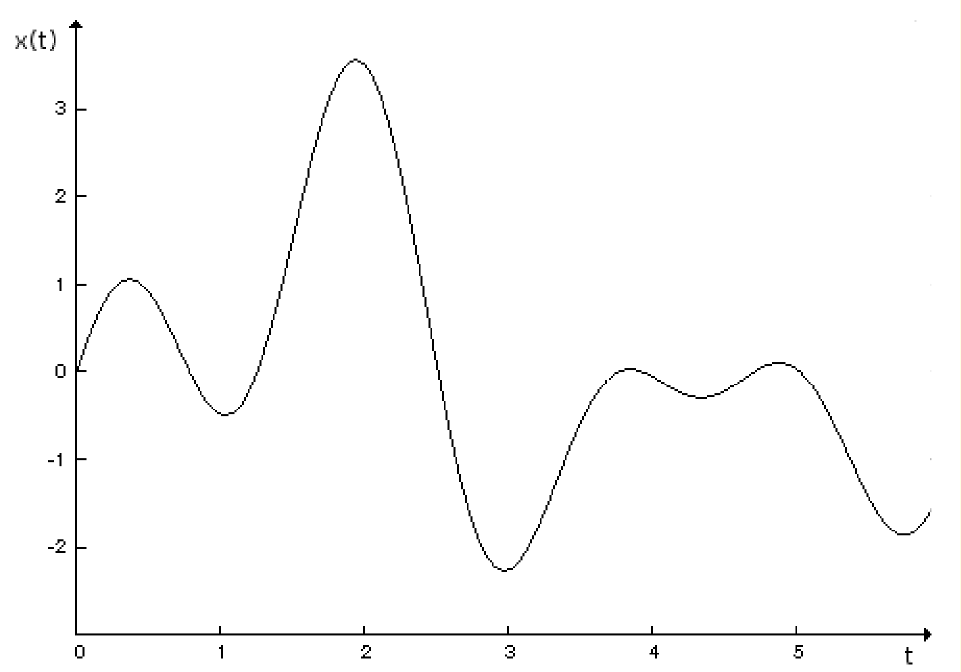


Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):

O sinal é analógico, então t pode assumir qualquer valor de t_0 a infinito, enquanto x(t) assume qualquer valor entre um máximo e um mínimo.

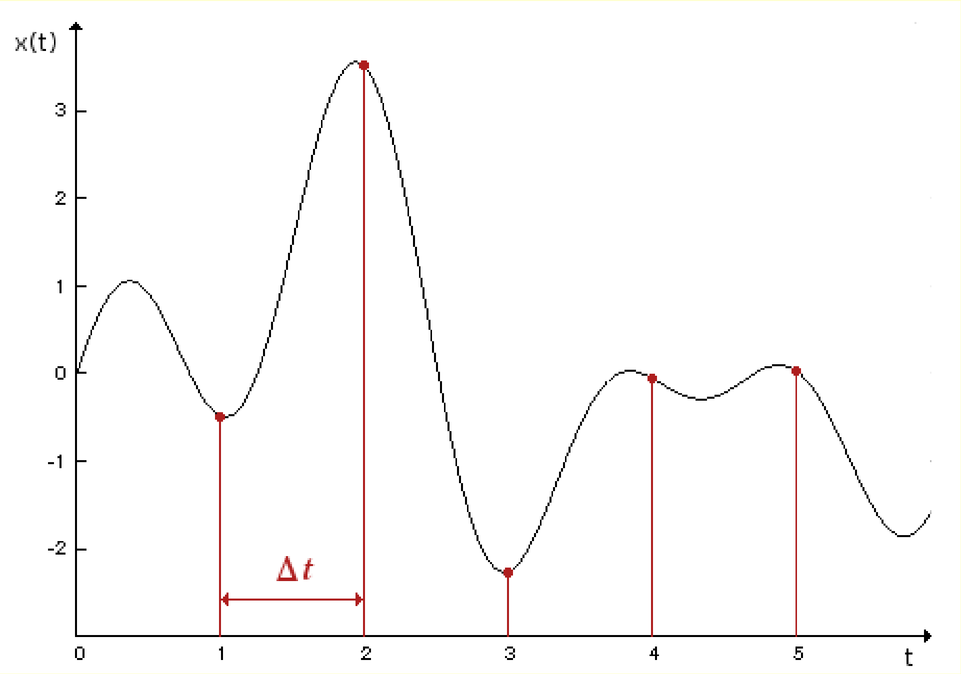


Por isso, é evidente que este sinal não pode ser representado em um sistema digital, pois seria necessário uma quantidade infinita de memória para isso.

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):

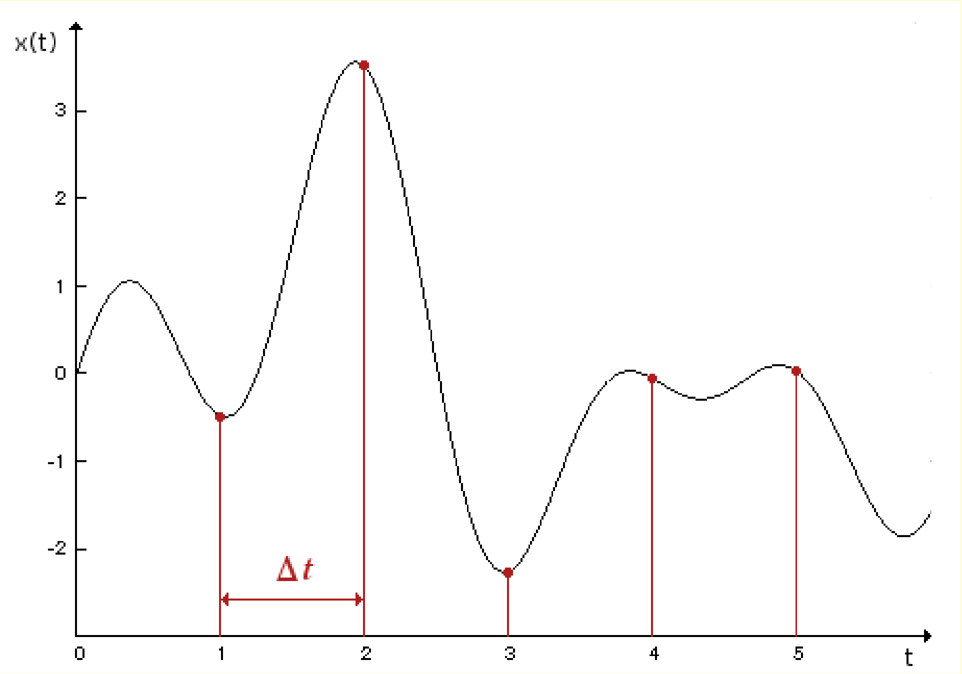


O sinal deve, então, ser discretizado, ou seja, amostras do sinal são tomadas a cada intervalo constante de t.

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):



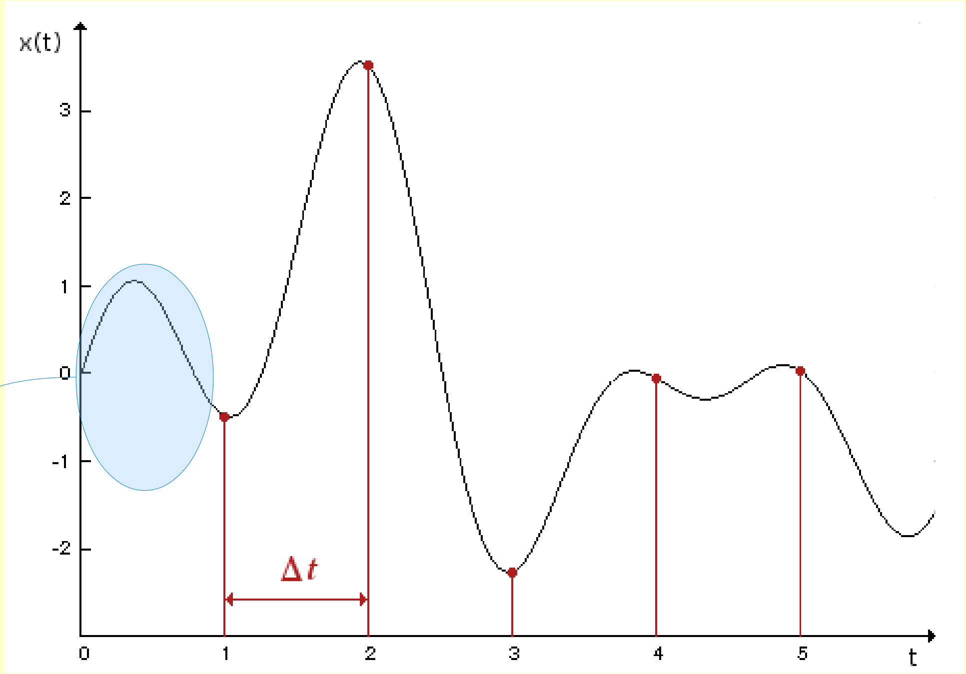
A freqüência de amostragem (ω_s) é, portanto:

$$\omega_s = \frac{1}{\Delta t}$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):



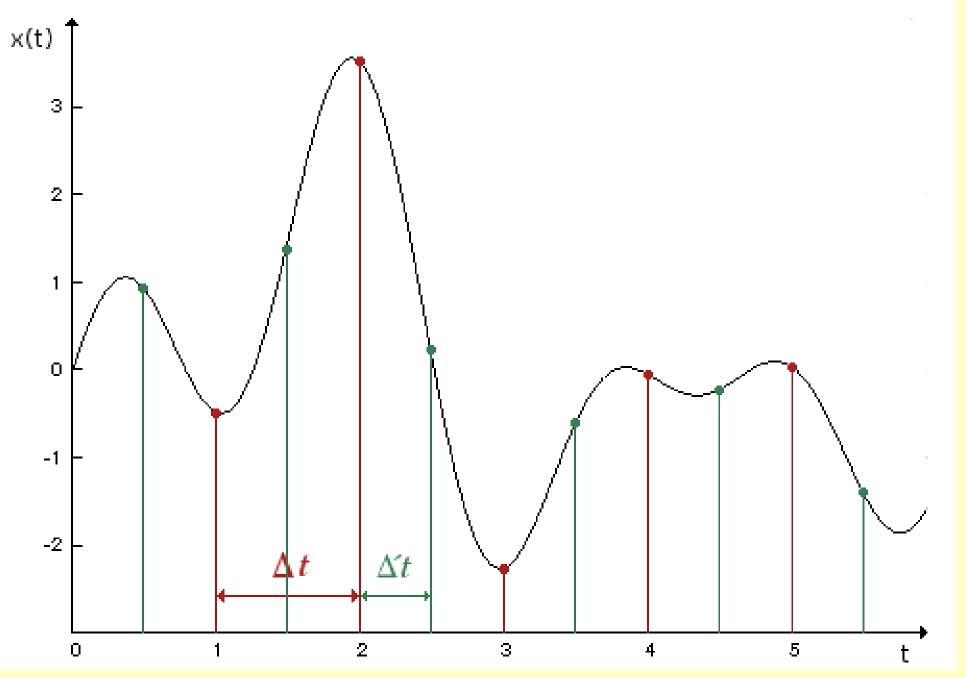
Informacões perdidas

A freqüência de amostragem (ω_s) é, portanto:

$$\omega_s = \frac{1}{\Delta t}$$

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):

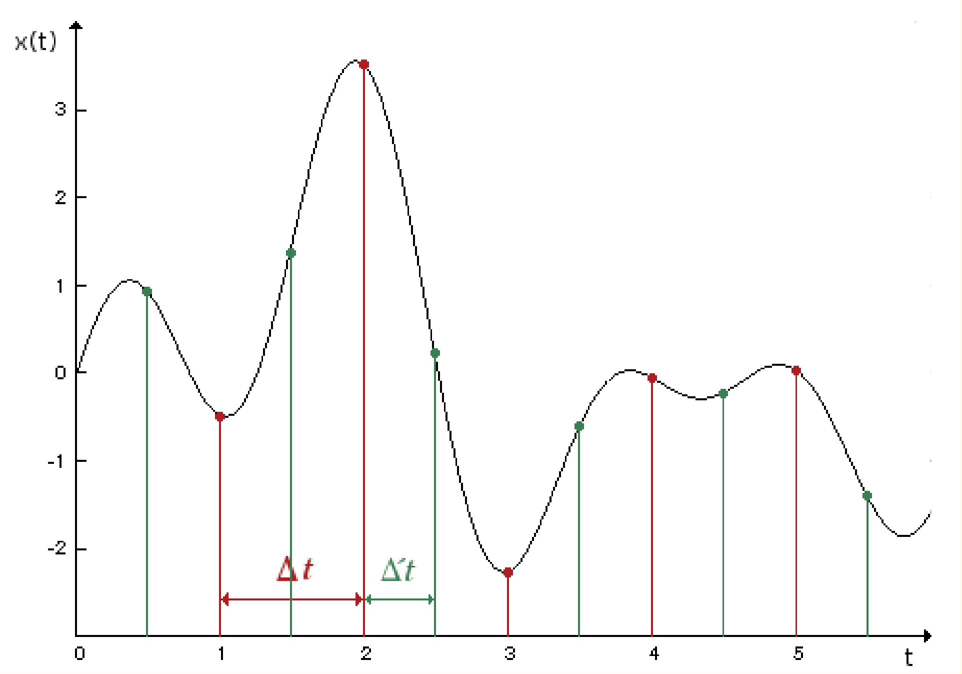


Para se obter mais informação sobre o sinal, temos que diminuir o intervalo de amostragem.

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):



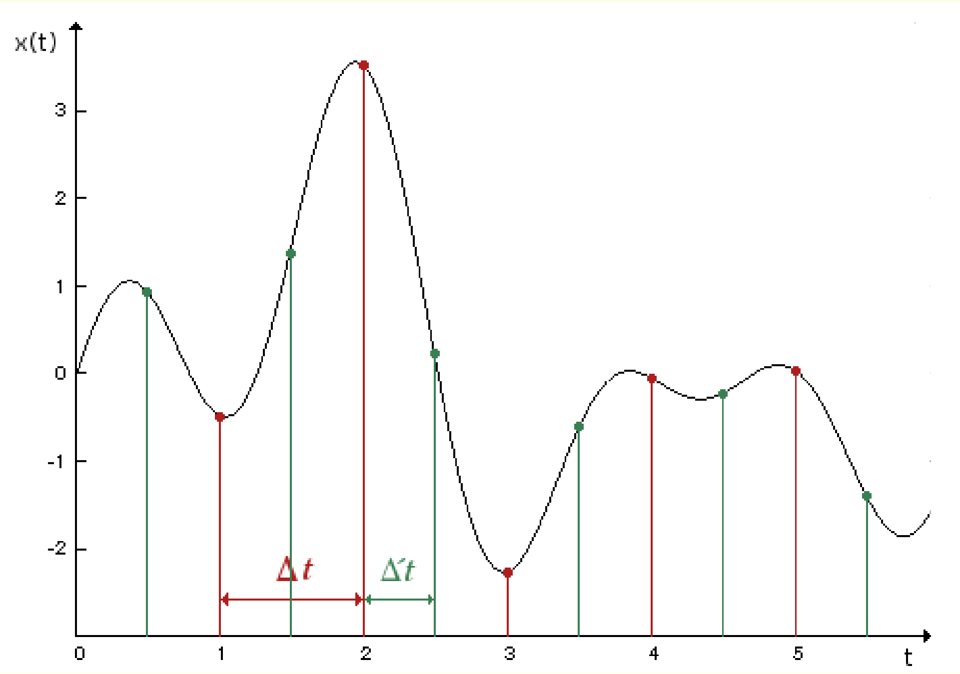
Agora temos que:

$$\Delta' t = \frac{\Delta t}{2} \quad \text{e} \quad \omega' = 2\omega$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):



Até quando é necessário aumentar a taxa de amostragem?

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

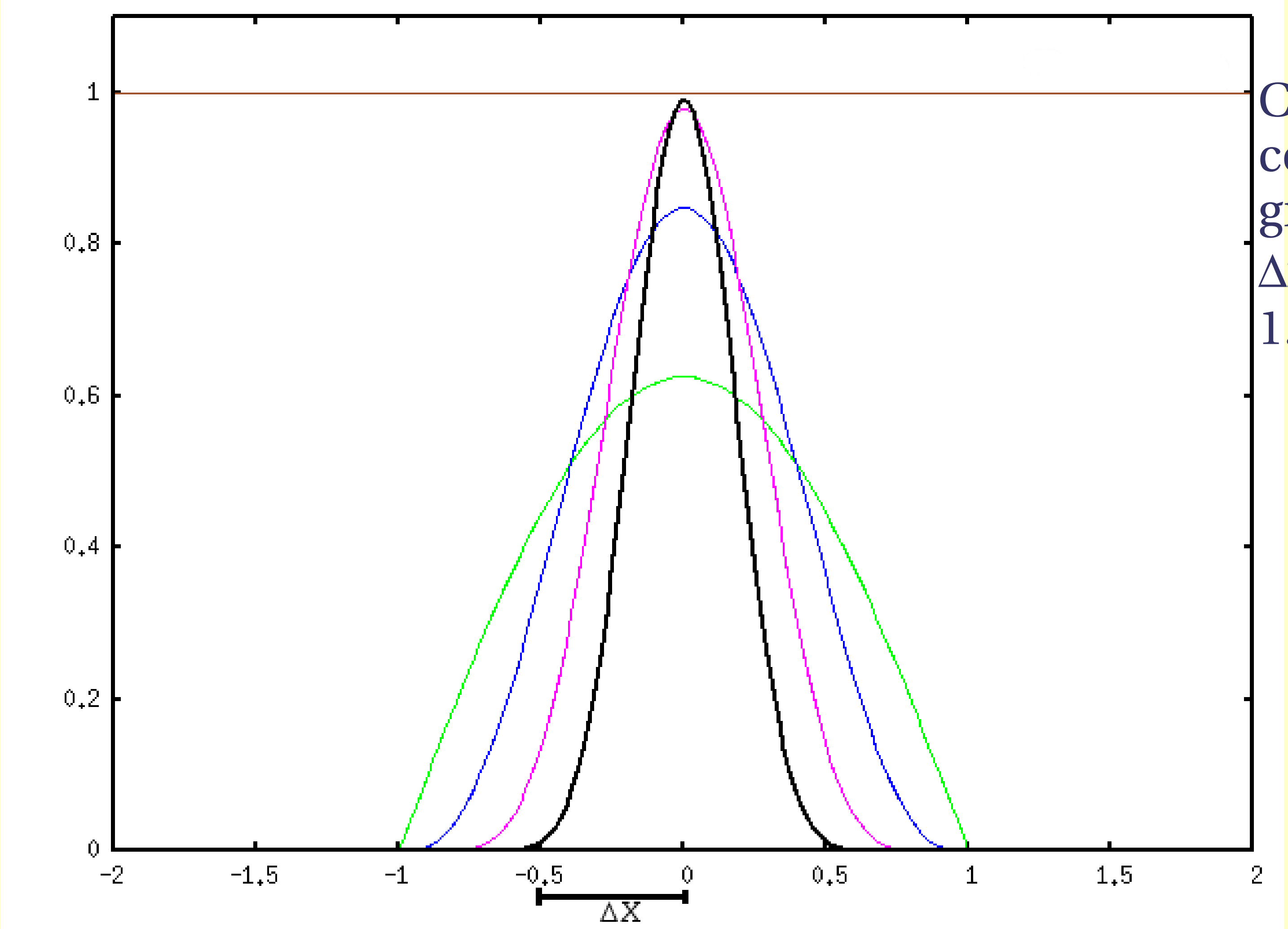
Amostragem (Sampling):

Do ponto de vista matemático, a amostragem é uma multiplicação do sinal analógico com uma série de funções delta de Dirac (função impulso) a cada intervalo Δt.

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Função delta de Dirac:

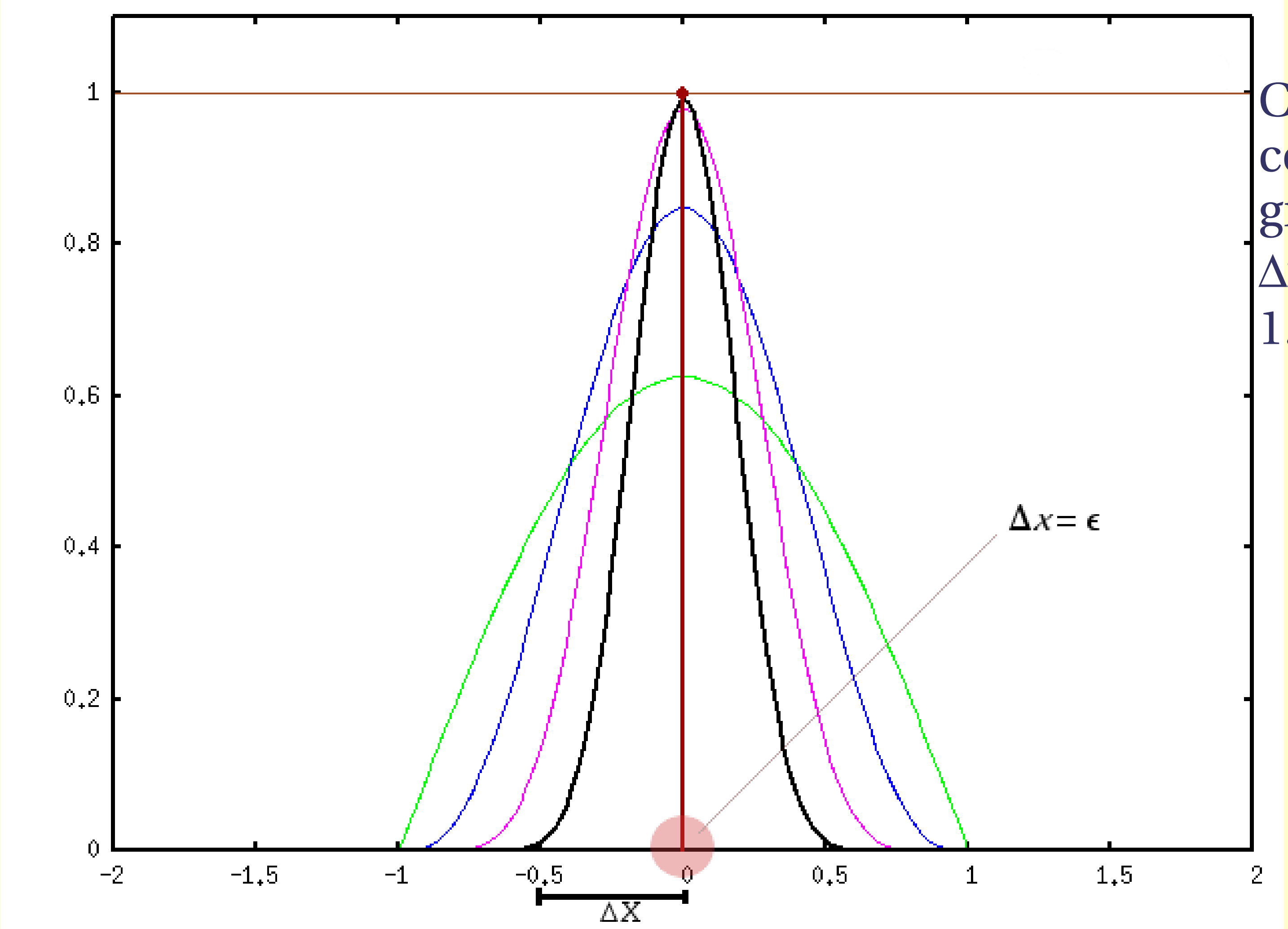


Consideremos uma função, como a representada no gráfico onde, quando Δx tente a zero, *f(x)* tende a 1.

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Função delta de Dirac:



Consideremos uma função, como a representada no gráfico onde, quando Δx tente a zero, *f(x)* tende a 1.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \Delta x = \epsilon$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \Delta x \leq \epsilon \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Função delta de Dirac:

Assim, em um tempo t, no intervalo [t – ε, t + ε], a função f(t) total pode ser definida pela integral:

$$I(\epsilon)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt=\int_{-\epsilon}^{+\epsilon} f(t)dt$$

e, particularmente:

$$f(t)=d_{\epsilon}(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\epsilon} & -\epsilon<t<\epsilon \\ 0, & otherwise\end{cases}$$

logo, I(ε) = 1, e a integral não se altera para qualquer que seja ε muito pequeno.

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Função delta de Dirac:

Do mesmo modo podemos definir uma função δ(t) onde:

$$\delta(t)=\begin{cases} 1 & -\epsilon<t<\epsilon \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

cuja integral é:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt=1$$

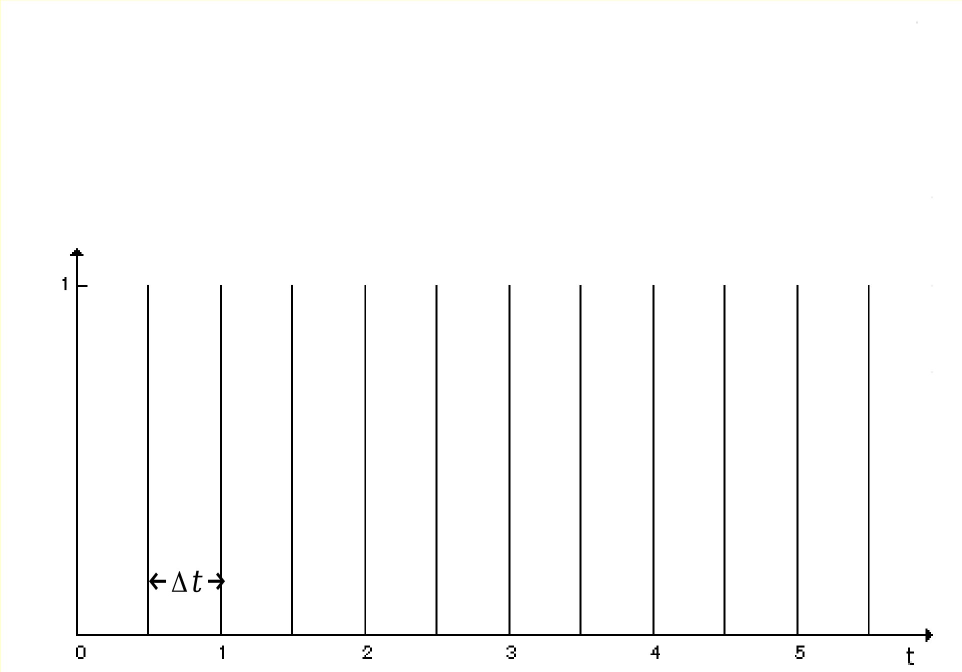
Esta é a definição da função impulso ou função delta de Dirac.

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):

Uma combinação de funções δ(t) em intervalos Δt resulta em um conjunto de funções pulso em cada intervalo determinado:



tal que:

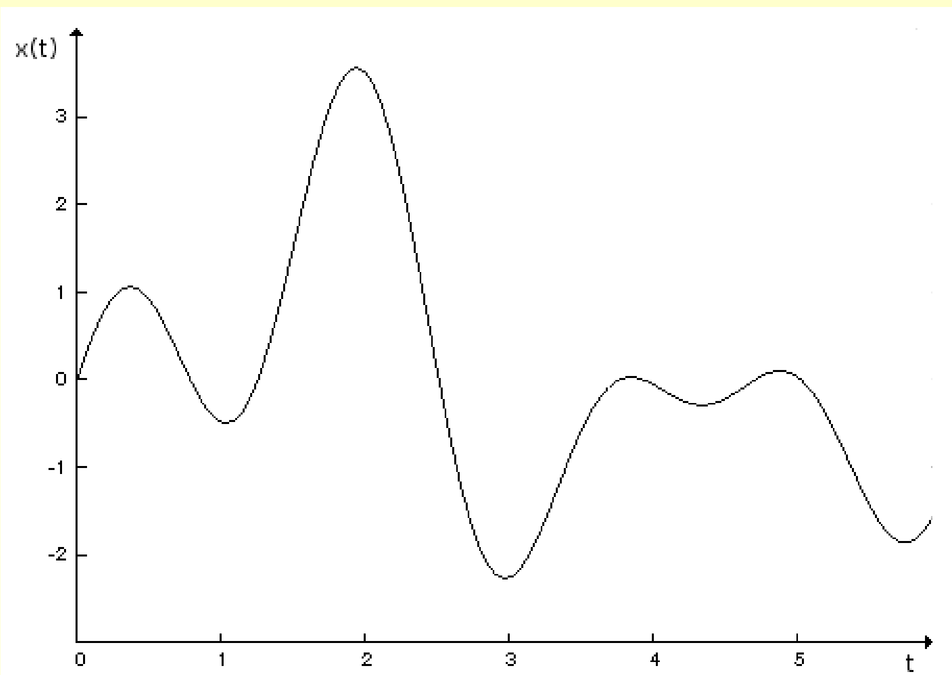
$$comb(t;\Delta t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - m\Delta t)$$

Introdução à Informática

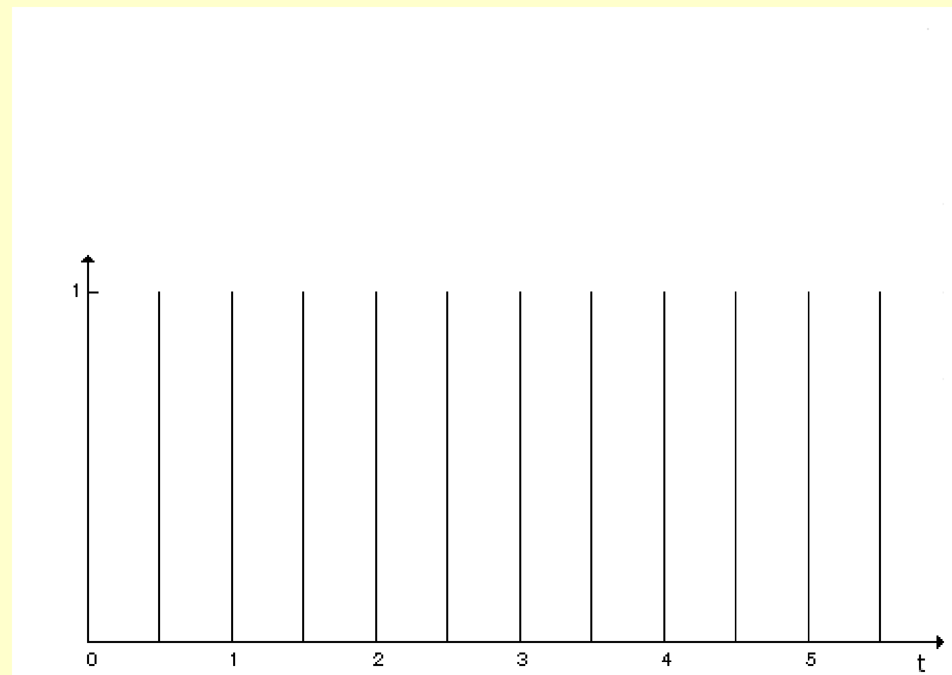
Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):

$$comb(t;\Delta t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - m\Delta t)$$



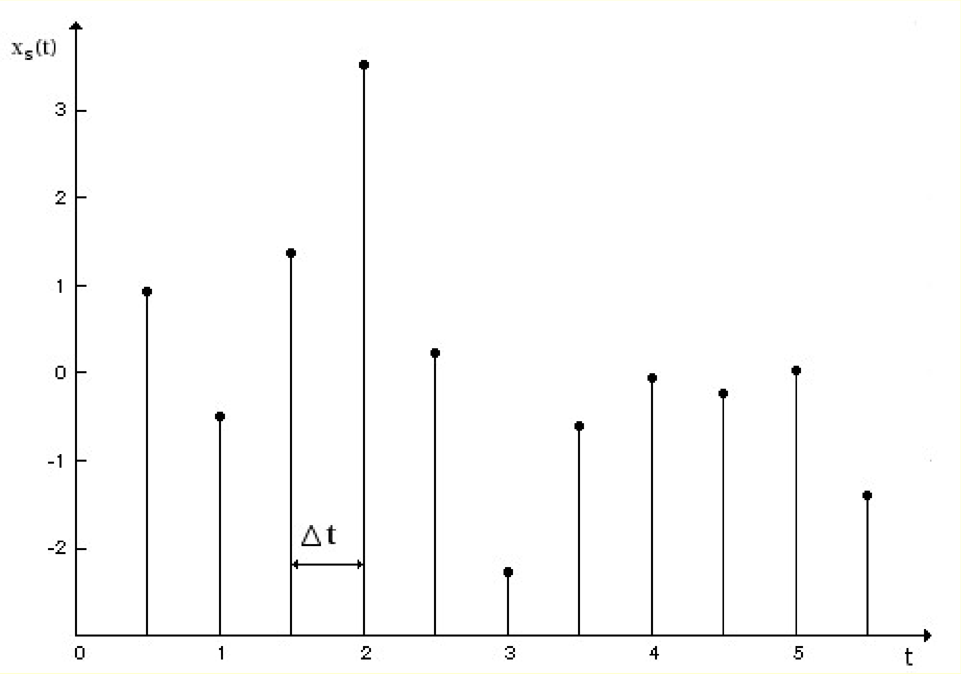
X



Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):

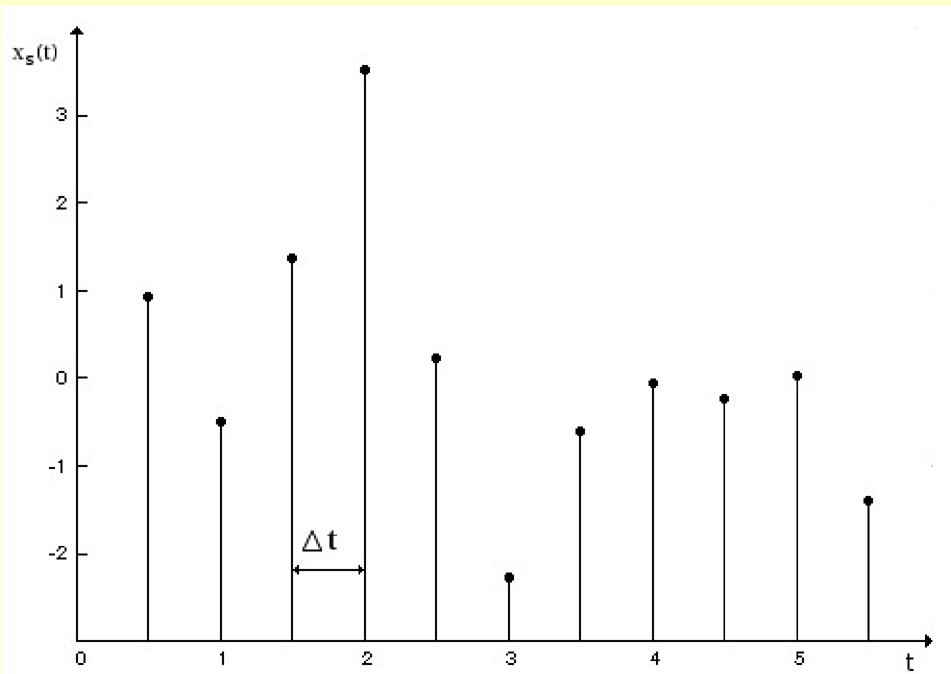


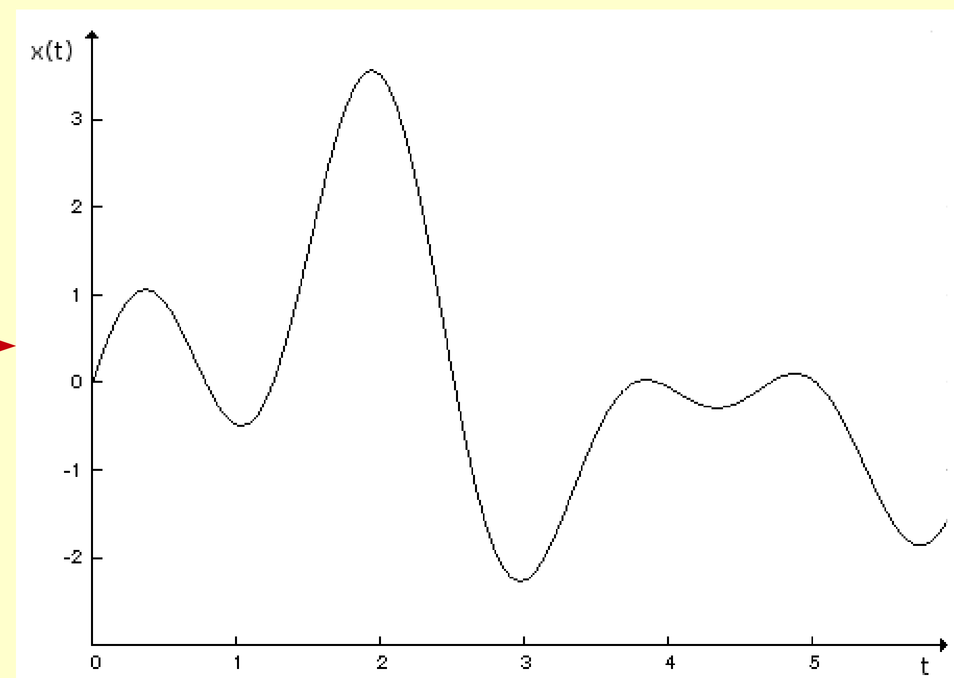
$$x_s(t) = x(t)\,comb(t;\Delta t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m\Delta t)\,\delta(t - m\Delta t)$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):





x(t) somente pode ser reconstruído a partir de $x_s(t)$ se a amostragem for apropriada. Como saber?

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

Como é o sinal analógico?

1. Digamos que o sinal seja periódico (um sinal sonoro, p. ex.) e que seja conhecida sua frequência e sua intensidade.

2. O teorema de Fourier diz que “qualquer função periódica pode ser expressa como a somatória de termos harmônicos simples, cujas frequências são múltiplos inteiros do período da função dada”.

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

Série de Fourier: Seja f(t) uma função periódica de período T, expressa exata ou aproximadamente por uma série trigonométrica:

$$f(t)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\omega t+b_n \sin n\omega t)$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

Série de Fourier: Seja f(t) uma função periódica de período T, expressa exata ou aproximadamente por uma série trigonométrica:

$$f(t)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\omega t+b_n \sin n\omega t)$$

Onde ω representa a freqüência, ou seja:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}$$

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

Série de Fourier: Seja f(t) uma função periódica de período T, expressa exata ou aproximadamente por uma série trigonométrica:

$$f(t)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)$$

Onde ω representa a freqüência, ou seja:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}$$

f(t) é periódica se f(t + nT) = f(t), sendo que a_n e b_n são os coeficientes de expansão desta série:

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\cos n\omega t\ \ dt=\frac{2}{T}\int_{0}^{T}f(t)\cos n\omega t\ \ dt$$

$$b_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\sin n\omega t\ \ dt=\frac{2}{T}\int_{0}^{T}f(t)\sin n\omega t\ \ dt$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

$$f(t)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}$$

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\cos n\omega t\;\;dt=\frac{2}{T}\int_{0}^{T}f(t)\cos n\omega t\;\;dt$$

$$b_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\sin n\omega t\;\;dt=\frac{2}{T}\int_{0}^{T}f(t)\sin n\omega t\;\;dt$$

f(t) pode ser expressa como um exponencial complexo:

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_n\;\;e^{jn\omega t}$$

$$f(t)=c_0+\sum_{n=1}^{\infty}c_n\;\;e^{jn\omega t}+\sum_{n=1}^{\infty}c_{-n}\;\;e^{-jn\omega t}$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

$$f(t)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}$$

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\cos n\omega t\ \ dt=\frac{2}{T}\int_{0}^{T}f(t)\cos n\omega t\ \ dt$$

$$b_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\sin n\omega t\ \ dt=\frac{2}{T}\int_{0}^{T}f(t)\sin n\omega t\ \ dt$$

f(t) pode ser expressa como um exponencial complexo:

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_n\ \ e^{jn\omega t}$$

$$f(t)=c_0+\sum_{n=1}^{\infty}c_n\ \ e^{jn\omega t}+\sum_{n=1}^{\infty}c_{-n}\ \ e^{-jn\omega t}$$

considerando-se que, pela identidade de Euler:

$$\cos n\omega t\ +\ j sen\ n\omega t\ =\ e^{jn\omega t}$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

$$f(t)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}$$

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\cos n\omega t\ \ dt=\frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos n\omega t\ \ dt$$

$$b_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\sin n\omega t\ \ dt=\frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin n\omega t\ \ dt$$

f(t) pode ser expressa como um exponencial complexo:

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_n\ \ e^{jn\omega t}$$

$$f(t)=c_0+\sum_{n=1}^{\infty}c_n\ \ e^{jn\omega t}+\sum_{n=1}^{\infty}c_{-n}\ \ e^{-jn\omega t}$$

onde,

$$c_n=\frac{1}{T}\int_0^T f(t)\ \ e^{-jn\omega t}\ \ dt=\begin{cases}\frac{1}{2}(a_n-jb_n), & n>0\\ \frac{1}{2}(a_n+jb_n), & n<0\end{cases}$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

Considere, agora, uma função contínua no tempo, representada por x(t). As componentes de freqüência desta função pode ser obtida pela transformada de Fourier de x(t):

$$F(x(t)) = X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j\omega t}\ dt$$

Entretanto, se x(t) for periódica, podemos usar a expansão da série de Fourier:

$$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\ e^{-jn\omega t}\ dt$$

Onde ω_0 é a freqüência fundamental de x(t).

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

Neste caso,

$$x(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \; e^{jn\omega_0 t}$$

Onde c_n é o n-ésimo coeficiente de Fourier de x(t) dado por:

$$c_n=\frac{1}{T}\int_0^T x(t) \; e^{-jn\omega t} \; dt$$

No caso de $x_s(t)$, $T=\Delta t_s$, ou seja: $x_s(t) = 1$ para t=0 e $x_s(t) = 0$ para $t \neq 0$; e:

$$c_n=\frac{1}{T_0}\int_{T_0} x_s(t) \; e^{-jn\omega_0 t} \; dt \; =\frac{1}{\Delta t_s} \; =\omega_s$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

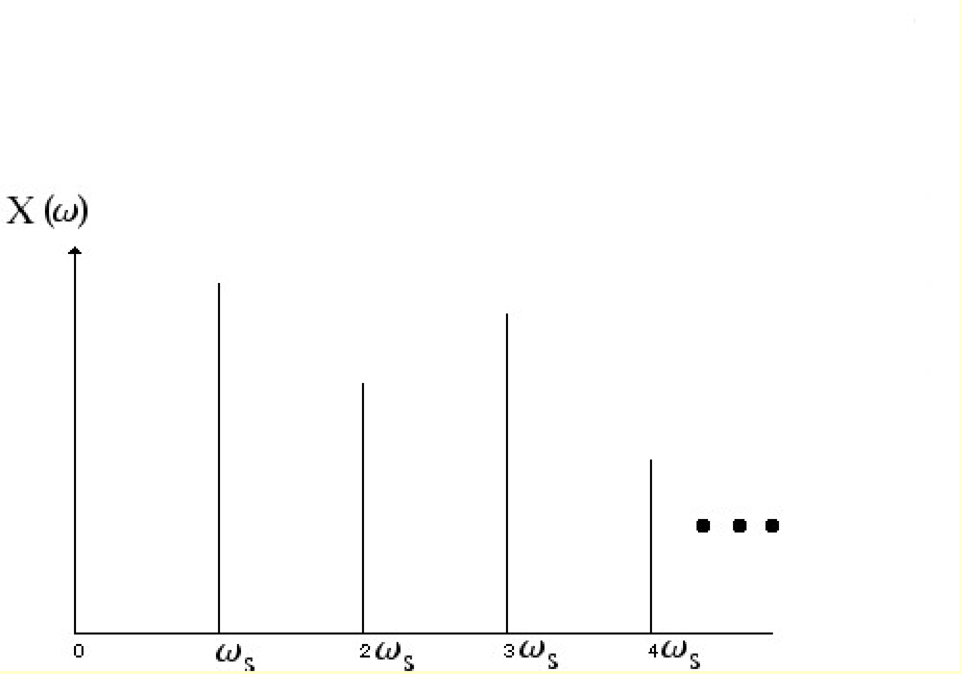
Então, partindo de:

$$c_n = \frac{1}{\Delta t_s} = \omega_s$$

temos:

$$x_s(t) = \frac{1}{\Delta t_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_0 t}$$

Mas a freqüência fundamental $\omega_0 = \omega_s$ que é a freqüência de amostragem. Então, no domínio da freqüência teremos:



Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

Então, partindo de:

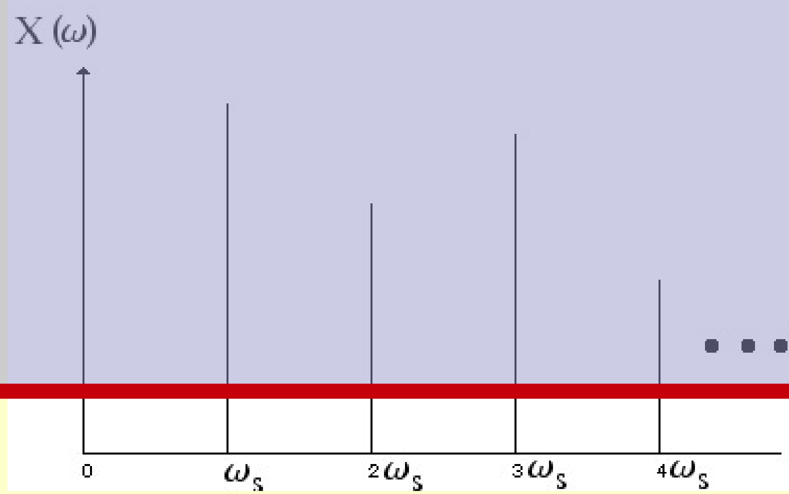
$$c_n = \frac{1}{\Delta t_s} = \omega_s$$

temos:

$$x_s(t) = \frac{1}{\Delta t_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_0 t}$$

Mas a freqüência fundamental $\omega_0 = \omega_s$ que é a freqüência de amostragem. Então, no domínio da freqüência teremos:

Isto para x(t) contínua !!!



Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

Seja x(n) onde n é a n-ésima amostra de um sinal discreto no tempo t, a transformada de Fourier X(k) de x(n) é dada por:

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\ e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk}$$

Para uma função discreta:

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

Seja x(n) onde n é a n-ésima amostra de um sinal discreto no tempo t, a transformada de Fourier X(k) de x(n) é dada por:

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\ e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk}$$

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

Seja x(n) onde n é a n-ésima amostra de um sinal discreto no tempo t, a transformada de Fourier X(k) de x(n) é dada por:

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\; e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk}$$

Que é o espectro de freqüência de x(n). A transformada inversa de X(k) é então:

$$x(n)=\sum_{k=0}^{N-1} X(k)\; e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk}$$

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

Seja x(n) onde n é a n-ésima amostra de um sinal discreto no tempo t, a transformada de Fourier X(k) de x(n) é dada por:

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\ e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk}$$

Que é o espectro de freqüência de x(n). A transformada inversa de X(k) retorna o sinal original que é, então:

$$x(n)=\sum_{k=0}^{N-1} X(k)\ e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk}$$

Onde N é o número de amostras que tomamos para calcular a transformada de Fourier.

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Transformadas de Fourier:

Seja x(n) onde n é a n-ésima amostra de um sinal discreto no tempo t, a transformada de Fourier X(k) de x(n) é dada por:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\ e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk}$$

Que é o espectro de freqüência de x(n). A transformada inversa de X(k) retorna o sinal original que é, então:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k)\ e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk}$$

Onde N é o número de amostras que tomamos para calcular a transformada de Fourier.

Par de transformadas de Fourier

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Convolução:

Sejam dois sinais x(t) e h(t) no domínio do tempo. Vamos definir a convolução destes dois sinais como:

$$x(t) \otimes h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\, x(t-\tau)\, d\tau$$

Ou seja, cada ponto h(τ) deve ser multiplicado pelo correspondente x(-τ) e devemos tomar a integral de -infinito a +infinito.

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Convolução:

A transformada de Fourier desta convolução:

$$F(h(t) \otimes x(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\, x(t-\tau)\ d\tau \right] e^{-j\omega t}\ dt$$

Representação digital de dados (Parte II)

Convolução:

A transformada de Fourier desta convolução:

$$F(h(t)\otimes x(t))=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\, x(t-\tau)\ d\tau\right] e^{-j\omega t}\ dt$$

Podemos, então, tirar h(τ) de dentro da segunda integral:

$$F(h(t)\otimes x(t))=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)\ e^{-j\omega(t-\tau)}\ dt\right] e^{-j\omega\tau}\ d\tau$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Convolução:

A transformada de Fourier desta convolução:

$$F(h(t)\otimes x(t))=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)\,x(t-\tau)\;d\tau\right]\,e^{-j\omega t}\;dt$$

Podemos, então, tirar h(τ) de dentro da segunda integral:

$$F(h(t)\otimes x(t))=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)\boxed{\left[\int_{-\infty}^{\infty}x(t-\tau)\;e^{-j\omega(t-\tau)}\;dt\right]}\,e^{-j\omega\tau}\;d\tau$$

Transformada de Fourier de x(t) ou X(ω)

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Convolução:

A transformada de Fourier desta convolução:

$$F(h(t) \otimes x(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\, x(t-\tau)\ d\tau \right] e^{-j\omega t}\ dt$$

Podemos, então, tirar h(τ) de dentro da segunda integral:

$$F(h(t) \otimes x(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)\ e^{-j\omega(t-\tau)}\ dt \right] e^{-j\omega\tau}\ d\tau$$

Que se reduz a:

$$F(h(t) \otimes x(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) X(\omega)\ e^{-j\omega\tau}\ d\tau$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Convolução:

A transformada de Fourier desta convolução:

$$F(h(t)\otimes x(t))=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)\,x(t-\tau)\;d\tau\right]\,e^{-j\omega t}\;dt$$

Podemos, então, tirar h(τ) de dentro da segunda integral:

$$F(h(t)\otimes x(t))=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)\left[\int_{-\infty}^{\infty}x(t-\tau)\;e^{-j\omega(t-\tau)}\;dt\right]\,e^{-j\omega\tau}\;d\tau$$

Que se reduz a:

$$F(h(t)\otimes x(t))=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)X(\omega)\;e^{-j\omega\tau}\;d\tau$$

Agora podemos isolar X(ω):

$$F(h(t)\otimes x(t))=X(\omega)\;\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)\;e^{-j\omega\tau}\;d\tau$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Convolução:

A transformada de Fourier desta convolução:

$$F(h(t)\otimes x(t))=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)\,x(t-\tau)\;d\tau\right]\,e^{-j\omega t}\;dt$$

Podemos, então, tirar h(τ) de dentro da segunda integral:

$$F(h(t)\otimes x(t))=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)\left[\int_{-\infty}^{\infty}x(t-\tau)\;e^{-j\omega(t-\tau)}\;dt\right]\,e^{-j\omega\tau}\;d\tau$$

Que se reduz a:

$$F(h(t)\otimes x(t))=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)X(\omega)\;e^{-j\omega\tau}\;d\tau$$

Agora podemos isolar X(ω):

$$F(h(t)\otimes x(t))=X(\omega)\;\boxed{\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)\;e^{-j\omega\tau}\;d\tau}$$

Transformada de Fourier
de h(τ) ou H(ω)

Representação digital de dados (Parte II)

Convolução:

Portanto, a convolução de duas funções no domínio do tempo é equivalente à multiplicação delas no domínio da freqüência:

$$h(t) \otimes x(t) \Leftrightarrow H(\omega) \times X(\omega)$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Convolução:

Portanto, a convolução de duas funções no domínio do tempo é equivalente à multiplicação delas no domínio da freqüência:

$$h(t) \otimes x(t) \Leftrightarrow H(\omega)\, X(\omega)$$

E a recíproca é verdadeira:

$$H(\omega) \otimes X(\omega) \Leftrightarrow h(t)\, x(t)$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Convolução:

Portanto, a convolução de duas funções no domínio do tempo é equivalente à multiplicação delas no domínio da freqüência:

$$h(t) \otimes x(t) \Leftrightarrow H(\omega)\, X(\omega)$$

E a recíproca é verdadeira:

$$H(\omega) \otimes X(\omega) \Leftrightarrow h(t)\, x(t)$$

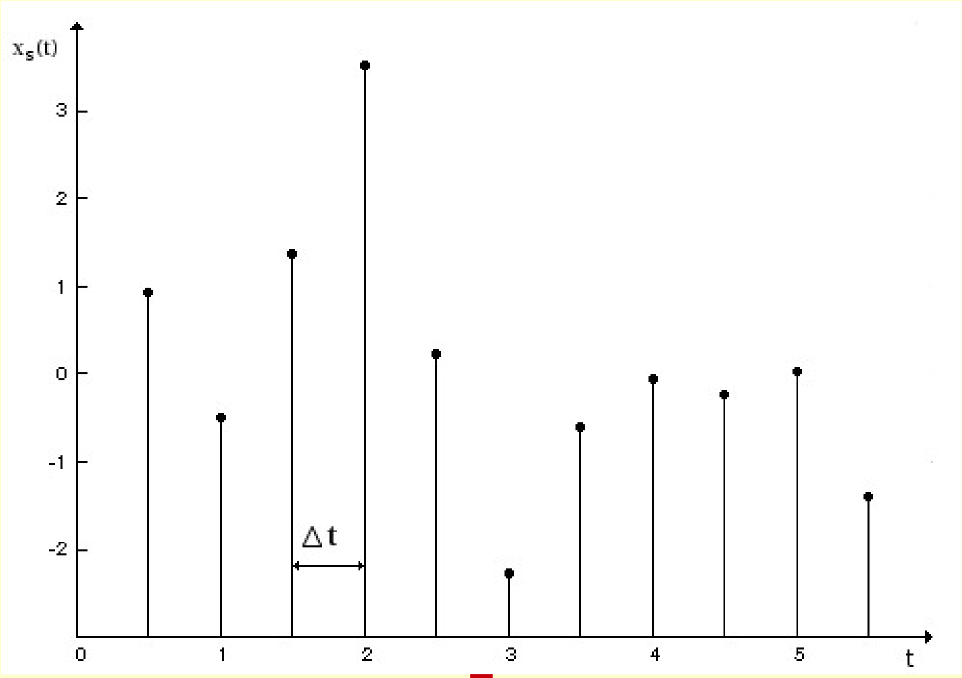
Retornemos ao nosso problema:

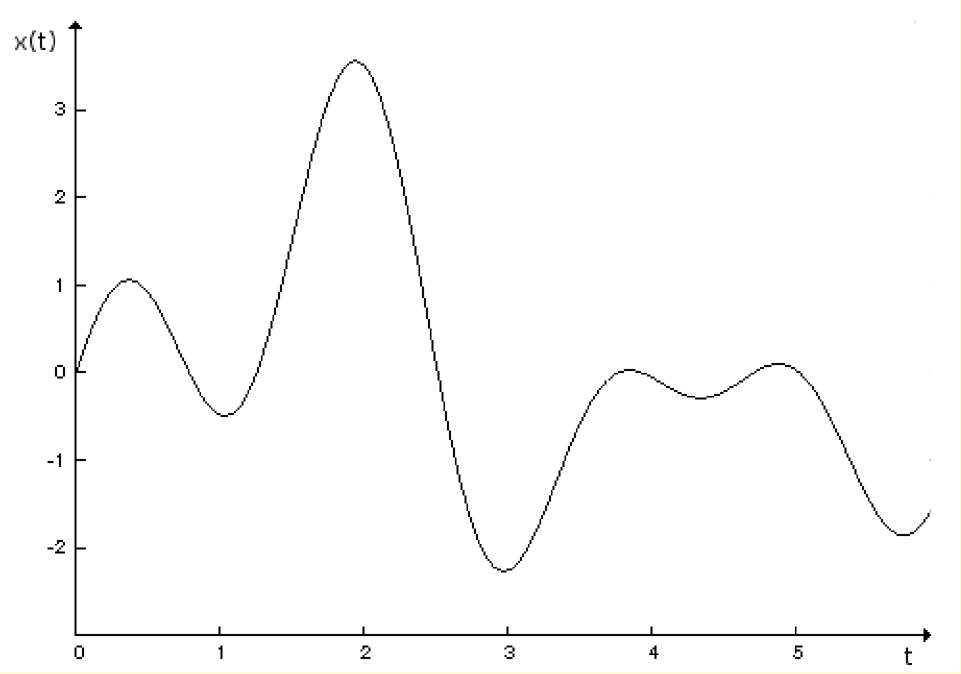
Como podemos reconstruir o sinal original a partir do sinal digitalizado?

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):





Introdução à Informática

UFSC

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):

Já vimos que:

$$x_s(t)=x(t)comb(t;\Delta t)$$

Vimos também que:

$$x(t)\ \ y(t)\Leftrightarrow X(\omega)\otimes Y(\omega)$$

De onde podemos tirar que:

$$X_s(\omega)=X(\omega)\ \otimes\ F(comb(t;\Delta t_s))$$

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):

$h(n)$

$x(n)$

Representação digital de dados (Parte II)

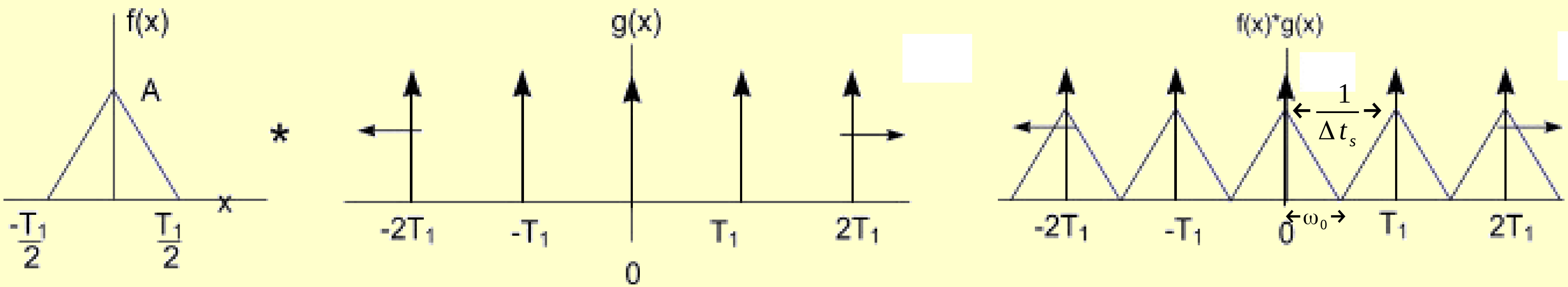
Amostragem (Sampling):

$$h(n) \otimes x(n)$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):



$$f(x) = -\frac{2A}{T_1}|x| + A \qquad g(x) = III_{T_1}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nT_1)$$

$$y(x) = f(x) * g(x)$$

$$\left(X_s(\omega) = X(\omega) * Comb(\omega)\right)$$

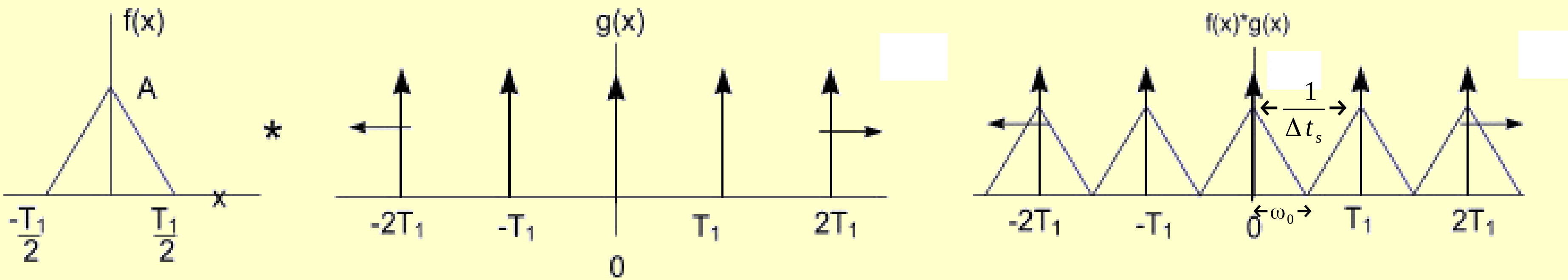
$$\frac{1}{\Delta t_s} - \omega_0 \geq \omega\, 0 \qquad ou \qquad \frac{1}{\Delta t_s} \geq 2\,\omega_0$$

$$f_s \geq 2\,\omega_0$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):



$$f(x) = -\frac{2A}{T_1}|x| + A$$

$$g(x) = III_{T_1}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nT_1)$$

$$y(x) = f(x) * g(x)$$

$$(X_s(\omega) = X(\omega) * Comb(\omega))$$

Teorema de Niquist (Niquist rate)

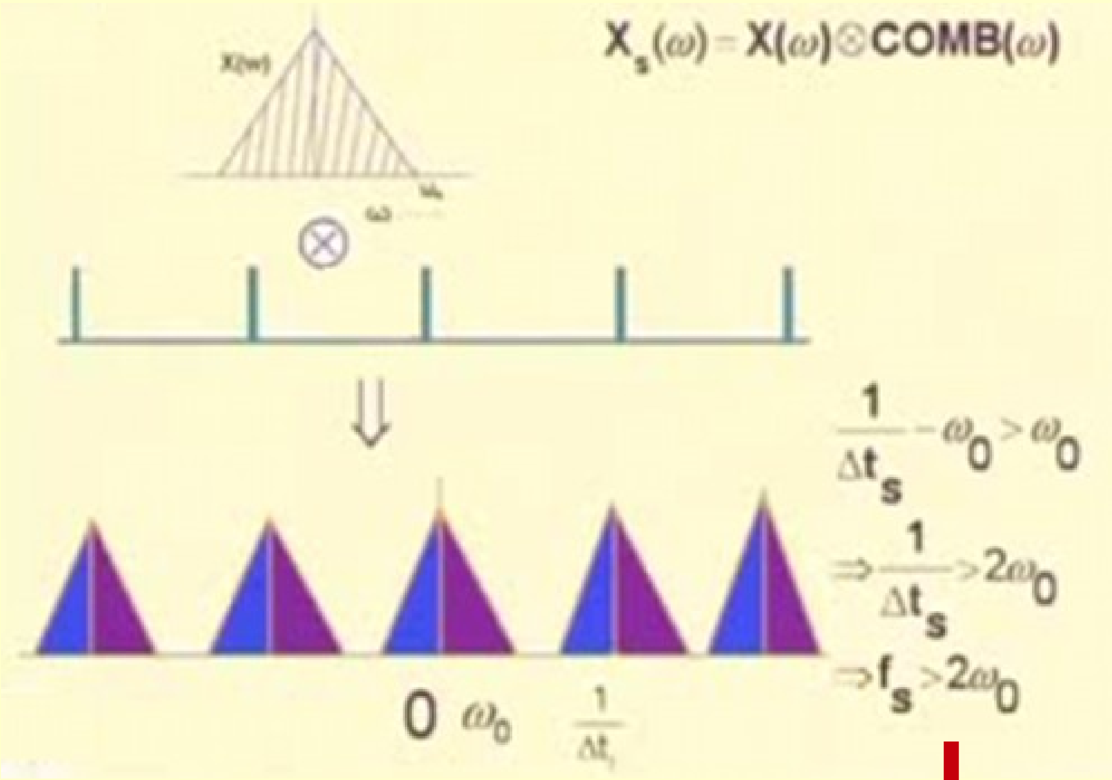
$$\frac{1}{\Delta t_s} - \omega_0 \geq \omega\, 0 \quad ou \quad \frac{1}{\Delta t_s} \geq 2\omega_0$$

$$f_s \geq 2\omega_0$$

Introdução à Informática

Representação digital de dados (Parte II)

Amostragem (Sampling):



Teorema de Niquist (Niquist rate)