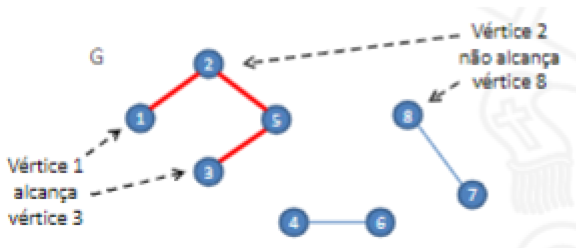
9 - Conectividade e separabilidade

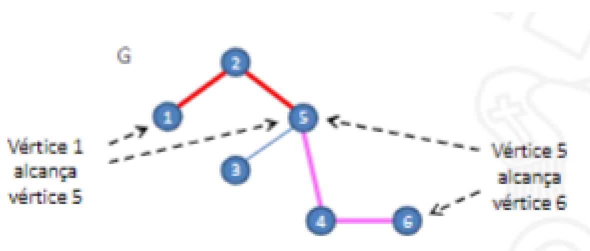
Fecho Transitivo:

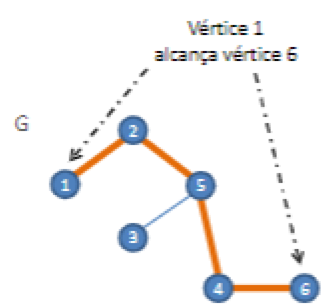
Se existe um caminho de um vértice V para um vértice W em um grafo, então dizemos que V alcança W.



Alcançabilidade - Transitividade:

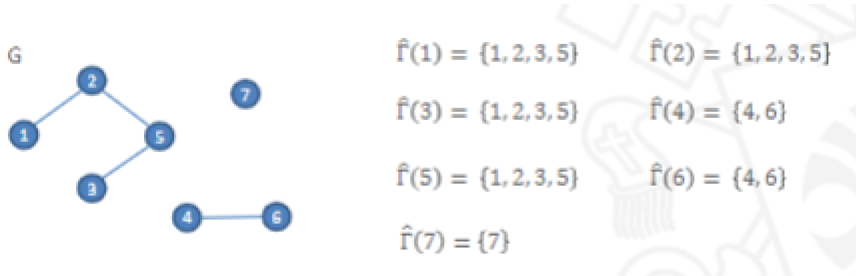
A relação de alcançabilidade é transitiva, isto é, se V alcança W e W alcança X, então V alcança X.





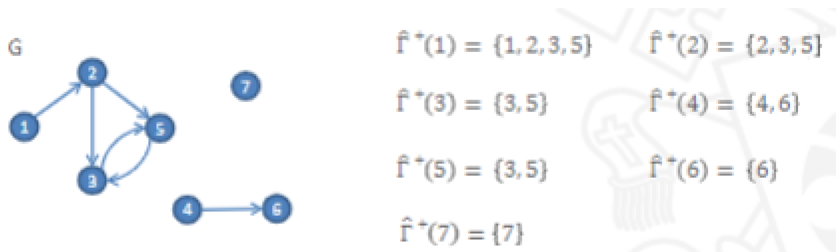
Fecho transitivo - GRAFO NÃO DIRECIONADO:

É um conjunto de vértices alcançáveis a partir de um vértice principal.



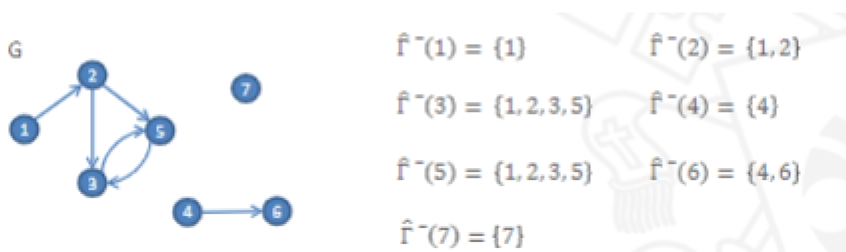
Fecho transitivo direto - GRAFO DIRECIONADO:

É o conjunto de vértices alcançáveis a partir de um vértice.



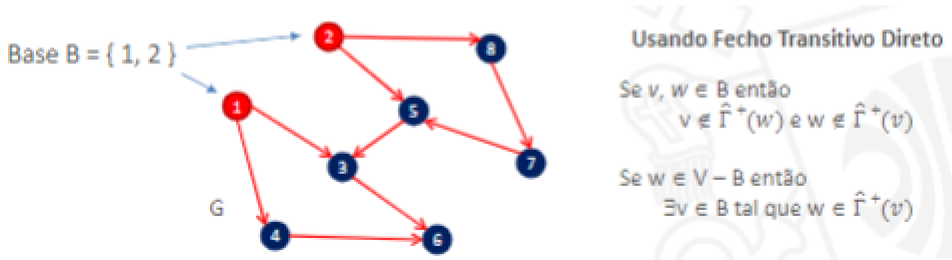
Fecho transitivo inverso - GRAFO DIRECIONADO:

É o conjunto de vértices que alcançam um vértice.



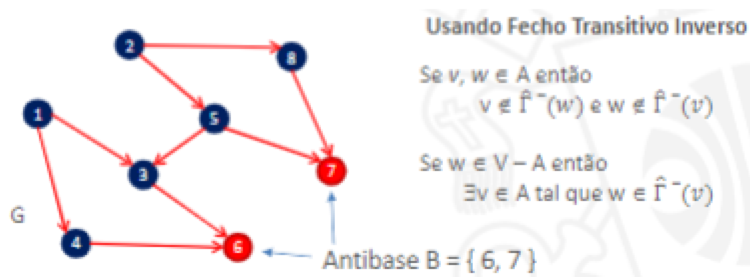
Base:

É um subconjunto B **C** V tal que não há caminhos entre elementos de B e todo vértice não pertencente a B pode ser alcançado por algum vértice de B.



Antibase:

É um subconjunto A C V tal que não há caminhos entre elementos de A e todo vértice não pertencente a A pode alcançar por algum vértice de A.



Raiz e Antirraiz:

- **Raiz:** Se a base de um grafo for um conjunto unitário, então ela é denominada como raiz.
- **Antirraiz:** Se a antibase de um grafo for um conjunto unitário, então ela é dita antirraiz.

Conectitvidade:

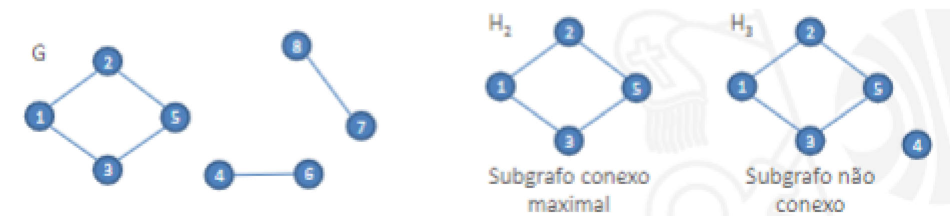
Grafo não direcionado:

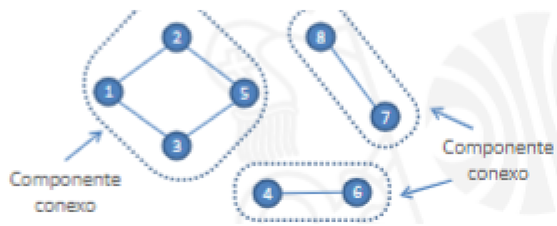
Em um grafo não direcionado conexo, todos os vértices são alcançáveis a partir de qualquer outro. Ou ainda, o fecho transitivo de qualquer vértice é igual ao conjunto de vértices. É sempre possível fazer um passeio fechado que inclua todos os vértices.

Em um grafo direcionado é desconexo, quando não existir um caminho entre algum par de vértices. Ou ainda, o fecho transitivo de algum vértice for diferente ao conjunto de vértices.

Componente conexo:

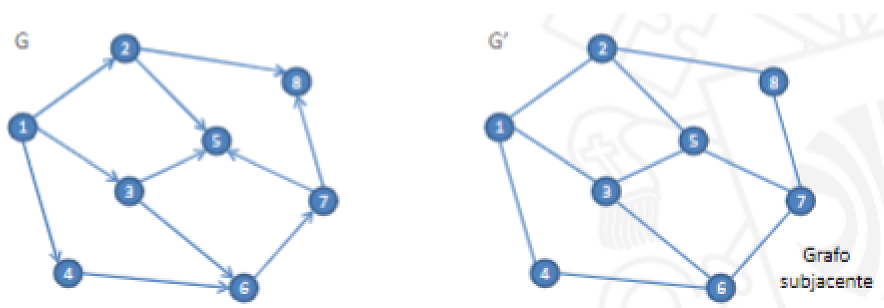
Em um grafo não direcionado, seus componentes conexos são os subgrafos maximais que são conexos. Um subgrafo maximal conexo é um dos maiores subgrafos (em número de vértices e arestas) que também seja conexo.





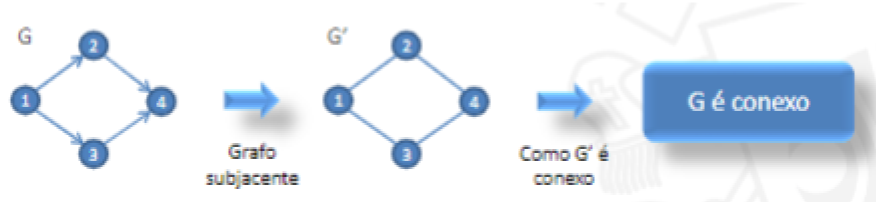
Grafo subjacente:

Em um grafo direcionado, seu grafo subjacente é grafo não direcionado obtido pela troca de cada aresta por outra não direcionada.

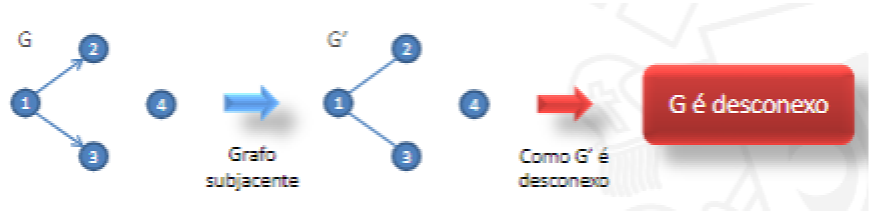


Grafo direcionado:

Ele é considerado conexo quando seu grafo subjacente for conexo.

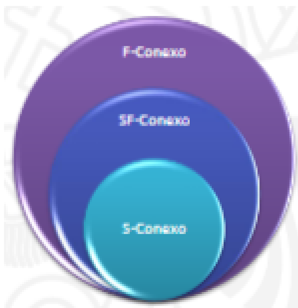


Ele é considerado desconexo quando seu grafo subjacente for desconexo.



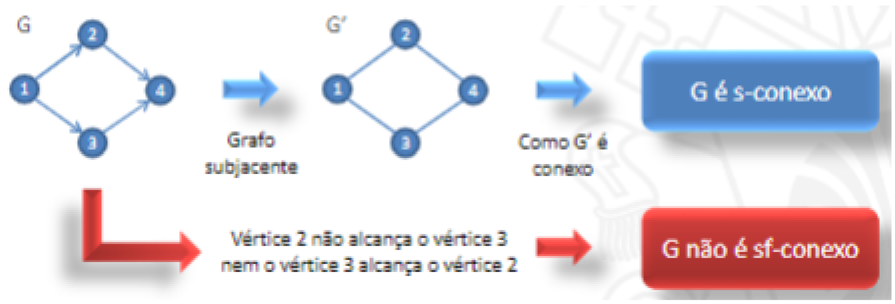
Pode ser ainda classificado como:

- **Simplesmente conexo (S-Conexo):** quando o grafo subjacente for conexo.
- **Semifortemente Conexo (SF-Conexo):** quando para todo par de vértice pelo menos um deles é alcançável a partir do outro.
- **Fortemente Conexo (F-Conexo):** quando todos os vértices são mutuamente alcançáveis.

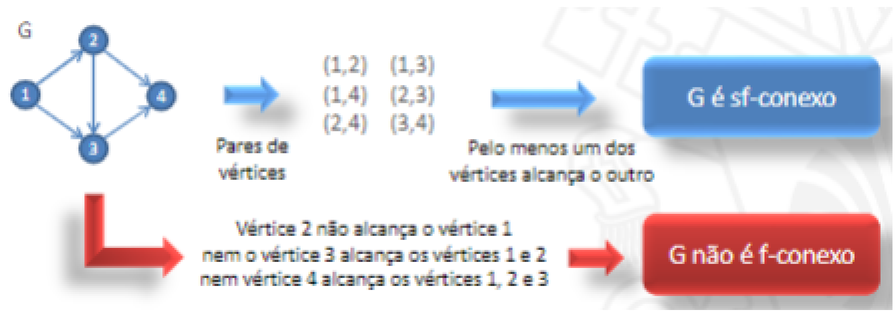


Exemplos:

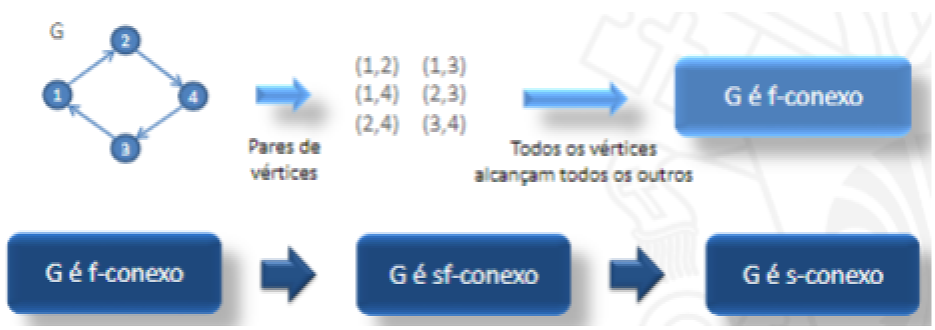
- Um grafo direcionado conexo pode ser S-Conexo mas não ser SF-Conexo.



- Um grafo direcionado conexo pode ser SF-Conexo mas não ser F-Conexo.



- Um grafo direcionado conexo pode ser F-Conexo.



Componente fortemente conexo:

São seus subgrafos maximais que são fortemente conexos.

Grafo reverso (ou Transposto):

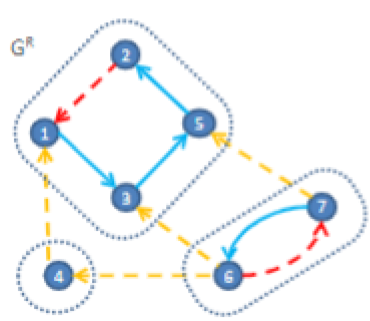
É o reverso do grafo, ou seja, é o resultado da reversão de todas as suas arestas, por exemplo uma aresta A → B, vira uma aresta B → A.

Método de Kosaraju - Algoritmo:

1. Fazer busca em profundidade em G // Salvar tempos de término (TT)
2. Construir o grafo G^R // Gerar reverso do grafo G
3. Fazer busca em profundidade em G^R em ordem decrescente de TT

Cada árvore da floresta de profundidade corresponde a um componente f-conexo

Exemplo:



Busca em profundidade em G

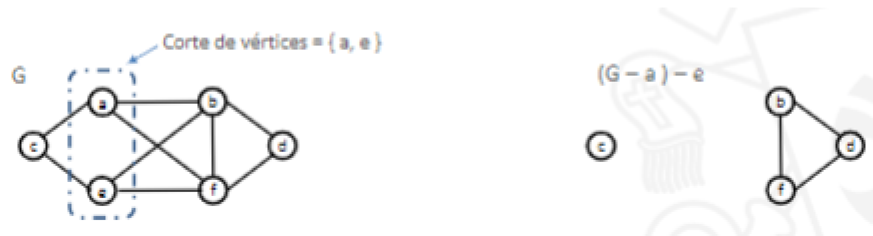
	1	2	3	4	5	6	7
TT	14	11	9	13	10	6	7

	1	2	3	4	5	6	7
TD	1	4	2	9	3	12	11
TT	8	5	7	10	6	13	14
pai	∅	5	1	∅	3	7	∅

Aresta de árvore · Aresta de retorno · Aresta de avanço · Aresta de cruzamento

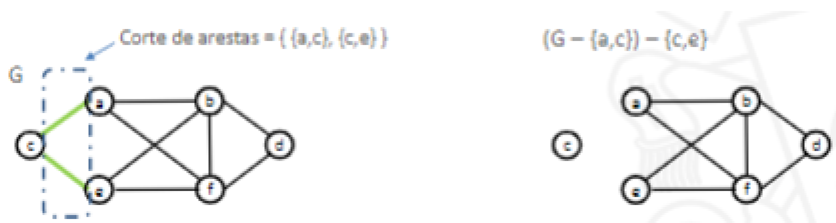
Corte de vértices:

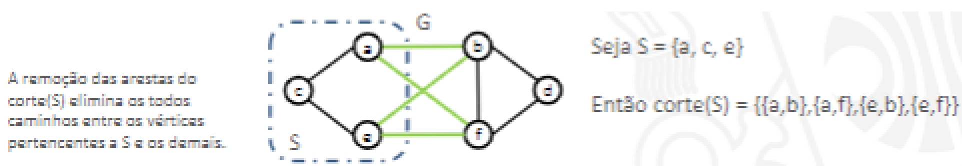
Dado um grafo conexo não direcionado, um corte de vértices é um subconjunto minimal de vértices, cujo a remoção transforma o grafo em um grafo desconxeo ou trival (isto é, com apenas um vértice).



Corte de arestas:

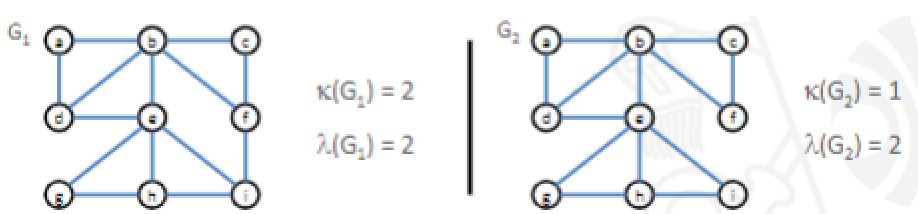
Dado um grafo conexo não direcionado, um corte de vértices é um subconjunto minimal de vértices, cuja remoção transforma o grafo em um grafo desconexo.





Conectividade de vértices: à cardinalidade do menor corte de vértices de G.

Conectividade de arestas: à cardinalidade do menor corte de arestas de G.



Grafo separável - Grafo k-Conexo:

Um grafo G é separável de K(G) é igual a 1.

Um grafo G é k-Conexo em arestas (ou vértices) quando sua conectividade de arestas ou vértices é maior ou igual a k.

Articulação: um vértice é denominado articulação, se a remoção do mesmo, tornar o grafo desconexo.

Ponte: uma aresta é denominada ponte, se a remoção da mesma, tornar o grafo desconexo.