



Universidade de Aveiro
Departamento de
Engenharia Mecânica

Servomecanismos

Trabalho 8.b - Projeto de Controladores

Licenciatura em Engenharia Mecânica

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Mestrado em Engenharia de Automação Industrial

Objetivos

- (1) Modelação de sistemas não lineares;
- (2) Linearização de sistemas não lineares;
- (3) Projeto de controlador proporcional, integrativo e derivativo (PID).

1 Modelação não linear de pêndulo invertido

Pretende-se modelar a dinâmica de um pêndulo invertido quando atuado por um carril que se move horizontalmente (Fig. 1). Os modelos matemáticos devem ser deduzidos considerando o conjunto simplificado pêndulo e carril ilustrado na Fig. 2. Considere os seguintes parâmetros: massa do carril $M = 0.5 \text{ Kg}$; massa do pêndulo $m = 0.214 \text{ Kg}$; atrito do carril $B = 0.2 \text{ Ns/m}$; atrito do pêndulo $C = 0.0026 \text{ Ns/m}$; inércia do pêndulo $J = 0.0051 \text{ Kg m}^2$; distância ao centro de massa do pêndulo $l = 0.275 \text{ m}$.



Fig. 1. Pêndulo invertido com sistema eletromecânico do carril e sistema de computação.

- a) Descrever as equações dinâmicas do sistema $\ddot{\theta} = f(\theta, \dot{\theta}, \ddot{x})$ e $\ddot{x} = f(\dot{x}, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, F)$.
- b) Implementar em Simulink o modelo não linear.
- c) Simular o modelo usando um pequeno distúrbio na força F .

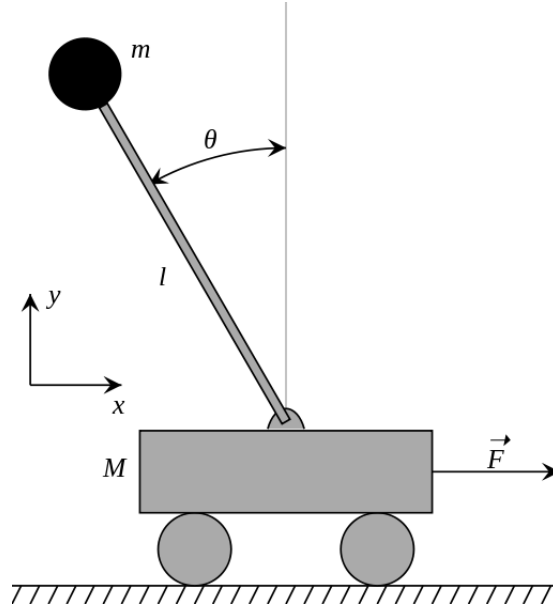


Fig. 2. Conjunto pêndulo invertido e carril.

2 Modelação linear de pêndulo invertido

Pretende-se agora identificar um modelo linear do conjunto pêndulo invertido e carril da Fig. 2 em torno da posição vertical do pêndulo.

- Identificar aproximações válidas para $\theta \approx 0$.
- Identificar as equações dinâmicas lineares do sistema.
- Implementar o espaço de estados considerando F como entrada, e θ e x como saídas.
- Identifique a função de transferência $\frac{\theta(s)}{F(s)}$.
- Verificar a estabilidade/instabilidade do sistema $\frac{\theta(s)}{F(s)}$.
- Simular o modelo linear usando um pequeno distúrbio na força F .

3 Projeto e controlo de pêndulo invertido

Pretende-se desenvolver e testar experimentalmente um controlador que permita o equilíbrio do pêndulo na posição vertical, mesmo quando sujeito a pequenos distúrbios. Considere agora que o carril é um sistema eletromecânico composto por um servomotor com o respectivo drive de potência, e transmissão mecânica composta por fuso de esferas e guiamento linear.

- Identificar um diagrama de blocos que possa ser usado para determinar $\frac{\theta(s)}{\theta_{DES}(s)}$, em

que $\theta_{DES}(t) = 0$. Considerar a melhor aproximação:

$$\frac{\omega_{REAL}}{\omega_{REF}} \approx \frac{p_1 p_2}{(s + p_1)(s + p_2)} \quad (1)$$

obtida no *Trabalho 7 - Identificação de Sistemas Eletromecânicos*.

- b) Analisar se um controlador proporcional (P) é suficiente para garantir $\theta(t) \approx 0$.
- c) Analisar se um controlador proporcional e integral (PI) (pólo em $s = 0$) é suficiente para garantir $\theta(t) \approx 0$.
- d) Projetar um controlador proporcional, integral e derivativo (PID) para garantir $\theta(t) \approx 0$.
- e) Implementar e testar em ambiente simulado (Simulink) o diagrama de blocos usando o controlador PID.
- f) Identificar um diagrama de blocos que possa ser usado para determinar $\frac{\theta(s)}{\theta_{DES}(s)}$, mas considerando a equação dinâmica do sistema $\ddot{\theta} = f(\theta, \dot{\theta}, \ddot{x})$ obtida no exercício **1 a**).
- g) Implementar e testar em ambiente simulado (Simulink) o diagrama de blocos identificado no exercício anterior com o controlador PID projetado no exercício **3 d**). Comparar com os resultados obtidos no exercício **3 e**).
- h) Identificar os parâmetros K_p , K_i , K_d , T_i e T_d do controlador PID.

$$\frac{\theta(s)}{E(s)} = \left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right) = K_p \left(1 + \frac{1}{s T_i} + s T_d \right) = K_p \left(\frac{s^2 T_d + s + 1/T_i}{s} \right) \quad (2)$$

- i) Testar o controlador experimentalmente no controlo do sistema real (Fig. 1).

Entrega de trabalho

Este trabalho tem a duração de 3 aulas práticas.

Nota 1: A alínea **3i** será realizada experimentalmente na última aula prática. O docente indicará como serão realizados os ensaios experimentais, de modo a assegurar a segurança sanitária.

Nota 2: Todos os ficheiros deverão ser submetidos na plataforma *elearning* até à data comunicada pelo docente. Os ficheiros a submeter são:

- Funções e scripts do matlab (*.m);
- Ficheiros do Simulink (*.mdl).

Estes ficheiros devem ser enviados num ficheiro de extensão .zip ou .rar, de acordo com as seguintes instruções:

- nmec(1)_nmec(2).rar (caso o grupo seja de dois elementos)
[Exemplo: 12345_67890.rar]
- nmec(1).rar (caso o grupo seja apenas de um elemento)
[Exemplo: 12345.rar]