EstComp-Tarea07

Bruno C. Gonzalez

13/10/2019

7. Simulación de variables aleatorias

Simulación de una Gamma

Usa el método de aceptación y rechazo para generar 1000 observaciones de una variable aleatoria con distribución gamma(3/2,1).

Primiero definimos la fucnion del cociente entre `f` y `g`

```
cociente <- function(x){
  3/2 * 1/base::gamma(3/2) * x ^(1/2)*exp(-x/3)
}
```

Posteriormete definimos la funcion para simular *gamma*

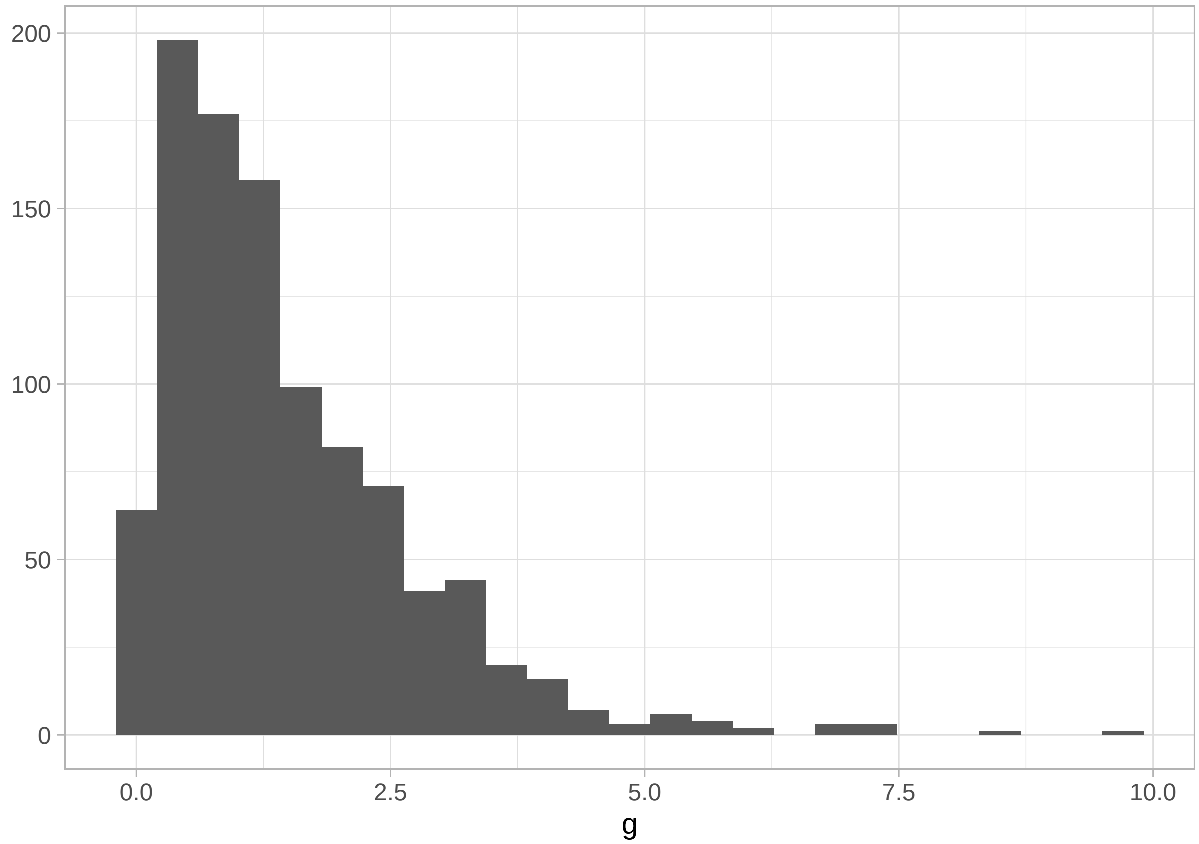
```
gamma <- function(){

  c <- 1.26
  x <- rexp(1,2/3)
  u <- runif(1)
  while(u>cociente(x)/c){

    u <- runif(1)
    x <- rexp(1,2/3)
  }
  x
}
```

Con lo anterior podemos correr las simulaciones:

```
g <- rerun(1000,gamma()) %>% flatten_dbl()
```

La distribucion resultantes se ve de la siguiente manera:

```
qplot(g, bins = 25) +
  theme_light()
```



Simulación de una Normal

Implementa el algoritmo de simulación de una variable aleatoria normal estándar visto en clase (simula 1000 observaciones de una normal estándar):

Nuestro objetivo es primero, simular una variable aleatoria normal estándar Z, para ello comencemos notando que el valor absoluto de Z tiene función de densidad:

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

con soporte en los reales positivos. Generaremos observaciones de la densidad anterior usando el método de aceptación y rechazo con g una densidad exponencial con media 1:

$$g(x) = e^{-x}$$

Ahora, $\frac{f(x)}{g(x)} = \sqrt{2/\pi} e^{x - x^2/2}$ y por tanto el máximo valor de $f(x)/g(x)$ ocurre en el valor x que maximiza $x - x^2/2$, esto ocurre en $x = 1$, y podemos tomar $c = \sqrt{2e/\pi}$,

$$\frac{f(x)}{cg(x)} = exp\left\{x - \frac{x^2}{2} - 12\right\}$$

$$= exp\left\{\frac{(x-1)^2}{2}\right\}$$

y por tanto podemos generar el valor absoluto de una variable aleatoria con distribución normal estándar de la siguiente manera:

1. Genera Y una variable aleatoria exponencial con tasa 1.
2. Genera un número aleatorio U.
3. Si $U \leq exp\{-(Y-1)^2/2\}$ define $X = Y$, en otro caso vuelve a 1.

Para generar una variable aleatoria con distribución normal estándar Z simplemente elegimos X o $-X$ con igual probabilidad.