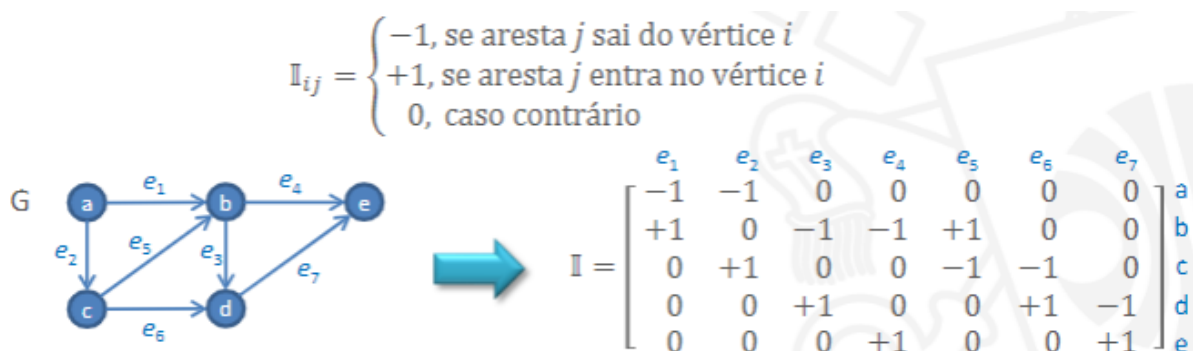


3 - Representação de grafo

Matriz de incidência:

Um grafo direcionado com n vértice e m arestas, permite uma representação por meio de uma matriz de incidência.

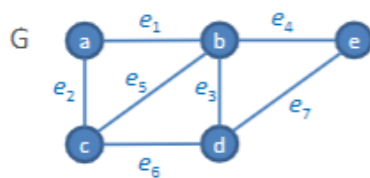
Em um grafo direcionado também temos a matriz sem valores $+$ e $-$, fazendo uma matriz vértice c vértice. Onde marcamos apenas aqueles vértices que saem, consequentemente mostrando em qual ponto entra. As linhas mostram “Saí de X” e as colunas mostram “Entra em X”. Ou seja, para mostrar sair dele (olhar linha) e para mostrar entra nele (olhar coluna).



Para um grafo não direcionado os itens mudam um pouco, já que você não tem direção nas arestas, isso faz com que crie-se uma matriz de incidência com valores booleanos, para 1 caso tenha relação e 0 caso não tenha relação.

Onde uma determinada matriz incide. Os vértices que são incidentes são marcados com 1 na matriz. Eles são trabalhados pelas colunas. “Aresta X incide em tais vértices (linhas)”.

$$I_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se aresta } j \text{ incide no vértice } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$



$$I = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{matrix} \end{bmatrix}$$

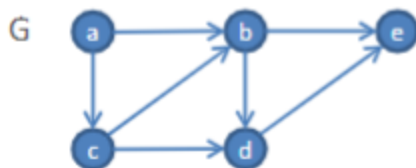
• Propriedades:

- Uma matriz de incidência representa um grafo.
- Um grafo pode ser representado por diferentes matrizes de incidência pois pode-se permutar as linha (vértice) e/ou colunas(arestas).
- Toda coluna da matriz de incidência possui apenas duas posições não nulas.
- Ela permite a consulta eficiente à existência de arco incidente a uma vértice - tempo constante, isto é, $O(1)$.
- Ela ocupa um espaço proporcional a $O(n * m)$ que pode ser $O(n^2)$ para grafos densos.

Matriz de Adjacência:

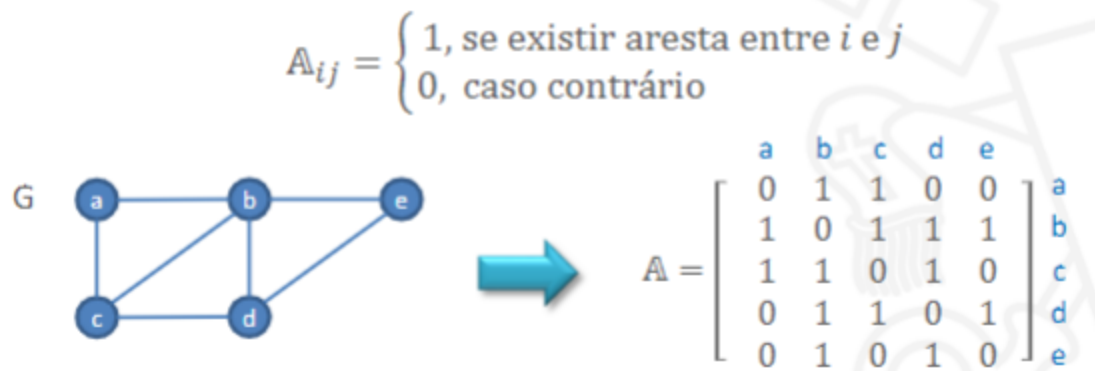
Um grafo direcionado com n vértices permite uma representação por meio de uma matriz de adjacência. As colunas representam os predecessores e as linhas representam os sucessores.

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se existir aresta saindo de } i \text{ e entrando em } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$



$$A = \begin{bmatrix} a & b & c & d & e \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{matrix} \end{bmatrix}$$

Para um grafo não direcionado também. Se pegar uma linha e analisar pode-se saber o grau é a vizinhança de um vértice.



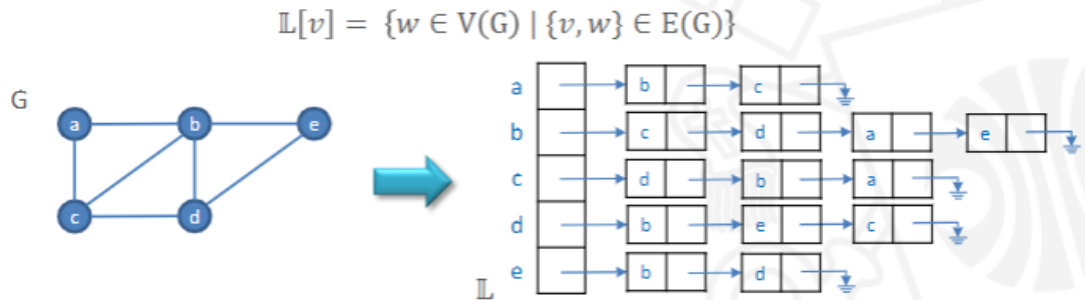
- **Propriedades:**

- Representa univocamente um grafo.
- Um grafo pode ser representado por diferentes matrizes de adjacência pois pode-se permutar linhas e/ou colunas (vértices).
- A matriz de adjacência é simétrica para grafos não direcionados, pois quando existir aresta entre dois vértices ela vale em ambas as direções.
- Ela permite a consulta eficiente à existência de arco incidente a um vértice - tempo constante, isto é, $O(1)$.
- Ela ocupa um espaço proporcional a $O(n^2)$ para grafos esparsos ou densos.

Lista de Adjacência:

Grafos não-direcionados:

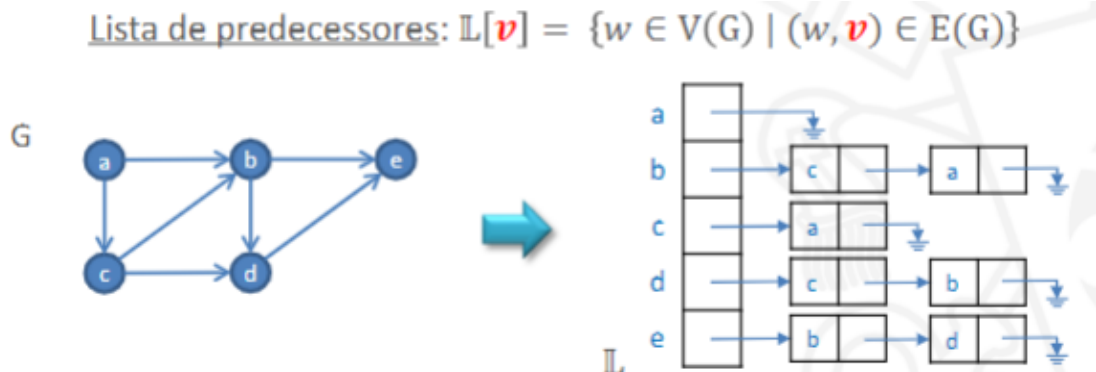
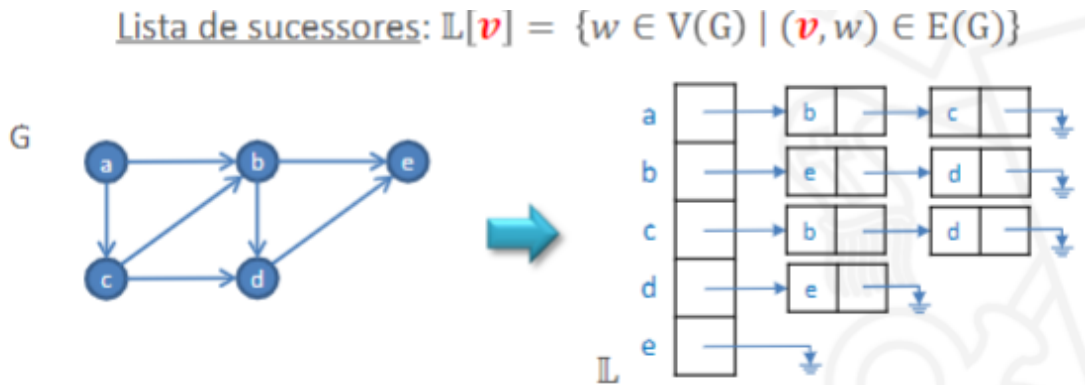
A representação acontece por meio de n listas, onde cada lista representa um vértice, de modo que a lista de adjacência contenha os vértices adjacentes ao vértice que a lista pertence.



Grafos direcionados:

A representação acontece igual aos não direcionados, porém são feitas diferentes listas, uma lista para os sucessores e outra para os predecessores.

Sucessores → para saber quais são os predecessores a partir de uma lista de sucessores você terá que percorrer todas as listas. Isso vai ter um alto custo de processamento $O(n^2)$, na maior parte das vezes.



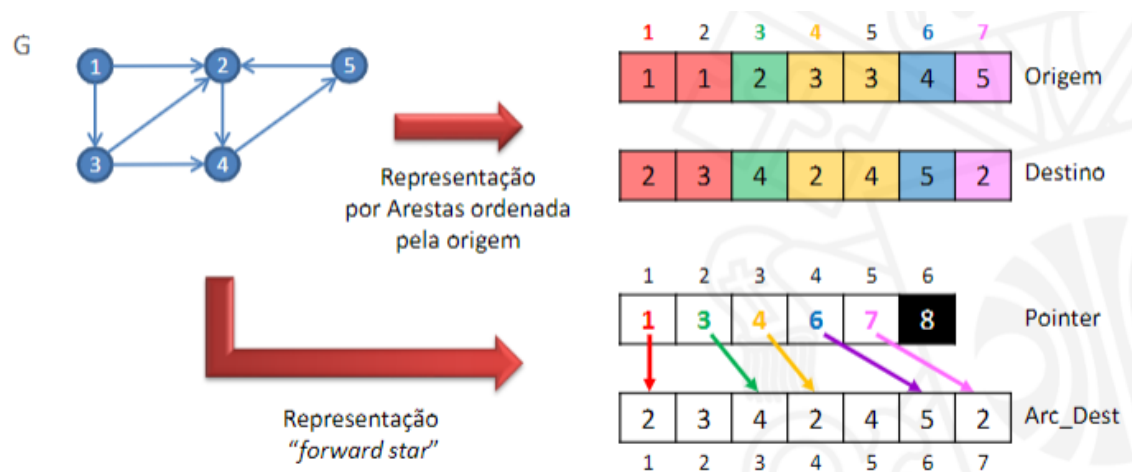
- **Propriedades:**

- As listas de adjacência representam univocamente um grafo G.

- Um grafo pode ser representado por diferentes listas de adjacência pois os elementos podem aparecer em qualquer ordem nas listas.
- Para grafos direcionados, deve-se optar por armazenar os sucessores ou os predecessores dos vértices (ou dobrar o custo de armazenamento).
- A consulta é mais cara para se determinar a existência de arco incidente a um vértice –tempo linear no número de vértices, isto é, $O(n)$ para grafo denso.
- Ela ocupa um espaço proporcional a $O(n * m)$.

Lista de Adjacência por meio de vetores:

Representação por meio de arestas ordenadas pela origem:



Representação de arestas ordenada pelo destino:

