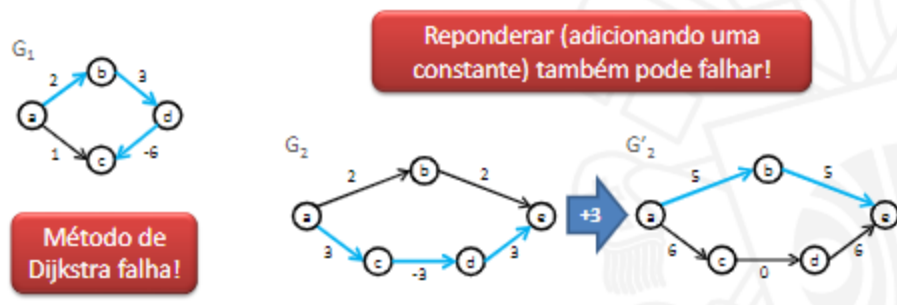


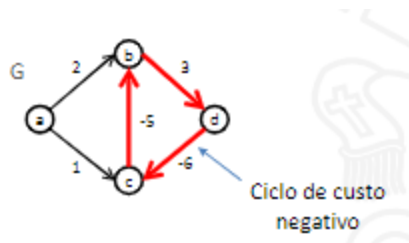
# 14 - Caminho mínimo - Bellman-Ford

**Caminho mínimo com custos negativos:**



**Ciclo de custo negativo:**

Se um caminho do vértice S para o vértice T contém um ciclo de custo negativo então não há caminho mínimo entre S e T, caso contrário ele existe e é "simples", isto é não há repetição de vértices.



**Método de Bellman-Ford:**

Calcula caminho mais curto via programação dinâmica. Ele analisa os vértice de um grafo a cada interação até que não seja mais possível fazer atualizações. Em um grafo com  $n$  vértices, qualquer caminho possui no máximo  $n - 1$  arestas, portanto, cada vértice é examinado no máximo  $n - 1$  vezes. Com isso é possível calcular caminhos mínimos com arestas de peso negativo.

Baseado no princípio de relaxação, uma aproximação da distância da origem até cada vértice é gradualmente atualizada por valores mais precisos até que a solução seja ótima. Se em uma iteração não houver atualizações o algoritmo pode terminar.

Entretanto, se tiver atualização na última iteração, significa que tem pelo menos um ciclo negativo.

### Algoritmo:

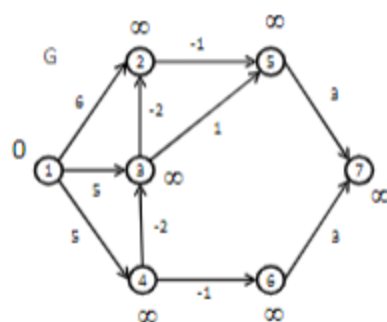
**Relaxação de arestas:** mantém-se um potencial  $dist[]$  sobre os vértices do grafo e relaxa, sistematicamente, as arestas que estão tensas em relação a esse potencial.

#### Operação de relaxação

```
se  $dist[v] + d_{vw} < dist[w]$  então           // se aresta (v, w) está tensa?
     $dist[w] \leftarrow dist[v] + d_{vw}$ 
     $pred[w] \leftarrow v$ 
```

1. para todo vértice  $v \in V(G)$  faça
  - a.  $dist[v] \leftarrow \infty$ ; // Inicializar distâncias
  - b.  $pred[v] \leftarrow \emptyset$ ; // Inicializar predecessores
2.  $dist[s] \leftarrow 0$ ; // Fazer distância da raiz igual a zero
3. para  $i = 1, \dots, |V(G)| - 1$  faça
  - para cada  $(v, w) \in E(G)$  faça
    - se  $dist[w] > dist[v] + d_{vw}$  então // Se aresta está tensa?
      - i.  $dist[w] \leftarrow dist[v] + d_{vw}$ ; // Atualizar a distância
      - ii.  $pred[w] \leftarrow v$ ; // Atualizar predecessor de w

### Exemplo:

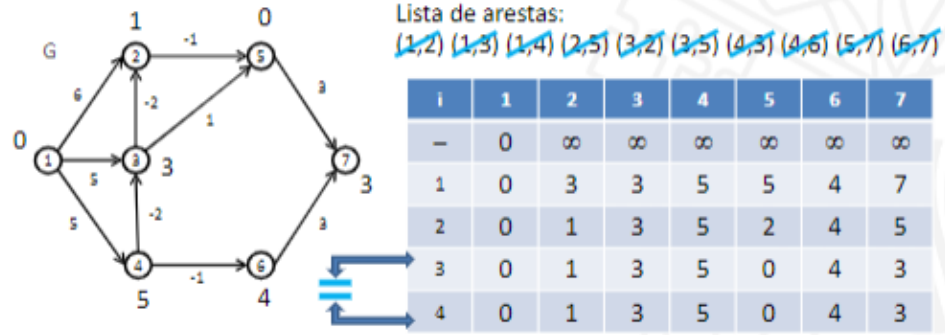


Lista de arestas:

(1,2) (1,3) (1,4) (2,5) (3,2) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7) (6,7)

i	1	2	3	4	5	6	7
-	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1							
2							
3							
4							

Inicia-se os vértices com 0 (raiz) e infinito o resto. Vale lembrar que em situações de soma que o vértice está infinito e soma com o número o outro vértice fica infinito.



Vai relaxando os vértices até não ter mais atualização