

## Lista de Exercícios 7 – TP555 Inteligência Artificial e Machine Learning

Aluno: Bruno Ferreira Gomes

Matrícula:842

### Ex1)

Exemplos	A1	A2	A3	Out y
X1	1	0	0	0
X2	1	0	1	0
X3	0	1	0	0
X4	1	1	1	1
X5	1	1	0	1

Cálculo entropia:

$$Y = 1 \rightarrow \frac{2}{5} \quad y = 0 \rightarrow \frac{3}{5}$$

$$h(y) = -\left(\frac{2}{5} \log_2\left(\frac{2}{5}\right) + \frac{3}{5} \log_2\left(\frac{3}{5}\right)\right) = 0.971$$

A1		P	N	
	1	2	2	4
	0	0	1	1

A2		P	N	
	1	2	1	3
	0	0	2	2

A3		P	N	
	1	1	1	2
	0	1	2	3

Cálculo dos Ganhos:

$$Ganho(A1) = 0.971 - \left[ \frac{4}{5} * H\left(\frac{2}{4}\right) + \frac{1}{5} * H\left(\frac{0}{1}\right) \right] = 0.171$$

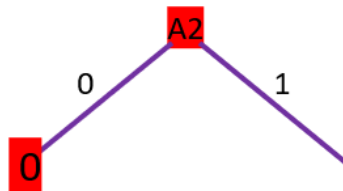
$$Ganho(A2) = 0.971 - \left[ \frac{3}{5} * H\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{2}{5} * H\left(\frac{2}{2}\right) \right] = 0.42002$$

$$Ganho(A3) = 0.971 - \left[ \frac{2}{5} * H\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{5} * H\left(\frac{2}{3}\right) \right] = 0.02002$$

Portanto, o ganho de A2 é o maior, sendo este sendo determinado como a raiz da árvore.

Ao olhar para o A2 sendo “0”, percebe-se que a saída só vai para “0”. E ao olhar para o A2 sendo “1”, temos duas possibilidades para a saída, sendo “0” ou “1”. Devido a este caso, para “0” podemos parar a ramificação, e para “1”, precisamos continuar a ramificação.

Situação atual:



Remodelando a tabela:

Exemplos	A1	A2	A3	Out y
X1	1	0	0	0
X2	1	0	1	0
X3	0	1	0	0
X4	1	1	1	1
X5	1	1	0	1

A1		P	N	
	1	2	0	2
	0	0	1	1

A3		P	N	
	1	1	0	1
	0	1	1	2

Cálculo dos Ganhos:

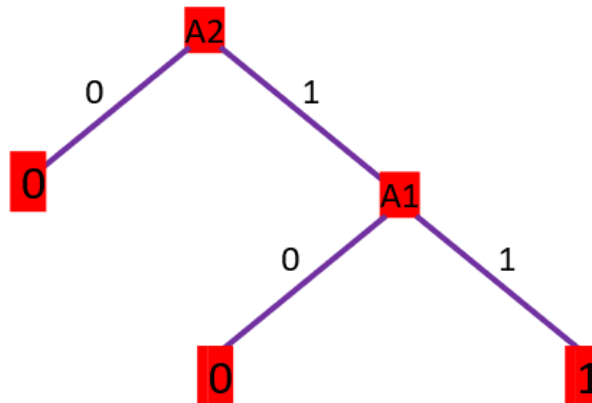
$$\text{Ganho}(A1) = 0.971 - \left[ \frac{2}{3} * H\left(\frac{0}{2}\right) + \frac{1}{3} * H\left(\frac{0}{1}\right) \right] = 0.971$$

$$\text{Ganho}(A3) = 0.971 - \left[ \frac{1}{3} * H\left(\frac{0}{1}\right) + \frac{2}{3} * H\left(\frac{1}{2}\right) \right] = 0.3043$$

Portanto, o ganho de A1 é o maior, sendo este a nova folha da árvore.

Ao olhar para o A1 sendo “0”, percebe-se que a saída só vai para “0”. E ao olhar para o A1 sendo “1”, percebe-se que a saída só vai para “1”. Assim, a árvore tem a sua solução definida.

Situação final:



Ex2)

XOR		
X1	X2	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Cálculo entropia:

$$Y = 1 \rightarrow \frac{2}{4} \quad Y = 0 \rightarrow \frac{2}{4}$$

$$h(y) = -\left(\frac{2}{4} \log_2 \left(\frac{2}{4}\right) + \frac{2}{4} \log_2 \left(\frac{2}{4}\right)\right) = 1$$

		P	N	
X1	1	1	1	2
	0	1	1	2

		P	N	
X2	1	1	1	2
	0	1	1	2

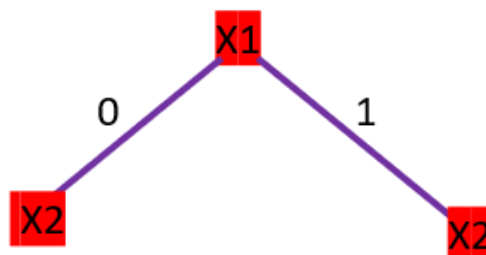
Cálculo dos Ganhos:

$$Ganho(X1) = 1 - \left[ \frac{2}{4} * H\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{2}{4} * H\left(\frac{1}{2}\right) \right] = 0$$

$$Ganho(X2) = 1 - \left[ \frac{2}{4} * H\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{2}{4} * H\left(\frac{1}{2}\right) \right] = 0 = Ganho(X1)$$

Já que os ganhos para ambas as variáveis foram iguais e com valor “0”, a decisão deve ser tomada a partir da escolha entre uma destas. Assim, é decidido começar com a variável X1. Temos então que, para qualquer escolha, sendo “1” ou “0”, a próxima folha será o X2.

Situação atual:



Analisando agora separadamente as tabelas considerando fixamente  $X_1=1$  e depois  $X_1=0$ , temos:

Para  $X_1=1$ :

$X_1$	$X_2$	$Y$
1	0	1
1	1	0

Assim, podemos definir que no ramo que vai para  $X_2$ , por meio de  $X_1=1$ , abre-se então em dois ramos para  $X_2 = "0"$  e  $"1"$ , cujas soluções convergem para  $"1"$  e  $"0"$ .

Para  $X_1 = 0$ :

$X_1$	$X_2$	$Y$
0	0	0
0	1	1

Assim, podemos definir que no ramo que vai para  $X_2$ , por meio de  $X_1=0$ , abre-se então em dois ramos para  $X_2 = "0"$  e  $"1"$ , cujas soluções convergem para  $"0"$  e  $"1"$ .

Assim, podemos então concluir o diagrama da árvore, como segue:

