

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

TÚLIO GRIZENDE E ALMEIDA

**OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS
UTILIZANDO O MODELO DE ELTON-GRUBER**

JUIZ DE FORA

2010

TÚLIO GRIZENDE E ALMEIDA

**OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS
UTILIZANDO O MODELO DE ELTON-GRUBER**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Orientador: DSc., Carlos Frederico da Silva Crespo

JUIZ DE FORA

2010

Almeida, Túlio Grizende e.

Otimização de carteiras de investimentos utilizando o modelo de Elton-Gruber / Túlio Grizende e Almeida. – 2010.
58 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia de Produção)-Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2010.

1. Engenharia de produção. 2. Economia. I. Título.

CDU 658.5

TÚLIO GRIZENDE E ALMEIDA

**OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS
UTILIZANDO O MODELO DE ELTON-GRUBER**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Aprovada em 09 de Novembro de 2010.

BANCA EXAMINADORA

DSc., Carlos Frederico da Silva Crespo (Orientador)
Universidade Federal de Juiz de Fora

DSc., Marcos Martins Borges
Universidade Federal de Juiz de Fora

MSc., Roberto Malheiros Moreira Filho
Universidade Federal de Juiz de Fora

RESUMO

A década de 1950 marcou uma revolução nas pesquisas em finanças, com a área alcançando um caráter universal, com a formalização de um arcabouço teórico. Neste período, Harry Markowitz publica no periódico *Journal of Finance* seu artigo “*Portfolio Selection*”, criando a Teoria da Carteira (*Portfolio*). Nele, o autor demonstra matematicamente como a diversificação do investimento, com a compra de diversas ações ou outros ativos (carteira), pode ser usada de forma a reduzir os riscos de ações isoladas, além de fornecer projeções do retorno esperado para uma dada carteira. Desde então, diversos outros modelos para a seleção de carteiras tem sido desenvolvidos, como o modelo de índice único e o modelo de Elton-Gruber. Este trabalho tem como objetivo estudar o modelo de formação de carteiras ótimas com a utilização de cotações históricas das ações, verificando se, com a utilização do modelo de seleção de carteiras de Elton-Gruber obter-se-ia um retorno maior que o Índice Bovespa. É conduzida uma pesquisa de natureza aplicada e descritiva, abordada de forma quantitativa, com o uso do método de modelagem e simulação. Foram utilizados dados históricos mensais do período compreendido entre os anos de 2009 e 2010, ajustados aos proventos distribuídos, sem, contudo, considerar efeitos inflacionários. Embora o modelo não tenha sido capaz de obter retorno superior ao do índice Bovespa, foi eficaz na redução do risco. Este modelo é uma ferramenta indispensável na gestão de investimentos, de fácil utilização, mas deve ser combinada com outras técnicas de análise de investimentos.

Palavras-chave: Engenharia financeira. Seleção de carteiras. Modelo de Elton-Gruber.

ABSTRACT

The 1950's marked a revolution in research in finance. It have reached a universal character, with the formalization of a theoretical framework. During this period, Harry Markowitz published in the Journal of Finance his article "Portfolio Selection", creating the Theory of Portfolio. The author demonstrates mathematically how the diversification of the investment with the purchase of various stocks or other assets (portfolio) can be used to reduce the risk of isolated actions, and provides forecasts of expected return for a given portfolio. Since then, several other models for portfolio selection have been developed, as the single index model and the Elton-Gruber model. This work aims to study the model of formation of optimal portfolios using historical stock quotes, verifying if the model of portfolio selection from Elton-Gruber would get a higher return than the Bovespa index. It conducted a survey of descriptive and applied nature, discussed in a quantitative manner, using the modeling and simulation's method. Monthly historical data from the period between the years 2009 and 2010 where used, adjusted for any gains distributed without, however, consider inflation effects. Although the model has not been able to get higher returns than the Bovespa index, it was effective in reducing risk. This model is an indispensable tool for investment management, easy to use, but must be combined with other techniques of investment analysis.

Keywords: Financial engineering. Portfolio selection. Elton-Gruber model.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 – Ações utilizadas para seleção da carteira.....	11
Figura 1 – Efeito do número de títulos sobre o risco da carteira (Estados Unidos)	21
Figura 2 – Retorno esperado e risco para uma carteira com duas ações.....	22
Figura 3 – Retorno esperado e risco para um ativo sem risco e um ativo com risco.....	24

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Exemplo de dados para o modelo de Markowitz	19
Tabela 2 – Classificação das técnicas de previsão dos betas	29
Tabela 3 – Composição da carteira para 2009 utilizando “betas históricos”	37
Tabela 4 – Composição da carteira para 2009 utilizando “média global”	38
Tabela 5 – Retornos atuais das carteiras 2009 e do Índice Bovespa durante 2010	39
Tabela 6 – Retornos mensais e acumulados das carteiras durante 2010.....	40
Tabela 7 – Retornos atuais das carteiras 2008 e do Índice Bovespa durante 2009	42
Tabela 8 – Valorizações em 2008 e 2009 e participações nas carteiras	42
Tabela 9 – Carteira para o cálculo do IBOVESPA em 05/07/2007 (Parte 1)	47
Tabela 10 – Carteira para o cálculo do IBOVESPA em 05/07/2007 (Parte 2)	48
Tabela 11 – Cotações ajustadas das ações em 2008	49
Tabela 12 – Cotações ajustadas das ações em 2009	50
Tabela 13 – Cotações ajustadas das ações em 2010	51
Tabela 14 – Cálculos para as ações no ano de 2009 (Parte 1).....	52
Tabela 15 – Cálculos para as ações no ano de 2009 (Parte 2).....	53
Tabela 16 – Cálculos para as ações no ano de 2008 (Parte 1).....	54
Tabela 17 – Cálculos para as ações no ano de 2008 (Parte 2).....	55
Tabela 18 – Carteira para 2008/2009 utilizando “betas históricos”	56
Tabela 19 – Carteira para 2008/2009 utilizando “média global”	57

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	9
1.2	JUSTIFICATIVA	10
1.3	ESCOPO DO TRABALHO	10
1.4	FORMULAÇÃO DE HIPÓTESES	12
1.5	ELABORAÇÃO DOS OBJETIVOS	12
1.6	DEFINIÇÃO DA METODOLOGIA	12
1.7	ESTRUTURA DO TRABALHO	13
2	REVISÃO DE LITERATURA.....	14
2.1	INVESTIMENTOS	14
2.2	RISCO E RETORNO	15
2.3	HIPÓTESE DE MERCADOS EFICIENTES.....	16
2.4	MODELO DE MARKOWITZ	17
2.5	MODELO DE ÍNDICE ÚNICO	24
2.6	CAPITAL ASSET PRICING MODEL (CAPM).....	26
2.7	ESTIMATIVAS DO BETA	27
2.8	MODELO DE ELTON-GRUBER.....	29
2.9	DESEMPENHO DE CARTEIRAS	31
3	DESENVOLVIMENTO	33
3.1	DESCRIÇÃO DO PROTOCOLO DE PESQUISA	33
3.2	DESCRIÇÃO DAS UNIDADES DE ANÁLISE	34
4	RESULTADOS	35
4.1	RESULTADOS ALCANÇADOS	35
4.2	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	39
5	CONCLUSÕES.....	41

REFERÊNCIAS.....	44
-------------------------	-----------

ANEXOS	47
---------------------	-----------

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O estudo das finanças iniciou-se no começo do século XX, a partir dos trabalhos de economistas, como um ramo da economia institucional. Estes pesquisadores se utilizavam de suas experiências práticas para descrever o comportamento dos diversos agentes atuantes no mercado e, a partir disso, criar um conjunto de regras a serem utilizadas pelos gestores financeiros. Estas, por sua vez, destinavam-se a descrever, não explicar o funcionamento do mercado, o que tomava suas pesquisas não universalmente aplicáveis (IQUIPAZA, AMARAL e BRESSAN, 2009). Dentre os primeiros trabalhos, verifica-se uma ênfase na análise da estrutura de capitais da empresa e políticas de dividendos. Na década de 1940, desenvolveu-se também o estudo de análise de valor, pelo engenheiro Lawrence Dellos Miles na empresa *General Eletric* (LIMA e MATHIAS, 2003).

Contudo, a década de 1950, marcou uma revolução nas pesquisas em finanças. A área tomou um caráter universal, com a formalização de um arcabouço teórico. A “moderna teoria das finanças” formou-se com base na teoria econômica neoclássica e na preocupação em torná-la quantificável. Diversos estudos na área foram desenvolvidos por pesquisadores do período, como Markowitz, Modigliani, Miller, Sharpe, Black, Scholes, entre tantos outros (IQUIPAZA, AMARAL e BRESSAN, 2009).

Além do desenvolvimento da teoria da carteira, em 1952, considerada um marco no estudo das finanças, existem diversas outras contribuições importantes, que são utilizadas até hoje, como o modelo de formação de preços de ativos financeiros (CAPM), na década de 1960, ou o modelo de precificação de derivativos, em 1973, por Black e Scholes. Nesta época, iniciaram-se também os trabalhos na área de finanças comportamentais (*Behavioral Finance*), ampliando o campo das finanças com a aplicação de conceitos da psicologia e sociologia (LIMA e MATHIAS, 2003).

É importante considerar ainda o desenvolvimento de computação como apoio para o estudo das finanças modernas. Conforme artigo de Lima e Mathias (2003), a crescente complexidade dos mecanismos de cálculos utilizados nos estudos financeiros exige poder computacional que não existia na década de 1950, e suas melhorias nas últimas décadas difundiram conceitos e técnicas financeiras ao público.

Contudo, diversos obstáculos dificultaram o desenvolvimento e aplicação das ciências financeiras. Dentre estas dificuldades, uma das principais foi a necessidade de delimitar legalmente os mercados financeiros, de modo a caracterizá-los como distintos dos jogos de azar, conforme Iquipaza, Amaral e Bressan (2009). Outro ponto de impedimento foi a dificuldade encontrada para a classificação desta área como campo de conhecimento, que por vezes era agrupado dentro das ciências econômicas; em outros casos, integrava as escolas de negócios. Também ocorreram barreiras a utilização destes conhecimentos nos próprios mercados, em função da não compreensão dos conceitos básicos das finanças modernas pelos agentes do mercado. Contudo, com a superação destes aspectos, as finanças passaram a possuir uma importância crescente e, com o desenvolvimento da informática, uma aplicação cada vez mais difundida.

1.2 JUSTIFICATIVA

A presença da incerteza como fator preponderante das decisões de investimento, tanto em mercados financeiros como investimentos de capital, tornou a área financeira um campo propício para a aplicação de técnicas da área de pesquisa operacional, em particular aquelas quantitativas. Segundo Fensterseifer, Galesne e Ziegelmann (1987) é uma tendência a percepção da importância do risco na análise de investimentos, com cada vez mais o emprego de técnicas oriundas da pesquisa operacional. Embora sua utilização total ainda seja baixa, possivelmente concentrada em setores mais dinâmicos da economia, há uma conscientização dos gestores para sua importância.

Outro ponto é o crescimento do valor negociado no mercado de ações. Segundo dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (2010b), o crescimento médio foi de 38,5% ao ano, entre 1993 e 2009, passando de 375,5 pontos no Índice Bovespa anual para 68.588,40 pontos. Isso reflete a importância crescente deste mercado na economia brasileira, e conseqüente demanda por profissionais com conhecimentos na área e por pesquisas acadêmicas sobre sua dinâmica.

1.3 ESCOPO DO TRABALHO

Estudou-se o modelo de formação de carteiras ótimas com a utilização de cotações históricas das ações. Foram utilizados dados passados das cotações das ações da Bolsa de

Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBovespa), ajustadas de acordo com os proventos distribuídos. Isso permitiu uma análise do retorno obtido pelo investidor, o que é necessário para a precisão dos resultados a serem obtidos. Não houve nenhum tratamento dos dados quanto às taxas de inflação brasileiras presentes no período considerado.

Estes dados foram coletados do site GuiaInvest (www.guiainvest.com.br), para período compreendido entre 05/07/2007 e 05/07/2010. Os valores obtidos foram utilizados para o cálculo do retorno mensal das ações, visando minimizar valores extremos obtidos na cotação diária (*outliers*), que poderiam distorcer os resultados.

Utilizou-se como universo de títulos aqueles que compõem o cálculo do Ibovespa na data de 05/07/2007 (Anexo 1). Dentre estas 59 ações, duas delas (ITAU4 e UBBR11) se fundiram em uma única (ITUB4). Outras 11 ações não foram encontradas ou não apresentavam dados durante o período completo desta análise. Logo, para o trabalho foram consideradas 47 ações no total (Quadro 1).

PETR4	BBAS3	AMBV4	LREN3
VALE5	ELET6	CPLE6	ELPL6
USIM5	NETC4	NATU3	KLBN4
BBDC4	ALLL11	GOAU4	TMAR5
ITAB4	TAMM4	CCRO3	TCSL3
TNLP4	TNLP3	CYRE3	CRUZ3
GGBR4	BRAP4	BRTO4	LIGT3
PETR3	ELET3	TCSL4	TRPL4
VALE3	VIVO4	EMBR3	CLSC6
CSNA3	BRKM5	CPFE3	TLPP4
CMIG4	CSAN3	CESP6	CGAS5
ITSA4	GOLL4	SBSP3	

Quadro 1 – Ações utilizadas para seleção da carteira
Fonte: Souza, 2010 (Adaptado)

Outro ponto a ser considerado foi o foco na modelagem dos investimentos sem consideração de vendas a descoberto. Este processo consiste na venda de ativos que o investidor não tem posse, para comprá-lo em data futura. Caso ocorra redução em seu valor, o investidor obterá lucros na negociação.

1.4 FORMULAÇÃO DE HIPÓTESES

Considerou-se um universo de ações formado pelos títulos que compõem a “carteira” utilizada para o cálculo do Índice Bovespa (Ibovespa), da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBovespa). Procurou-se verificar se, com a utilização do modelo de seleção de carteiras de Elton-Gruber, dentro do universo de ações considerado, obter-se-ia um retorno maior que o próprio Ibovespa.

1.5 ELABORAÇÃO DOS OBJETIVOS

Este trabalho estudou a seleção de carteiras pela aplicação do modelo de Elton-Gruber, com o uso de dados históricos, analisando o desempenho da carteira obtida e comparando-a quantitativamente com o Índice Bovespa. Comparou-se também a precisão entre duas técnicas distintas para estimativa do beta das ações, determinando qual apresenta maior acurácia para o período.

1.6 DEFINIÇÃO DA METODOLOGIA

O trabalho apresentou uma pesquisa de natureza aplicada e objetivos descritivos, utilizando-se de conhecimentos anteriores para aplicação prática. Não se pretende desenvolver ou detalhar nenhuma relação causal para a seleção de carteiras, apenas descrever o comportamento destas ao longo do período estudado. É utilizada uma abordagem quantitativa, com o uso do método de modelagem e simulação, com foco principal no processo de simulação.

Conforme Morabito e Pureza (2010), os modelos quantitativos são representações da realidade, desenvolvidos para auxiliar sua análise de modo sistemático, descritos em linguagem matemática e computacional. Estes modelos devem ser simples o suficiente para poderem ser determinados pelos métodos de resolução conhecidos, mas sem excluir aspectos importantes que interfiram de maneira contundente nos resultados reais.

A simulação pode ser definida como o processo de condução de experimentos utilizando um modelo pré-estabelecido, visando compreender e, posteriormente, otimizar o comportamento do sistema real. Conforme Bazzo e Pereira (2005), o processo de simulação consiste em submeter modelos a diversas condições, com objetivo de avaliar seu

comportamento. Eles o classificam em três formas principais: icônica, analógica e matemática. Este trabalho emprega especificamente a simulação matemática, servindo-se de variáveis que, submetidas a distúrbios através dos dados de entrada, representam o modelo real. Entre as principais vantagens da simulação citadas, temos o baixo custo associado, replicação precisa da simulação e melhor controle sobre as variáveis.

Para o desenvolvimento de um estudo de simulação, é necessária a utilização de programas computacionais (softwares), visando recriar computacionalmente o sistema real, utilizando-se de modelos para isso. Serão utilizadas planilhas eletrônicas do aplicativo Microsoft Office Excel[®] versão 2007.

1.7 ESTRUTURA DO TRABALHO

O primeiro capítulo do trabalho apresenta as considerações iniciais acerca do tema, justificativas para a pesquisa. Engloba também aspectos como escopo, hipóteses e objetivos, além da metodologia a ser empregada. Por fim, é apresentada a forma como a monografia está estruturada.

O segundo capítulo é destinado à revisão bibliográfica do tema selecionado, registrado o referencial teórico necessário para o desenvolvimento posterior.

O terceiro capítulo envolve o protocolo de pesquisa e a descrição das unidades de pesquisa.

O quarto capítulo relata os resultados obtidos no trabalho e discute os mesmos.

O quinto capítulo fecha o trabalho com as conclusões obtidas durante o desenvolvimento da pesquisa.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 INVESTIMENTOS

Um investimento pode ser caracterizado como um empenho (sacrifício) monetário, ou de qualquer outro recurso, com a finalidade de se obter algum ganho futuro. Estes investimentos podem ocorrer tanto em ativos reais como nos financeiros. Os ativos reais compreendem recursos que podem ser utilizados para a produção de bens e serviços, como terra, imóveis, maquinário e conhecimento (BODIE, KANE E MARCUS, 2000).

Os ativos financeiros, por outro lado, compreendem o direito de exigibilidade sobre os ativos reais e a renda gerada por eles. Eles são geralmente classificados em três grupos (BODIE, KANE E MARCUS, 2000): títulos de renda fixa, patrimônio (ações ordinárias) e títulos derivativos.

Os títulos de renda fixa correspondem a ativos que geram um fluxo fixo (ou determinado por alguma fórmula), desde que o emissor deste título não seja declarado falido. Existem títulos de renda fixa variando desde riscos de inadimplência quase nulos, como títulos do tesouro, até aqueles com riscos moderados (obrigações de rendimento alto) (BODIE, KANE E MARCUS, 2000). Posteriormente neste trabalho, títulos de renda fixa com riscos baixos serão referidos como ativos livres de risco, pois se configuram nos investimentos em ativos financeiros mais seguros presentes no mercado.

Já os investimentos em patrimônio (ações), segundo Bodie, Kane e Marcus (2000) representam uma participação de propriedade da empresa. O retorno deste investimento ocorre pelo próprio desempenho da organização em que se investe: se ela apresentar bom desempenho, as suas ações valorizarão, garantindo retorno de suas ações. Não há garantia de fluxo de renda direta, embora a empresa possa distribuir parte de seu lucro (dividendos).

Por fim, os títulos derivativos têm pagamentos determinados pelo preço de outros ativos, como ações, obrigações, contratos de mercadoria e taxas de câmbio. Como principais títulos, temos as opções e os contratos futuros, que são utilizados principalmente como forma de transferência de riscos, embora possibilitem investimentos especulativos (BODIE, KANE E MARCUS, 2000).

Os ativos financeiros são negociados no mercado financeiro. O mercado de capitais é uma das quatro subdivisões estabelecidas, compreendendo o financiamento de médio e longo prazo para o investimento dos agentes econômicos, por meio da aproximação com aqueles

que ofertam dinheiro no mercado, ou seja, que apresentam capacidade de poupança (NETO, 2005).

Segundo Neto (2005), uma das principais formas de financiamento ocorre pela oferta pública de ações, na qual uma empresa constituída como sociedade anônima pode, segundo os trâmites legais, ofertar parcelas do seu capital social (ações). Com a venda, a organização obtém a verba necessária para sua operação ou novas expansões. Para os investidores, as ações são instrumentos de propriedade da empresa e seu retorno (rentabilidade) está associado ao desempenho da própria empresa, do mercado em que ela atua e do mercado financeiro como um todo (REIS e TRICHES, 2007).

A interligação existente entre mercado de capitais com os demais mercados do sistema financeiro é elevada, seja internamente no Brasil ou com os sistemas financeiros de outros países. O capital se move rapidamente entre diversas nações, ampliando o volume, liquidez e diversificação dos investimentos (REIS e TRICHES, 2007).

2.2 RISCO E RETORNO

Para se avaliar alternativas de investimentos, é usual a utilização de duas medidas: o retorno e o risco daquele investimento. Um investidor sempre buscará minimizar a probabilidade de perdas, maximizando, simultaneamente, o retorno do capital investido (MOTTA JUNIOR, OLIVEIRA e GUTIERREZ, 2007).

O retorno de uma ação é definido como o percentual da remuneração obtida por seu preço inicial. Segundo Samanez (2007), a remuneração é composta pelos ganhos de capital (o preço final menos o preço inicial) e os benefícios obtidos durante este período de tempo, como bonificações, dividendos, desdobramentos e direitos de subscrição.

O risco, de maneira geral, é a probabilidade de algum acontecimento desfavorável ocorrer, como, por exemplo, retornos sobre o capital menores que o esperado. Tradicionalmente, o risco é quantificado com o emprego do desvio padrão (σ), como representação da divergência dos resultados em função do retorno esperado. Contudo, conforme Elton et al.(2004), diversas outras medidas tem sido utilizadas. Como exemplos, podemos citar o desvio absoluto, semivariância e a medida de “valor sujeito a risco”.

Considerando uma única ação, o retorno e o risco esperados tendem a apresentar uma correlação positiva: quando o risco do investimento aumenta, o investidor tende a exigir maiores retornos (MONTEVECHI, PAMPLONA e GONÇALVES JUNIOR, 2002). Por isso,

um investidor racional sempre escolheria, para um mesmo valor de retorno esperado do ativo, a alternativa que apresente menor desvio padrão.

O risco de uma ação se divide em duas partes principais, o risco diversificável (não sistemático) e o risco de mercado (sistemático). O risco diversificável, também chamado de específico, é composto por eventos aleatórios que afetam somente a empresa ou seu setor de atuação (os exemplos clássicos são mudanças de normas para o setor ou queda no preço de determinado produto). Já os riscos de mercado afetam toda a economia, estando todos os setores produtivos expostos a eles.

2.3 HIPÓTESE DE MERCADOS EFICIENTES

Para se obter os valores numéricos acerca do retorno e dos riscos das ações, é usual a utilização de dados históricos como estimativa destes valores futuros. Porém, é necessário analisar como os preços das ações refletem verdadeiramente as informações econômicas sobre a empresa. Tal campo de estudos formalizou-se na década de 60, com a Hipótese de Mercados Eficientes (HME).

Bodie, Kane e Marcus (2000) consideram três formas de mercados, de acordo com a eficiência destas informações: fraca, semi-forte e forte. Na forma fraca da HME, a cotação atual das ações reflete todas as informações históricas, como cotações passadas, volumes negociados, vendas a descoberto, entre outras. Logo, não haveria nenhuma informação presente na análise da série histórica de cotações que pudesse gerar um ganho anormal no mercado; caso contrário, os investidores já teriam compreendido e utilizado tais padrões.

Na forma semi-forte, os preços atuais de mercado refletiriam tanto as informações históricas como aquelas tornadas públicas sobre perspectivas futuras da empresa (como demonstrativos financeiros, patentes e outras publicações) (BODIE, KANE E MARCUS, 2000).

Já a forma forte do HME, de acordo com Bodie, Kane e Marcus (2000), o preço das cotações reflete todas as informações, históricas, públicas ou privadas. Geralmente, esta hipótese é considerada extrema, pois se acredita que gestores internos de uma organização, com informações restritas à organização, podem obter retornos extraordinários, antes que estas informações sejam tornadas públicas.

Conforme Iquiapaza, Amaral e Bressan (2009) resumem, o preço de uma ação, em um mercado eficiente, reflete toda a informação disponível sobre ela e seu valor só se alterará

caso novas informações sejam disponibilizadas. Assim, como a ocorrência destes eventos é imprevisível, o preço das ações descreve o chamado “modelo de passeio aleatório”, ao longo do tempo.

Santos, Coroa e Bandeira (2008) estudaram a eficiência de mercado brasileiro, considerando ações de empresas que compunham o Índice de Sustentabilidade Empresarial (ISE), no período de entre 2006 e 2007, comprovando a eficiência na forma fraca. Camargos e Barbosa (2003), compilando o resultado de 24 estudos no país sobre o tema, desenvolvidos entre 1973 e 2001, obtiveram que destas, somente 10 concluíram sobre a eficiência do mercado. Contudo, 70% das pesquisas que consideraram a forma fraca de eficiência a confirmaram, sendo a maioria destas de trabalhos recentes. Isso levou os autores à conclusão de que o mercado de capitais no Brasil apresenta-se atualmente na forma fraca de eficiência.

2.4 MODELO DE MARKOWITZ

Em 1952, Harry Markowitz publica no periódico *Journal of Finance* seu artigo “*Portfolio Selection*”, criando a Teoria da Carteira (*Portfolio*). Neste estudo, o autor demonstra matematicamente como a diversificação do investimento, com a compra de diversas ações ou outros ativos (carteira), pode ser usada de forma a reduzir os riscos de ações isoladas, além de fornecer projeções do retorno esperado para uma dada carteira.

Ribeiro e Ferreira (2005) consideram que a principal contribuição deste trabalho foi analisar o retorno obtido em carteiras como variáveis aleatórias, sendo sua variabilidade o próprio risco da carteira. Logo, ele forneceu a compreensão de como a diversificação dos investimentos reduz o risco.

Markowitz (1952) e Santos, Coroa e Bandeira (2008), apresentam os pressupostos utilizados para orientar seus estudos:

- a) Os investidores aceitariam os valores de retornos de cada ativo, de acordo com a distribuição de probabilidade de seus retornos;
- b) Os investidores decidiriam os investimentos com base somente no valor esperado e variância dos retornos;
- c) Custos de transação e impostos seriam desprezados;
- d) Para certa taxa de retorno, os investidores tenderiam a minimizar o risco do investimento;

e) Existe uma taxa sem risco na qual os investidores podem aplicar ou captar recursos;

f) Os ativos seriam infinitamente divisíveis, podendo assim comprar qualquer valor de ações, e não somente múltiplos do valor mínimo negociado.

O retorno esperado de uma carteira (R_c) é dado por (SAMANEZ, 2007):

$$R_c = \sum_{i=1}^N X_i R_i$$

Onde:

N = número de ativos na carteira;

R_i = retorno esperado do ativo i ;

X_i = porcentagem do valor da carteira aplicado no ativo i .

Já o risco da carteira, avaliado em termos da variância (σ_c^2), é definido como (SAMANEZ, 2007):

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{i,j}$$

Onde:

σ_i^2 = variância do ativo i ;

$\sigma_{i,j}$ = covariância entre os ativos i e j .

O problema de otimização de carteiras pode ser resolvido com o uso de programação matemática, mais especificamente programação quadrática. Considerando vendas a descoberto não permitida e buscando minimizar o risco para um retorno de carteira dado (R_p), temos que (MORETTI, 2004):

$$\text{Minimizar } \sigma_c^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{i,j}$$

Restrito a:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N X_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^N X_i R_i &= R_p \\ X_i &\geq 0, i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

Samanez (2007) apresenta uma abordagem alternativa, com a presença de um ativo sem riscos na carteira.

$$\text{Minimizar } \sigma_c^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{i,j}$$

Restrito a:

$$\bar{R}_c = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i + \left(1 - \sum_{i=1}^N X_i\right) R_f$$

Estes dois casos configuram-se como problemas de programação não linear, com variáveis X_i (porcentagem a ser investida em cada ação). Dentre as técnicas de resolução, temos o método dos multiplicadores de Lagrange. Sendo L a função lagrangeana, composta pela função objetivo, subtraída das restrições multiplicadas pelo operador lagrangeano λ .

$$L = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{i,j} + \lambda \left[\bar{R}_c - \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i + \left(1 - \sum_{i=1}^N X_i\right) R_f \right]$$

Conforme Samanez (2007), deve-se derivar a função L em função das variáveis X_i e em função do operador λ . Igualando-se estas derivadas a zero e resolvendo o sistema de equações resultantes, obtêm-se o ponto de mínimo risco da função obtida.

$$\frac{\partial L}{\partial X_i} = 0, \forall i = 1, 2, \dots, N$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

Considerando como exemplo uma carteira com dois ativos ($N = 2$) e os seguintes dados, conforme tabela 1 (SAMANEZ, 2007):

Tabela 1 – Exemplo de dados para o modelo de Markowitz

Retorno Esperado do ativo 1	\bar{R}_1	12%
Retorno Esperado do ativo 2	\bar{R}_2	10%
Risco (variância do ativo 1)	σ_1^2	4
Risco (variância do ativo 2)	σ_2^2	3
Covariância entre os ativos 1 e 2	$\sigma_{1,2}$	0
Retorno esperado para a carteira	\bar{R}_c	9%
Retorno esperado para os ativos sem risco	R_f	6%

Fonte: Samanez, 2007 (Adaptado)

Temos como função objetivo então:

$$L = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 \sigma_{1,2} + \lambda [\bar{R}_c - X_1 \bar{R}_1 - X_2 \bar{R}_2 - (1 - X_1 - X_2) R_f]$$

Derivando esta função objetivo, obteremos três equações:

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 0 \Rightarrow 2X_1 \sigma_1^2 + 2X_2 \sigma_{1,2} + \lambda [R_f - \bar{R}_c] = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 0 \Rightarrow 2X_2 \sigma_2^2 + 2X_1 \sigma_{1,2} + \lambda [R_f - \bar{R}_c] = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow \bar{R}_c - X_1 \bar{R}_1 - X_2 \bar{R}_2 - (1 - X_1 - X_2) R_f = 0$$

Substituindo os dados e resolvendo o sistema resultante, teremos a porcentagem a ser investida em cada ação:

$$\begin{cases} 2X_1(4) + 2X_2(0) + \lambda(6 - 12) = 0 \\ 2X_2(3) + 2X_1(0) + \lambda(6 - 12) = 0 \\ 9 - X_1(12) - X_2(10) - (1 - X_1 - X_2)R_f = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_1 = 0,313953 = 31,3953\% \\ X_2 = 0,279070 = 27,9070\% \\ \lambda = 0,418 \end{cases}$$

Para se obter a fração a ser alocada ao ativo sem risco (R_f):

$$R_f = 1 - \sum_{i=1}^N X_i = 1 - X_1 - X_2 = 1 - 0,313953 - 0,279070$$

$$R_f = 0,406977 = 40,6977\%$$

Samanez (2007) também observa que a única restrição para o último problema é a taxa de retorno desejada. Neste caso, poder-se-ia obter variáveis X_i com valores negativos, caracterizando vendas a descoberto. Para evitar esta possibilidade, adicionam-se restrições adicionais, forçando as variáveis a assumirem valores não negativos ($X_i \geq 0$). Isso forçaria a utilização das técnicas de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), para garantir que a solução obtida seja a solução ótima global, mas aumentaria a complexidade computacional da resolução do problema.

Para análise da forma como a diversificação reduz a variabilidade, iremos considerar que cada ativo tem participação igual do total aplicado na carteira ($X_i = 1/N$). Desenvolvendo a fórmula, temos que (SAMANEZ, 2007):

$$\sigma_c^2 = \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_i^2}{N} + \left(\frac{N-1}{N}\right) \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{\sigma_{i,j}}{N(N-1)}$$

Ou

$$\sigma_c^2 = \left(\frac{1}{N}\right) \bar{\sigma}_i^2 + \left(\frac{N-1}{N}\right) \bar{\sigma}_{i,j}$$

Onde:

$\bar{\sigma}_i^2$ = variância média da carteira;

$\bar{\sigma}_{i,j}$ = covariância média da carteira.

Percebemos então que o fator da variância média da carteira se reduz com o aumento do número de ações, enquanto a covariância média permanece estável. No limite, com N tendendo ao infinito, teríamos que a variância da carteira seria igual a covariância de seus títulos.

Por isso, é considerado que $\bar{\sigma}_i^2$ representa o risco diversificável da carteira, enquanto $\bar{\sigma}_{i,j}$ é o risco de mercado, pois não se reduz com o aumento do tamanho da carteira. Isso pode ser visto no gráfico comparativo entre o tamanho das carteiras e o risco correspondente (Figura 1).

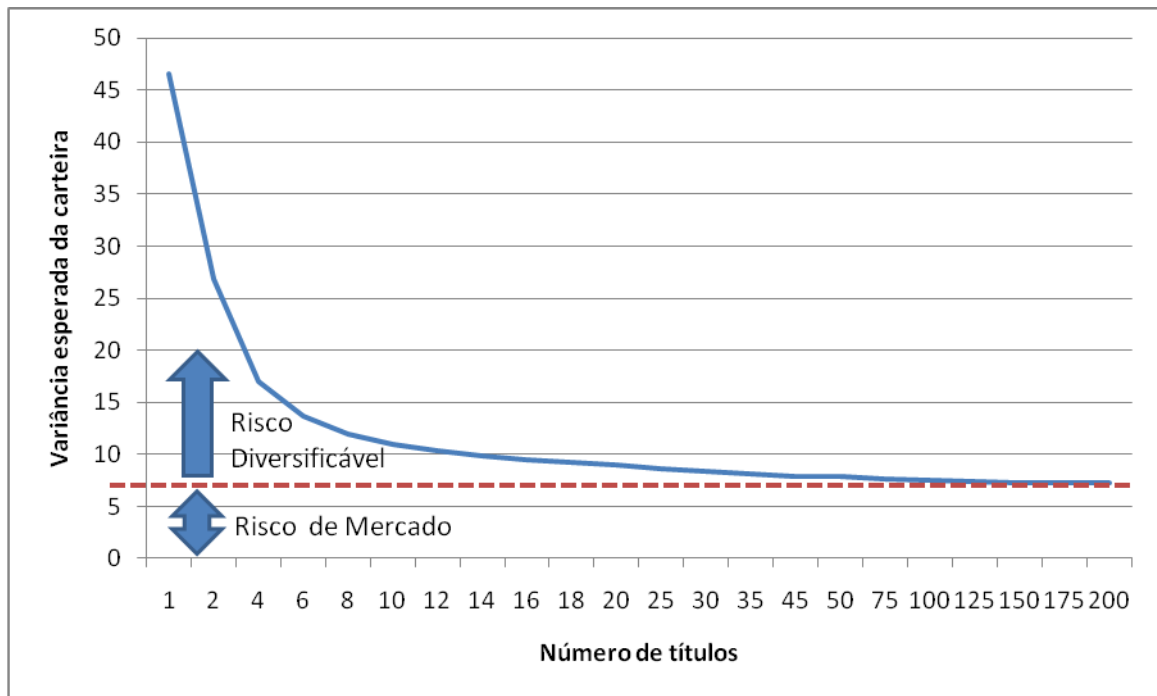


Figura 1 – Efeito do número de títulos sobre o risco da carteira (Estados Unidos)

Fonte: Elton et al., 2004 (Adaptado)

Outro ponto importante do trabalho de Markowitz foi a definição de Fronteira Eficiente. Considerando o pressuposto de que para dada taxa de retorno, os investidores tenderiam a minimizar o risco do investimento, ou, alternativamente, para um risco fixo, estes investidores buscariam o retorno máximo, observou-se que haveria um limite no gráfico entre retorno esperado e variância da carteira. Este representaria o maior retorno possível para qualquer taxa de risco, e seu perfil dependeria principalmente do coeficiente de correlação entre os ativos (Figura 2).

Analisando uma carteira composta por somente dois ativos, A e B, seu retorno (R_c) e risco (σ_c) (no caso, utilizando o desvio-padrão) são representados por:

$$R_c = X_A \bar{R}_A + X_B \bar{R}_B$$

$$\sigma_c = \sqrt{(X_A^2 \sigma_A^2 + X_B^2 \sigma_B^2 + 2X_A X_B \sigma_A \sigma_B \rho_{A,B})}$$

Onde:

$\rho_{A,B}$ = coeficiente de correlação entre os ativos A e B.

O coeficiente de correlação é a forma normalizada da covariância, para apresentar os valores entre -1 e 1. É obtido segundo a equação:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$$

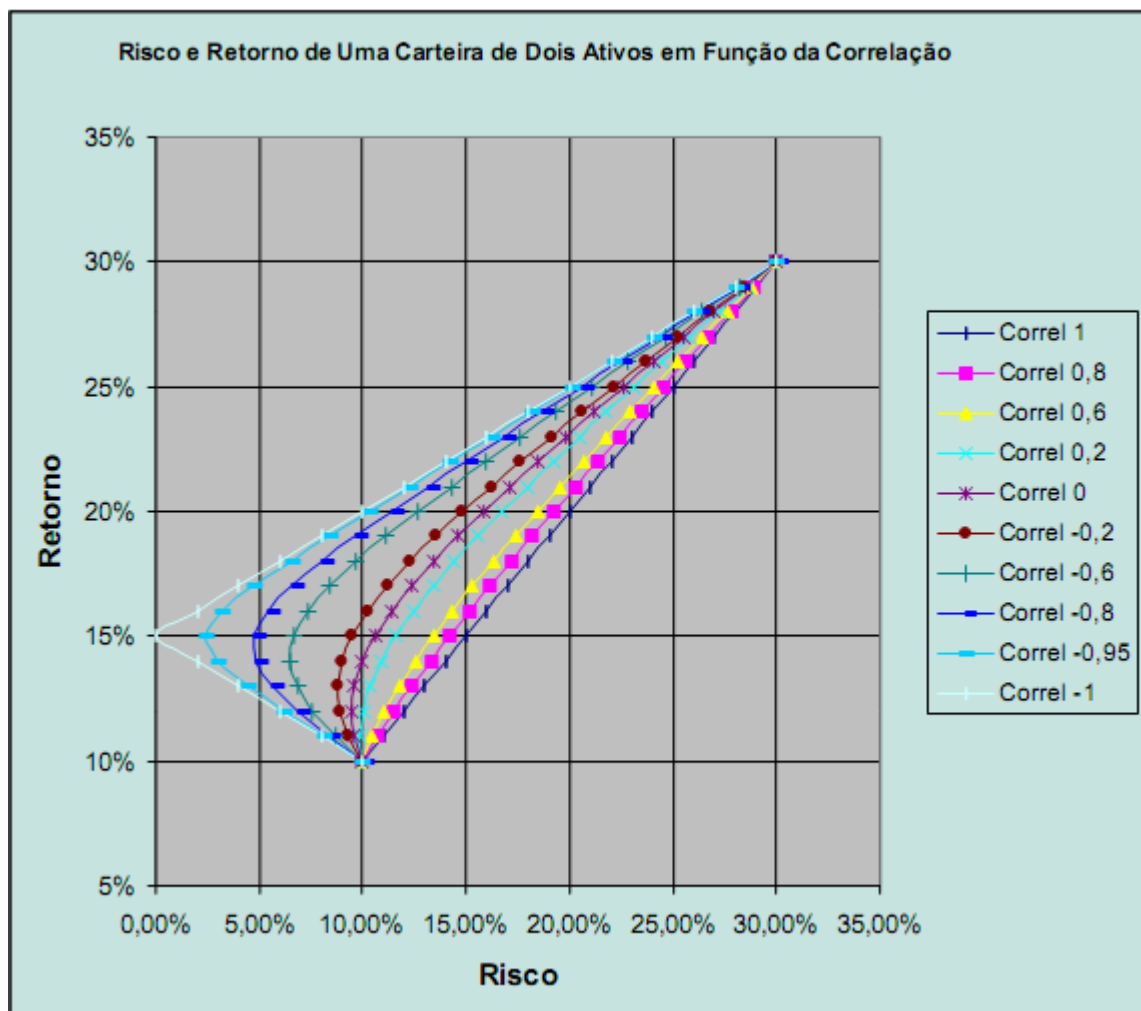


Figura 2 – Retorno esperado e risco para uma carteira com duas ações

Fonte: Montevechi, Pamplona e Gonçalves Junior, 2002.

Percebe-se, pela figura, que, quando os ativos apresentam coeficiente de correlação igual a um ($\rho_{A,B} = 1$), a fronteira eficiente é formada por uma reta, conforme a proporção de

cada ativo incluído na carteira. Isso representa uma combinação linear entre os retornos e desvios-padrão das ações (SAMANEZ, 2007).

Quando o coeficiente de correlação é perfeitamente negativa ($\rho_{A,B} = -1$), o nível de risco, para um dado retorno, é o mínimo possível. Neste caso, haverá uma determinada proporção na qual o risco da carteira será nulo, representada por $\sigma_c = 0$. É importante notar que, na figura acima, o segmento de reta delimitado entre os retornos de 10% e 15% não representa a fronteira eficiente desta combinação de dois ativos, pois haverá outras proporções que apresentam retornos superiores para o mesmo nível de risco.

Para valores intermediários da correlação ($-1 \leq \rho_{A,B} \leq 1$), a fronteira eficiente apresenta-se como não linear, gerando reduções de risco inferiores ao obtido com a correlação perfeitamente negativa. Quanto menor o valor da correlação entre as ações consideradas, maior será a redução do risco e maior o ganho obtido com a diversificação.

Analisando a figura 2, percebemos o efeito obtido pela seleção apropriada de títulos. Considerando um retorno de 15%, temos uma taxa de risco de também 15%. Considerando títulos com correlação inferiores, podemos reduzir este risco, mantendo o retorno constante, até o limite da correlação perfeitamente negativa ($\rho_{A,B} = -1$), na qual não haveria risco neste investimento. Alternativamente, podemos considerar a variação dos retornos esperados, dada determinado risco constante. Neste caso, obteríamos o maior retorno quando a correlação fosse perfeitamente negativa e o retorno mínimo para a correlação perfeitamente positiva.

Considerando a presença de um ativo livre de riscos ($\sigma_f^2 = 0$), com retorno esperado igual à R_f compondo a carteira, a fronteira eficiente se altera (Figura 3). Neste caso, conforme Samanez (2007), os coeficientes de correlação entre os títulos com risco e aquele títulos sem risco são nulos. Assim, com uma carteira formada pelo ativo com risco A e um ativo sem risco, o retorno e o risco esperados serão:

$$\begin{aligned} R_c &= X_A \bar{R}_A + (1 - X_A) R_f \\ \sigma_c &= X_A \sigma_A \end{aligned}$$

Pela última fórmula, temos a porcentagem do valor da carteira aplicado no ativo A:

$$X_A = \frac{\sigma_c}{\sigma_A}$$

Desta forma, a fronteira eficiente é formada por uma reta, com coeficiente linear igual à rentabilidade do ativo sem risco, conforme a equação:

$$R_c = \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_A} \right) \bar{R}_A + \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_A} \right) R_f$$

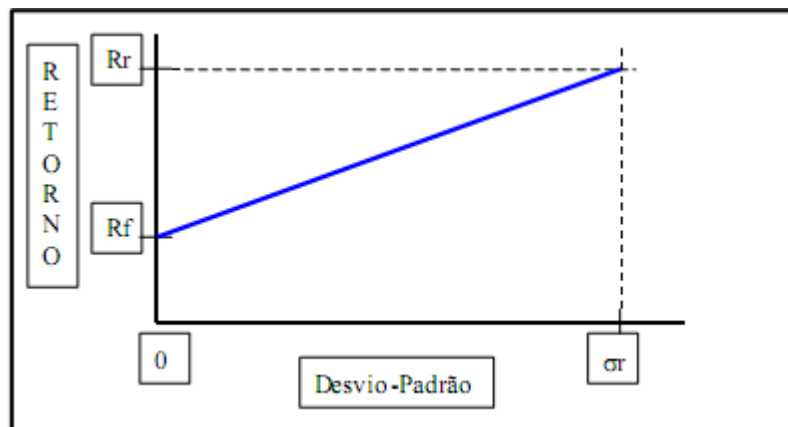


Figura 3 – Retorno esperado e risco para um ativo sem risco e um ativo com risco
 Fonte: Montevechi, Pamplona e Gonçalves Junior, 2002.

Desta forma, a carteira se situará sobre a fronteira eficiente, com investidores mais conservadores selecionando portfólios com menor risco, e conseqüentemente, maiores participação de ativos sem risco. Por outro lado, investidores que buscam maiores retornos tendem a aumentar a participação dos ativos com risco em suas carteiras.

Embora a proposta de Markowitz fosse essencialmente prática, Elton, Gruber e Padberg (1976) discorrem sobre os motivos da não utilização dos métodos expostos em seu artigo. As causas citadas são as dificuldades de estimação dos dados (principalmente a matriz de correlação), a dificuldade computacional de resolução da programação quadrática do modelo e a resistência dos gestores de fundos de investimento em compreender o próprio modelo corretamente.

2.5 MODELO DE ÍNDICE ÚNICO

Para simplificar o modelo de Markowitz, que exigia um grande esforço computacional para a época e grande equipe de analistas financeiros, foi desenvolvido o modelo de índice único por Sharpe, em 1963. Este utiliza, ao invés da correlação entre as diferentes ações, uma correlação (beta) entre cada ação e um índice que represente o retorno médio das ações no mercado (SANTOS, COROA E BANDEIRA, 2008).

Para uma única ação i , o modelo de índice único considera sua rentabilidade (R_i) e variância (σ_i^2) como (ELTON et al., 2004):

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i$$

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{ei}^2$$

Onde:

α_i = Componente do retorno da ação independente do mercado;

R_m = taxa de retorno do índice de mercado escolhido;

β_i = constante que relaciona o retorno do título i a taxa de retorno do mercado R_m ;

e_i = componente aleatório do preço da ação;

σ_m^2 = variância da taxa de retorno do índice R_m ;

σ_{ei}^2 = variância do componente aleatório do preço.

São usadas as seguintes premissas para o modelo de índice único (SAMANEZ, 2007):

a) O retorno de um ativo é dado por uma equação de regressão linear relacionado-o com o retorno do mercado;

b) O erro aleatório de um ativo apresenta distribuição normal e média zero;

$$\bar{e}_i = 0$$

c) O erro aleatório e_i não é correlacionado a taxa de retorno do mercado R_m ;

$$\text{cov}(e_i, R_m - \bar{R}_m) = 0$$

d) A covariância entre os erros aleatórios entre dois ativos é nula; assim, dois títulos somente variam de maneira similar é em função da correlação com o índice de mercado.

$$\text{Cov}(e_i, e_j) = 0$$

Assim, o retorno médio de cada ação pode ser dado por:

$$\bar{R}_i = \alpha_i + \beta_i R_m$$

E a covariância entre dois títulos por (ELTON et al., 2004):

$$\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_m^2$$

Desta forma, o problema de seleção da carteira ótima pode ser definido para o modelo de índice único. O retorno esperado da carteira (R_c) é dado por (ELTON et al., 2004):

$$\bar{R}_c = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i$$

O beta da carteira (ELTON et al., 2004):

$$\beta_c = \sum_{i=1}^N X_i \beta_i$$

Então, a variância da carteira é (ELTON et al., 2004):

$$\sigma_c^2 = \beta_c^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_{ei}^2$$

2.6 CAPITAL ASSET PRICING MODEL (CAPM)

Para uma carteira ser perfeitamente diversificada, esta deverá conter todos os ativos que compõem o mercado. Ela representará o próprio mercado, com retorno R_m e risco σ_m^2 , sendo geralmente aproximada pelos índices das bolsas de valores, como o IBOVESPA no Brasil. Conforme Samanez (2007), considerando um mercado eficiente em condições de equilíbrio, o excesso de retorno obtido (considerando como referência o retorno do ativo sem risco) para cada unidade de risco deverá ser igual para todos os ativos. Assim, temos que:

$$\frac{\bar{R}_c - R_f}{\sigma_c} = \frac{\bar{R}_m - R_f}{\sigma_m}$$

O Modelo de Precificação de Ativos Financeiros, ou *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), foi desenvolvido por Sharpe, Lintner e Mossin, na década de 1960, com base na igualdade entre os excessos de retorno. O modelo quantifica o retorno esperado das ações de forma linear, considerando que o retorno é função da rentabilidade dos investimentos sem risco e também do retorno exigido para assumir o risco do ativo (chamado de prêmio de risco) (SAMANEZ, 2007). Conforme este modelo, o risco diversificável não deverá ser remunerado pelo mercado, em função da possibilidade de sua eliminação em uma carteira; por isso, somente o risco sistemático seria recompensado:

$$\bar{R}_i = R_f + \beta_i [\bar{R}_m - R_f]$$

Para Samanez (2007), o modelo CAPM apresenta as seguintes premissas:

- a) Os investidores apresentam expectativas iguais quanto aos retornos e riscos;
- b) O retorno dos investidores é igual, pela ausência de impostos e outros custos;
- c) Não existem limites para os investimentos e empréstimos;
- d) Existe uma taxa sem risco na qual os investidores podem aplicar ou captar recursos;
- e) Os investidores são avessos ao risco;
- f) O único risco presente é o risco de mercado (por considerar as carteiras diversificadas);
- g) O mercado é perfeito, não apresentando custos de transação e de informação; além disso, nenhum investidor isolado pode modificar o preço dos ativos.

Embora o CAPM tenha difundido a utilização das ferramentas de avaliação de títulos e projetos de investimento, ele se baseia na análise de títulos com somente um período de duração (modelo uniperiódico). Diversos outros modelos, com capacidade para análises

multiperiódicas, foram desenvolvidos, como o *arbitrage price theory* (APT) e uma versão mais abrangente do CAPM, conhecida como CAPM Intertemporal (ICAPM) (SAMANEZ, 2007).

Observam-se também, na literatura, diversas anomalias relacionadas ao CAPM. Segundo Samanez (2007), as principais anomalias são: o efeito tamanho, observado em ações de empresas de pequeno porte, que apresentam retornos maiores que o valor esperado obtido pelo modelo; e o efeito valor, no qual empresas com valor contábil do patrimônio líquido baixo em relação ao valor de mercado proporcionaram retornos também superiores ao previsto.

2.7 ESTIMATIVAS DO BETA

O beta é parâmetro fundamental para a utilização do apereçamento de ativos pelo CAPM e para a seleção de carteiras utilizando índice único. Ele representa a volatilidade de determinada ação em resposta a alterações do mercado (representado geralmente por seu índice) (SAMANEZ, 2007). Desta forma, é fundamental a precisão de sua estimativa para os resultados do modelo.

Para estabelecer essa relação entre o retorno de determinada ação e o índice do mercado, é utilizada a técnica de regressão linear entre estas duas variáveis. Considerando as séries temporais dos ativos e do índice de mercado, se expressa a relação entre eles de acordo com a seguinte equação (SAMANEZ, 2007):

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_i R_{m,t} + e_{i,t}$$

Samanez (2007) explica a utilização do processo de regressão linear para o cálculo dos alfas (α) e betas (β). A técnica consiste em ajustar uma reta ao conjunto de valores observados, de forma a minimizar o somatório do quadrado dos erros aleatórios. Elton et al. (2004) utiliza das seguintes fórmulas para o cálculo, com T observações para cada ação:

$$\beta_i = \frac{\left(\sum_{t=1}^T [(R_{i,t} - \bar{R}_{i,t})(R_{m,t} - \bar{R}_{m,t})] \right)}{\left(\sum_{t=1}^T (R_{m,t} - \bar{R}_{m,t})^2 \right)}$$

$$\alpha_i = \bar{R}_{i,t} - \beta_i \bar{R}_{m,t}$$

O coeficiente α representa o ponto mais provável de intersecção da reta com o eixo das ordenadas. O beta (β) representa seu coeficiente angular, indicando a volatilidade da ação em resposta às oscilações de mercado; um beta inferior a um ($\beta < 1$) representa que a ação aumenta proporcionalmente menos quando há um aumento no índice de mercado, por outro

lado, em uma eventual redução no valor do índice de mercado, esta ação terá o valor diminuído em uma razão menor do que a do mercado.

A ação com beta acima de um ($\beta > 1$) apresenta comportamento inverso. Seu valor irá se reduzir mais quando houver redução do índice, e aumentará proporcionalmente mais, quando este se elevar.

Contudo, a utilização do método de regressão linear supõe que os parâmetros do modelo, alfa e beta, sejam constantes ao longo do tempo. Uma complicação ocorre quando se percebe que estes não apresentam valores perfeitamente estacionários ao longo do tempo (ELTON et al., 2004). Isso leva a erros na estimação dos valores, mas que podem ser corrigidos, visando minimizar as distorções provocadas.

Para o ajustamento dos betas das ações, estão disponíveis na literatura várias técnicas. Recentes desenvolvimentos de novas metodologias, aliadas a melhorias de precisão das antigas, ampliaram o leque de escolhas para previsão de carteiras ótimas. Elton, Gruber e Urich (1978) comparam a acurácia entre as técnicas de ajustamento dos betas (betas históricos, técnica de Blume, técnica de Vasicek, betas iguais a 1), o modelo de média global e a matriz de correlação histórica.

A matriz de correlação histórica consiste em calcular cada par do coeficiente de correlação entre as ações, usando dados históricos e utilizar aquele valor como estimativa. Esta é a mesma técnica utilizada no modelo de Markowitz. Embora esta técnica não estime o valor do beta (não correlaciona o valor da ação ao índice de mercado), ela é utilizada neste trabalho como parâmetro de comparação (ELTON, GRUBER E URICH, 1978).

A técnica dos betas históricos consiste em uma regressão (método dos mínimos quadrados) realizada entre o retorno do ativo e um índice de mercado durante o período analisado, sem a realização de nenhum ajustamento adicional (ELTON, GRUBER E URICH, 1978).

Segundo Elton, Gruber e Urich (1978), a técnica de Vasicek utiliza uma média ponderada entre o beta histórico de cada ação e a média dos betas de toda a amostra. Os pesos dependem do desvio padrão de cada um dos betas utilizados e do beta médio. Já na técnica de Blume, é realizada uma regressão entre o beta histórico calculado para um período e o beta histórico do período anterior. A partir daí, esta regressão é utilizada para a previsão, ajustando o beta histórico do período considerado.

Por outro lado, o modelo de betas iguais a 1 foi proposto ao comparar sua precisão com outros modelos, obtendo resultados bastante satisfatórios em relação a outras técnicas

(Elton, Gruber e Ulrich, 1978). E por último, o modelo de média global assume que dados históricos para cada ação são instáveis e aleatórios demais. Desta forma, busca-se uma agregação destes valores, sendo utilizada a média de todos os coeficientes.

Cada técnica foi analisada de acordo com a acurácia das previsões acerca das correlações no período subsequente, ao longo de cinco anos. Considerando que os diferentes modelos tendem a prever a média dos coeficientes de correlação em valores desviados dos dados históricos, o trabalho de Elton, Gruber e Ulrich (1978) estuda a precisão dos modelos tanto ajustando as previsões para o mesmo valor médio e quando não são ajustados. A classificação das técnicas utilizadas nos dois casos está ilustrada na tabela 2.

Tabela 2 – Classificação das técnicas de previsão dos betas

Modelo	Coefficientes não ajustados	Coefficientes ajustados
Média global	1º	1º
Técnica de Vasicek	3º	2º
Técnica de Blume	2º	4º
Betas históricos	4º	3º
Matriz de correlação histórica	5º	5º
Betas iguais a 1	6º	6º

Fonte: Elton, Gruber e Ulrich, 1978 (Adaptado)

Samanez (2007) reflete em relação às técnicas utilizadas para o cálculo dos betas. Conjetura-se que os betas sejam constantes ao longo do tempo, mas se modificam pelos riscos de negócios e riscos financeiros da empresa. Desta forma, a utilização de uma série histórica curta para prever os betas pode significar uma alta variabilidade do valor obtido. Contudo, séries longas tendem a englobar períodos nos quais a empresa, com base em decisões estratégicas, modificou seus riscos, o que leva o beta, conseqüentemente, a se alterar, o que invalida as técnicas utilizadas, baseadas na regressão linear.

2.8 MODELO DE ELTON-GRUBER

Elton, Gruber e Padberg (1976), em seu artigo “*Simple Criteria for Optimal Portfolio Selection*”, buscando simplificar o processo de otimização da carteira de investimentos, demonstraram matematicamente um procedimento de obtenção da carteira ótima, sem a utilização de programação matemática. A simplicidade deste modelo em relação aos anteriores, do mesmo modo que melhorou a eficiência computacional na resolução destes

problemas, facilitou a compreensão da própria teoria das carteiras pelos analistas e gestores financeiros, difundindo sua utilização.

Partindo do modelo de índice, este método se inicia na classificação, em ordem decrescente, de cada ação de acordo com seu “excedente de retorno sobre o beta”, $(R/V)_i$, que é definido como (ELTON et al., 2004):

$$(R/V)_i = \frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i}$$

Este valor identifica-se com a diferença entre o retorno esperado da ação e o retorno do título sem risco, que o investidor recebe por incorrer em risco (ELTON et al., 2004). Assim, percebe-se que, se um determinado título participa da carteira, todos que apresentarem excedentes de retorno sobre o beta maiores também deverão compor a carteira.

Seguindo a classificação obtida, calculam-se os valores C_i , que considera que a carteira deve ser composta pelos i primeiros títulos, de acordo com a classificação das ações com base no excedente de retorno sobre o beta (SAMANEZ, 2007). Exemplificando, para calcular o valor de C_1 usaríamos somente a primeira ação da lista (aquela que obteve o maior $(R/V)_i$). A seguir, o valor de C_2 incluiria os dois primeiros títulos. Teríamos então o valor de C_i utilizando em seu cálculo os “ i ” primeiros títulos, até o valor de C_n , que compreenderia todo o universo das “ N ” ações. Na fórmula, o índice “ j ” representa todas essas ações que seriam abrangidas pela carteira composta dos “ i ” primeiros títulos, utilizado neste caso por facilidade matemática.

$$C_i = \frac{\sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \frac{(\bar{R}_j - R_f)\beta_j}{\sigma_{ej}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2}}, \forall i = 1, 2, \dots, N$$

A seguir, devem-se comparar os excedentes de retorno sobre o beta com os valores calculados de C_i . Haverá um “ i ” para o qual todos os valores de (R/V) dos títulos compreendidos entre “1” e “ i ” serão superiores ou iguais a C_i e, simultaneamente, todos os valores de (R/V) dos títulos entre “ i ” e “ N ” serão inferiores ao valor de C_i . Esta será a carteira ótima e o valor de C_i será a taxa de corte (C^*).

$$(R/V)_k \geq C^*, \forall 1 \leq k \leq i$$

$$(R/V)_k < C^*, \forall i < k \leq N$$

Definidas as ações que comporão o portfólio, calcula-se a participação (X_i) que cada uma terá no total do investimento. Para as demais, teremos que sua participação será zero ($X = 0$) (SAMANEZ, 2007):

$$X_i = \frac{y_i}{\sum_{i=1}^N y_i}, \forall i = 1, 2, \dots, N$$

Onde,

$$y_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{\epsilon i}^2} \left(\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i} - C^* \right), \forall i = 1, 2, \dots, N$$

2.9 DESEMPENHO DE CARTEIRAS

Diversos métodos foram desenvolvidos para comparação entre diferentes carteiras, objetivando auxiliar o analista financeiro na tomada de decisão. Segundo Samanez (2007), estes métodos auxiliam na identificação dos pontos fortes das carteiras, e áreas passíveis de melhorias. Além disso, é importante na análise da gestão da carteira. Existem diversas técnicas, como o índice de informação, índice de Sortino, índice de Sharpe generalizado, entre outros. Entre os principais, temos o índice de Sharpe e o índice de Treynor.

O índice de Sharpe (IS) ordena as carteiras de acordo com a chamada recompensa pela variabilidade (*reward-to-variability*), que é definida pelo excesso de retorno por unidade de risco:

$$IS = \frac{\bar{R}_c - R_f}{\sigma_c}$$

O numerador é denominado prêmio de risco. Um IS maior significa melhor desempenho da carteira, com um retorno esperado maior por unidade da taxa de risco assumida.

Contudo, o IS não deve ser utilizado quando se obtiver valores negativos, que são decorrentes de um retorno da carteira menor (R_c) que o retorno livre de riscos (R_f). Outro ponto, levantado por Vinod e Morey (2001) se refere à impossibilidade de se definir o risco da própria estimação do índice de Sharpe; para isso, são recomendadas técnicas mais avançadas.

O índice de Treynor (IT) utiliza o coeficiente beta (risco sistemático) como medida de risco, ao contrário do IS, que tem como base o desvio-padrão da própria carteira (SANTOS, COROA e BANDEIRA, 2008). Conforme Samanez (2007), esta medida tem como pressuposto que a carteira é diversificada, o que justifica a utilização do beta como risco do investimento.

$$IT = \frac{\bar{R}_c - R_f}{\beta_c}$$

Em seu trabalho, Eid Jr., Rochman e Taddeo (2005) concluem que devido às dificuldades computacionais para a utilização de medidas mais sofisticadas de desempenho de carteiras, só haveria necessidade de seu uso quando se desejasse calcular o risco de estimação ou quando este risco ou a volatilidade da carteira fossem muito elevados.

3. DESENVOLVIMENTO

3.1 DESCRIÇÃO DO PROTOCOLO DE PESQUISA

Para a escolha da carteira de investimento, utiliza-se neste trabalho dados de mercado disponíveis no período compreendido entre 01/01/2009 e 31/12/2009, considerados mensalmente. Posteriormente a seleção das carteiras, será avaliado o retorno obtido pelo investidor durante o ano subsequente, entre 01/01/2010 e 05/07/2010 (carteira 2009/2010). Nos anexos, foi aplicada a mesma metodologia dos trabalho para os dados disponíveis entre 01/01/2008 e 31/12/2008, com retorno calculado para os períodos de 01/01/2009 até 31/12/2009 (carteira 2008/2009).

É importante a consideração da utilização de dados médios, tanto das cotações das ações consideradas como do próprio Índice Bovespa. Pretende-se, com esta medida, reduzir a influência de movimentos especulativos no mercado, que, embora importantes para avaliações de curto e médio prazo, pode interferir na seleção de carteiras, que objetiva investimentos em prazos mais longos.

Foi realizada uma pesquisa aplicada usando um modelo pré-existente, no caso, o modelo de Elton-Gruber. Buscou-se verificar a aderência destes com a utilização de dados reais, coletados e ajustados em função de todo o retorno obtido pelos investidores, como valorizações, dividendos distribuídos e outras alterações no valor nominal da ação. Somente com a utilização destes, é possível realização comparações das ações ao longo do tempo.

O próprio modelo apresenta abordagem puramente quantitativa, baseando-se no valor passado das cotações para a tomada de decisão. Logo, é certo que pesquisas baseadas na aplicação deste modelo tomem deste a mesma característica.

Serão realizadas simulações, para a seleção da carteira ótima no ano de 2009, e comparações de seu retorno esperado em 2010 com o retorno obtido no mercado pelas ações que a compõem. Com isso, estudar-se-á o comportamento do modelo utilizado, analisando assim a viabilidade de utilização deste no mercado financeiro do Brasil. Assim, o estudo desenvolverá com caráter descritivo, simplesmente expondo seu desempenho, sem propostas de explicação de seus fenômenos ou criação de preceitos a serem seguidos.

Realizar-se-á também a comparações entre duas técnicas distintas de cálculo do beta das ações, a dos “betas históricos” e o da “média global”. Assim, busca-se comprovar as

classificações obtidas por Elton, Gruber e Ulrich (1978), avaliando qual possui maior adequação para sua utilização.

3.2 DESCRIÇÃO DAS UNIDADES DE ANÁLISE

Foram considerados dois cenários para a seleção da carteira de investimentos. No primeiro, foi considerada a técnica dos “betas históricos”, com o valor do beta individualizado para cada título. No segundo caso, foi utilizada a média de todos os betas considerados, procurando reduzir a variabilidade dos betas por meio de sua agregação, segundo o modelo da “média global”.

Os dois cenários foram comparados com o retorno obtido pela carteira teórica do Índice Bovespa durante o ano de 2010. Foram avaliados inicialmente os retornos totais obtido durante o ano, e posteriormente os retornos mensais médios das carteiras.

4. RESULTADOS

4.1 RESULTADOS ALCANÇADOS

Os valores utilizados para o retorno das ações ($R_{i,t}$) do universo de seleção foram calculados pela variação percentual entre a cotação média mensal do mês atual ($C_{i,t}$) e do anterior ($C_{i,t-1}$).

$$R_{i,t} = \frac{C_{i,t} - C_{i,t-1}}{C_{i,t-1}}$$

O próprio Índice Bovespa também teve seu retorno mensal ($R_{m,t}$) calculado conforme os mesmos princípios. O valor do Índice Bovespa, assim como as cotações das ações, estão disponíveis nos anexos 2, 3 e 4, para os anos de 2008, 2009 e 2010, respectivamente.

$$R_{m,t} = \frac{C_{m,t} - C_{m,t-1}}{C_{m,t-1}}$$

A partir destes dados, foram determinados os seguintes parâmetros necessários para a definição da carteira, como β_i , α_i e $\sigma_{\epsilon i}^2$, segundo as seguintes fórmulas.

$$\beta_i = \left(\sum_{t=1}^T [(R_{i,t} - \bar{R}_{i,t})(R_{m,t} - \bar{R}_{m,t})] \right) / \left(\sum_{t=1}^T (R_{m,t} - \bar{R}_{m,t})^2 \right)$$

$$\alpha_i = \bar{R}_{i,t} - \beta_i R_{m,t}$$

$$\sigma_{\epsilon i}^2 = \left(\frac{1}{n} \right) \sum_{t=1}^n [R_{i,t} - (\alpha_i + \beta_i R_{m,t})]^2$$

Os retornos das ações durante o ano de 2009, além dos β_i , α_i e $\sigma_{\epsilon i}^2$ calculados para elas, são apresentados no anexo 5 deste trabalho.

Para a definição das ações que irão compor a carteira selecionada, foi utilizada a técnica de Elton-Gruber, conforme detalhado na seção “2.8 MODELO DE ELTON-GRUBER”. Para isso, é necessária a definição do retorno do título sem risco (R_f); neste trabalho, foi considerado uma taxa de retorno sem risco de 12 % ao ano, que corresponde a aproximadamente 0,95 % ao mês. Este valor foi definido a partir da taxa Selic (Sistema Especial de Liquidação e Custódia) vigente na época do início da série histórica das cotações. Na data de 06/06/2007, ela foi fixada pelo Copom em 12% ao ano.

$$R_f = 12\% \text{ a.a.} \cong 0,948879\% \text{ a.m.}$$

O valor do beta utilizado para o modelo de “média global” corresponde a média de todos os betas calculados segundo o modelo do “beta histórico”. Considerando os dados constantes do anexo 5, seu valor para a carteira de 2009/2010 foi:

$$\beta_{\text{médio}} = 0,070277484$$

As fórmulas matemáticas, citadas abaixo, são utilizadas no modelo de seleção de carteiras de Elton-Gruber. Na tabela 3, são mostrados os cálculos realizados para a seleção de carteiras com o beta determinado conforme a técnica dos “betas históricos” e na tabela a seguir (tabela 4), os mesmos cálculos para o modelo de “média global”.

$$(R/V)_i = \frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i}$$

$$C_i = \frac{\sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \frac{(\bar{R}_j - R_f)\beta_j}{\sigma_{ej}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2}}, \forall i = 1, 2, \dots, N$$

$$y_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2} \left(\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i} - C^* \right), \forall i = 1, 2, \dots, N$$

$$X_i = \frac{y_i}{\sum_{i=1}^N y_i}, \forall i = 1, 2, \dots, N$$

Tabela 3 – Composição da carteira para 2009 utilizando “betas históricos”

	$(R/V)_i$	C_i	y_i	X_i
LIGT3	2895,64	0,000221	0,0471	0,018819
GOLL4	464,5079	0,014194	0,034828	0,013916
NETC4	225,6769	0,074363	0,174163	0,069588
ELET3	132,2179	0,082389	0,025299	0,010108
PETR4	120,0373	0,22376	0,166445	0,066504
PETR3	109,424	0,310986	0,108458	0,043335
TAMM4	106,042	0,347905	0,036187	0,014459
TNLP4	98,03531	0,35717	0,02495	0,009969
CESP6	97,57834	0,454384	0,120116	0,047993
TNLP3	85,99391	0,466842	0,028518	0,011395
NATU3	80,88789	0,627956	0,129115	0,051589
LREN3	70,72727	0,878397	0,099671	0,039824
CMIG4	67,96563	0,90151	0,063724	0,025462
BBAS3	65,73581	1,110301	0,103067	0,041181
AMBV4	60,57158	1,342591	0,164517	0,065734
CCRO3	55,76398	1,530259	0,110946	0,044329
BRAP4	53,35372	1,748556	0,08832	0,035289
VALE3	50,92267	1,909517	0,079341	0,031701
VALE5	49,25004	2,088271	0,092115	0,036805
ITSA4	49,03541	2,21765	0,085885	0,034316
CSNA3	47,33917	2,413515	0,065223	0,02606
CSAN3	46,44425	2,619461	0,073676	0,029438
USIM5	45,01417	2,781544	0,061043	0,02439
ELET6	43,73756	2,794159	0,019403	0,007753
ITUB4	40,3071	2,914028	0,072761	0,029072
CPLE6	39,51116	2,987873	0,048323	0,019308
CYRE3	38,44079	3,155128	0,032137	0,012841
BRKM5	37,42079	3,310612	0,038041	0,0152
ALL11	36,51576	3,378355	0,037274	0,014893
BBDC4	33,5644	3,501963	0,064573	0,025801
GGBR4	30,32284	3,643793	0,038912	0,015547
KLBN4	28,48685	3,717448	0,034765	0,013891
TCSL4	25,61495	3,754816	0,023248	0,009289
GOAU4	24,59018	3,874081	0,032459	0,012969
SBSP3	19,13417	3,952011	0,043149	0,01724
CPFE3	14,46064	3,959853	0,012152	0,004856
BRTO4	11,75167	3,964719	0,006077	0,002428
TMAR5	9,636898	3,967526	0,004137	0,001653
CLSC6	9,414237	3,973478	0,012654	0,005056

Fonte: Organizado pelo autor.

Tabela 4 – Composição da carteira para 2009 utilizando “média global”

	$(R/V)_i$	C_i	y_i	X_i
CYRE3	135,1648	0,054613	0,034186	0,01188
GOLL4	119,1005	0,109041	0,033969	0,011805
LREN3	111,0592	0,270963	0,101019	0,035107
BRKM5	104,2828	0,335443	0,040226	0,01398
CSNA3	92,8199	0,443558	0,067281	0,023382
CSAN3	85,50159	0,565492	0,075835	0,026355
BRAP4	84,01069	0,709749	0,08994	0,031256
BBAS3	83,61391	0,875395	0,103643	0,036018
USIM5	79,3473	0,97557	0,06276	0,021811
GGBR4	77,11929	1,041815	0,041547	0,014439
TAMM4	67,84087	1,098261	0,035279	0,01226
VALE3	66,2068	1,22608	0,080029	0,027812
GOAU4	64,6018	1,282391	0,035321	0,012275
PETR4	63,95458	1,538032	0,161084	0,055981
NATU3	63,04203	1,737556	0,12658	0,04399
VALE5	61,61895	1,882991	0,092715	0,032221
CCRO3	59,72633	2,055584	0,110509	0,038405
PETR3	55,1706	2,217775	0,104204	0,036214
VIVO4	54,65551	2,428449	0,136275	0,047359
AMBV4	53,91888	2,676577	0,16187	0,056254
CESP6	49,47351	2,851513	0,114867	0,039919
NETC4	49,46433	3,097962	0,163294	0,056749
ELPL6	49,10565	3,330886	0,155924	0,054188
ITSA4	47,93208	3,456693	0,084865	0,029493
ALL11	45,54884	3,512225	0,0376	0,013067
BBDC4	44,3777	3,608708	0,065558	0,022783
ITUB4	44,35137	3,714935	0,072539	0,025209
KLBN4	42,50072	3,767231	0,03585	0,012459
CPLE6	40,52978	3,83679	0,04784	0,016626
CRUZ3	30,42146	3,918533	0,05654	0,019649
TCSL4	29,19132	3,951994	0,023253	0,008081
ELET3	26,34627	3,983878	0,022238	0,007728
SBSP3	25,21514	4,047196	0,044381	0,015424
TNLP3	23,46455	4,082506	0,024898	0,008653
TNLP4	22,78308	4,112948	0,021552	0,00749
ELET6	18,94768	4,136516	0,016818	0,005845
TRPL4	15,91757	4,280451	0,1048	0,03642
CMIG4	15,44293	4,348618	0,050646	0,017601
LIGT3	8,72833	4,381677	0,026802	0,009314
BRTO4	7,182368	4,386279	0,004023	0,001398
CPFE3	6,972364	4,394408	0,007245	0,002518
TMAR5	5,142536	4,395681	0,001685	0,000586

Fonte: Organizado pelo autor.

A seguir, os retornos das duas carteiras durante o ano de 2009 são comparados com o aumento do Índice Bovespa no mesmo período (tabela 5), utilizando-se sua variação mensal e o retorno total obtido durante o ano. São analisados também o desempenho obtidos para as duas carteiras, utilizando-se os Índices de Sharpe e de Treynor.

Tabela 5 – Retornos atuais das carteiras 2009 e do Índice Bovespa durante 2010

	Bovespa	"Betas históricos"	"Média global"
Retorno mensal (%)	-0,7956	-1,0224	-0,7259
Retorno anual (%)	-6,1519	-7,3670	-5,3402
\bar{R}_f (%)	0,7296		
β_c	1,0000	0,0729	0,0702
σ_m^2	22,1073		
σ_c	4,7018	1,3098	1,2039
Sharpe	-0,3243	-1,3375	-1,2089
Treynor	-1,5252	-24,0101	-20,7112

Fonte: Organizado pelo autor.

4.2 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A aplicação do modelo de seleção de carteiras gerou resultados bastante próximos dos obtidos pela própria carteira que compõem o Índice Bovespa. O retorno observado no Índice Bovespa foi de -0,7956% ao mês, enquanto a carteira que utilizou os “betas históricos” apresentou retorno de -1,0224% ao mês e a carteira selecionada com o modelo da “média global” teve retorno mensal de -0,7259%. Em comparação, o ativo sem risco apresentou retornos de 0,7296 % ao mês, superior as duas carteiras e ao Índice Bovespa.

Para a técnica de “betas históricos”, o “excedente de retorno sobre o beta” mínimo (C^*) foi de 3,973478, enquanto para a técnica de “média global”, este valor foi de 4,395681. Observa-se também que, a carteira formada utilizando-se da técnica dos “betas históricos” apresentou 39 ações (82,98% do total), e o outro modelo utilizou 42 títulos (89,36%).

Embora os indicadores de desempenho tenham sido calculados, eles apresentam valores negativos, não devendo então ser utilizados como critério de comparação entre carteiras. Sua aplicação levaria a decisões não racionais. Como exemplo, observamos que a carteira utilizando a “média global” apresenta retorno superior ao Índice Bovespa (-0,7259% contra -0,7956%, respectivamente), e apresenta um risco menor (menor desvio padrão), de

1,2039 para a carteira e de 4,7018 para a carteira de mercado (Bovespa). Isso demonstra um melhor desempenho do modelo de “média global” em relação à Bovespa. Contudo, a carteira de mercado teria um desempenho superior de acordo com o índice de Sharpe, com um valor de -0,3243, superior ao da “média global”, com -1,2089.

Avaliando-se as carteiras, nota-se que apresentaram betas próximos de zero (0,0730 e 0,0703), o que significa que tiveram retornos independentes daquele observado pelo Índice Bovespa, sem correlação estatística significativa entre os retornos. Outro ponto a ser observado é a significativa redução da variabilidade da carteira, comparada a seus títulos individuais. Enquanto o desvio padrão do erro aleatório médio do mercado foi de 4,7018, a carteira formada com os “betas históricos” obteve o valor de 1,3098; já no modelo de “média global” a redução foi ainda mais significativa, para 1,2039. Neste ponto, embora não tenha ocorrido retornos significativamente superiores ao mercado, as carteiras mostraram redução expressiva dos riscos incorridos pelos investidores.

A tabela a seguir (tabela 6) mostra a evolução dos retornos obtidos para as carteiras durante os sete primeiros meses de 2010, comparando-os com o retorno do Índice Bovespa e com o ativo sem risco.

Tabela 6 – Retornos mensais e acumulados das carteiras durante 2010

	I. Bovespa		"Betas históricos"		"Média global"		Ativo sem risco (12% a.a.)	
Mês	Ret. médio	Ret. acum.	Ret. médio	Ret. acum.	Ret. médio	Ret. acum.	Ret. médio	Ret. acum.
jan/10	0,52 %	0,52 %	0,61 %	0,61 %	0,81 %	0,81 %	0,95 %	0,95 %
fev/10	-4,00 %	-3,50 %	-3,59 %	-3,00 %	-2,93 %	-2,15 %	0,95 %	1,91 %
mar/10	4,95 %	1,28 %	3,98 %	0,86 %	3,59 %	1,37 %	0,95 %	2,87 %
abr/10	1,01 %	2,31 %	0,31 %	1,18 %	0,17 %	1,55 %	0,95 %	3,85 %
mai/10	-10,22 %	-8,15 %	-7,83 %	-6,74 %	-7,11 %	-5,68 %	0,95 %	4,84 %
jun/10	1,30 %	-6,95 %	1,23 %	-5,60 %	1,89 %	-3,89 %	0,95 %	5,83 %
jul/10	0,86 %	-6,15 %	-1,88 %	-7,37 %	-1,51 %	-5,34 %	0,95 %	6,83 %
Média	-0,80 %		-1,02 %		-0,73 %		0,95 %	

Fonte: Organizado pelo autor.

5. CONCLUSÕES

Durante o período analisado, observa-se que somente uma das duas carteiras selecionadas obteve um retorno ligeiramente superior ao do próprio Índice Bovespa, embora tenha havido uma queda acentuada da variabilidade destas carteiras, reduzindo o risco do investidor.

É importante considerar a não utilização de técnicas estatísticas para a análise dos dados deste trabalho. Não foram realizados testes para verificação da aleatoriedade das séries temporais das cotações, nem um tratamento de erros e propagação de incertezas durante os cálculos realizados. Além disso, não foi analisada a significância dos resultados obtidos. Por isso, não é possível afirmar que o modelo de “média global” apresenta resultados melhores do que com a utilização dos “betas históricos”, embora neste estudo especificamente a “média global” tenha obtido desempenho superior.

Outro ponto importante refere-se ao próprio horizonte das séries temporais utilizadas. Para a previsão de tendências com base em dados passados, é necessário estabilidade dos padrões a serem observados, permitindo maior eficácia dos modelos utilizados.

Neste estudo, foram consideradas séries temporais bastante curtas e, somado-se a isto, o período estudado foi bastante atípico, com fortes desvalorizações das ações no segundo semestre de 2008, em decorrência de uma crise mundial. Em consequência, ocorreram repercussões desta nos períodos seguintes, como fortes valorizações das cotações durante o ano de 2009.

Para fins de comparação, foi aplicado o modelo de Elton-Gruber com base nas cotações de 2008, tendo o retorno das carteiras avaliado para o ano de 2009. Os procedimentos foram os mesmos utilizados para as carteiras de 2009/2010. No anexo 6 temos os cálculos de retorno, alfa, beta e do erro para cada ação, durante 2008. As carteiras formadas são apresentadas nos anexos 7 e 8, utilizando os modelos de “betas históricos” e “média global”, respectivamente. Abaixo, a tabela 7 resume os desempenhos observados para estas carteiras.

Tabela 7 – Retornos atuais das carteiras 2008 e do Índice Bovespa durante 2009

	Bovespa	"Betas históricos"	"Média global"
Retorno mensal (%)	5,1892	2,6315	2,4475
Retorno anual (%)	72,9632	45,1297	42,5147
\bar{R}_f (%)	0,7296		
β_c	1,0000	0,0304	0,0272
σ_m^2	11,5691		
σ_c	3,4013	1,6222	1,5644
Sharpe	1,3111	1,1724	1,0981
Treynor	4,4596	62,5625	63,1581

Fonte: Organizado pelo autor.

Embora o modelo de seleção de carteiras também não tenha superado a valorização do Índice Bovespa durante o ano de 2009, os dados mostram que o período na seleção das ações foi atípico. Em 2008, a Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo teve uma forte desvalorização, com a cotação média mensal caindo em 36,8%, passando de 59.518,38 em janeiro para 37.614,14 no último mês do ano.

Ações com forte participação na composição do Índice Bovespa apresentaram desvalorização no período de 2008. A tabela 8 lista a seguir ações com participação acumulada de aproximadamente 50% no Índice Bovespa em 05/07/2007, e suas respectivas valorizações médias mensais nos anos de 2008 e 2009.

Tabela 8 – Valorizações em 2008 e 2009 e participações nas carteiras

Cód.	Ação/tipo	Valoriz. 2008	Valoriz. 2009	Carteira “betas históricos”	Carteira “média global”
PETR4	PETROBRAS PN	-4,46	5,44	0,00%	0,00%
VALE5	VALE R DOCE PNA	-5,33	5,27	0,00%	0,00%
USIM5	USIMINAS PNA	-4,28	6,52	0,00%	0,00%
BBDC4	BRADESCO PN EDJ	-3,13	4,06	0,00%	0,00%
ITUB4	ITAUUNIBANCO PN	-1,77	4,06	0,00%	0,00%
TNLP4	TELEMAR PN	1,24	2,55	6,28%	6,26%
GGBR4	GERDAU PN	-2,44	6,36	0,00%	0,00%
PETR3	PETROBRAS ON	-4,35	4,82	0,00%	0,00%
VALE3	VALE R DOCE ON	-5,53	5,60	0,00%	0,00%
CSNA3	SID NACIONAL ON	-2,86	7,47	0,00%	0,00%

Fonte: Organizado pelo autor.

Este período exemplifica a implicação de eventos não habituais sobre previsões baseadas em dados históricos. As carteiras formadas apresentaram poucas ações selecionadas (6 e 7 ações), o que não definiria uma boa diversificação dos ativos. Também os dados utilizados não apresentavam indicativo correto dos retornos que foram observados no período subsequente, conforme tabela acima.

Portanto, percebe-se a necessidade da utilização de períodos maiores para fins de análise das carteiras, buscando reduzir o efeito da variabilidade na determinação da carteira. Desta forma, com períodos mais longos, o impacto de eventos não habituais tende a se diluir, tornando as estimativas mais precisas.

Assim, embora a aplicação do modelo de seleção de carteiras não tenha conseguido atingir os objetivos previamente traçados (superar o retorno do Índice Bovespa), foi alcançado um forte indicativo da eficácia do modelo, que busca maximizar o retorno do investimento em função do risco incorrido. Ele configura-se, então, em uma ferramenta indispensável na gestão de investimentos, com resultados positivos, de fácil utilização e baixo esforço computacional, mesmo considerando as limitações expostas acima.

Porém, a utilização de métodos de seleção de carteiras não possibilita, de maneira geral, obter retornos extraordinários. Sua principal função consiste na redução da variabilidade da carteira e conseqüentemente, de seu risco. Por isso, esta ferramenta deve ser utilizada de maneira conjunta com outras técnicas financeiras, como análise de balanços, previsões econômicas, análises técnicas (gráficas), as quais possibilitam uma previsão mais acurada dos retornos futuros.

Observando os aspectos limitantes do trabalho, recomenda-se, para trabalhos futuros, a análise detalhada de diversos cenários na seleção de carteiras, buscando identificar e quantificar a influência destas variáveis na decisão de investimento. O objetivo seria determinar diretrizes normativas para a utilização do modelo de Elton-Gruber, que produzam melhores resultados.

REFERÊNCIAS

BAZZO, W. A.; PEREIRA, L. T. V. **Introdução a engenharia**. 6ª edição. Florianópolis: Editora da UFSC, 2005.

BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. J. **Fundamentos de investimento**. 3ª edição. Porto Alegre: Bookman, 2000.

BOLSA DE VALORES, MERCADORIAS E FUTUROS DE SÃO PAULO. **Composição da Carteira Teórica Ibovespa**. 2010a. Disponível em: < <http://www2.bmf.com.br/pages/portal/bmfbovespa/boletim1/IndicadoresCarteiraTeoricaIbovespa1.asp> >. Acesso em: 05 jul. 2010.

BOLSA DE VALORES, MERCADORIAS E FUTUROS DE SÃO PAULO. **Índice Bovespa – Ibovespa**. 2010b. Disponível em: < <http://www.bmfbovespa.com.br/indices/ResumoTaxaMediaCrescimento.aspx?Indice=Ibovespa&idioma=pt-br> >. Acesso em: 05 mar. 2010.

BREALEY, R. A., MYERS, S. C., ALLEN, F. **Princípios de Finanças Corporativas**. 8ª edição. São Paulo: Mc Graw-Hill, 2008.

CAMARGOS, M. A.; BARBOSA, F. V. **Teoria e Evidência da Eficiência Informacional do Mercado de Capitais Brasileiro**. Caderno de Pesquisas em Administração (USP), São Paulo: USP, v. 10, n. 1, p. 41-55, 2003.

DEMBOGURSKI, R. A. **Análise multicritério como ferramenta no auxílio à aquisição de ações**. Monografia (Graduação em Engenharia de Produção) – Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2008.

EID JR., W. ; ROCHMAN, R. R.; TADDEO, M. **Medidas de Desempenho de Fundos Considerando o Risco de Estimção**. In: V Encontro Brasileiro de Finanças, 2005, São Paulo. Anais do V Encontro Brasileiro de Finanças, São Paulo: SBF, 2005.

ELTON, E. J.; GRUBER, M. J.; BROWN, S. J.; GOETZMANN, W. N. **Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos**. São Paulo: Atlas, 2004.

ELTON, E. J.; GRUBER, M. J.; PADBERG, M. W. *Simple Criteria for Optimal Portfolio Selection*. *Journal of Finance*, XI, v. 31, n. 5, p. 1341-1357, 1976.

ELTON, E. J.; GRUBER, M. J.; URICH, T. J. *Are betas best?* *Journal of Finance*, XIII, v. 33, n. 5, p. 1375-1384, 1978.

FENSTERSEIFER, J. E.; GALESNE, A.; ZIEGELMANN, J. **A utilização de técnicas analíticas nas decisões de investimento de capital das grandes empresas no Brasil**. Revista de Administração, São Paulo, v. 22, n. 4, PP 70-78. 1987. Disponível em: < <http://www.rausp.usp.br/download.asp?file=2204070.pdf> >. Acesso em: 05 mar. 2010.

FILHO, P. C. **O modelo de simulação do gpcp-1: jogo do planejamento e controle da produção**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Departamento de

Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1998.

FURLANI, E. P. **Gestão do risco de mercado em operações com derivativos no Brasil**. Monografia (Graduação em Engenharia de Produção) – Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2009.

GUIAINVEST. **Lista de ações - GuiaInvest**. 2010. Disponível em: <<http://www.guiainvest.com.br/lista-acoes/default.aspx>>. Acesso em: 05 jul. 2010.

IQUIAPAZA, R. A., AMARAL, H. F.; BRESSAN, A. A. **Evolução da Pesquisa em Finanças: Epistemologia, Paradigma e Críticas**. Revista O&S: Organizações & Sociedade, Salvador, v. 16, n. 49, PP 351-370. 2009

LIMA, F. G.; MATIAS, A. B. **Evolução do estudo das finanças computacionais**. In: VI SEMEAD, 2003, São Paulo. Anais do VI SEMEAD, São Paulo:USP/SP, 2003.

MARKOWITZ, H. **Portfolio Selection**. *Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MONTEVECHI, J. A. B.; PAMPLONA, E. O. ; GONCALVES JUNIOR, C. **Seleção de Carteiras Utilizando o Modelo de Markowitz para Pequenos Investidores**. In: IX Simpósio de Engenharia de Produção - SIMPEP, 2002, Bauru. Anais do IX SIMPEP, Bauru: UNESP, 2002.

MORABITO, R.; PUREZA, V. Modelagem e simulação. In: MIGUEL, P. A. C. (Ed.). **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010. Cap. 8.

MORETTI, R. M. **A eficiência da teoria de administração de portfólio de Markowitz, considerando custos de transação para o mercado de ações brasileiro de julho de 1999 a junho de 2003**. Dissertação (Mestrado profissional em Economia) – Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

MOTTA JUNIOR, N.; OLIVEIRA, U. R.; GUTIERREZ, R. H. **Minimização de riscos de investimentos em carteira de ações através da pesquisa operacional**. In: IV Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia - IV SEGET, 2007, Resende. Anais do IV SEGET, Resende: EADB, 2007.

NETO, A. A. **Mercado Financeiro**. 3ª edição. São Paulo: Atlas, 2005.

PERREIRA, L. C.; SILVA, A. C. M.; LION, O. M. B.; SILVEIRA, A. M. **Os fundos de ações e a alocação ótima de ativos proposta por Markowitz**. In: IV Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia - IV SEGET, 2007, Resende. Anais do IV SEGET, Resende: EADB, 2007.

PERLINGEIRO, A. G. **Um panorama geral sobre o gerenciamento ativo de carteiras de sucesso**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

REIS, C. E. ; TRICHES, D. **Seleção e composição de uma carteira de ações com base na técnica grafista**. Perspectiva Econômica, São Leopoldo, v. 3, n. 1, PP 1-26. 2007. Disponível em: < <http://www.perspectivaeconomica.unisinos.br/pdfs/61.pdf> >. Acesso em: 05 mar. 2010.

RIBEIRO, C. O. ; FERREIRA, L. A. S. **Uma contribuição ao problema de composição de carteiras de mínimo Valor em Risco**. Gestão e Produção (UFSCar), São Carlos, v. 12, n. 2, p. 295-304, 2005.

SAMANEZ, C. P. **Gestão de investimentos e geração de valor**. São Paulo: Editora Pearson – Prentice Hall, 2007.

SANTOS, T. G.; COROA, U. S. R.; BANDEIRA, A. A. **A aplicação do modelo de formação de carteira eficiente de Elton-Gruber em empresas socialmente responsáveis no mercado de ações brasileiro**. In: V Congresso Virtual Brasileiro de Administração, 2008, São Paulo. Anais do Convibra 08. São Paulo: Convibra 08, 2008. v. 1. p. 42-60.

VINOD, H. D.; MOREY, M. R. *A “Double” Sharpe ratio*. In: LEE, C. F (Ed.). *Advances in Investment Analysis and Portfolio Management*. JAI Press, 2001, PP 57-65. Disponível em: < <http://webpage.pace.edu/mmory/publicationspdf/dsharpe.pdf> >. Acesso em 31 jun. 2010.

ANEXO 1 – CARTEIRA PARA O CÁLCULO DO IBOVESPA EM 05/07/2007

Tabela 9 – Carteira para o cálculo do IBOVESPA em 05/07/2007 (Parte 1)

Cód.	Ação/tipo	Quant. Teórica	Part. rel.%	Part. acum.%
PETR4	PETROBRAS PN	151,9810098	14,721	14,721
VALE5	VALE R DOCE PNA	69,04883072	9,421	24,142
USIM5	USIMINAS PNA	20,55654643	4,190	28,332
BBDC4	BRADESCO PN EDJ	47,42967895	4,036	32,368
ITAU4	ITAUBANCO PN ED	20,0457554	3,109	35,477
TNLP4	TELEMAR PN	44,23312533	3,109	38,586
GGBR4	GERDAU PN	31,72539082	2,885	41,471
PETR3	PETROBRAS ON	23,59681505	2,599	44,070
VALE3	VALE R DOCE ON	15,63228671	2,520	46,590
CSNA3	SID NACIONAL ON	13,43976222	2,432	49,022
UBBR11	UNIBANCO UNT	49,11960714	1,967	50,989
CMIG4	CEMIG PN	26,05724254	1,960	52,949
ITSA4	ITAUSA PN	87,35872175	1,894	54,843
BBAS3	BRASIL ON	36,60340602	1,885	56,728
ELET6	ELETROBRAS PNB*	18.161,74	1,808	58,536
NETC4	NET PN	29,08045646	1,733	60,269
ALLL11	ALL AMER LAT UNT	35,0920496	1,701	61,970
TAMM4	TAM S/A PN	15,16323205	1,693	63,663
TNLP3	TELEMAR ON	11,62955625	1,544	65,207
BRAP4	BRADESPAR PN	10,70939595	1,486	66,693
ELET3	ELETROBRAS ON *	14.753,43	1,480	68,173
VIVO4	VIVO PN	80,30067905	1,446	69,619
BRKM5	BRASKEM PNA	43,9201216	1,427	71,046
CSAN3	COSAN ON	23,11015819	1,334	72,380
GOLL4	GOL PN EDJ	12,16570188	1,329	73,709
AMBV4	AMBEV PN *	534,1739495	1,320	75,029
CPLE6	COPEL PNB*	21.218,41	1,249	76,278
PRGA3	PERDIGAO S/A ON EJ	18,21676453	1,222	77,500
NATU3	NATURA ON	25,55515389	1,220	78,720
SUBA3	SUBMARINO ON	7,987441558	1,200	79,920

Fonte: Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo, 2010a.

Tabela 10 – Carteira para o cálculo do IBOVESPA em 05/07/2007 (Parte 2)

Cód.	Ação/tipo	Quant. Teórica	Part. rel.%	Part. acum.%
GOAU4	GERDAU MET PN	9,421375734	1,148	81,068
CCRO3	CCR RODOVIAS ON	17,48421823	1,098	82,166
CYRE3	CYRELA REALT ON	23,44143757	1,042	83,208
BRTO4	BRASIL TELEC PN	38,32109028	1,032	84,240
TCSL4	TIM PART S/A PN EG	82,53006426	1,004	85,244
ARCZ6	ARACRUZ PNB EJ	42,39534621	0,983	86,227
EMBR3	EMBRAER ON	21,44439088	0,901	87,128
SDIA4	SADIA S/A PN EJ	55,32290966	0,897	88,025
CPFE3	CPFL ENERGIA ON	12,50272434	0,888	88,913
VCPA4	V C P PN	10,38847266	0,843	89,756
PCAR4	P.ACUCAR-CBD PN *	6.324,39	0,835	90,591
CESP6	CESP PNB*	12.907,48	0,827	91,418
SBSP3	SABESP ON	10,27247695	0,822	92,240
LREN3	LOJAS RENNER ON	12,64301913	0,817	93,057
BRTP4	BRASIL T PAR PN	15,28251283	0,702	93,759
ELPL6	ELETROPAULO PNB*	2.908,22	0,652	94,411
KLBN4	KLABIN S/A PN	46,31937294	0,600	95,011
TMAR5	TELEMAR N L PNA	5,670262928	0,577	95,588
TCSL3	TIM PART S/A ON EG	27,093892	0,539	96,127
CRUZ3	SOUZA CRUZ ON EJ	6,109270255	0,528	96,655
BRTP3	BRASIL T PAR ON	4,956177865	0,476	97,131
LIGT3	LIGHT S/A ON *	8.563,22	0,473	97,604
TRPL4	TRAN PAULIST PN *	6.544,35	0,454	98,058
CLSC6	CELESC PNB	5,489819103	0,388	98,446
TLPP4	TELESP PN	3,120474317	0,364	98,810
TMCP4	TELEMIG PART PN *	40.963,97	0,364	99,174
PTIP4	IPIRANGA PET PN	7,372713212	0,362	99,536
CGAS5	COMGAS PNA*	312,6506562	0,250	99,786
ACES4	ACESITA PN	1,453814086	0,183	99,969
Quantidade Teórica Total:				
134.600,82876764300		* Cotação em lote de mil ações		

Fonte: Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo, 2010a.

ANEXO 2 – COTAÇÕES AJUSTADAS DAS AÇÕES EM 2008

Tabela 11 – Cotações ajustadas das ações em 2008

	dez/08	nov/08	out/08	set/08	ago/08	jul/08	jun/08	mai/08	abr/08	mar/08	fev/08	jan/08
BOVESPA	37614	35960	38122	50586	55608	59944	67332	71075	64111	61595	62485	59518
ALL11	9,974	9,740	10,587	16,404	19,066	20,106	21,997	22,989	19,054	18,169	20,317	20,346
AMBV4	96,833	95,163	89,506	95,151	93,040	87,813	99,011	114,834	118,648	122,561	122,381	113,326
BBAS3	13,529	12,447	13,991	19,375	20,013	21,289	25,311	25,353	21,409	22,261	24,820	24,911
BBDC4	21,365	20,198	21,180	25,184	26,247	28,019	30,400	32,917	29,762	28,932	27,642	28,418
BRAP4	17,926	17,771	17,921	26,988	29,140	34,169	41,004	46,597	42,717	39,284	38,921	37,634
BRKM5	5,771	7,275	8,655	10,585	12,698	12,885	13,570	13,515	14,169	14,177	12,921	12,985
BRTO4	14,983	12,397	12,679	14,750	17,242	17,558	18,516	19,131	19,766	17,286	16,327	15,544
CCRO3	21,781	20,124	19,454	25,096	27,819	27,328	30,228	28,548	24,960	24,145	25,859	23,362
CESP6	13,796	12,954	11,183	19,193	27,786	30,278	31,121	29,244	26,730	41,225	45,968	44,574
CGAS5	29,636	29,264	28,969	34,655	37,658	38,753	39,518	39,308	37,466	33,816	31,939	29,652
CLSC6	32,366	31,459	32,607	39,651	42,397	43,259	43,705	41,707	40,580	37,593	35,694	34,782
CMIG4	21,963	23,270	21,803	21,855	23,625	25,612	25,369	23,757	20,557	19,079	18,653	19,166
CPFE3	29,373	28,515	28,248	28,937	30,757	31,515	30,727	34,070	33,414	31,260	28,084	26,648
CPLE6	24,323	23,652	22,184	24,025	28,304	30,288	28,883	27,650	26,973	25,688	24,491	23,540
CRUZ3	41,135	40,305	35,940	36,651	37,748	37,038	39,440	41,913	39,110	38,820	40,217	39,836
CSAN3	10,540	10,777	11,295	18,015	28,138	30,506	26,487	27,286	25,913	27,569	27,049	23,468
CSNA3	12,446	11,030	13,301	21,322	24,612	27,730	33,024	35,703	30,470	27,822	27,061	21,867
CYRE3	8,301	7,991	11,978	18,466	20,530	20,262	22,501	25,905	23,620	24,386	23,974	21,790
ELET3	18,359	17,226	15,837	17,800	19,563	19,506	19,695	17,216	17,071	17,592	15,973	14,931
ELET6	22,567	20,956	19,059	20,293	22,143	22,829	23,065	22,066	21,431	21,955	20,568	18,960
ELPL6	18,620	19,441	17,747	19,020	23,133	24,995	25,789	25,687	23,647	21,902	22,752	22,434
EMBR3	9,164	8,723	10,369	13,140	12,185	10,688	12,049	15,798	16,694	16,625	18,068	18,221
GGBR4	14,849	13,427	14,302	24,103	28,906	32,667	38,059	36,716	29,233	25,851	24,107	22,570
GOAU4	19,693	18,463	19,870	32,729	38,916	43,987	51,526	48,089	38,606	34,901	31,484	29,778
GOLL4	9,781	8,257	9,239	13,970	15,109	14,880	20,578	25,684	25,169	26,507	30,897	34,658
ITSA4	7,095	6,574	5,961	7,592	8,094	8,180	8,932	9,088	8,144	7,868	7,565	7,746
ITUB4	24,342	21,617	20,657	25,716	26,907	27,423	30,232	32,055	28,640	27,830	27,078	27,420
KLBN4	3,309	3,308	3,172	4,093	4,658	5,121	5,719	6,374	5,951	5,152	5,421	5,471
LIGT3	19,184	17,583	15,719	17,128	17,943	17,774	18,122	19,369	17,533	17,891	17,658	18,255
LREN3	14,374	14,487	18,130	24,688	29,031	28,693	33,514	37,239	32,846	32,083	28,994	28,803
NATU3	19,324	19,034	16,329	16,798	17,414	15,646	15,851	17,238	17,179	16,237	14,484	14,447
NETC4	14,201	12,638	13,212	17,144	18,423	19,520	20,795	23,630	20,404	18,706	20,543	20,791
PETR3	24,088	24,003	28,658	36,969	38,714	44,627	51,350	53,061	46,311	42,602	46,768	43,488
PETR4	19,960	19,698	23,281	29,893	31,280	36,321	42,368	44,095	37,706	34,946	38,471	36,187
SBSP3	24,224	22,794	21,148	29,828	35,437	36,610	38,232	41,185	36,732	35,869	34,609	35,866
TAMM4	18,554	17,112	26,581	34,465	31,407	28,478	30,363	34,851	34,029	31,595	35,309	35,572
TCSL3	6,346	5,559	6,449	6,270	5,470	5,537	6,305	7,044	7,538	7,852	8,977	8,310
TCSL4	3,502	3,028	3,201	3,515	3,486	3,922	4,344	4,813	5,153	5,435	6,203	5,640
TLPP4	41,596	40,637	40,055	35,477	38,283	35,487	36,735	37,113	35,202	35,408	38,044	35,171
TMAR5	56,296	47,174	47,587	53,455	63,147	62,678	64,165	64,634	63,250	63,651	59,844	52,361
TNLP3	30,681	24,820	24,728	27,096	29,698	28,949	35,905	37,164	41,695	43,887	47,312	46,440
TNLP4	25,939	21,687	22,001	23,090	25,089	24,468	27,903	27,076	29,119	28,290	28,744	26,457
TRPL4	38,182	38,182	37,494	37,898	42,420	43,657	40,336	38,245	34,049	33,039	34,238	31,651
USIM5	24,134	21,786	26,870	42,441	53,005	64,285	76,123	79,690	65,908	61,088	57,809	47,096
VALE3	26,271	26,222	26,872	37,548	39,938	45,843	55,432	63,869	58,622	53,506	53,819	49,549
VALE5	23,161	23,548	24,007	32,685	34,515	39,073	46,078	51,896	47,987	44,681	45,067	42,911
VIVO4	29,039	22,049	23,122	29,529	30,945	33,964	37,454	41,509	38,904	37,412	37,798	32,042

Fonte: GuiaInvest, 2010 (Adaptado).

ANEXO 3 – COTAÇÕES AJUSTADAS DAS AÇÕES EM 2009

Tabela 12 – Cotações ajustadas das ações em 2009

	dez/09	nov/09	out/09	set/09	ago/09	jul/09	jun/09	mai/09	abr/09	mar/09	fev/09	jan/09
BOVESPA	68214	65917	64030	59118	56572	52001	52049	50792	45141	39466	40243	39438
ALL11	15,528	14,919	13,164	13,187	13,292	11,480	12,282	12,016	10,947	9,078	8,517	8,883
AMBV4	166,61	163,60	155,20	137,32	132,78	125,40	122,30	120,25	110,27	96,813	94,254	93,342
BBAS3	28,987	29,284	29,018	27,016	23,805	20,685	19,980	18,980	16,847	13,777	12,690	13,206
BBDC4	33,573	31,748	32,153	28,998	26,920	25,523	26,022	25,300	22,598	19,253	19,040	19,667
BRAP4	38,253	37,708	34,915	30,550	28,371	25,406	26,998	28,091	24,270	21,470	23,166	21,038
BRKM5	13,580	11,663	12,094	10,892	9,854	7,436	7,185	7,521	5,686	4,871	5,710	5,926
BRT04	17,163	16,971	15,856	14,554	13,304	12,832	13,002	13,964	13,479	12,335	11,553	12,557
CCRO3	38,948	36,431	33,234	30,020	30,105	29,910	28,407	27,000	23,279	20,705	21,856	22,692
CESP6	22,836	21,472	21,973	21,801	19,494	19,504	18,424	16,661	15,010	13,575	13,519	13,981
CGAS5	30,843	29,607	30,537	30,306	31,017	30,780	31,404	31,071	27,596	25,327	26,016	27,465
CLSC6	37,042	34,418	34,292	33,631	33,794	32,534	31,612	31,410	29,452	29,152	29,895	31,611
CMIG4	27,707	25,106	24,054	23,522	23,865	22,606	23,382	22,675	22,762	21,431	20,910	21,134
CPFE3	34,241	31,044	31,514	31,098	31,665	29,608	29,500	30,513	31,373	27,796	27,148	27,227
CPL6	36,858	32,597	31,379	29,659	27,904	27,032	27,281	26,526	24,965	20,891	20,341	22,450
CRUZ3	58,137	61,800	63,168	59,150	58,276	56,320	51,269	45,373	41,584	43,783	41,810	40,316
CSAN3	22,648	20,337	19,851	20,004	18,948	15,624	15,221	15,060	13,062	10,324	10,629	10,910
CSNA3	28,034	28,667	28,272	25,049	23,964	21,113	22,159	20,855	18,329	14,965	16,242	15,735
CYRE3	23,793	23,470	24,104	22,884	21,101	16,004	13,549	13,937	11,449	7,559	8,962	9,113
ELET3	24,640	19,452	19,190	19,608	19,745	20,157	18,989	18,507	18,638	16,656	17,619	17,724
ELET6	28,607	22,975	23,016	23,404	23,557	24,073	23,562	23,971	23,929	20,992	21,598	22,094
ELPL6	30,866	30,938	32,389	32,110	30,076	28,678	26,712	25,129	24,587	22,486	19,838	18,993
EMBR3	8,885	8,502	9,667	10,091	9,799	7,871	8,201	9,278	8,555	6,631	8,159	9,523
GGBR4	28,779	27,582	26,825	22,927	22,074	20,309	20,490	17,893	14,633	11,929	14,914	16,182
GOAU4	34,565	33,131	33,251	28,469	27,309	25,219	25,766	23,290	19,125	15,609	19,523	21,280
GOLL4	25,142	20,682	17,884	17,796	17,052	12,738	10,089	8,437	7,070	7,875	9,522	10,623
ITSA4	11,530	10,772	10,477	9,669	9,427	8,692	8,377	8,310	7,633	6,526	6,242	6,513
ITUB4	38,344	36,493	35,123	32,322	30,539	28,125	27,443	26,779	24,695	21,132	20,891	22,140
KLBN4	5,024	4,535	4,362	3,993	3,541	2,930	2,990	3,179	2,946	2,703	3,023	3,256
LIGT3	22,931	22,274	23,078	22,380	22,057	23,185	22,736	21,971	20,885	20,469	20,369	18,735
LREN3	37,728	34,607	31,757	29,816	28,564	23,503	21,610	21,159	17,182	14,382	13,658	15,396
NATU3	35,560	32,272	31,828	30,217	28,230	25,609	24,714	26,193	22,564	20,555	19,279	18,580
NETC4	23,620	24,000	22,277	19,729	19,905	19,783	18,475	18,516	17,010	16,087	14,906	14,793
PETR3	41,596	42,363	41,035	38,954	38,280	37,254	39,695	39,750	36,065	33,352	31,158	28,026
PETR4	37,158	37,032	35,186	32,886	31,712	30,315	31,936	31,606	28,667	26,688	25,359	23,240
SBSP3	32,718	32,633	33,937	33,051	30,650	27,999	28,102	28,667	25,919	22,725	23,195	24,940
TAMM4	33,701	26,757	23,789	23,131	23,539	21,574	18,424	17,294	14,557	14,085	15,462	18,232
TCSL3	6,812	5,966	6,328	5,728	5,578	6,035	7,247	7,142	6,365	6,154	6,678	5,616
TCSL4	4,763	4,284	4,568	4,203	3,988	3,617	3,577	3,550	3,027	2,908	3,192	2,960
TLPP4	39,604	40,829	40,933	40,152	39,022	38,959	40,835	41,760	42,511	39,195	38,011	37,461
TMAR5	63,500	62,409	58,965	55,389	49,839	48,763	49,829	52,491	50,998	46,503	43,472	47,008
TNLP3	40,375	39,014	37,149	35,001	31,134	31,067	33,261	36,083	33,658	31,945	29,209	26,755
TNLP4	33,786	32,771	30,298	29,156	26,471	25,562	27,060	28,904	28,303	25,768	23,227	21,660
TRPL4	48,580	48,493	48,811	45,714	44,687	45,075	43,376	42,786	41,889	40,834	38,353	36,901
USIM5	49,104	48,304	48,795	45,150	45,883	39,543	39,222	34,005	31,413	25,051	27,412	28,050
VALE3	48,884	47,743	43,763	38,580	36,805	34,207	36,203	37,806	33,510	30,409	33,498	29,715
VALE5	41,809	41,837	38,833	34,171	32,292	29,715	31,125	31,862	28,588	26,091	28,412	26,037
VIVO4	50,175	46,358	43,862	40,550	40,202	37,001	35,030	35,106	31,049	33,071	32,706	29,714

Fonte: GuiaInvest, 2010 (Adaptado).

ANEXO 4 – COTAÇÕES AJUSTADAS DAS AÇÕES EM 2010

Tabela 13 – Cotações ajustadas das ações em 2010

	jul/10	jun/10	mai/10	abr/10	mar/10	fev/10	jan/10
BOVESPA	64017	63469	62654	69788	69088	65827	68568
ALL11	14,355	14,719	14,203	15,670	16,358	15,556	16,347
AMBV4	178,86	181,51	173,69	168,62	168,84	171,96	176,84
BBAS3	26,143	26,958	26,727	29,666	29,192	28,825	28,044
BBDC4	29,045	30,010	30,325	32,369	31,727	31,357	32,858
BRAP4	32,633	35,505	35,524	43,118	41,794	38,847	40,234
BRKM5	12,863	11,923	11,287	12,718	13,048	13,105	14,197
BRTO4	11,763	12,139	10,835	11,424	12,420	12,961	15,457
CCRO3	37,358	36,683	37,571	39,020	39,023	38,373	41,315
CESP6	24,463	23,846	22,996	24,080	23,704	23,839	24,460
CGAS5	34,768	33,439	33,593	32,754	32,405	32,381	31,920
CLSC6	33,795	33,793	34,138	35,197	36,291	34,965	35,673
CMIG4	26,083	25,335	26,899	26,057	25,988	26,077	26,431
CPFE3	39,470	38,699	36,366	35,952	36,403	35,829	35,144
CPLE6	36,640	34,181	34,567	35,860	37,597	38,107	37,928
CRUZ3	68,335	67,669	66,583	64,430	61,211	60,734	59,914
CSAN3	22,893	21,470	20,128	22,333	22,776	23,954	23,301
CSNA3	26,583	27,079	27,858	33,485	32,150	27,582	27,354
CYRE3	19,408	20,221	19,554	20,719	21,555	22,156	22,484
ELET3	23,280	23,542	22,630	25,077	25,220	24,686	26,788
ELET6	27,880	27,823	26,883	29,554	29,881	28,572	30,730
ELPL6	35,950	34,050	31,453	34,415	34,661	33,252	31,347
EMBR3	9,265	9,635	9,924	10,225	10,211	9,729	9,610
GGBR4	23,478	24,776	25,227	29,951	27,288	25,594	28,215
GOAU4	29,380	31,110	30,796	36,702	34,062	31,542	34,243
GOLL4	21,378	21,948	21,595	22,917	22,719	23,535	25,165
ITSA4	11,138	11,305	11,259	12,168	11,698	11,110	11,466
ITUB4	33,600	34,450	35,120	38,489	37,418	36,029	37,264
KLBN4	4,963	5,086	4,945	5,441	5,161	4,820	5,142
LIGT3	20,685	21,114	21,961	23,756	24,737	23,908	22,615
LREN3	47,978	46,534	42,152	40,780	40,093	36,808	37,053
NATU3	39,760	38,867	37,388	35,913	34,950	33,196	34,799
NETC4	17,513	18,267	18,797	21,620	23,397	21,959	22,847
PETR3	30,515	33,500	32,930	38,060	39,702	37,231	39,582
PETR4	26,758	28,970	28,978	33,893	35,582	33,201	35,474
SBSP3	36,195	34,951	33,508	34,009	31,245	31,299	32,510
TAMM4	24,670	25,718	26,798	29,882	29,499	32,499	37,399
TCSL3	7,255	7,191	6,439	6,476	7,293	7,272	7,235
TCSL4	4,853	4,945	4,645	4,567	4,988	4,909	4,987
TLPP4	36,583	37,306	34,637	35,069	36,623	37,803	39,542
TMAR5	48,793	52,038	46,202	49,148	51,413	52,988	59,501
TNLP3	37,763	38,110	31,481	33,561	35,175	35,049	38,471
TNLP4	26,998	28,670	26,650	28,398	28,956	29,102	31,794
TRPL4	46,053	45,810	44,965	46,387	47,093	47,226	48,771
USIM5	48,945	46,899	48,866	59,760	55,606	48,319	49,408
VALE3	43,540	47,759	48,875	57,001	53,785	49,406	51,846
VALE5	38,085	41,295	42,152	49,457	46,956	42,892	44,453
VIVO4	47,735	50,536	47,722	46,647	49,107	49,664	50,752

Fonte: GuiaInvest, 2010 (Adaptado).

ANEXO 5 – CÁLCULOS PARA AS AÇÕES NO ANO DE 2009

Tabela 14 – Cálculos para as ações no ano de 2009 (Parte 1)

	$R_{i,t}$	β_i	α_i	$\sigma_{\varepsilon i}^2$
BOVESPA	5,189201	1,000000	0,00000	22,1073
ALL11	4,149938	0,087662	3,69504	78,09352
AMBV4	4,738163	0,062559	4,413533	21,77387
BBAS3	6,825054	0,089391	6,361188	54,14201
BBDC4	4,067632	0,092918	3,58546	43,53431
BRAP4	6,85294	0,110659	6,278709	62,70066
BRKM5	8,277613	0,195847	7,261326	175,6076
BRT04	1,453638	0,042952	1,230751	59,66038
CCRO3	5,146296	0,075271	4,755699	35,58693
CESP6	4,425753	0,035632	4,240854	27,96384
CGAS5	0,479759	0,071187	0,110352	27,65921
CLSC6	1,194999	0,026143	1,059336	12,61045
CMIG4	2,03417	0,015968	1,951307	16,2014
CPFE3	1,43888	0,033885	1,263043	31,09008
CPLE6	3,79721	0,072089	3,423125	54,00489
CRUZ3	3,086823	-0,01999	3,190554	33,13051
CSAN3	6,957716	0,129377	6,28635	75,74422
CSNA3	7,472028	0,137796	6,756977	93,01817
CYRE3	10,44792	0,247108	9,165626	270,1217
ELET3	2,800429	0,014004	2,72776	71,35502
ELET6	2,280474	0,030445	2,122489	63,43281
ELPL6	4,399901	-0,01182	4,461236	20,43475
EMBR3	0,701775	0,204417	-0,35898	180,4944
GGBR4	6,368629	0,178735	5,441138	124,0771

Fonte: Organizado pelo autor.

Tabela 15 – Cálculos para as ações no ano de 2009 (Parte 2)

	$R_{i,t}$	β_i	α_i	$\sigma_{\varepsilon i}^2$
GOAU4	5,488931	0,184629	4,530856	121,04
GOLL4	9,318962	0,018019	9,225457	238,6107
ITSA4	4,317425	0,068696	3,960947	36,57346
ITUB4	4,065782	0,077329	3,664507	39,31903
KLBN4	3,935723	0,10485	3,391636	75,92996
LIGT3	1,562284	0,000212	1,561185	13,00865
LREN3	8,753844	0,110353	8,1812	74,64177
NATU3	5,379315	0,054773	5,095089	32,90953
NETC4	4,425108	0,015404	4,345175	19,66687
PETR3	4,82613	0,035433	4,64226	34,66744
PETR4	5,443446	0,037443	5,249146	26,2585
SBSP3	2,720936	0,092612	2,240353	33,9628
TAMM4	5,716565	0,04496	5,483257	127,6373
TCSL3	1,166283	0,062054	0,84427	113,5622
TCSL4	3,000372	0,08009	2,58477	76,83901
TLPP4	-0,31043	0,025753	-0,44406	18,9528
TMAR5	1,310284	0,037502	1,115678	57,35401
TNLP3	2,597909	0,019176	2,4984	55,59791
TNLP4	2,550017	0,016332	2,465265	62,00643
TRPL4	2,067526	-0,00775	2,107731	8,147892
USIM5	6,525208	0,123879	5,882373	84,63271
VALE3	5,601727	0,091371	5,127585	54,8312
VALE5	5,279304	0,087927	4,823032	43,8511
VIVO4	4,789931	-0,00025	4,791204	26,24317

Fonte: Organizado pelo autor.

ANEXO 6 – CÁLCULOS PARA AS AÇÕES NO ANO DE 2008

Tabela 16 – Cálculos para as ações no ano de 2008 (Parte 1)

	$\bar{R}_{i,t}$	β_i	α_i	$\sigma_{\varepsilon_i}^2$
BOVESPA	-3,84291	1,000000	0,00000	80,65009
ALL11	-5,53856	0,109015	-5,11962	136,4343
AMBV4	-1,47139	0,017669	-1,40349	42,48153
BBAS3	-4,64111	0,089989	-4,29529	108,9932
BBDC4	-3,13221	0,059814	-2,90235	49,13855
BRAP4	-6,44378	0,103833	-6,04475	123,8658
BRKM5	-7,06138	0,029389	-6,94844	79,51985
BRTO4	-0,12368	0,062758	0,117488	90,56744
CCRO3	-1,13903	0,084837	-0,81301	98,30934
CESP6	-5,02683	0,076128	-4,73428	405,8628
CGAS5	-0,51084	0,058346	-0,28662	48,85429
CLSC6	-0,64074	0,050735	-0,44577	38,3818
CMIG4	0,349522	0,025582	0,447831	57,08006
CPFE3	0,211557	0,024907	0,307271	36,20533
CPLE6	-0,06045	0,03202	0,062597	43,1626
CRUZ3	-2,9E-05	0,018884	0,07254	26,53732
CSAN3	-4,06194	0,087614	-3,72524	254,1699
CSNA3	-2,86105	0,14575	-2,30095	240,1852
CYRE3	-7,70019	0,104046	-7,30035	182,6109
ELET3	1,415846	0,033943	1,546284	57,69224
ELET6	1,105255	0,030943	1,224167	35,85558
ELPL6	-1,26893	0,036082	-1,13027	53,37358
EMBR3	-5,31327	0,038464	-5,16546	118,021
GGBR4	-2,44691	0,150127	-1,86999	235,815

Fonte: Organizado pelo autor.

Tabela 17 – Cálculos para as ações no ano de 2008 (Parte 2)

	$\bar{R}_{i,t}$	β_i	α_i	$\sigma_{\epsilon i}^2$
GOAU4	-2,48329	0,141379	-1,93999	223,737
GOLL4	-10,6318	0,090418	-10,2843	169,0448
ITSA4	-1,61984	0,070629	-1,34842	84,25506
ITUB4	-1,77039	0,072376	-1,49226	75,70345
KLBN4	-4,6133	0,075885	-4,32168	87,1901
LIGT3	-0,23044	0,03511	-0,09551	46,44481
LREN3	-6,63902	0,092509	-6,28351	138,9761
NATU3	1,795313	0,013032	1,845392	61,92752
NETC4	-3,46475	0,086531	-3,13222	98,09059
PETR3	-4,35807	0,086045	-4,02741	98,48021
PETR4	-4,46106	0,088628	-4,12047	102,2291
S BSP3	-3,15073	0,083566	-2,8296	102,461
TAMM4	-5,66505	0,060217	-5,43364	191,0503
TCSL3	-2,54375	0,004458	-2,52662	96,92985
TCSL4	-3,96276	0,032439	-3,8381	66,92207
TLPP4	1,068902	-0,00584	1,046471	39,16669
TMAR5	2,374038	0,052899	2,577323	93,92066
TNLP3	-1,94002	0,028399	-1,83089	114,6166
TNLP4	1,246841	0,02937	1,359709	75,93136
TRPL4	1,836119	0,024435	1,930019	34,28213
USIM5	-4,28638	0,152369	-3,70084	261,6016
VALE3	-5,5347	0,097241	-5,16101	110,4038
VALE5	-5,33037	0,084389	-5,00607	81,98287
VIVO4	-0,56418	0,100419	-0,17828	165,6366

Fonte: Organizado pelo autor.

ANEXO 7 – CARTEIRA PARA 2008/2009 UTILIZANDO “BETAS HISTÓRICOS”

Tabela 18 – Carteira para 2008/2009 utilizando “betas históricos”

	$(R/V)_i$	C_i	y_i	X_i
NATU3	64,95259	0,014362	0,014304	0,17626
TRPL4	36,31085	0,065261	0,028036	0,345459
TMAR5	26,94117	0,129582	0,016877	0,207962
ELET3	13,75757	0,151407	0,009873	0,121658
TNLP4	10,14496	0,160504	0,005094	0,062766
ELET6	5,053663	0,170951	0,006971	0,085896

Fonte: Organizado pelo autor.

ANEXO 8 – CARTEIRA PARA 2008/2009 UTILIZANDO “MÉDIA GLOBAL”

Tabela 19 – Carteira para 2008/2009 utilizando “média global”

	$(R/V)_i$	C_i	y_i	X_i
TMAR5	21,83417	0,079588	0,016905	0,174445
TRPL4	13,59298	0,213202	0,030622	0,315998
NATU3	12,96782	0,282636	0,016293	0,168132
ELET3	7,154179	0,322556	0,010912	0,112601
TNLP4	4,564928	0,341199	0,006065	0,062585
ELET6	2,395762	0,360144	0,008895	0,091788
TLPP4	1,838809	0,372521	0,007215	0,074451

Fonte: Organizado pelo autor.

ANEXO 9 – TERMO DE AUTENTICIDADE

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA

Termo de Declaração de Autenticidade de Autoria

Declaro, sob as penas da lei e para os devidos fins, junto à Universidade Federal de Juiz de Fora, que meu Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Graduação em Engenharia de Produção é original, de minha única e exclusiva autoria. E não se trata de cópia integral ou parcial de textos e trabalhos de autoria de outrem, seja em formato de papel, eletrônico, digital, áudio-visual ou qualquer outro meio.

Declaro ainda ter total conhecimento e compreensão do que é considerado plágio, não apenas a cópia integral do trabalho, mas também de parte dele, inclusive de artigos e/ou parágrafos, sem citação do autor ou de sua fonte.

Declaro, por fim, ter total conhecimento e compreensão das punições decorrentes da prática de plágio, através das sanções civis previstas na lei do direito autoral¹ e criminais previstas no Código Penal², além das cominações administrativas e acadêmicas que poderão resultar em reprovação no Trabalho de Conclusão de Curso.

Juiz de Fora, ____ de _____ de 20____.

NOME LEGÍVEL DO ALUNO (A)

Matrícula

ASSINATURA

CPF

¹ LEI N° 9.610, DE 19 DE FEVEREIRO DE 1998. Altera, atualiza e consolida a legislação sobre direitos autorais e dá outras providências.

² Art. 184. Violar direitos de autor e os que lhe são conexos: Pena - detenção, de 3 (três) meses a 1 (um) ano, ou multa.