Geração procedural com o domínio frequência

O que se pode fazer?

Geração procedural

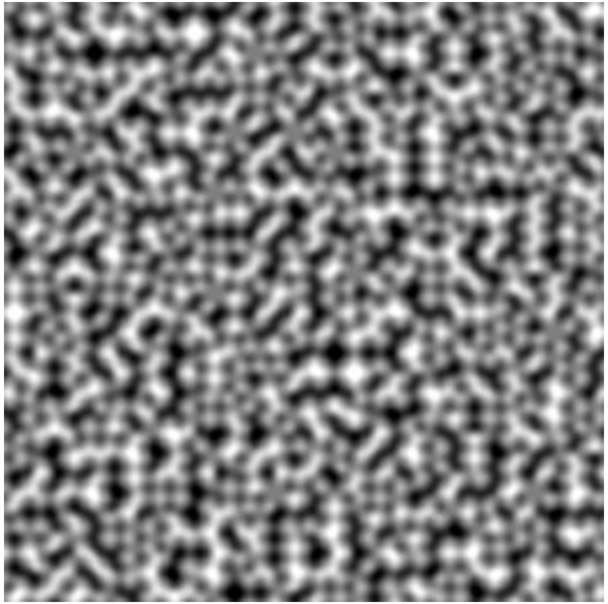
- Geração algorítmica de dados
- Deseja-se alguma estrutura
- Usada para gerar imagens
- Usada em jogos:
    - Relevo
    - Textura
    - Dungeons

Perlin Noise

- Geração procedural
- Inicializado com uma seed
- Após inicializado:
  - Um valor entre [-1,1] para coordenadas (x,y)
  - Determinístico; f(x,y) = f(x,y) sempre
  - Coordenadas próximas geram valores próximos

Perlin Noise – Exemplo (Cinza)

```
L(i, j) = 255 * (P(j/10 + 0.01, i/10 + 0.01) + 1) / 2
```

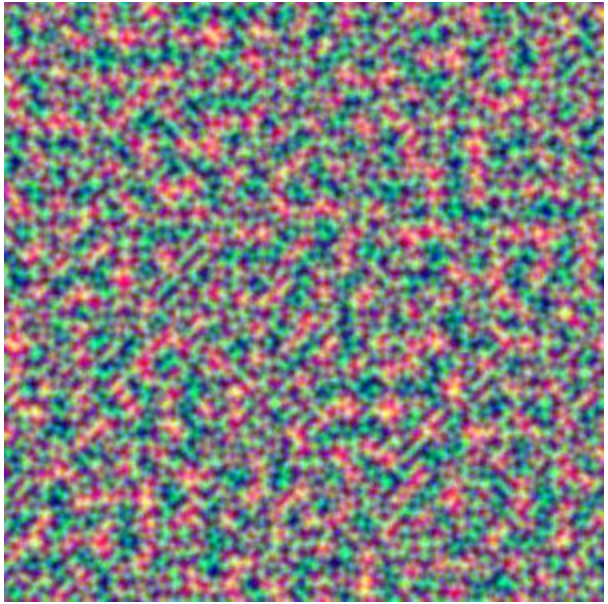


Perlin Noise – Exemplo (RGB)

```
R(i, j) = 255 * (P(j/11 + 0.02, i/11 + 0.02) + 1) / 2

G(i, j) = 255 * (P(j/5 + 0.51, i/5 + 0.51) + 1) / 2

B(i, j) = 255 * (P(j/2 + 0.21, i/2 + 0.21) + 1) / 2
```



Geração procedural – observações

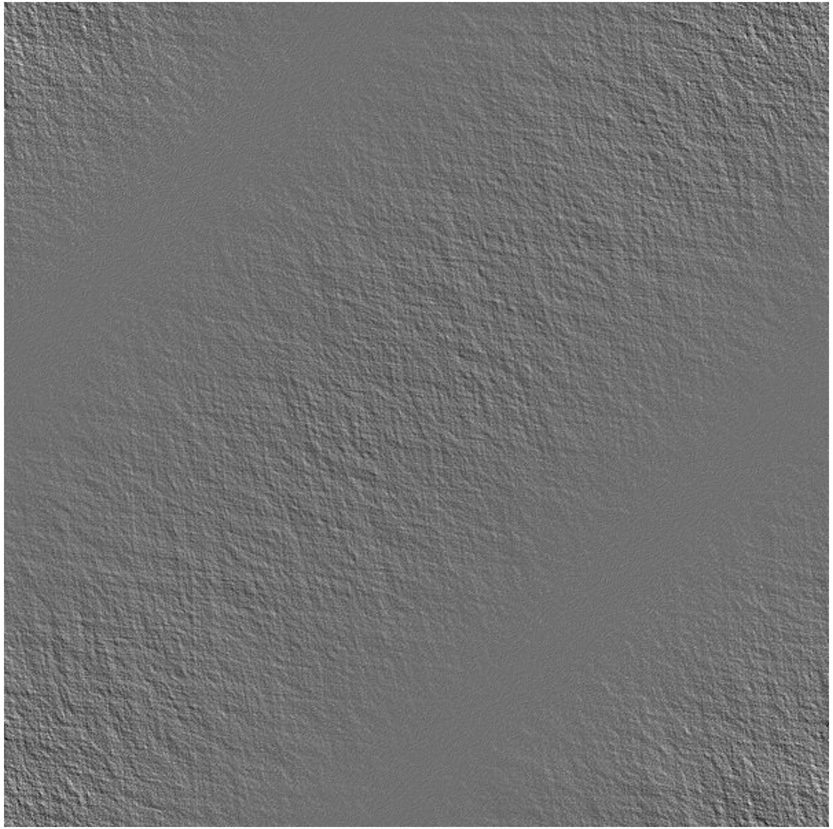
- Maior parte do estado da arte não usa domínio frequência
  - Perlin Noise incluso
- Trabalhos que usam domínio frequência:
  - Ou precisam de imagens exemplo
  - Ou não são adequados para geração procedural

Objetivos do projeto

- Como podemos usar o domínio frequência na geração procedural?
- Há algum ganho?
- Idealmente:
  - Síntese direta do domínio frequência
  - Correspondendo a uma imagem real
  - Sem necessidade de imagens exemplo
  - Eficiência em combinações com outras técnicas no dom. freq.
- No pior caso:
  - Descobrir que as técnicas exploradas não nos ajudam

Ideia 1 – Coeficientes totalmente aleatórios

- `re(F[v,u]) = random()`
- `im(F[v,u]) = random()`
- matemática incorreta
- produziu dois problemas:
    - imagens do tipo complexo
    - valores reais inutilizáveis



Ideia 2: força bruta com sistema de equações

- Resolve o problema de imagens com coeficientes imaginários
- Complexidade absurda: O(n^6 * m^6)
- Colocar restrição na definição de IDFT

$$f_{n,m}(y,x) = \frac{1}{nm}\sum_{v=0}^{n-1}\sum_{u=0}^{m-1} F(v,u)e^{i2\pi\left(\frac{vy}{n}+\frac{ux}{m}\right)} \quad \forall_{0\le y<n,\ 0\le x<m},$$

$$0 = im\left(\frac{1}{nm}\sum_{v=0}^{n-1}\sum_{u=0}^{m-1} F(v,u)e^{i2\pi\left(\frac{vy}{n}+\frac{ux}{m}\right)}\right) \quad \forall_{0\le y<n,\ 0\le x<m}$$

$$0 = \sum_{v=0}^{n-1}\sum_{u=0}^{m-1} im\left(F(v,u)e^{i2\pi\left(\frac{vy}{n}+\frac{ux}{m}\right)}\right) \quad \forall_{0\le y<n,\ 0\le x<m}$$

$$0 = \left(\sum_{v=0}^{n-1}\sum_{u=0}^{m-1} re(F(v,u))\ sin\left(2\pi\left(\frac{vy}{n}+\frac{ux}{m}\right)\right)\right)$$
$$+\left(\sum_{v=0}^{n-1}\sum_{u=0}^{m-1} im(F(v,u))\ cos\left(2\pi\left(\frac{vy}{n}+\frac{ux}{m}\right)\right)\right)$$
$$\forall_{0\le y<n,\ 0\le x<m}$$

Ideia 3: restrições sobre IFFT (1)

- Quebrar IFFT em funções recursivas
- Impor restrições sobre coeficientes imaginários:
  - im(f(y, x)) = 0
- Impor restrições sobre coeficientes reais:
  - 0 <= re(f(y, x)) <= 255
  - resolve o problema de valores reais de pixels coerentes

Ideia 3: restrições sobre IFFT (2)

- Partir do domínio espacial com restrições iniciais
- A cada nível da recursão:
  - Gerar novas restrições aleatórias consistentes com as iniciais
- Caso base:
  - Gerar valores aleatórios que satisfaçam recursão
  - Serão os coeficientes do domínio frequência

Ideia 3: restrições sobre IFFT – Definição de FFT 1D

$$\mathcal{F}\{f_{2^q}\}(u) = \mathcal{F}_{0,0}\{f_{2^q}\}(u)$$

$$\mathcal{F}_{k,p}\{f_{2^q}\}(u) = \begin{cases} f_{2^q}(k) & p = q \\ \mathcal{F}_{k,p+1}\{f_{2^q}\}(u) \\ \quad +e^{-i\pi u 2^{p-q+1}}\mathcal{F}_{k+2^p,p+1}\{f_{2^q}\}(u) & p < q,\ u < 2^{q-p-1} \\ \mathcal{F}_{k,p+1}\{f_{2^q}\}(u - 2^{q-p-1}) \\ \quad -e^{-i\pi(u-2^{q-p-1})2^{p-q+1}}\mathcal{F}_{k+2^p,p+1}\{f_{2^q}\}(u - 2^{q-p-1}) & p < q,\ u \geq 2^{q-p-1} \end{cases}$$

Ideia 3: restrições sobre IFFT – Definição de IFFT 1D

$$\mathcal{F}^{-1}\{F_{2^q}\}(y) = \frac{\mathcal{F}^{-1}_{0,0}\{F_{2^q}\}(y)}{2^q}$$

$$\mathcal{F}^{-1}_{k,p}\{F_{2^q}\}(y) = \begin{cases} F_{2^q}(k) & p = q \\ \mathcal{F}^{-1}_{k,p+1}\{F_{2^q}\}(y) \\ \quad + e^{i\pi u 2^{p-q+1}} \mathcal{F}^{-1}_{k+2^p,p+1}\{F_{2^q}\}(y) & p < q,\ y < 2^{q-p-1} \\ \mathcal{F}^{-1}_{k,p+1}\{F_{2^q}\}(y - 2^{q-p-1}) \\ \quad - e^{i\pi(y-2^{q-p-1})2^{p-q+1}} \mathcal{F}^{-1}_{k+2^p,p+1}\{F_{2^q}\}(y - 2^{q-p-1}) & p < q,\ y \geq 2^{q-p-1} \end{cases}$$

Ideia 3: restrições sobre IFFT – Imag da IFFT 1D

$$
im(\mathcal{F}^{-1}_{k,p}\{F_{2^q}\}(y)) = \begin{cases}
im(F_{2^q}(k)) & p = q \\[2ex]
\begin{aligned} & im(\mathcal{F}^{-1}_{k,p+1}\{F_{2^q}\}(y)) \\ & \quad +cos(\pi k 2^{p-q+1})\ im(\mathcal{F}^{-1}_{k+2^p,p+1}\{F_{2^q}\}(y)) \\ & \quad -sin(\pi k 2^{p-q+1})\ re(\mathcal{F}^{-1}_{k+2^p,p+1}\{F_{2^q}\}(y)) \end{aligned} & p < q,\ y < 2^{q-p-1} \\[2ex]
\begin{aligned} & im(\mathcal{F}^{-1}_{k,p+1}\{F_{2^q}\}(y)) \\ & \quad -cos(\pi(y - 2^{q-p-1})2^{p-q+1})\ im(\mathcal{F}^{-1}_{k+2^p,p+1}\{F_{2^q}\}(y - 2^{q-p-1})) \\ & \quad +sin(\pi(y - 2^{q-p-1})2^{p-q+1})\ re(\mathcal{F}^{-1}_{k+2^p,p+1}\{F_{2^q}\}(y - 2^{q-p-1})) \end{aligned} & p < q,\ y \geq 2^{q-p-1}
\end{cases}
$$

Ideia 3: restrições sobre IFFT – Real da IFFT 1D

$$re(\mathcal{F}^{-1}_{k,p}\{F_{2^q}\}(y)) = \begin{cases} re(F_{2^q}(k)) & p = q \\ \\ re(\mathcal{F}^{-1}_{k,p+1}\{F_{2^q}\}(y)) \\ \quad +cos(\pi k 2^{p-q+1})\ re(\mathcal{F}^{-1}_{k+2^p,p+1}\{F_{2^q}\}(y)) & p < q,\ y < 2^{q-p-1} \\ \quad +sin(\pi k 2^{p-q+1})\ im(\mathcal{F}^{-1}_{k+2^p,p+1}\{F_{2^q}\}(y)) \\ \\ re(\mathcal{F}^{-1}_{k,p+1}\{F_{2^q}\}(y)) \\ \quad -cos(\pi(y-2^{q-p-1})2^{p-q+1})\ re(\mathcal{F}^{-1}_{k+2^p,p+1}\{F_{2^q}\}(y-2^{q-p-1})) & p < q,\ y \geq 2^{q-p-1} \\ \quad -sin(\pi(y-2^{q-p-1})2^{p-q+1})\ im(\mathcal{F}^{-1}_{k+2^p,p+1}\{F_{2^q}\}(y-2^{q-p-1})) \end{cases}$$

Ideia 3: restrições sobre IFFT – As restrições

$$im(\mathcal{F}^{-1}\{F_{2^q}\}(y)) = 0$$

$$0 \leq re(\mathcal{F}^{-1}\{F_{2^q}\}(y)) \leq 255$$

Ideia 3: restrições sobre IFFT – Definição de IFFT 2D (1)

$$\mathcal{F}^{2^{-1}}\{F_{2^q,2^q}\}(y,x) = \frac{\mathcal{F}^{2^{-1}}_{0,0,0}\{F_{2^q,2^q}\}(y,x)}{2^{2q}}$$

$$\mathcal{F}^{2^{-1}}_{k,j,p}\{F_{2^q,2^q}\}(y,x) = \begin{cases} F_{2^q,2^q}(k,j) & p = q \\ \\ \mathcal{F}^{2^{-1}}_{k,j,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y,x) \\ \quad + e^{i\pi x 2^{p-q+1}} \mathcal{F}^{2^{-1}}_{k,j+2^p,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y,x) & p < q;\ y,x < 2^{q-p-1} \\ \quad + e^{i\pi y 2^{p-q+1}} \mathcal{F}^{2^{-1}}_{k+2^p,j,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y,x) \\ \quad + e^{i\pi (y+x) 2^{p-q+1}} \mathcal{F}^{2^{-1}}_{k+2^p,j+2^p,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y,x) \\ \\ \mathcal{F}^{2^{-1}}_{k,j,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y,x-2^{q-p-1}) \\ \quad - e^{i\pi (x-2^{q-p-1}) 2^{p-q+1}} \mathcal{F}^{2^{-1}}_{k,j+2^p,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y,x-2^{q-p-1}) & p < q;\ y < 2^{q-p-1}; x \geq 2^{q-p-1} \\ \quad + e^{i\pi y 2^{p-q+1}} \mathcal{F}^{2^{-1}}_{k+2^p,j,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y,x-2^{q-p-1}) \\ \quad - e^{i\pi (y+x-2^{q-p-1}) 2^{p-q+1}} \mathcal{F}^{2^{-1}}_{k+2^p,j,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y,x-2^{q-p-1}) \end{cases}$$

Ideia 3: restrições sobre IFFT – Definição de IFFT 2D (2)

$$\mathcal{F}^{2^{-1}}_{k,j,p}\{F_{2^q,2^q}\}(y,x) = \begin{cases} \mathcal{F}^{2^{-1}}_{k,j,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y-2^{q-p-1},x) \\ \quad + e^{i\pi x 2^{p-q+1}}\mathcal{F}^{2^{-1}}_{k,j+2^p,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y-2^{q-p-1},x) & p<q;\ y \geq 2^{q-p-1}; x < 2^{q-p-1} \\ \quad - e^{i\pi(y-2^{q-p-1})2^{p-q+1}}\mathcal{F}^{2^{-1}}_{k+2^p,j,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y-2^{q-p-1},x) \\ \quad - e^{i\pi(y+x-2^{q-p-1})2^{p-q+1}}\mathcal{F}^{2^{-1}}_{k+2^p,j,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y-2^{q-p-1},x) \\ \\ \mathcal{F}^{2^{-1}}_{k,j,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y-2^{q-p-1},x-2^{q-p-1}) \\ \quad - e^{i\pi(x-2^{q-p-1})2^{p-q+1}}\mathcal{F}^{2^{-1}}_{k,j+2^p,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y-2^{q-p-1},x-2^{q-p-1}) & p<q;\ y,x \geq 2^{q-p-1} \\ \quad - e^{i\pi(y-2^{q-p-1})2^{p-q+1}}\mathcal{F}^{2^{-1}}_{k+2^p,j,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y-2^{q-p-1},x-2^{q-p-1}) \\ \quad + e^{i\pi(y+x-2^{q-p})2^{p-q+1}}\mathcal{F}^{2^{-1}}_{k+2^p,j,p+1}\{F_{2^q,2^q}\}(y-2^{q-p-1},x-2^{q-p-1}) \end{cases}$$

Ideia 3: restrições sobre IFFT – Problemas

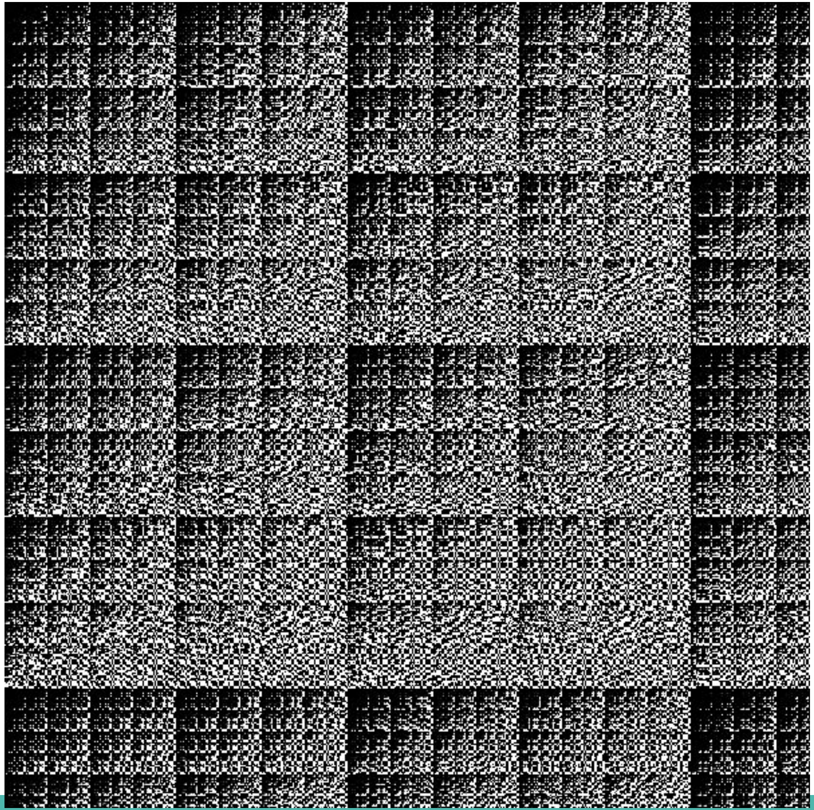
- Não é trivial isolar variáveis nesse sistema de restrições
- Tempo não permitiu explorar melhor essa ideia

Ideia 4: Ajustes em coeficientes aleatórios

- Similar à ideia 1
  - Mas com cuidados extras
  - Com uma ordem/um caminho melhor determinado
  - Primeiro gera o DC
  - Gera o resto em camadas, de forma radial
  - Ao final, aplicar IFFTSHIFT e IFFT
  - Pior que a ideia 1

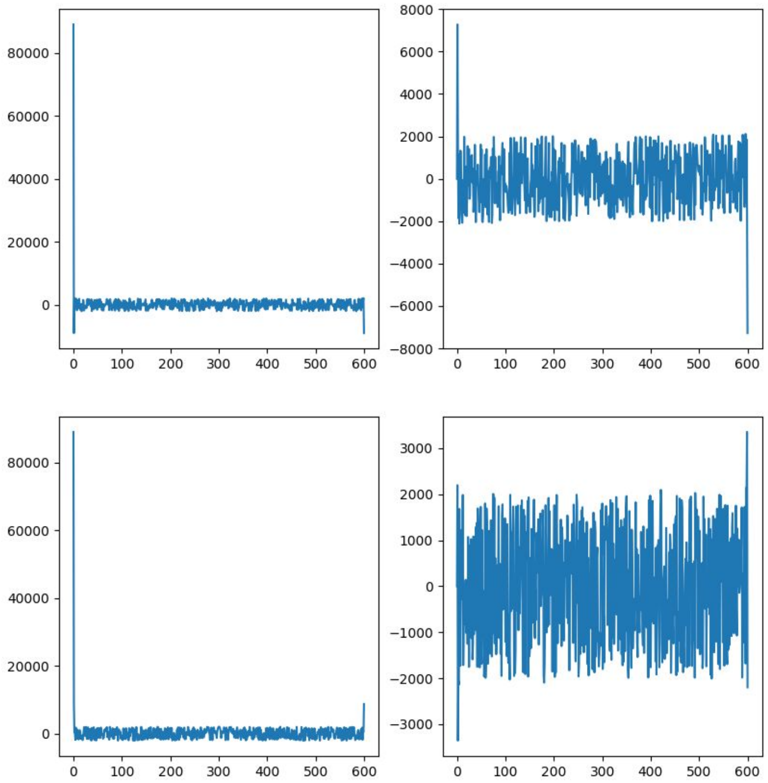
Ideia 4: Ajustes – Normalizando valor absoluto

Ideia 4: Ajustes – Escalando e truncando coef. real



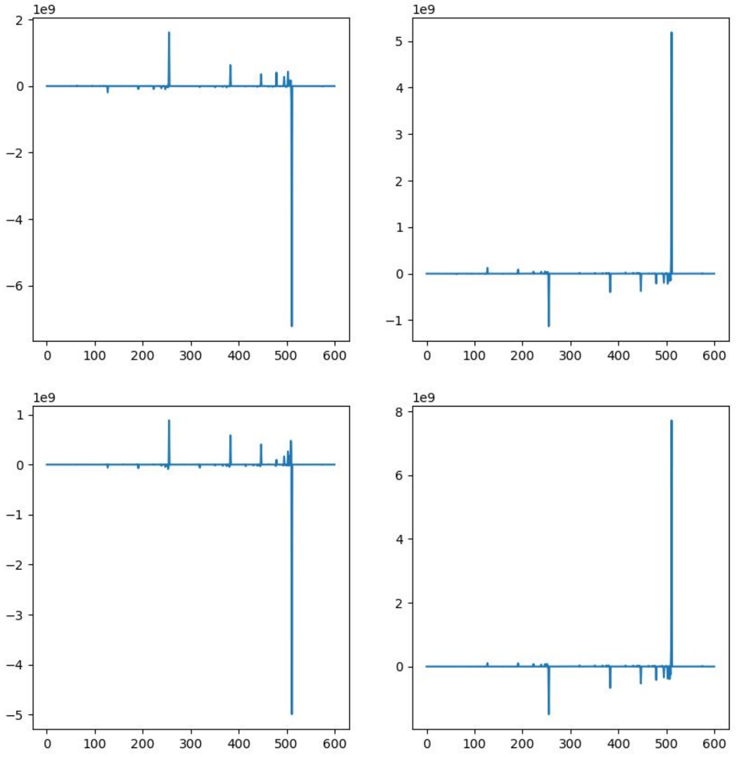
Ideia 4: Ajustes – Análise – Domínio frequência

- Análise da primeira linha
  - real / imaginário
- Análise da primeira coluna
  - real / imaginário



Ideia 4: Ajustes – Análise – Domínio espacial (raw)

- Análise da primeira linha
  - real / imaginário
- Análise da primeira coluna
  - real / imaginário



Conclusões

- Não houve ganho significativo
- É difícil usar o domínio frequência para esse fim
- A abordagem de convergir restrições com FFT parece promissora