PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE INFORMÁTICA

CURSO: *Bacharelado em Ciência da Computação*
DISCIPLINA: *Métodos Formais*
T. 128 – Prof. Júlio Machado
Trabalho T2

A nota T2 consiste no trabalho aqui especificado, cujo objetivo é construir, de forma cooperativa, especificações e provas formais no sistema Isabelle. O trabalho será realizado em grupos de até 4 alunos.

O grupo deve apresentar um documento texto em formato PDF com as especificações e provas de correção em formato "semi-formal" (conforme exemplos trabalhados em sala de aula) além do código-fonte em Isabelle.

<u>Enunciado dos problemas:</u>

1) Primeiro Problema

Seja a seguinte função para o cálculo da multiplicação entre dois números naturais:

$$
\begin{array}{l}
mult: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\
requer\ \top \\
garante\ mult(\langle x, y \rangle) = x * y \\
mult(\langle m, n \rangle) = multacc(\langle m, n, 0 \rangle) \\
\text{onde} \\
multacc: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\
requer\ \top \\
garante\ multacc(\langle x, y, z \rangle) = x * y + z \\
invariante\ \forall k \in \mathbb{N}. multacc(m_0, n_0, a_0) = m_k * n_k + a_k \\
multacc(\langle 0, n, a \rangle) = a \\
multacc(\langle k+1, n, a \rangle) = multacc(\langle k, n, a+n \rangle)
\end{array}
$$

Apresente a prova por indução da invariante de *multacc* e depois apresente a prova por indução da correção de *mult*.

2) Segundo Problema

Para cada uma das seguintes funções:

- Apresentar uma definição recursiva na cauda completa com precondições, poscondições e invariantes.
- Apresentar uma computação passo-a-passo (com as substituições necessárias) de um exemplo de chamada recursiva da função.
- Apresentar uma prova por indução da correção parcial da função apresentada.

a) Função 1:

Função para o cálculo do fatorial de um número Natural.

$fat: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

b) Função 2:

Função para o cálculo do somatório dos quadrados de números Naturais entre 1 e n: $\sum_{1 \leq i \leq n} i^2$

$sum: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

Provar por indução matemática que a função garante:

$$sum(n) = \sum_{1 \leq i \leq n} i^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$$

3) Terceiro Problema

Defina duas funções recursivas para a computação do comprimento de uma lista sobre o tipo de dados *list* de Isabelle de acordo com as seguintes definições:

- Função não recursiva na cauda: *tail_len_nc*
- Função recursiva na cauda: *tail_len_c*

Mostre, por indução, que as duas definições são equivalentes.

Observações:

- Os teoremas principais devem ser provados em Isabelle de duas formas: Isar/case com automação dos casos base/indutivos e Isar/case com prova detalhada nos casos base/indutivos. Os teoremas auxiliares necessários (lemas) só precisam ser demonstrados no estilo Isar/case com automação dos casos base/indutivo.
- O código-fonte completo deverá ser entregue junto com o arquivo texto PDF.
- **LEMBRETE**: cópia de trabalhos é plágio, sujeito a processo disciplinar. Os trabalhos envolvidos em fraudes receberão nota 0,0 (zero).
- Dúvidas devem ser esclarecidas com o professor.
- Não serão aceitos trabalhos entregues além da data limite.
- Não serão aceitos trabalho entregues via correio eletrônico.