



Introdução

- ▶ Um modelo de dados é composto por:
 - Estruturas de dados
 - Restrições
 - Conjunto de operações para manipular os dados
- ▶ **Álgebra relacional** – conjunto básico de operações do modelo relacional
 - Definida entre 1971 e 1974 – Codd
- ▶ Operações de álgebra relacional são divididas em 2 grupos:
 - **Operações de teoria de conjuntos:**
 - União: $A \cup B$
 - Interseção: $A \cap B$
 - Diferença: $A - B$
 - Produto Cartesiano: $A * B$
 - **Operações relacionais:**
 - Projeção: **PROJECT** $a_1, a_2 (A)$
 - Seleção ou Restrição: **SELECT** $a=x' (A)$
 - Junção: $A \bowtie_{a=b} B$
 - Divisão: $A \div B$

Operadores Básicos

Álgebra Relacional

- ▶ Conjunto básico de operações para o modelo relacional
 - Essas operações possibilitam que o usuário especifique requisições básicas de recuperação de informação
- ▶ Resultado de uma recuperação de informação
 - Nova relação
 - Pode ser formada a partir de uma ou mais relações
 - As operações da álgebra produzem novas relações, que também podem ser manipuladas usando as operações da mesma álgebra
- ▶ Uma sequência de operações da álgebra relacional formam uma expressão da álgebra relacional, cujo resultado será uma relação que representa o resultado de uma consulta ao banco de dados (ou requisição de recuperação da informação)

Álgebra Relacional

► Cinco operadores básicos

- Seleção: σ
- Projeção: π
- União: \cup
- Diferença: $-$
- Produto Cartesiano: \times

Operações Relacionais Unárias

► SELECT

- Usada para selecionar um subconjunto de tuplas de uma relação que satisfaça uma condição de seleção.
- É um filtro que mantém só as tuplas que satisfazem a uma determinada condição e descarta as demais.
- Em geral, a operação de seleção é denotada por:

$\sigma_{\langle \text{condição de seleção} \rangle}(R)$

- Onde o símbolo σ (sigma) é usado para denotar o operador de seleção e a condição de seleção é uma expressão booleana especificada sobre os atributos da relação R.

Operação SELECT

▶ Notação: $\sigma_p(r)$

• p é chamado de **predicado de seleção**

• Definido como:

$$\sigma_p(r) = \{t \mid t \in r \text{ and } p(t)\}$$

• Onde, p é uma fórmula em cálculo proposicional consistindo de **termos** conectados por: \wedge (and), \vee (or), \neg (not)

• Cada **termo** está no formato:

<atributo> op <atributo> ou <constante>

• Onde, op é um dos seguintes operadores:

$=, \neq, >, \geq, <, \leq$

Operação SELECT – Exemplo

▶ Seleção: $\text{SELECT}_{a='x'}(R)$ ou $\sigma_{a='x'}(R)$

• Serve para extrair (selecionar) tuplas de uma certa tabela.

Instrutor

PrimeiroNome	ÚltimoNome	Sexo	DataNascimento	Salário
Aline	Brandão	F	27/02/1987	4500
Tatiana	Freitas	F	11/03/1985	3700
João	Souza	M	08/01/1982	3200
Ricardo	Marins	M	10/10/1986	3200



SELECT (sexo='F' AND salário>4000) OR (sexo='M' AND salário > 3000) (Instrutor)

ou

$\sigma_{(\text{sexo} = 'F' \text{ AND } \text{salário} > 4000) \text{ OR } (\text{sexo} = 'M' \text{ AND } \text{salário} > 3000)}$ (Instrutor)

PrimeiroNome	ÚltimoNome	Sexo	DataNascimento	Salário
Aline	Brandão	F	27/02/1987	4500
João	Souza	M	08/01/1982	3200
Ricardo	Marins	M	10/10/1986	3200

Operação SELECT – Exemplo

Relação r

A	B	C	D
α	α	1	7
α	β	5	7
β	β	12	3
β	β	23	10

$\sigma_{A=B \wedge D > 5}(r)$

A	B	C	D
α	α	1	7
β	β	23	10

Operação SELECT – Propriedades

- ▶ Produz uma relação S que possui o mesmo esquema de R
- ▶ É comutativa

$$\sigma_{\langle \text{condition1} \rangle}(\sigma_{\langle \text{condition2} \rangle}(R)) = \sigma_{\langle \text{condition2} \rangle}(\sigma_{\langle \text{condition1} \rangle}(R))$$

- ▶ Pode ser aplicada, de forma cascata, em qualquer ordem

$$\sigma_{\langle \text{condition1} \rangle}(\sigma_{\langle \text{condition2} \rangle}(\sigma_{\langle \text{condition3} \rangle}(R))) = \sigma_{\langle \text{condition2} \rangle}(\sigma_{\langle \text{condition3} \rangle}(\sigma_{\langle \text{condition1} \rangle}(R)))$$

- ▶ Operação em cascata pode ser substituída por uma única seleção com um conjunto de todas as condições

$$\sigma_{\langle \text{condition1} \rangle}(\sigma_{\langle \text{condition2} \rangle}(\sigma_{\langle \text{condition3} \rangle}(R))) = \sigma_{\langle \text{condition1} \rangle \text{ AND } \langle \text{condition2} \rangle \text{ AND } \langle \text{condition3} \rangle}(R)$$

Álgebra Relacional

► Cinco operadores básicos

- Seleção: σ
- Projeção: π
- União: \cup
- Diferença: $-$
- Produto Cartesiano: \times

Operações Relacionais Unárias

► PROJECT

- Seleciona determinadas colunas (atributos) de uma tabela e descarta as demais colunas.
- Cria um particionamento vertical
 - Um contendo as colunas necessárias para o resultado
 - Outro contendo as colunas descartadas
- De uma forma geral, a operação de projeção é representada da seguinte forma:

$$\pi_{\langle \text{lista de atributos} \rangle}(R)$$

- Onde, $\pi(p)$ é o símbolo usado para representar a operação de projeção e a $\langle \text{lista de atributos} \rangle$ é a lista desejada de atributos da relação R.
- A operação de projeção remove qualquer tupla duplicada. Então, o resultado da projeção é um conjunto de tuplas e consequentemente, uma relação válida.

Operação PROJECT

► Notação:

$$\Pi_{A_1, A_2, \dots, A_k}(r)$$

• Onde,

- A_1, A_2, A_k são nomes de atributos
- r é um nome de relação

- O resultado é definido como a relação de k colunas obtidas pela remoção das colunas que não estejam listadas
- Linhas duplicadas são removidas do resultado, desde que as relações sejam conjuntos

Operação PROJECT – Exemplo

- Projeção: **PROJECT** $a_1, a_2 (R)$ ou $\pi_{a_1, a_2} (R)$
- Cria uma tabela contendo alguns atributos específicos da tabela operada.

Instrutor

PrimeiroNome	ÚltimoNome	Sexo	DataNascimento	Salário
Aline	Brandão	F	27/02/1987	4500
Tatiana	Freitas	F	11/03/1985	3700
João	Souza	M	08/01/1982	3200
Ricardo	Marins	M	10/10/1986	3200



PROJECT $_{\text{sexo, salário}} (\text{Instrutor})$ ou $\pi_{\text{sexo, salário}} (\text{Instrutor})$

Sexo	Salário
F	4500
F	3700
M	3200

Operação PROJECT – Exemplo

Relação r

A	B	C
α	10	1
α	20	1
β	30	1
β	40	2

$\Pi_{A,C}(r)$

A	C
α	1
α	1
β	1
β	2

A	C
α	1
β	1
β	2

=

Operação PROJECT – Propriedades

- ▶ O número de tuplas no resultado de uma projeção é sempre menor ou igual ao número de tuplas em R.
- ▶ Se a lista de atributos incluir a chave de R, então o número de tuplas é igual ao número de tuplas em R.

$$\pi_{\langle list1 \rangle}(\pi_{\langle list2 \rangle}(R)) = \pi_{\langle list1 \rangle}(R)$$

Desde que $\langle list2 \rangle$ contenha os atributos de $\langle list1 \rangle$

Álgebra Relacional

► Cinco operadores básicos

- Seleção: σ
- **Projeção: π**
- União: \cup
- Diferença: $-$
- Produto Cartesiano: \times

Álgebra Relacional – Teoria dos Conjuntos

► Operação UNION

- O resultado dessa operação, denotada por **$R \cup S$** é uma relação que inclui todas as tuplas que sejam de R ou de S ou de ambas (R e S).
- Tuplas duplicadas são eliminadas.
- Os dois operandos precisam ser de tipos compatíveis.

► Compatibilidade de tipo

- As relações dos operandos $R_1(A_1, A_2, \dots, A_n)$ e $R_2(B_1, B_2, \dots, B_n)$ precisam ter o mesmo número de atributos e;
- Os domínios dos atributos correspondentes precisam ser compatíveis, isto é, $\text{dom}(A_i) = \text{dom}(B_i)$, para $i = 1, 2, \dots, n$.

Operação UNION

► Notação: $r \cup s$

► Definida como:

$$r \cup s = \{t \mid t \in r \text{ or } t \in s\}$$

► Para $r \cup s$ ser válido:

- r, s : precisam ter a mesma **aridade** (mesmo número de atributos)
- Os domínios dos atributos precisam ser **compatíveis** (mesmo tipo de valores)

Operação UNION – Exemplo

► União ($R \cup S$)

- Produz uma tabela resultado da **união** das tabelas operadas.

Estudante

PrimeiroNome	ÚltimoNome
Maria	Silva
João	Souza
Pedro	Carneiro
Sandro	Vasquez
Aline	Brandão
Viviane	Gomes

Instrutor

PrimeiroNome	ÚltimoNome
Aline	Brandão
Tatiana	Freitas
João	Souza
Ricardo	Marins

Estudante \cup Instrutor

PrimeiroNome	ÚltimoNome
Maria	Silva
João	Souza
Pedro	Carneiro
Sandro	Vasquez
Aline	Brandão
Viviane	Gomes
Tatiana	Freitas
Ricardo	Marins

Operação UNION – Exemplo

Relação r

A	B
α	1
α	2
β	1

Relação s

A	B
α	2
β	3

$r \cup s$:



A	B
α	1
α	2
β	1
β	3

Álgebra Relacional

► Cinco operadores básicos

- Seleção: σ
- Projeção: π
- União: \cup
- Diferença: $-$
- Produto Cartesiano: \times

Álgebra Relacional – Teoria dos Conjuntos

▶ DIFFERENCE (MINUS)

- O resultado dessa operação, denotada por $R - S$, é uma relação que inclui todas as tuplas que estão em R , mas não estão em S .
- Os dois operandos precisam ser de tipos compatíveis.

Operação DIFFERENCE

- ▶ Notação: $r - s$
- ▶ Definida como:

$$r - s = \{t \mid t \in r \text{ and } t \notin s\}$$

- ▶ Precisa ser realizado entre relações compatíveis.

Operação DIFFERENCE – Exemplo



► Diferença ($R - S$)

- Produz uma tabela resultado contendo tuplas que pertencem à primeira tabela operada, mas não à segunda.

Estudante

PrimeiroNome	ÚltimoNome
Maria	Silva
João	Souza
Pedro	Carneiro
Sandro	Vasquez
Aline	Brandão
Viviane	Gomes

Instrutor

PrimeiroNome	ÚltimoNome
Aline	Brandão
Tatiana	Freitas
João	Souza
Ricardo	Marins



Estudante – Instrutor

PrimeiroNome	ÚltimoNome
Maria	Silva
Pedro	Carneiro
Sandro	Vasquez
Viviane	Gomes

Instrutor – Estudante

PrimeiroNome	ÚltimoNome
Tatiana	Freitas
Ricardo	Marins

Operação DIFFERENCE – Exemplo



Relação r

A	B
α	1
α	2
β	1

Relação s

A	B
α	2
β	3

$r - s:$



A	B
α	1
β	1

Álgebra Relacional

▶ Cinco operadores básicos

- Seleção: σ
- Projeção: π
- União: \cup
- Diferença: $-$
- Produto Cartesiano: \times

Álgebra Relacional – Teoria dos Conjuntos

▶ CARTESIAN (CROSS PRODUCT)

- Essa operação é usada para combinar tuplas de duas relações
- De modo geral, o resultado de:

$$R(A_1, A_2, \dots, A_n) \times S(B_1, B_2, \dots, B_m)$$

- É uma relação Q com grau $n + m$ atributos (nessa ordem)

$$Q(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$$

- A relação resultante Q tem uma tupla para cada combinação de tuplas – uma de R e uma de S

- Então, se R tem n_R tuplas (denotada como $|R| = n_R$) e S tem n_S tuplas, então:

$$|R \times S| \text{ terá } n_R * n_S \text{ tuplas}$$

- Os dois operandos **NÃO** precisam ter tipos compatíveis

Operação CARTESIAN-PRODUCT

- Notação: $r \times s$
- Definida como:

$$r \times s = \{tq \mid t \in r \text{ and } q \in s\}$$

- Assume que os atributos de $r(R)$ e $s(S)$ são disjuntos, isto é:

$$R \cap S = \emptyset$$

- Se os atributos de $r(R)$ e $s(S)$ não são disjuntos, então a renomeação precisa ser usada

CARTESIAN – Exemplo

- Produto Cartesiano ($R \times S$)
 - Gera todas as combinações possíveis entre as tuplas de duas tabelas

Estudante

PrimeiroNome	ÚltimoNome
Maria	Silva
João	Souza
Pedro	Carneiro
Sandro	Vasquez
Aline	Brandão
Viviane	Gomes

Instrutor

PrimeiroNome	ÚltimoNome
Aline	Brandão
Tatiana	Freitas
João	Souza
Ricardo	Marins

Estudante X Instrutor

PrimeiroNome	ÚltimoNome	PrimeiroNome	ÚltimoNome
Maria	Silva	Aline	Brandão
Maria	Silva	Tatiana	Freitas
Maria	Silva	João	Souza
Maria	Silva	Ricardo	Marins
João	Souza	Aline	Brandão
João	Souza	Tatiana	Freitas
João	Souza	João	Souza
João	Souza	Ricardo	Marins

CARTESIAN – Exemplo

Relação r

A	B
α	1
β	2

Relação s

C	D	E
α	10	a
β	10	a
β	20	b
γ	10	b

$r \times s$:

A	B	C	D	E
α	1	α	10	a
α	1	β	10	a
α	1	β	20	b
α	1	γ	10	b
β	2	α	10	a
β	2	β	10	a
β	2	β	20	b
β	2	γ	10	b

Renomeando atributos

► Renomear

- Trocar o nome de um atributo:

$$\delta_{A1 \rightarrow A2}(R)$$

- Troca A1 para A2 na relação R

- Exemplo:

- $R(A, B)$

$$\delta_{A \rightarrow C}(R) \rightarrow R(C, B)$$

- A é renomeado para C em R e o conteúdo não é alterado.

Renomeando relações

- ▶ Permite nomear e referenciar os resultados de expressões da álgebra relacional
- ▶ Permite referenciar uma relação por mais que um nome
- ▶ Exemplo:

$$\rho_X(E)$$

- Retorna a expressão E sob o nome X
- ▶ Se uma expressão da álgebra relacional E tiver aridade n , então:

$$\rho_{X(A_1, A_2, \dots, A_n)}(E)$$

- Retorna o resultado da expressão E sob o nome X e com os atributos renomeados para A_1, A_2, \dots, A_n .

Renomeando relações

- ▶ Exemplos:

- $P_{\text{comprador}}$ (cliente)
- $P(\text{código, nome, rua, saldo, vendedor})$ (cliente)
- $P_{\text{comprador}}(\text{código, nome, rua, saldo, vendedor})$ (cliente)

Exemplo retirado do material da Profa. Dra. Cristina Dutra de Aguiar Ciferr

Operação de atribuição

- ▶ A operação de atribuição (\leftarrow) provê um caminho conveniente para expressar consultas complexas
 - Escrever a consulta como uma programa sequencial consistindo de:
 - Uma série de atribuições
 - Seguida por uma expressão, cujo valor é mostrado como o resultado da consulta
 - A atribuição precisa ser realizada sempre para uma variável de relação temporária
 - Pode usar a variável em expressões subsequentes

Composição de operações e atribuições

- ▶ Expressões usando múltiplas operações.
 - Exemplo:

$$\sigma_{A=C}(r \times s)$$

$$(1) T1 \leftarrow r \times s$$

A	B	C	D	E
α	1	α	10	a
α	1	β	10	a
α	1	β	20	b
α	1	γ	10	b
β	2	α	10	a
β	2	β	10	a
β	2	β	20	b
β	2	γ	10	b

$$(2) Resp \leftarrow \sigma_{A=C}(T1)$$

A	B	C	D	E
α	1	α	10	a
β	2	β	10	a
β	2	β	20	b

Expressão de Álgebra Relacional



Definição Formal:

- Uma expressão básica em álgebra relacional consiste de:
 - Uma relação no banco de dados ou
 - Uma relação constante
- Dado que E_1 e E_2 são expressões da álgebra relacional, todas as expressões abaixo também são expressões da álgebra relacional:
 - $E_1 \cup E_2$; $E_1 - E_2$; $E_1 \times E_2$
 - $\sigma_p(E_1)$, p é um predicado sobre os atributos de E_1
 - $\Pi_s(E_1)$, s é uma lista contendo alguns dos atributos de E_1
 - $\rho_x(E_1)$, x é o nome novo para o resultado de E_1



INSTITUTO MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA



Álgebra Relacional – Operadores Básicos Exercícios

Ana Carolina Almeida

Material adaptado das notas de aula do prof. Sérgio Lifschitz (Puc-Rio)

Enunciado

- Seja o esquema relacional da base de dados simplificada de uma Empresa. As chaves primárias respectivas estão sublinhadas.

EMPREGADO (Ident, Nome, Sal, End, Sexo, DataNasc, DepNum, SuperIdent)
DEPARTAMENTO (Num, Nome, IdentGer)
PROJETO (Num, Nome, Local, DepNum)
TRABALHA_NO (IdentEmp, ProjNum, HRS)
DEPENDENTE (Nome, Sexo, DataNasc, Parentesco, IdentEmp)
DEPLOC (DepNum, Local)

As seguintes características são representadas na base de dados. A empresa é organizada em departamentos, cada qual tendo um nome, um número de identificação e um empregado responsável (gerente) pelo mesmo. Guarda-se como informação a data a partir da qual o empregado assumiu a gerência do departamento. Cada departamento pode estar presente em diversas localidades do país.

Um departamento controla um certo número de projetos, cada qual tendo um nome, um número de identificação e uma localidade única. Os departamentos têm vários empregados, para os quais guarda-se os respectivos nomes, número de matrícula na empresa, endereço residencial, sexo, data de nascimento e salário. Todo empregado tem um empregado que é seu superior hierárquico (supervisor direto) dentro do departamento, informação que também deve ser mantida no banco de dados.

Um empregado é alocado a um único departamento mas pode estar alocado a mais de um projeto, estes não necessariamente controlados pelo mesmo departamento. Controla-se o total de horas semanais em que um empregado trabalha em cada projeto. Para fim de controle de seguro de saúde de cada empregado, deve-se manter informações dos nomes, sexo, data de nascimento e grau de parentesco de seus dependentes.

- Utilizar a Álgebra Relacional com operadores básicos apenas para definir as consultas seguintes.

Exercício 1

- Quais os nomes dos gerentes de cada departamento.

δ nome \rightarrow NomeDeppto (Departamento)

DepGer \leftarrow Departamento X Empregado

Raux $\leftarrow \sigma$ (IdentGer = Ident) DepGer

Resposta $\leftarrow \Pi$ (Nome, NomeDeppto) (Raux)

Exercício 2

- Listar nome e endereço dos empregados que trabalham para o projeto Banco de Dados.

```
R1 ← σ (Nome = 'BD') (Projeto)
R2 ← σ (Num = ProjNum) (R1 X Trabalha_no)
R3 ← δ nome → Pnome, DepNum → NumDep (R2)
R4 ← R3 x Empregado
R5 ← σ (IdentEmp = Ident) R4
Resposta ← Π (Ident, Nome, Endereço) (R5)
```

Exercício 3

- Quais nomes dos dependentes que têm o nome igual ao do empregado do qual são dependentes?

```
DependenteOk ← δ nome → Dnome (Dependente)
EmpsDepsAux ← DependenteOk X Empregado
EmpsDeps ← σ (IdentEmp = Ident) (EmpsDepsAux)
MesmosNomes ← σ (nome = Dnome) (EmpsDeps)
Resposta ← Π Dnome (MesmosNomes)
```

Exercício 4

- Listar os locais onde são realizados projetos ou que são usados por espaços físicos dos departamentos da empresa.

$\text{LocaisProjetos} \leftarrow \Pi_{(\text{Local})} (\text{Projeto})$

$\text{LocaisDeptos} \leftarrow \Pi_{(\text{Local})} (\text{DepLoc})$

$\text{Locais} \leftarrow \text{LocaisProjetos} \cup \text{LocaisDeptos}$

$\text{Resposta} \leftarrow \Pi_{(\text{Local})} (\text{Locais})$

Exercício 5

- Quais identidades e nomes dos empregados que não têm dependentes?

$R1 \leftarrow \delta_{\text{Ident} \rightarrow \text{IdentEmp}} (\text{Empregado})$

$\text{Temp1} \leftarrow \Pi_{(\text{IdentEmp})} (R1)$

$\text{Temp2} \leftarrow \Pi_{(\text{IdentEmp})} (\text{Dependente})$

$\text{IdEmpDep}(\text{IdentEmp}) \leftarrow \text{Temp1} - \text{Temp2}$

$R_Parcial \leftarrow \sigma_{(\text{IdentEmp} = \text{Ident})} (\text{IdEmpDep} \times \text{Empregado})$

$\text{Resposta} \leftarrow \Pi_{(\text{Ident}, \text{Nome})} (R_Parcial)$

Exercício 6

- Para os projetos localizados em Belo Horizonte, listar seus números, o número do departamento que os controlam, e o nome, endereço e data de nascimento de seu gerente.

$\text{ProjBH} \leftarrow \sigma_{(\text{Local} = \text{'BH'})} (\text{Projeto})$

$\text{ProjBHdeptos} \leftarrow \text{ProjBH} \bowtie \text{Departamento}$

$\text{Aux1} \leftarrow \sigma_{(\text{DepNum} = \text{Num})} \text{ProjBHdeptos}$

$\text{DepProj} \leftarrow \Pi(\text{Projeto.Num}, \text{Deppto.Num}, \text{IdentGer}) (\text{Aux1})$

$\text{RespParcial} \leftarrow \text{DepProj} \bowtie \text{Empregado}$

$\text{Aux2} \leftarrow \sigma_{(\text{IdentGer} = \text{Ident})} \text{RespParcial}$

$\text{Resposta} \leftarrow \Pi(\text{Projeto.Num}, \text{Deptos.Num}, \text{Emps.Nome}, \text{Endereço}, \text{DataNasc}) \text{Aux2}$