

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E MECÂNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

LUCAS DA SILVEIRA MOTA

**OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTO ATRAVÉS DA APLICAÇÃO
DE ALGORITMOS GENÉTICOS MULTIOBJETIVO**

JUIZ DE FORA

2013

LUCAS DA SILVEIRA MOTA

**OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTO ATRAVÉS DA APLICAÇÃO
DE ALGORITMOS GENÉTICOS MULTIOBJETIVO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Faculdade de Engenharia da Universidade
Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial
para a obtenção do título de Engenheiro de
Produção.

Orientador: D. Sc., Roberto Malheiros Moreira Filho.

Co-Orientador: D. Sc., Lupércio França Bessegato.

JUIZ DE FORA

2013

Mota, Lucas da Silveira.

Otimização de carteiras de investimento através da aplicação de algoritmos genéticos multiobjetivo / Lucas da Silveira Mota. – 2013.

143 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia de Produção)–Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

1. Engenharia de produção. 2. Otimização. 3. Algoritmos genéticos. I.
Título.

CDU 658.5

LUCAS DA SILVEIRA MOTA

**OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTO ATRAVÉS DA APLICAÇÃO
DE ALGORITMOS GENÉTICOS MULTIOBJETIVO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Aprovada em 30 de janeiro de 2013.

BANCA EXAMINADORA

D. Sc., Roberto Malheiros Moreira Filho

Universidade Federal de Juiz de Fora

D. Sc., Lupércio França Bessegato

Universidade Federal de Juiz de Fora

D. Sc., Fernando Marques de Almeida Nogueira

Universidade Federal de Juiz de Fora

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelos dons e saúde.

Aos meus pais, Agnaldo e Ana Cristina, por acreditarem plenamente em meu potencial de desenvolvimento humano e profissional, e por assegurarem todos os meios possíveis para que pudesse me desenvolver com dignidade e conforto.

Ao meu irmão Breno, pelo companheirismo e pelos divertidos momentos de descontração.

Às minhas avós Izaltina e Cilza, por seus valiosos exemplos de vida.

À minha companheira Ellis, pela cumplicidade e inspiração.

Aos meus professores de Matemática do Ensino Básico, Fundamental e Médio, dos quais herdei a paixão por resolver problemas.

À Universidade Federal de Juiz de Fora, por me conceder a oportunidade de usufruir de uma educação superior gratuita e de qualidade.

Aos professores do Instituto de Ciências Exatas e do Departamento Engenharia de Produção e Mecânica, pelo empenho em contribuir para a formação de seus alunos e alimentar suas aspirações.

Aos orientadores Roberto Malheiros e Lupércio Bessegato, e ao professor convidado para as bancas de qualificação e defesa, Fernando Nogueira, por seus importantes comentários, sugestões e críticas no decorrer da pesquisa.

Aos amigos do curso de Engenharia de Produção, por demonstrarem que o valor da experiência universitária não se limita à aquisição de aprendizado.

A todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para tornar os dias de faculdade mais estimulantes, enriquecedores e felizes.

“Se o dinheiro for a sua esperança de independência, você jamais a terá. A única segurança verdadeira consiste numa reserva de sabedoria, de experiência e de competência”.

(Henry Ford)

RESUMO

O objeto de pesquisa deste trabalho compreende o tratamento analítico de decisões relacionadas à composição ótima de portfólios de investimento por meio da utilização de algoritmos genéticos multiobjetivo (AGMOs). AGMOs são rotinas estocásticas de busca baseadas na replicação do mecanismo evolutivo de uma espécie, empreendendo-se a intervenção de operadores genéticos de seleção, reprodução e mutação para o refinamento de soluções não dominadas. Um portfólio designa o conjunto de ativos mantidos pelo investidor em um determinado horizonte de planejamento, sendo desejável um posicionamento adequado em relação a níveis agregados de retorno e risco; em geral, os investidores se beneficiam de uma estratégia de diversificação para projetar uma exposição equilibrada à variabilidade intrínseca e à movimentação conjunta dos retornos. O trabalho tem por finalidade desenvolver um algoritmo de suporte às decisões de alocação e balanceamento de ativos em carteiras de investimento. O escopo aplicativo compreende 101 ações contempladas pelo Índice Brasil ou IBrX da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros do Estado de São Paulo. O autor desempenha a estimativa dos parâmetros de retorno-risco valendo-se do tratamento estatístico de dados históricos referentes a um determinado intervalo de planejamento; em seguida, procede-se a implementação de um algoritmo genético multiobjetivo fundamentado no código NSGA-II, proposto por Deb et. al. (2002); as soluções geradas são avaliadas segundo um procedimento de *backtesting*, no qual o desempenho das carteiras é comparado à evolução do índice IBrX em um período de monitoramento. Os resultados da pesquisa compreendem a superioridade dos planos de investimento gerados em relação ao portfólio teórico do índice e a capacidade de oferecimento de soluções qualificadas e diversas em um tempo computacional viável.

Palavras-chave: Otimização de Portfólios, Algoritmos Genéticos Multiobjetivo, Índice Brasil.

ABSTRACT

This research is concerned with an analytical treatment of portfolio optimization through the application of multi-objective genetic algorithms (MOGAs). MOGAs are stochastic procedures based on the replication of a species evolution mechanism, in which selection, crossover and mutation are employed to achieve better non dominated solutions. A portfolio represents the set of assets hold by an investor within a certain planning horizon so as to fulfill an adequate projection regarding aggregate levels of return and risk; in general, investors take advantage from a diversification strategy based on a balanced exposure to natural variability and co-movements of returns. This paper aims to develop a decision support algorithm addressing both allocation and balancing from an investment portfolio planning perspective. The application scope comprises 101 assets related to São Paulo State Stock, Goods and Futures Market Brazil Index. The researcher estimates return-risk parameters based on historic data; it follows with the implementation of a multi-objective genetic algorithm based on NSGA-II code, as proposed by Deb et. al. (2002); solutions are evaluated according to a *backtesting* procedure, in which the performance of generated solutions is compared to the evolution of Brazil Index through a monitoring period. The following results are obtained: the generated investment plans can achieve superior solutions when compared to the index theoretical portfolio; the algorithm is able to offer diverse and qualified solutions within a limited computational time.

Keywords: Portfolio Optimization, Multi-objective Genetic Algorithms, Brazil Index.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Metodologia de pesquisa em Engenharia de Produção. Fonte: Miguel, 2010 (Adaptado)	20
Figura 2 – Representação gráfica de combinações retorno-risco e fronteira eficiente. Fonte: Gitman e Joehnk, 2005, p.150	32
Figura 3 – Exemplo de curvas risco-retorno para correlações distintas em portfólio de dois ativos. Fonte: elaborado pelo autor.....	34
Figura 4 – Reta de regressão linear entre os retornos do ativo i e os retornos da carteira g, da qual i faz parte. Fonte: Sharpe, 1964	36
Figura 5 – Gráfico de retornos mensais da S&P 500 evidencia <i>clusters</i> ou agrupamentos de volatilidade. Fonte: Oliveira, 2010.....	41
Figura 6 – Espaço função objetivo com relações de dominância para o ponto B. Fonte: Zitzler, 1999 <i>apud</i> Cheung, 2004.....	45
Figura 7 – Gráfico ilustrativo da região factível e da frente de Pareto em um problema biobjetivo. Fonte: Zitzler, 1999 <i>apud</i> Cheung, 2004.....	45
Figura 8 – Solução-indivíduo de algoritmo genético com codificação binária e cinco cromossomos (variáveis). Fonte: Guimarães e Ramalho, 2001.	46
Figura 9 – Exemplo de operação de cruzamento de ponto único com troca de material genético. Fonte: Pappa, 2002.....	47
Figura 10 – Fluxograma geral de um algoritmo genético. Fonte: Cheung, 2004.....	48
Figura 11 – Algoritmo pioneiro <i>Vector-Evaluated Genetic Algorithm</i> para otimização multiobjetivo baseada em algoritmos genéticos. Fonte: Coello et. al., 2002 <i>apud</i> Pappa, 2002.	50
Figura 12 – Classificação de ativos por quantidade de amostras disponíveis	57
Figura 13 – Diagrama de dispersão com histogramas marginais de retorno esperado e medida de risco para os ativos candidatos.....	59
Figura 14 – Evolução temporal de retorno médio de carteira hipotética igualmente ponderada.....	60
Figura 15 – Histograma de retornos médios de carteira hipotética igualmente ponderada.....	60
Figura 16 – Evolução temporal dos papéis PETR3, VALE5 e ITUB4 no intervalo de amostragem.....	61
Figura 17 – Histogramas e gráficos de dispersão entre pares para ativos exemplo ...	62

Figura 18 – Saída de algoritmo NSGA-II adaptado: fronteira eficiente de investimentos.....	70
Figura 19 – Gráfico ilustrativo de resultados de ponderações para as carteiras da fronteira eficiente.....	71
Figura 20 – Histogramas de retornos de planos de investimento para os meses de julho, agosto, setembro e outubro de 2012.....	73
Figura 21 – Histograma de retornos médios de planos de investimento para o quadrimestre de julho a outubro de 2012	73
Figura 22 – Avaliação de desempenho de carteiras geradas com categorização dos níveis de risco	75
Figura 23 – Avaliação de desempenho de carteiras geradas para o quadrimestre julho-outubro de 2012 com categorização dos níveis de risco.....	75
Figura 24 – Gráfico comparativo de <i>boxplots</i> entre carteiras não diversificadas e carteiras ótimas diversificadas.....	76

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Função NSGA-II de classificação baseada em não dominância. Fonte: Deb et. al., 2002.....	52
Quadro 2 – Função NSGA-II para determinação de distâncias entre soluções quanto aos objetivos	52
Quadro 3 – Operador de classificação do NSGA-II. Fonte: Deb et. al., 2002.....	53
Quadro 4 – Loop principal do algoritmo NSGA-II. Fonte: Deb et. al., 2002.	53
Quadro 5 – Referência de modelo de otimização triobjetivo para balanceamento de portfólios.....	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Hipóteses para comprovação.....	19
Tabela 2 - Cronograma de atividades de pesquisa	22
Tabela 3 – Ações candidatas discriminadas por setor de atuação. Fonte: BM&F BOVESPA, 2012	55
Tabela 4 – Organização tabular para os registros de retornos mensais.....	58
Tabela 5 – Tabela representativa de métodos e parâmetros definidos pelo autor da pesquisa para adaptação à aplicação proposta	64
Tabela 6 – Vetor representativo de codificação de soluções (portfólios) com indicação de posições	65
Tabela 7 – Tabela representativa de magnitude do conjunto de soluções com cálculo do volume do hipercubo	71

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	15
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	15
1.2	JUSTIFICATIVA	16
1.3	ESCOPO DO TRABALHO	17
1.4	FORMULAÇÃO DE HIPÓTESES.....	19
1.5	ELABORAÇÃO DOS OBJETIVOS	19
1.6	DEFINIÇÃO DA METODOLOGIA	20
1.7	ESTRUTURA DO TRABALHO	21
1.8	CRONOGRAMA	22
2.	REVISÃO DE LITERATURA.....	23
2.1	INVESTIMENTOS	23
2.2	O BINÔMIO RETORNO-RISCO.....	25
2.3	MEDIDAS DE RISCO.....	27
2.3.1	Variância e desvio-padrão	27
2.3.2	Semivariância	28
2.3.3	Valor em Risco	28
2.4	TEORIA DE PORTFÓLIOS	29
2.4.1	Carteira de Ativos.....	29
2.4.2	O portfólio de média-variância.....	30
2.4.3	Limitações à diversificação	35
2.5	AS CONTRIBUIÇÕES DE WILLIAM SHARPE.....	35
2.6	O MODELO DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS	36
2.7	MODELAGEM DE SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS	38
2.7.1	Considerações Gerais	38
2.7.2	Métodos de Estimação de Parâmetros	39
2.8	MODELAGEM E IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	41
2.8.1	Otimização Multiobjetivo.....	42
2.8.2	Algoritmos Genéticos	46

2.8.3	Algoritmos Genéticos Multiobjetivo	49
3.	DESENVOLVIMENTO.....	55
3.1	DESCRICAÇÃO DO PROTOCOLO DE PESQUISA	55
3.2	ANÁLISE DE DADOS	58
3.3	ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE ENTRADA	61
3.4	PROJETO DE ALGORITMO	63
3.4.1	Codificação de soluções	64
3.4.2	Tamanho da população	65
3.4.3	Geração de soluções iniciais.....	66
3.4.4	Método de seleção de pais	67
3.4.5	Método de cruzamento	67
3.4.6	Mutação	67
3.4.7	Condição de parada	68
4.	RESULTADOS.....	69
4.1	MODELO TRIOBJETIVO COM MINIMIZAÇÃO DA CARDINALIDADE.....	69
4.2	TESTE RETROATIVO (<i>BACKTESTING</i>)	72
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	77
5.1	CONCLUSÕES	77
5.2	RECOMENDAÇÕES DE PESQUISAS FUTURAS.....	79
REFERÊNCIAS.....		80
ANEXO 1 – TÍTULOS PATRIMONIAIS DO ÍNDICE IBRX NO QUADRIÊNIO DE SETEMBRO A DEZEMBRO DE 2012.....		84
ANEXO 2 – FUNÇÃO ESTIMACAO.M		87

ANEXO 3 – MATRIZ DE REGISTROS DE RETORNOS MENSAIS NO INTERVALO DE AMOSTRAGEM.....	88
ANEXO 4 – ESTIMATIVAS DE VETOR DE MÉDIAS E VARIÂNCIAS	111
ANEXO 5 – ESTIMATIVA DE MATRIZ DE CORRELAÇÃO.....	112
ANEXO 6 – CÓDIGO DE PROGRAMAÇÃO NSGA-II ADAPTADO	130
ANEXO 7 – TERMO DE AUTENTICIDADE	142

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A Engenharia Econômica, considerada uma das grandes áreas de abrangência da Engenharia de Produção, comprehende a formalização de instrumentos analíticos de suporte à decisão econômica dos agentes de produção. O objeto de estudo da Economia, a escassez, é o ponto de partida para a composição de problemas que abordam as possibilidades de alocação de recursos escassos. De acordo com a ABEPRO (1998), cabe ao engenheiro de produção formular, estimar e avaliar resultados econômicos para finalidades decisórias, baseando-se em um conjunto de técnicas matemáticas que simplificam a comparação econômica.

O tratamento quantitativo exigido pelos agentes de decisão estabelece uma demanda consistente por modelos matemáticos funcionais e bem estruturados, que podem oferecer proposições mais objetivas de prospecção e avaliação de alternativas, além de admitir afinidade com a subjetividade do processo de escolha e o contexto organizacional do problema (ABEPRO, 1998). Os modelos multiobjetivo, por exemplo, são representações típicas de situações nas quais o gestor orienta seu processo decisório através de critérios diferenciados, muitas vezes conflitantes, e que propiciam um resultado final mais equilibrado e eficaz sob uma perspectiva sistêmica (Cheung, 2004).

A aplicação de métodos científicos a problemas complexos para provisão de auxílio no processo de tomada de decisão é amplamente referenciada como Pesquisa Operacional, apesar da coexistência de termos alternativos, como análise de decisão ou ciência e tecnologia da decisão. A pesquisa operacional teve início na Segunda Guerra Mundial com a formação de grupos multidisciplinares pelo exército norte-americano para o gerenciamento das operações logísticas militares durante o curso do conflito. Desde então, com o êxito da abordagem, a pesquisa operacional assumiu considerável projeção como um conjunto de ferramentas de suporte analítico para o planejamento e a operacionalização de empreendimentos públicos e privados (Morabito, 2008).

A motivação para a realização deste trabalho consiste na percepção de um problema largamente presente no âmbito da gestão financeira, referente ao planejamento ótimo de alocação de ativos para carteiras de investimento sob condições de incerteza quanto aos retornos futuros. Uma carteira de investimento representa genericamente o conjunto de ativos

mantidos por um investidor e determina tanto a expectativa de retorno agregado quanto de exposição ao risco em um mercado.

O tema adquiriu elevada complexidade em virtude da crescente diversificação de alternativas de investimento, da instrumentalização de soluções de proteção ao risco e, sobretudo, do acelerado crescimento dos mercados financeiros. Conforme salientam Elton et. al (2009, p.19), "a composição da carteira pode resultar de uma série de decisões aleatórias e independentes, ou pode ser o produto de planejamento deliberado". Desde a década de 50, com a teoria moderna de portfólios (Markowitz, 1952), muitos acadêmicos têm se empenhado em conceber modelos representativos dessa modalidade de planejamento, a exemplo de Sharpe (1964), Lintner (1965) e Ross (1976).

Sob o ponto de vista do investidor, deve-se considerar como necessidade intrínseca a projeção de uma estimativa robusta para sua exposição ao risco, capaz de habilitá-lo para a construção de cenários realistas. De acordo com DeMiguel e Nogales (2009), uma estimativa robusta deve apresentar boas propriedades não apenas para a distribuição assumida para os retornos futuros, mas também para qualquer distribuição circunvizinha a essa. Sob essa premissa, um possível desvio dos dados amostrais em relação às suposições iniciais não infringe necessariamente a consistência ou a validade do modelo.

Deve-se priorizar também a composição de modelos com fluxos de dados dinâmicos, compatíveis com o oferecimento de soluções computacionais adequadas em tempo hábil. Em sintonia com esse requisito, este trabalho contemplará métodos de resolução baseados em algoritmos genéticos, que pertencem à classe das meta-heurísticas. Winston e Venkataraman (2003) reforçam que as meta-heurísticas são mecanismos inteligentes de busca fundamentados em sistemas naturais adaptativos e podem ser aplicadas a uma extensa variedade de problemas de otimização.

Nesse sentido, propõe-se inicialmente o estabelecimento de um estudo investigativo relacionado aos conceitos, modelos e principais aplicações pertinentes ao planejamento de carteiras de investimento. Esse estudo orientará a proposição pelo autor de um algoritmo de suporte à decisão, cuja aplicação será direcionada para ativos do mercado de ações brasileiro.

1.2 JUSTIFICATIVA

Uma das características mais marcantes do processo de planejamento de carteiras consiste em prover um balanceamento adequado entre as expectativas agregadas de retorno e

risco. O relacionamento de compensação entre esses objetivos e a interação com os demais agentes de mercado caracteriza um cenário de *trade off*, o qual admite a aplicabilidade de modelos matemáticos baseados em múltiplos critérios. Esses modelos multiobjetivo fornecem subsídios à determinação dos valores das variáveis de decisão em circunstâncias nas quais a qualificação das soluções não está relacionada a um objetivo isolado.

O advento dos algoritmos genéticos multiobjetivo (Goldberg, 1989; Deb et. al., 2002) contribuiu de modo decisivo para a expansão da capacidade técnica de tratamento de problemas multicritério, dentre os quais a otimização de portfólios. Esses métodos garantiram não apenas a consideração de quantitativos reais para o universo de ativos candidatos, como também acomodaram tempos computacionais de resolução compatíveis com as exigências dos usuários. Desse modo, o compartilhamento das áreas de modelagem matemática multicritério e algoritmos evolucionários é particularmente apropriado ao propósito aplicativo da Engenharia Econômica, que consiste em fornecer subsídios para a simplificação da comparação de alternativas de distribuição dos recursos (ABEPRO, 1998).

A aplicação indicada apresenta como potencial o reforço do desenvolvimento acadêmico e profissional do autor, habilitando-o para o reconhecimento de oportunidades de inserção dos conteúdos estudados em ambientes decisórios nos quais exista interesse em otimizar e avaliar o desempenho global de sistemas, valendo-se de uma abordagem multiobjetivo.

1.3 ESCOPO DO TRABALHO

O problema de alocação e balanceamento de ativos em carteiras de investimentos, adotando-se como premissa uma perspectiva de planejamento deliberado, é constituído pelas seguintes etapas: estabelecimento de previsões acerca do desempenho futuro dos ativos candidatos; seleção e distribuição de recursos para ativos por meio da formalização de um portfólio (Markowitz, 1959).

Este trabalho aborda unilateralmente a fase de composição da carteira a partir de dados consolidados sobre retorno e risco dos ativos passíveis de incorporação. Nesse sentido, visa-se ao estabelecimento de um conjunto de soluções não dominadas que compõem a fronteira eficiente de investimentos, onde: para um dado retorno agregado, exige-se o menor patamar possível para o fator de risco; equivalentemente, para um determinado nível de exposição ao risco, requer-se retorno agregado máximo.

O produto deste trabalho está relacionado ao delineamento dos planos de investimento considerados eficientes, oferecendo respostas aos seguintes questionamentos: que percentual deve ser designado para cada ativo candidato para atingir risco mínimo em associação com determinado retorno desejado; que percentual deve ser alocado para cada ativo candidato para alcançar retorno máximo em associação com determinado nível de risco desejado.

O escopo aplicativo da pesquisa envolve um universo de 101 ativos candidatos que compõem o índice IBrX da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros do Estado de São Paulo (BM&F BOVESPA, 2012). Segundo a BM&F BOVESPA (2012), o índice IBrX, também conhecido como Índice Brasil, é um índice de preços que mensura o retorno de uma carteira hipotética constituída pelas 100 ações selecionadas entre as mais negociadas na BOVESPA no que se refere ao quantitativo de negócios e ao volume financeiro. A ponderação da carteira teórica, por sua vez, reflete o número de ações disponíveis para negociação no mercado.

Eventualmente, o indicador pode contemplar mais de 100 ações, como no quadrimestre de referência para o presente trabalho, uma vez que diferentes ações podem se qualificar para compor o índice no decorrer do período mediante um acréscimo de negociações que seja suficiente para superar títulos de menor participação. Para efeito de formalização descritiva do universo de ativos candidatos, todos os ativos que compuseram o índice IBrX no quadriênio setembro-dezembro de 2012, ainda que por tempo limitado, são considerados.

Os dados históricos empregados como referência para a estimativa dos índices futuros de retorno-risco correspondem ao intervalo de oito anos e seis meses entre 30/01/2004 e 29/06/2012. O período de base para a avaliação comparativa de desempenho das carteiras formuladas se refere ao intervalo de quatro meses entre 29/06/2012 e 30/10/2012. As estatísticas de preços são coletadas da base de dados disponibilizada na página eletrônica da BM&F BOVESPA (2012).

Embora o período de amostragem tenha contemplado uma extensão plurianual, apenas os papéis cujas amostras de retornos mensais totalizassem pelo menos 20% de seu comprimento integral, o que corresponde a 21 meses, foram admitidos como participantes potenciais dos planos de investimento. Essa imposição restritiva, embora careça de embasamento empírico ou bibliográfico, foi prescrita pelo próprio autor da pesquisa como um instrumento para: evitar que ativos com dados escassos e insuficientes comprometessem a qualidade das estimativas de retorno-risco para os planos de investimento; assegurar que

apenas ativos maduros e consolidados do mercado acionário estivessem presentes nos planos, sob uma perspectiva de estabilidade temporal. Em vista da filtragem desempenhada na admissão de ativos candidatos, 90 dos 101 ativos iniciais atenderam à restrição e foram submetidos ao procedimento estimador.

No que diz respeito à metodologia de resolução do problema, o autor projeta um algoritmo genético multiobjetivo adaptado à aplicação sugerida em conformidade com o modelo *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*, proposto por Deb et. al. (2002).

1.4 FORMULAÇÃO DE HIPÓTESES

As hipóteses para comprovação estão fundamentadas na comparação direta entre o desempenho das carteiras resultantes da implementação do código genético e da carteira hipotética do índice Brasil IBrX. Pretende-se ainda criticar a viabilidade aplicativa do código no que tange à diversidade e à qualidade das soluções.

A tabela 1 enuncia as hipóteses a serem testadas por meio da aplicação proposta:

Tabela 1 – Hipóteses para comprovação

Hipótese A	O algoritmo genético multiobjetivo adaptado pelo autor pode produzir soluções diversas e qualificadas de carteiras para a instância selecionada em um tempo computacional limitado. Assume-se como referência inicial o marco de 30 minutos de processamento.
Hipótese B	A fronteira eficiente projetada pelo algoritmo pode oferecer soluções com desempenho superior ao apresentado pelo índice IBrX no intervalo de avaliação.
Hipótese C	O conjunto de soluções ótimas diversificadas geradas pelo algoritmo proporciona menor variabilidade para a rentabilidade média quando comparado a alternativas unilaterais, não diversificadas.

1.5 ELABORAÇÃO DOS OBJETIVOS

O objetivo primário deste trabalho consiste em desenvolver um algoritmo genético multiobjetivo capaz de prover suporte à decisão de alocação e balanceamento de ativos em portfólios eficientes, empreendendo-se a estimativa de parâmetros de retorno e risco com o suporte de séries históricas financeiras.

O objetivo aplicativo compreende a composição de portfólios eficientes dos cento e um ativos mais negociados no mercado acionário brasileiro através da estimação de

parâmetros de entrada seguida pela implementação do código. A abordagem multiobjetivo deve gerar planos de investimento alternativos capazes de contemplar diversos níveis agregados para o binômio retorno-risco. A viabilidade de extensão desse projeto será testada através da comparação direta entre o desempenho de carteiras hipotéticas sugeridas pelo modelo e o próprio índice IBrX no intervalo entre julho e outubro de 2012.

1.6 DEFINIÇÃO DA METODOLOGIA

Miguel (2010) categoriza a metodologia de pesquisa em Engenharia de Produção a partir de considerações sobre a natureza, os objetivos, a abordagem e os métodos passíveis de utilização, conforme a figura representada a seguir:

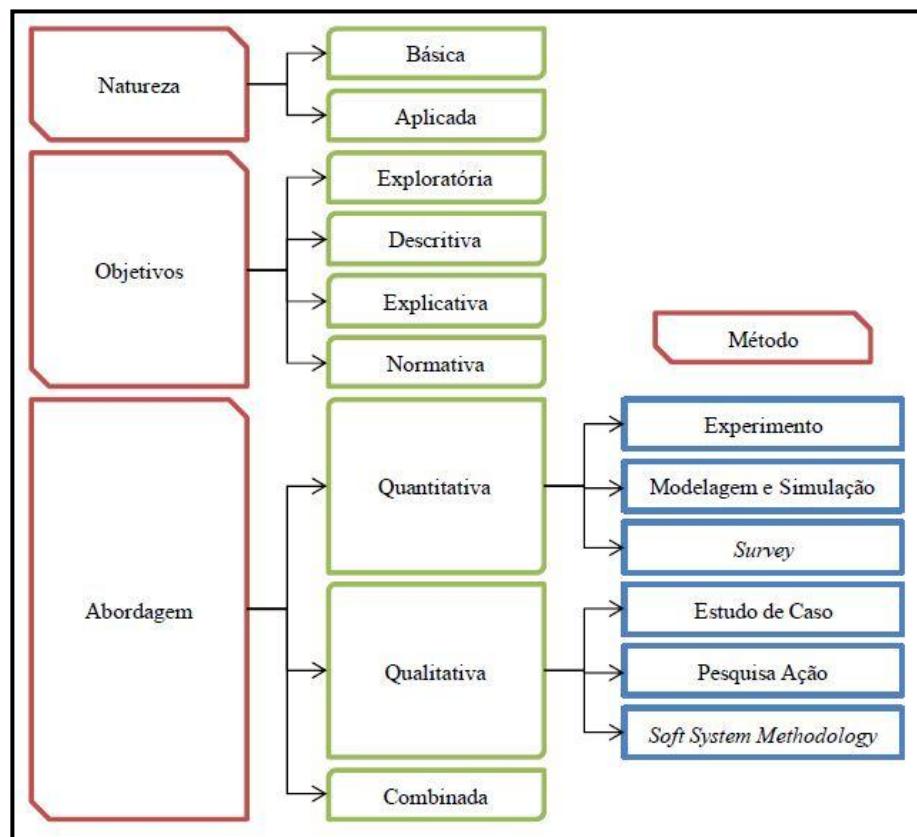


Figura 1 – Metodologia de pesquisa em Engenharia de Produção. Fonte: Miguel, 2010 (Adaptado)

A pesquisa desenvolvida neste trabalho é de natureza aplicada, orientando-se através de objetivos exploratórios e descritivos. Para as finalidades previstas, emprega-se uma abordagem quantitativa baseada em métodos de modelagem e simulação. As propriedades de carteiras de investimento são representadas por expressões matemáticas que possibilitam a avaliação do desempenho das configurações de distribuição do *quantum* de investimentos. A

simulação compreende o exercício de geração de entradas para verificação das respostas associadas às entidades do modelo concebido.

As etapas de pesquisa compreendem: revisão bibliográfica referente às áreas de investimentos, teoria de carteiras, modelagem multiobjetivo e códigos genéticos; codificação em Mathworks Matlab R2008b® do algoritmo de suporte à decisão baseado em adaptações da literatura especializada; implementação e validação do algoritmo a partir de instâncias de teste presentes na literatura; delimitação do universo de ativos candidatos para o projeto de aplicação; coleta e tratamento estatístico de dados históricos de ativos para um determinado período; interpretação de resultados alcançados com apreciação crítica sobre a viabilidade de incorporação das técnicas analíticas apresentadas a contextos decisórios realistas.

No que concerne à aplicação propriamente dita, o autor planeja o delineamento de dois horizontes de aquisição de dados históricos, sendo um de planejamento e outro de monitoramento de desempenho: o primeiro, mais longo (oito anos e seis meses), servirá de base temporal para a estimativa dos parâmetros de entrada do modelo; o outro, mais curto (quatro meses), acomodará um exercício de experimentação da aplicação das carteiras. Esse procedimento, denominado *backtesting*, ou teste retroativo, é acentuadamente utilizado pelos especialistas em finanças para apreciação da adequabilidade de modelos.

1.7 ESTRUTURA DO TRABALHO

O capítulo 1 abrange as considerações introdutórias sobre a temática da pesquisa, as justificativas para o seu desenvolvimento, as delimitações de escopo, as hipóteses e os objetivos de referência, bem como considerações sobre a metodologia adotada pelo autor, a estrutura da apresentação e o cronograma previsto para as etapas do trabalho.

O capítulo 2 reúne os principais conceitos e instrumentos necessários à compreensão do objeto de pesquisa. Nesse capítulo, empreende-se uma revisão bibliográfica baseada em artigos científicos, livros e relatórios técnicos das áreas de Engenharia Econômica e Pesquisa Operacional, com ênfase em considerações básicas sobre a teoria de portfólios, a modelagem matemática multicritério e a estruturação de algoritmos genéticos.

O capítulo 3 sistematiza o desenvolvimento da pesquisa, descrevendo inicialmente as diretrizes metodológicas para a formalização da aplicação pretendida. Em seguida, o autor apresenta um estudo descritivo dos dados coletados, além de especificar o procedimento de estimativa de entradas do modelo objeto e exemplificá-lo em menor escala. Na parte final, o

projeto de algoritmo é pormenorizado, com ênfase no delineamento de métodos e parâmetros particulares para a adaptação.

No capítulo 4, os resultados computacionais para o modelo de balanceamento são demonstrados: de início, avalia-se a compatibilidade do produto (conjunto de soluções ótimas dispostas na superfície eficiente) perante o conteúdo proposicional de diversificação e aplicabilidade; posteriormente, institui-se uma rotina de *backtesting*, ou teste retroativo, com a finalidade comparativa de relacionar o desempenho dos planos de investimento contemplados pelas soluções aos índices mais tradicionais de *benchmarking* da bolsa nacional de valores.

O capítulo 5 finaliza a exposição da pesquisa com a apresentação das considerações finais, reunindo as conclusões mais relevantes e as sugestões de desenvolvimento futuro para o escopo temático.

1.8 CRONOGRAMA

O cronograma apresentado a seguir ilustra o ritmo de desenvolvimento das fases contempladas pelo trabalho, a saber:

Tabela 2 – Cronograma de atividades de pesquisa

2. REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo aborda os conceitos, instrumentos e técnicas mais relevantes para o desenvolvimento da aplicação. No item 2.1, o autor conceitua investimento e descreve as principais modalidades de ativos. A seções 2.2 e 2.3 acomodam definições conceituais e matemáticas para retorno e risco. Os itens 2.4 a 2.6 contemplam as principais contribuições da literatura para a formalização das áreas de teoria de portfólios e precificação de ativos. Em 2.7, o autor delimita considerações básicas sobre a modelagem de séries temporais financeiras e a estimação dos parâmetros de entrada para um modelo de otimização de carteiras. Por fim, em 2.8, são tratados os tópicos referentes à implementação computacional: modelagem multiobjetivo, algoritmos genéticos e algoritmos genéticos multiobjetivo com ênfase na codificação do método NSGA-II.

2.1 INVESTIMENTOS

A área de finanças corporifica a arte ou ciência de levantar e administrar fundos. São funcionalidades típicas do profissional de gestão em finanças a realização de procedimentos de análise e planejamento financeiro, bem como a deliberação sobre decisões de investimento (orçamento de capital) e de financiamento (estrutura de capital). As decisões de investimento são particularmente importantes pois determinam a configuração distributiva dos ativos mantidos pela companhia, responsáveis pelo potencial de rentabilidade e pela constituição do patrimônio produtivo (Gitman, 2004).

Segundo Bodie et. al. (2010), uma operação de investimento exige o comprometimento atual de determinada quantia monetária ou outro tipo de recurso na expectativa de coleta de benefícios futuros. Na visão do investidor, o sacrifício presente é economicamente viabilizado pela possibilidade de remuneração posterior condicionada pelo exercício do investimento. Apesar de compartilharem a percepção de dispêndio atual em prol da expectativa de resultados favoráveis, os investimentos podem abranger características distintas nos seguintes domínios: horizonte de recuperação do esforço inicial, inércia de alocação dos recursos aplicados, visibilidade e monitoramento dos retornos parciais, magnitude e aleatoriedade dos resultados esperados.

Os investimentos podem ser destinados a ativos reais ou financeiros: os bens e serviços de uma economia são produzidos através do emprego de ativos reais, como terra,

maquinário, edifícios e propriedade intelectual, compreendendo em sua totalidade a capacidade produtiva da economia e os recursos humanos e tecnológicos de geração de riqueza material; os ativos financeiros, por sua vez, correspondem a instrumentos legais que formalizam o direito de reivindicação sobre a renda oriunda das atividades econômicas baseadas na aplicação de ativos reais (Bodie et. al., 2010). Quando uma companhia emite ações, por exemplo, as partes interessadas podem negociá-las sob a denominação de ativos financeiros, disponibilizando capital para que a empresa emissora desempenhe investimentos em ativos reais e assumindo em contrapartida o direito de recebimento de dividendos de eventuais lucros.

Os ativos financeiros podem assumir três formatos genéricos: de renda fixa, patrimoniais e derivativos. Os títulos de renda fixa oferecem garantia de remuneração regular baseada em uma fórmula específica ou quantia estável; as obrigações, por exemplo, prescrevem o pagamento de uma taxa pré-fixada sobre o valor total da dívida de uma instituição. Os títulos de patrimônio conferem ao portador o direito de propriedade compartilhada sobre o montante patrimonial de uma companhia, não havendo garantia de remuneração, à exceção de deliberações sobre distribuição de dividendos de lucros; a valorização do título está condicionada, portanto, ao desempenho da empresa no mercado e à capacidade de ampliação do valor do patrimônio. Os títulos derivativos estabelecem pagamentos baseados na precificação de outros ativos, sendo majoritariamente empregados para proteção ou transferência de riscos entre agentes.

Este trabalho enfatizará o tratamento contextual de títulos patrimoniais disponibilizados no mercado acionário brasileiro, embora a metodologia empregada seja passível de extensão para outras classes de ativos ou combinações dessas categorias.

Fortuna (2011) afirma que é por meio do mercado de ações que as companhias desempenham a venda direta de participação em seu patrimônio líquido e adquirem os recursos necessários à expansão patrimonial, assumindo o compromisso de remuneração do acionista em função do capital aplicado e dos resultados futuros. O patrimônio líquido é composto pelo capital próprio primário acrescido ou reduzido dos lucros ou prejuízos acumulados pela empresa (Ross et. al., 2008). Nesse sentido, uma ação simboliza a menor parcela do capital próprio passível de aquisição em uma sociedade acionária.

Há duas modalidades básicas de ações: as ações ordinárias concedem ao portador o direito de voto; as ações preferenciais, por sua vez, estabelecem o direito preferencial de reivindicação sobre lucros distribuídos aos acionistas, podendo assumir o formato de

dividendos ou juros sobre o capital próprio. No que se refere ao mercado propriamente dito, consideram-se duas possibilidades de segmentação da oferta: no mercado primário, as ações são emitidas de maneira direta ou ofertadas publicamente; no mercado secundário, as ações emitidas são negociadas em bolsas de valores (Fortuna, 2011).

As seções seguintes estabelecem considerações sobre os recursos empregados pelos agentes de mercado para avaliar a viabilidade de aquisição de ações ou conjuntos desses títulos.

2.2 O BINÔMIO RETORNO-RISCO

A aquisição de um ativo de qualquer tipo por um agente prescinde da expectativa de um possível retorno sobre o investimento inicial. De acordo com Ross et. al. (2008), esse retorno pode ser subdividido em dois componentes: o primeiro se refere à possibilidade de recepção de uma determinada quantia enquanto se verifica a propriedade do investimento, caracterizando o componente de lucro; o segundo diz respeito à mudança do valor do ativo com o tempo, fomentando-se um ganho ou perda de capital sobre o investimento adquirido. Os portadores de ações, por exemplo, auferem ganhos não apenas através do recebimento de dividendos da companhia emissora, mas também por movimentação financeira articulada à valorização dos papéis que possuem.

Para Gitman (2004), o retorno sobre o investimento é mensurado a partir da totalidade de ganhos ou prejuízos resultantes da portabilidade de um investimento durante um período de tempo. A expressão matemática apresentada pelo autor considera tanto a variação do valor do ativo quanto as eventuais entradas ou distribuições de caixa do intervalo sob consideração, expressando-as relativamente ao valor inicial do investimento. Sendo $P_{i,t}$ o preço do ativo i no instante t , $P_{i,t-1}$ o preço do ativo i no instante $t - 1$ e $C_{i,t}$ o fluxo de caixa condicionado à posse do investimento, a taxa de retorno $r_{i,t}$ correspondente será dada por:

$$r_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1} + C_{i,t}}{P_{i,t-1}} \quad (1)$$

A composição de um investimento exige que a parte interessada assuma certo grau de vulnerabilidade em relação à consolidação dos benefícios almejados, uma vez que o resultado futuro não é conhecido com precisão e existe a possibilidade de perda (Bodie et. al., 2010). Gitman (2004) afirma que essa possibilidade de prejuízo financeiro determina o risco para o

investidor. De acordo com Rieche (2005), em algumas áreas de pesquisa o risco é entendido como a dimensão do intervalo de confiança relacionado a uma determinada estimativa, enquanto em outras pode designar a representatividade da exposição ou a incerteza na consecução de um resultado esperado. Pode-se dizer que o investidor constitui um posicionamento de risco ao reconhecer integralmente a variabilidade intrínseca dos resultados esperados e aceitá-la como preço a pagar pela expectativa de ganho em uma perspectiva racional de *trade off*.

O risco, nesse sentido, constitui-se como uma compensação onerosa e uma implicação econômica necessária para a validação dos retornos projetados nas operações financeiras. Conforme exposto por Bodie et. al. (2010), quem desejar opções de investimento mais rentáveis deve aceitar um risco maior. Caso uma determinada alternativa apresente retornos esperados maiores e nível de risco equivalente às demais, haverá uma corrida de investidores para adquiri-la, provocando o aumento do preço; a elevação consistente do preço incorrerá em retornos esperados cada vez mais baixos, de modo a promover um retorno justo na comparação com o restante do mercado. Os autores assumem que essa proposição de equilíbrio é uma das implicações da racionalidade dos mercados e a denominam substituição risco-retorno.

Segundo Greene e Trieschmann (1992), o risco pode ser classificado em risco objetivo ou risco subjetivo: o risco objetivo se refere à variação relativa do resultado real em comparação ao resultado projetado no ato de avaliação do investimento, havendo a possibilidade de representá-lo por qualquer grandeza estatística representativa de variação, a exemplo da variância, do desvio padrão ou da amplitude; o risco subjetivo, por sua vez, consiste na percepção particular de um indivíduo acerca da significância dos resultados esperados em resposta à variabilidade das expectativas, cujas especificidades são descritas pela Teoria da Utilidade. De modo geral, este trabalho contemplará unilateralmente o risco objetivo, também denominado risco estatístico.

As empresas e instituições financeiras estão interessadas, sobretudo, em desenvolver instrumentos e articular estratégias capazes de reconhecer, identificar, gerenciar e monitorar os riscos presentes em suas operações de investimento, reduzindo sempre que possível o nível de exposição a fatores críticos e configurando um posicionamento de menor sensibilidade às movimentações de mercado. Esse processo sistemático é conhecido como gerenciamento de riscos e pode ser encontrado, seja formalmente ou tacitamente, em todas as organizações atuantes e competitivas.

2.3 MEDIDAS DE RISCO

O risco estatístico pode ser mensurado de diversas maneiras, nas quais se procura expressar uma valoração adequada para a percepção do investidor quanto à variabilidade. As medidas mais recorrentes na literatura são a variância, o desvio-padrão, a semivariância e a métrica denominada Valor em Risco (*Value at Risk - VAR*).

2.3.1 Variância e desvio-padrão

Seja R_i uma variável aleatória contínua representativa dos retornos associados ao ativo i em um determinado horizonte de tempo T . A variável aleatória R_i está associada a uma função de probabilidades f que estabelece, para cada valor observado de retorno r_i , um valor de probabilidade $f(r_i)$ correspondente.

A esperança da variável aleatória R_i representa o primeiro momento da distribuição e é designada por:

$$E(R_i) = \mu_i = \int_{-\infty}^{\infty} r_i f(r_i) dr_i \quad (2)$$

A variância, por definição, expressa o segundo momento central da distribuição de $f(r_i)$ ou, mais precisamente, a ponderação da dispersão quadrática dos retornos em relação à esperança (Montgomery, 2009; Devore, 2011):

$$V(R_i) = \sigma_i^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (r_i - \mu_i)^2 f(r_i) dr_i \quad (3)$$

Observa-se que tanto os desvios positivos e negativos são elevados à segunda potência, havendo um tratamento simétrico da dispersão (Jorion, 2003). A unidade da variância é expressa, portanto, pela unidade da média elevada ao quadrado.

O desvio-padrão, por sua vez, é definido como a raiz quadrada da variância, sendo a unidade compatível com a média (Montgomery, 2009; Devore, 2011):

$$DP(R_i) = \sigma_i = \sqrt{V(R_i)} \quad (4)$$

A variância e o desvio-padrão são as medidas mais tradicionais de risco, porém recebem críticas em vista do tratamento equitativo de retornos superiores e inferiores à média. Entende-se que os investidores têm percepções diferenciadas quanto às expectativas de ganho e de perda e que essa propriedade deve ser incorporada à métrica de risco (Neto e Volkmer, 2001). Além disso, afirma-se que a variância não é adequada para quantificar as incertezas reais relacionadas a distribuições não normais (Bernstein, 1997 *apud* Neto e Volkmer, 2001).

2.3.2 Semivariância

A semivariância foi introduzida por Markowitz (1959) e tem por finalidade oferecer uma alternativa à abordagem simétrica presente no cálculo da variância e desvio-padrão. Essa medida contempla tão somente o *downside risk*, incorporando ao cômputo apenas os retornos inferiores ao referencial do valor esperado da distribuição ou outro valor alvo e assumindo que compõem verdadeiramente a assimilação do risco pelo investidor (Neto e Volkmer, 2001).

A definição de semivariância desconsidera os valores de retorno que excedem um determinado valor alvo (A), que na maioria dos casos equivale à média, evitando a penalização de desempenhos positivos. Sejam ς_i a semivariância referente ao ativo i e A o valor alvo. De acordo com Neto e Volkmer (2001), ς_i pode ser obtida pela seguinte fórmula:

$$\varsigma_i = \int_{-\infty}^A (r_i - A)^2 f(r_i) dr_i \quad (5)$$

Observa-se que a imposição de A enquanto limite superior implica incluir apenas os retornos inferiores ao valor alvo.

Embora o uso da semivariância não seja tão difundido quanto comparado às demais medidas, considera-se que é mais apropriado para o tratamento de distribuições assimétricas de retornos (King, 1993).

2.3.3 Valor em Risco

O valor em risco ou, em inglês, *Value at Risk* (VAR), comprehende uma medida largamente empregada por instituições bancárias e fundos de investimento para avaliar o posicionamento de suas operações financeiras quanto ao risco em um determinado horizonte de planejamento, assumindo-se a identificação de uma distribuição de probabilidades que sintetiza o comportamento provável dos retornos relacionados às operações planejadas.

Segundo Jorion (2003, p.19), o VAR estabelece "a maior (ou pior) perda esperada dentro de determinados períodos de tempo e intervalo de confiança". Mais formalmente, o VAR corresponde a um determinado percentil da distribuição de retornos projetada sobre o intervalo temporal de planejamento. Sendo c o nível de confiança desejado, o VAR sinaliza o $(1 - c)$ percentil da distribuição. Para um nível de confiança de 99%, por exemplo, o valor em risco deve ser tal que exceda 1% do número total de observações da distribuição.

2.4 TEORIA DE PORTFÓLIOS

Uma das maneiras mais conhecidas e praticadas de gestão do risco compreende a formalização de uma estratégia de diversificação, baseada na manutenção de um conjunto de ativos que compõem um *portfólio* ou carteira, e que cujas comovimentações esperadas podem oferecer propriedades interessantes como maior equilíbrio de retornos e proteção mais ampla a riscos setoriais. As seções seguintes detalham as considerações mais relevantes sobre a teoria de carteiras.

2.4.1 Carteira de Ativos

A expectativa de retorno associada a um ativo com risco é formalizada matematicamente através de uma variável aleatória descrita por uma distribuição de probabilidade. Em geral, um ativo é caracterizado e avaliado por uma medida de tendência central referente à esperança da variável aleatória do retorno e uma medida equivalente de dispersão para a valoração do risco.

Uma carteira, por sua vez, consiste em um agrupamento de ativos no qual cada um assume proporções específicas do capital investido, fornecendo conjuntamente níveis agregados de retorno e risco desejados pelo investidor. Em geral, uma carteira é valorada mediante a aplicação de cálculos que projetam o binômio retorno-risco de modo equivalente à ponderação dos ativos que a constituem. Desse modo, o retorno esperado de uma carteira é uma média ponderada dos retornos esperados dos ativos componentes, na qual o fator de ponderação é a própria participação relativa. A variância esperada de uma carteira é comumente empregada como medida de risco e considera não apenas as variâncias individuais, mas também as covariâncias entre os ativos constituintes. Conforme apresentam Elton et. al. (2009), o cálculo das covariâncias é útil para quantificar como os retornos sobre os ativos se movem conjuntamente.

O problema do balanceamento de carteiras consiste em designar parcelas de uma quantia possuída pelo investidor a um conjunto de alternativas de investimento com características distintas de retorno e risco em um período de tempo. Em geral, um agente do mercado está interessado em compor uma carteira bem balanceada de maneira a maximizar a esperança do retorno e minimizar a esperança do risco, quaisquer sejam as grandezas empregadas para mensurá-los. As seções seguintes explicitarão a modelagem matemática sugerida pela literatura para a abordagem analítica do problema.

2.4.2 O portfólio de média-variância

Harry Markowitz publicou, em 1952, no *Journal of Finance*, o trabalho intitulado *Portfolio Selection*, considerado o precursor da teoria moderna de portfólios.

Para o autor, o processo de seleção de um *portfólio* pode ser dividido em dois estágios: o primeiro comprehende o exercício da observação e da experiência para a determinação de crenças acerca do desempenho futuro dos ativos disponíveis; o segundo estágio, objeto de sua pesquisa, inicia-se com a percepção das movimentações futuras e termina com a escolha de uma carteira.

Markowitz (1952) apresenta um modelo baseado no conceito de média-variância, admitindo que a esperança matemática de variáveis aleatórias representativas dos retornos futuros e as covariâncias dessas variáveis aleatórias são conhecidas ou estimadas. Nessa abordagem, o risco é mensurado através da dispersão quadrática dos retornos em relação às esperanças. Em um espaço de N ativos passíveis de escolha, as variáveis de decisão correspondentes aos percentuais alocados x_i para cada ativo deverão atender à seguinte condição, de modo que a totalidade dos recursos financeiros disponíveis seja aplicada:

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad 0 \leq x_i \leq 1 \quad (6)$$

A média esperada e a variância esperada da carteira serão computadas de acordo com as fórmulas seguintes:

$$\begin{aligned} E(R_P) &= \mu_P = \sum_{i=1}^N x_i \mu_i \\ V(R_P) &= \sigma_P^2 = \sum_{i=1}^N (x_i^2 \sigma_i^2) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N (x_i x_j \sigma_{ij}) \end{aligned} \quad (7)$$

R_P : variável aleatória representativa do retorno do portfólio

μ_P : retorno esperado da carteira

x_i : proporção relativa do ativo i

μ_i : retorno esperado do ativo i

σ_P^2 : variância da carteira

σ_i^2 : variância do ativo i

σ_{ij} : covariância entre os ativos i e j

A primeira parcela de σ_p^2 representa a soma das variâncias ponderadas dos ativos componentes, enquanto a segunda parcela designa o total das covariâncias ponderadas entre os pares de ativos, pois se exige $i \neq j$.

Uma representação alternativa para σ_p^2 compreende a possibilidade de disposição dos elementos constituintes da soma segundo uma estrutura matricial \mathbf{M} , denominada matriz variância-covariância:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Sendo $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]$ o vetor representativo dos pesos associados aos ativos, é possível calcular σ_p^2 através da seguinte equivalência:

$$\sigma_p^2 = \mathbf{x} \mathbf{M} \mathbf{x}' \quad (9)$$

Pode-se também empregar uma matriz de correlação, uma vez que a seguinte relação é válida:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (10)$$

Seja \mathbf{P} a matriz de correlação entre os ativos constituintes da carteira:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Desde que os desvios-padrão dos ativos sejam representados como elementos de matrizes diagonais \mathbf{D} , é possível calcular σ_p^2 de acordo com a seguinte estrutura:

$$\sigma_p^2 = \mathbf{x} \mathbf{D} \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{x}', \text{ onde:}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_N \end{bmatrix} \quad (12)$$

Embora os modelos apresentados sejam integralmente equivalentes quanto aos resultados alcançados, deve-se considerar que a representação baseada em uma matriz de correlação pode condicionar uma análise mais imediata e precisa do grau de variação conjunta entre os ativos constituintes, pois seus elementos ρ_{ij} são adimensionais e padronizados, assumindo unicamente valores na faixa de -1 a 1. Um valor $\rho_{ij} = -1$ indica a existência de correlação negativa máxima entre os ativos, enquanto $\rho_{ij} = 1$ expressa correlação positiva

máxima. Embora $\rho_{ij} = 0$ estabeleça correlação linear nula, não é possível garantir a independência entre as variáveis aleatórias representativas dos retornos correspondentes aos títulos (Montgomery, 2009; Devore, 2011).

Para o conjunto de estimativas designadas por μ_i e σ_{ij} , o investidor pode escolher entre diversas combinações possíveis de μ_P e σ_P^2 , admitindo-se como preferíveis aquelas nas quais há um σ_P^2 mínimo para um dado μ_P ou um μ_P máximo para um dado σ_P^2 ; mais precisamente, uma expectativa de risco mínima para uma dado retorno esperado ou uma expectativa de retorno máxima para um dado risco esperado. As soluções que atendem a essas condições comporão a fronteira eficiente e constituirão carteiras eficientes.

Assume-se, portanto, um posicionamento de aversão ao risco ou uma política de exposição mínima aos fatores de risco. A figura seguinte ilustra uma disposição hipotética dessas combinações com destaque para os conjuntos considerados eficientes de μ_P e σ_P^2 :

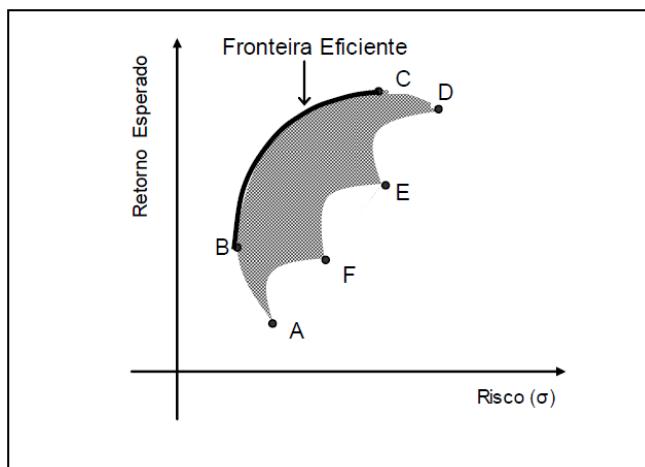


Figura 2 – Representação gráfica de combinações retorno-risco e fronteira eficiente. Fonte: Gitman e Joehnk, 2005, p.150

Markowitz (1952) argumenta que a construção do modelo é coerente com o favorecimento e a superioridade de carteiras diversificadas, admitindo-se como verdadeira a hipótese de que os ativos candidatos podem estar altamente correlacionados. Sua proposição está baseada no princípio da diversificação como estratégia de estabilização dos retornos, sendo desejável o compartilhamento de ativos com correlação negativa. Segundo o autor, o modelo implica evitar o compartilhamento de ativos com elevadas covariâncias positivas entre si, a exemplo daqueles que compõem o mesmo segmento industrial. O autor salienta também que a obtenção de μ_i e σ_{ij} adequados deve se orientar a partir de procedimentos híbridos baseados em técnicas estatísticas e julgamentos de especialistas. Em geral,

recomenda-se que os valores computados formalmente sejam ajustados para mais ou para menos em conformidade com a avaliação dos agentes tomadores de decisão.

O modelo clássico de Markowitz pode ser caracterizado como um problema de otimização quadrática biobjetivo, a saber:

$$\begin{aligned} \max \mu_P &= \sum_{i=1}^N x_i \mu_i \\ \min \sigma_P^2 &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} x_i x_j \\ \sum_{i=1}^N x_i &= 1 \\ x_i &\geq 0, i = 0, 1, \dots, N \end{aligned} \tag{13}$$

A presença da restrição de não negatividade implica a impossibilidade de *short sales*, ou empréstimos de curto prazo.

Um terceiro objetivo associado à quantificação de ativos contemplados pelo portfólio pode ser integrado ao problema. Nesse caso, assume-se que o investidor tenha preferência por assumir posições de retorno-risco através de carteiras de menor volume, sobretudo em virtude da possibilidade de redução dos custos de administração e monitoramento de transações. A incorporação desse objetivo exige a realização de algumas adaptações no modelo anterior, inserindo-se variáveis binárias que sinalizam a participação do ativo. Anagnostopoulos e Mamanis (2010) ressaltam que o acréscimo determina um modelo de programação inteira mista, cujo tratamento computacional dificilmente pode ser conduzido por métodos clássicos de otimização, mostrando-se útil o emprego de procedimentos meta-heurísticos, a exemplo de algoritmos evolucionários.

Seja δ_i a variável binária representativa da utilização do ativo e C a variável determinante da cardinalidade. As seguintes diretrizes devem ser adicionadas à estrutura do modelo:

$$\begin{aligned} \min C &= \sum_{i=1}^N \delta_i \\ \delta_i &= \begin{cases} 0, & \text{se } x_i = 0 \\ 1, & \text{se } x_i > 0 \end{cases}; i = 0, 1, \dots, N \end{aligned} \tag{14}$$

A configuração de três objetivos converte a fronteira eficiente de investimentos em uma superfície situada no espaço tridimensional delimitado pelo trinômio retorno-risco-cardinalidade. Esse modelo norteia a proposta aplicativa do estudo de caso na presente pesquisa.

2.4.2.1 Exemplo com dois ativos

Para ilustrar a influência da correlação entre ativos presentes em uma carteira sobre as possibilidades de posicionamento retorno-risco do agente decisor, desenvolver-se-á um exemplo simples baseado em dois componentes.

No exemplo, assume-se que o portfólio é composto pelos ativos A_1 e A_2 , com retornos esperados μ_1 e μ_2 , respectivamente. A medida de risco adotada é o desvio-padrão, sendo as variáveis correspondentes denotadas por σ_1 e σ_2 . A proporção de capital investido em A_1 é indicada por x , enquanto o restante disponível, $1 - x$, é aplicado em A_2 . Sob as considerações do modelo de média-variância, o retorno e o desvio-padrão da carteira são representados pelas equações seguintes:

$$\begin{aligned}\mu_P &= x\mu_1 + (1 - x)\mu_2; \\ \sigma_P^2 &= x^2\sigma_1^2 + 2x(1 - x)\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + (1 - x)^2\sigma_2^2 \\ \sigma_P &= \sqrt{x^2\sigma_1^2 + 2x(1 - x)\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + (1 - x)^2\sigma_2^2}\end{aligned}\quad (15)$$

A substituição de valores para x nas equações acima permite o delineamento de curvas de risco-retorno sob diferentes regimes de correlação entre os constituintes do portfólio. Sendo μ_1 , μ_2 , σ_1 e σ_2 conhecidos, é possível traçar as curvas correspondentes a níveis específicos de correlação. A figura 3, por exemplo, ilustra as curvas de referência para $\mu_1 = 0,07$, $\sigma_1 = 0,035$, $\mu_2 = 0,045$, $\sigma_2 = 0,018$ e os seguintes níveis de correlação, a saber: $\rho = -1$ (correlação negativa máxima); $\rho = -0,75$; $\rho = -0,5$; $\rho = -0,25$; $\rho = 0$; $\rho = 0,25$; $\rho = 0,5$; $\rho = 0,75$; $\rho = 1$ (correlação positiva máxima).

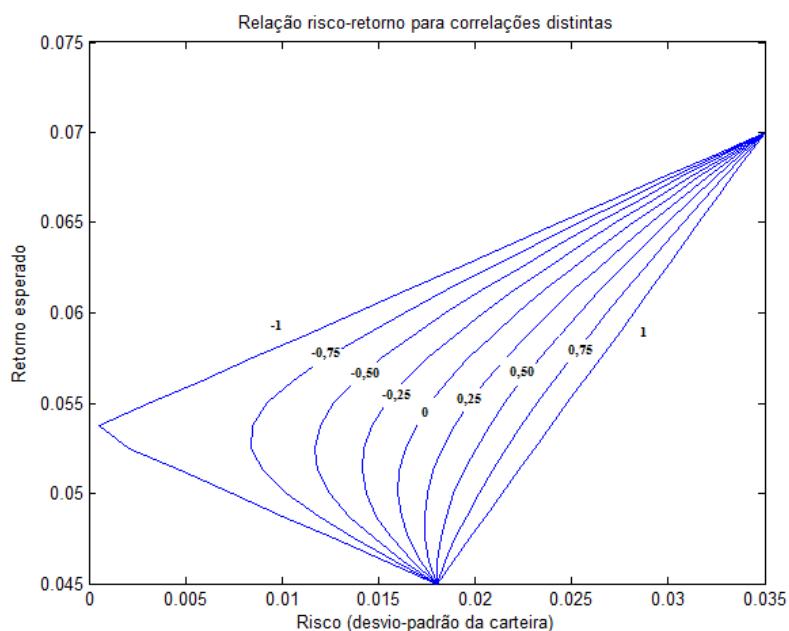


Figura 3 – Exemplo de curvas risco-retorno para correlações distintas em portfólio de dois ativos. Fonte: autor.

2.4.3 Limitações à diversificação

Assumindo-se a composição de uma carteira hipotética com a alocação de pesos idênticos $\frac{1}{N}$ aos ativos constituintes (Elton et. al., 2009), teremos:

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= \frac{1}{N} \left(\frac{\sum \sigma_i^2}{N} \right) + \left(1 - \frac{1}{N} \right) \left(\frac{\sum \sigma_{ij}^2}{N(N-1)} \right) \\ \sigma_p^2 &= \frac{1}{N} \sigma_{i,m}^2 + \frac{N-1}{N} \sigma_{ij,m}^2\end{aligned}\tag{16}$$

$\sigma_{i,m}^2$: variância média dos ativos da carteira

$\sigma_{ij,m}^2$: covariância média entre os ativos da carteira

À medida que N cresce, σ_p^2 tende a assumir valores muito próximos de $\sigma_{jk,m}^2$, indicando claramente limitação à estratégia de diversificação, uma vez que o investidor está invariavelmente exposto ao risco médio das movimentações conjuntas dos ativos no mercado (grandeza covariância média).

2.5 AS CONTRIBUIÇÕES DE WILLIAM SHARPE

Sharpe (1964) apresentou excelentes contribuições para a teoria da precificação de ativos sob condições de risco. O objetivo de sua pesquisa compreendia a formalização de uma relação matemática entre o retorno esperado e o risco de um ativo.

Para embasar sua proposição, o autor exemplifica duas alternativas de investimento: a primeira se refere a um ativo i isolado e a segunda a uma carteira eficiente g que contempla uma combinação do ativo i com outros ativos. Se os retornos equivalentes às duas possibilidades de investimento forem representados em um gráfico cartesiano, observar-se-á certa variabilidade dos retornos do ativo i , o que determina o seu risco; no entanto, parte considerável dessa variação pode ser atribuída ao relacionamento do ativo i com a carteira g . Conforme ilustra a figura abaixo, o coeficiente angular da linha de regressão mede a respostas dos retornos do ativo em relação aos retornos da carteira, efeito que o autor denomina risco sistemático.

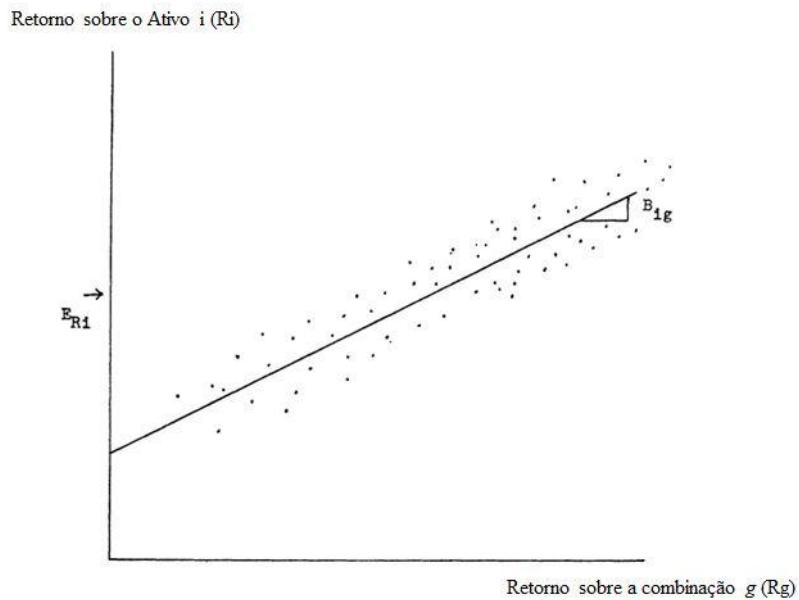


Figura 4 – Reta de regressão linear entre os retornos do ativo i e os retornos da carteira g , da qual i faz parte.
Fonte: Sharpe, 1964

De acordo com Sharpe (1964), o restante da variabilidade do ativo, que não apresenta correlação evidente com a carteira, compreende a parcela de risco não sistemático. Segundo essa formulação, ativos que ofereçam maior resposta às atividades econômicas serão mais valorizados, admitindo-se a impossibilidade de eliminação da parcela de risco sistemático através do exercício da diversificação em uma carteira; ativos que não são afetados pelas movimentações de mercado retornam apenas a taxa de juros pura, não havendo um prêmio de risco, o que corrobora o senso comum. Em consequência dessa percepção, muitos autores expandiram a denominação de risco sistemático para não diversificável, e a de risco não sistemático para diversificável. Essa é uma consideração importante para o entendimento das limitações da estratégia de diversificação em carteiras de investimento.

2.6 O MODELO DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS

O desenvolvimento teórico proposto por Sharpe (1964), complementado pelos trabalhos posteriores de Lintner (1965) e Mossin (1965), resultou na configuração de um modelo clássico denominado *Capital Asset Pricing Model*, ou *CAPM*. Esse modelo se baseia no estabelecimento de uma resposta linear do valor de um ativo com risco em comparação ao retorno médio do mercado, sendo o risco sistemático representado por um fator multiplicativo β , que caracteriza a parcela não passível de anulação pela diversificação em uma carteira.

Pode-se, portanto, compreendê-lo como uma extensão aplicativa das considerações iniciais de Sharpe sobre o relacionamento entre ativos e carteiras eficientes.

A validade do *CAPM* prescinde da adoção de uma hipótese de mercado em regime de equilíbrio, caracterizada pelos seguintes aspectos:

- O compartilhamento pleno da informação entre os agentes;
- A inexistência de restrições, como impostos, taxações e limites de negociação, para a concretização de investimentos;
- A uniformidade da percepção e das expectativas dos investidores em relação ao desempenho dos ativos disponíveis;
- A presença de uma taxa de juros generalizada livre de risco.

A equação representativa do *CAPM* é oriunda de uma regressão linear entre os retornos específicos do ativo e os retornos médios do mercado em um intervalo histórico:

$$R_i = r_f + \beta(R_m - r_f) \quad (17)$$

A interpretação da equação indica que o retorno de i depende essencialmente da taxa livre de risco praticada no mercado (r_f), da quantia referente ao prêmio pelo risco e calculada como a diferença entre o retorno médio do mercado e o retorno médio do investimento ($R_m - r_f$) e, finalmente, do nível de risco sistemático associado ao coeficiente angular β .

Nesse sentido, um β superior a 1 significa que os ganhos e perdas particulares do investimento são, em média, maiores que os ganhos e perdas do mercado, incorrendo em um posicionamento de maior risco; um β inferior a 1 indica oscilações menos significativas que as de mercado, configurando-se uma postura mais cautelosa de exposição ao risco; um β igual a 1, por sua vez, expressa equivalência entre o risco sistemático específico e o mercadológico.

O coeficiente beta é obtido através da seguinte razão:

$$\beta = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} \quad (18)$$

$Cov(R_i, R_m)$: covariância entre os retornos do ativo i e os retornos da carteira de mercado;

$Var(R_m)$: variância dos retornos da carteira de mercado m .

Embora o modelo *CAPM* seja largamente empregado para a avaliação de investimentos, deve-se salientar que as estimativas de β são comumente baseadas em retornos históricos e que não há garantia de manutenção ou estabilidade do risco sistemático para períodos subsequentes. Além disso, há comprovações empíricas na literatura que demonstram a ausência de consistência prática do modelo em vista das exigências hipotéticas de equilíbrio,

especialmente no que se refere à simetria da informação, à relaxação das restrições de negociação e à igualdade perceptiva dos investidores (Gitman, 2004; Alexander, 2005; Elton et. al., 2009).

2.7 MODELAGEM DE SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS

2.7.1 Considerações Gerais

Apesar de este trabalho não focar o exercício metodológico de previsão de retornos financeiros, há algumas considerações gerais sobre os retornos que devem ser estabelecidas, uma vez que os investidores e demais usuários da teoria de carteiras estão interessados em compreender como se dá a validação estatística das entradas presentes na modelagem. Moretin (2011) enuncia, sob o ponto de vista econométrico, alguns fatos estilizados relativos a retornos financeiros:

- Retornos são em geral não auto-correlacionados;
- Os quadrados dos retornos são auto-correlacionados, apresentando em geral uma correlação baixa com o período precedente e uma queda suave em relação aos demais;
- Séries de retornos apresentam agrupamentos de volatilidade ao longo do tempo;
- A distribuição incondicional dos retornos comprehende caudas mais pesadas do que uma distribuição normal, reforçando a probabilidade de ocorrência de valores mais extremos;
- A distribuição incondicional dos retornos, embora possa ser considerada aproximadamente simétrica, é em geral leptocúrtica;
- Séries de retornos respondem, em geral, de maneira não linear a eventos macroeconômicos;

No que se refere à modelagem da volatilidade, o autor apresenta três metodologias básicas para o cálculo:

- Relacionar, por meio de uma equação, o preço de mercado observado com o preço modelado de uma opção, constituindo-se a volatilidade implícita;
- Modelar diretamente a volatilidade da série de retornos através do emprego de uma família de volatilidade estocástica, como por exemplo o modelo

condicional heterocedástico auto-regressivo (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), caracterizando-se a volatilidade estatística;

- Expressar a volatilidade através da média histórica dos últimos s retornos, sejam eles representados em termos absolutos ou quadráticos, compondo-se a volatilidade histórica.

2.7.2 Métodos de Estimação de Parâmetros

As entradas necessárias para a composição de um modelo matemático de seleção de carteiras correspondem às estimativas de retorno e risco associadas a todos os ativos financeiros candidatos. Em geral, os investidores e especialistas se baseiam na análise de séries temporais financeiras para obter estimativas historicamente consistentes desses valores. Sabe-se, no entanto, que essa modalidade de avaliação deve ser acompanhada por um ajuste posterior adequado em conformidade com o julgamento e a experiência particulares do agente de decisão (Markowitz, 1952).

A estimação dos parâmetros deve partir de uma das seguintes premissas: a distribuição de probabilidade geradora dos retornos é incondicional e permanece constante ao longo do tempo; ou a distribuição de probabilidade é condicional e temporalmente dependente, isto é, cada retorno gerado no tempo é oriundo de uma distribuição de probabilidade particular com parâmetros específicos de centralidade e dispersão. Diante da finalidade aplicativa da otimização de portfólios com fundamentação em dados históricos referentes a intervalos maiores, é razoável considerar a adequação da primeira premissa (Alexander, 2005).

2.7.2.1 Processo Estocástico Estacionário

Uma das suposições mais comuns consiste em admitir a hipótese de que as séries de retornos dos ativos sejam geradas por um processo estocástico estacionário, cuja função de distribuição é caracterizada por uma variância não condicional constante e finita σ^2 (Alexander, 2005). Nesse caso, os modelos de médias móveis com pesos iguais podem ser empregados para os fins de estimação, uma vez que se assume a uniformidade temporal do processo gerador. Uma estimativa do retorno do ativo i no tempo t para o horizonte de s dias pode ser calculada por:

$$\hat{\mu}_{i,t} = \frac{\sum_{j=1}^s r_{i,t-j}}{s} \quad (19)$$

De maneira equivalente, uma estimativa da variância histórica no tempo t para s dias pode ser obtida a partir da seguinte relação:

$$\hat{\sigma}^2_{i,t} = \frac{\sum_{k=1}^s r_{i,t-k}^2}{s} \quad (20)$$

Na equação acima, assume-se que a média correspondente à distribuição é nula. Para uma estimativa mais precisa, pode-se usar também o retorno médio da janela de dados, porém com um grau de liberdade a menos:

$$\hat{\sigma}^2_{i,t} = \frac{\sum_{k=1}^s (r_{i,t-k} - \hat{\mu}_{i,t})^2}{s-1} \quad (21)$$

As mesmas relações são válidas para a determinação das correlações históricas. Sejam i e j dois ativos passíveis de incorporação em uma carteira. A correlação histórica no tempo t para s dias entre esses ativos também podem ser determinada em conformidade com as equações seguintes:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{ij,t} &= \frac{\sum_{k=1}^s r_{i,t-k} r_{j,t-k}}{\sqrt{\sum_{k=1}^s r_{i,t-k}^2 \sum_{k=1}^s r_{j,t-k}^2}} \\ \hat{\rho}_{ij,t} &= \frac{\sum_{k=1}^s (r_{i,t-k} - \hat{\mu}_{i,t})(r_{j,t-k} - \hat{\mu}_{j,t})}{\sqrt{\sum_{k=1}^s (r_{i,t-k} - \hat{\mu}_{i,t})^2 \sum_{k=1}^s (r_{j,t-k} - \hat{\mu}_{j,t})^2}} \end{aligned} \quad (22)$$

Segundo Alexander (2005), a escolha da janela de dados deve contemplar o maior número possível de amostras, garantindo maior precisão para a estimativa através da minimização dos erros amostrais. O autor reforça que a variação das estimativas históricas de s dias pode ser atribuída apenas a erros amostrais nesse modelo. Sua utilização é mais indicada para o planejamento de carteiras de longo prazo, compatibilizando-se com o domínio desta pesquisa.

2.7.2.2 Modelos de previsão condicionais

De acordo com Moretin (2011), uma propriedade presente em séries temporais de ativos financeiros é o que se convencionou chamar de volatilidade, que indica precisamente a variabilidade intrínseca que acompanha os retornos. Esse autor ressalta que as séries financeiras podem apresentar agrupamentos ou *clusters* de volatilidade, sendo necessário recorrer a modelos heterocedásticos condicionais, nos quais a variância de um retorno em um dado período de tempo depende de retornos históricos e de outros dados disponíveis. Essa proposição contraria o princípio da estacionariedade apresentado no item 2.7.2.1, no qual a variância de um retorno em um instante específico é essencialmente incondicional e global, assumindo um valor constante ao longo da série histórica. De maneira similar, é também admissível que a média ou outros momentos da distribuição de retornos sejam não estacionários, apresentando variação com o tempo.

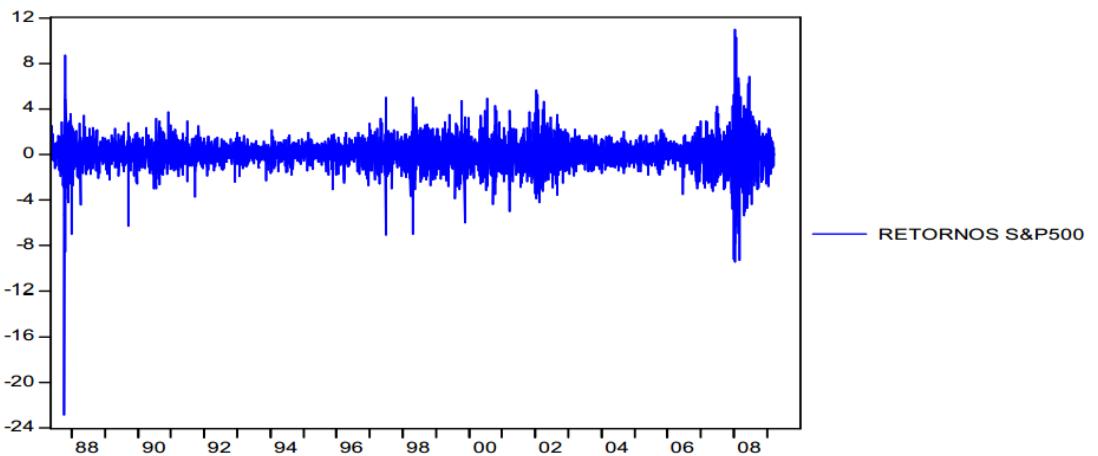


Figura 5 – Gráfico de retornos mensais da S&P 500 evidencia *clusters* ou agrupamentos de volatilidade. Fonte: Oliveira, 2010.

Os modelos condicionais capturam com maior precisão o posicionamento dinâmico dos retornos de ativos no curto prazo, sendo mais indicados para operações diárias ou intradiárias (Alexander, 2005). Essa modalidade de planejamento não pertence ao escopo deste trabalho, sendo possível encontrar informações mais detalhadas sobre modelos condicionais de previsão em Alexander (2005), Moretin (2011) e Tsay (2002). Um estudo avançado sobre as propriedades estatísticas das séries de retornos das principais ações brasileiras é apresentado pelos autores Costa e Baidya (2001).

2.8 MODELAGEM E IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Diversos acadêmicos e praticantes da área de teoria de portfólios têm demonstrado aplicações fundamentadas em modelos multiobjetivo e métodos de resolução sustentados por algoritmos evolucionários (Lin e Gen, 2007; Branke et. al., 2008; Chiam et. al., 2008; Anagnostopoulos e Mamanis, 2010; Woodside-Oriakhi et. al., 2011).

Nesse tipo de modelagem, as funções de retorno e risco (predominantemente a variância) de uma carteira são tratadas como objetivos independentes, não havendo qualquer suposição inicial acerca da preferência ou utilidade do investidor. Em vez de uma única solução ótima, esses modelos fornecem um conjunto de soluções não dominadas. A utilização de algoritmos genéticos, por sua vez, provê tempos computacionais consideravelmente menores, facilitando o estabelecimento de considerações sobre robustez e análise de sensibilidade.

Nesta seção, serão apresentados inicialmente os fundamentos de problemas multiobjetivo, bem como o formato genérico indicado pela literatura. Em seguida, o autor

tecerá considerações básicas sobre os algoritmos genéticos, seus princípios e seu mecanismo de funcionamento. Finalmente, os conceitos mencionados serão reunidos sob o propósito de apresentação de algoritmos genéticos multiobjetivo, que sintetizam o embasamento teórico para a implementação e experimentação computacional do modelo desta exposição.

2.8.1 Otimização Multiobjetivo

A modelagem matemática de um problema requer que o usuário especifique inicialmente o conjunto de variáveis a serem consideradas, as restrições gerais às quais essas variáveis estão sujeitas e, normalmente, uma função objetivo capaz de valorar ou quantificar a qualidade de uma solução para o sistema sob estudo (Winston e Venkataraman, 2003). Para o modelo proposto, uma solução ótima se caracteriza como o conjunto de valores atribuídos às variáveis do problema que tornam a função objetivo tão melhor quanto possível em vista das restrições presentes.

Em problemas de engenharia, no entanto, há circunstâncias típicas nas quais a qualidade de uma determinada solução pode ser avaliada sob diferentes perspectivas. Caso o gestor não considere integralmente as distintas maneiras de qualificar uma solução, corre o risco de formular decisões baseadas em critérios únicos, isolados e que, em geral, não são suficientes para caracterizar globalmente o sistema ou não são representativos da complexidade inerente ao fluxo decisório.

A área de *scheduling* ou sequenciamento, por exemplo, é particularmente fértil para a avaliação baseada em critérios múltiplos, uma vez que há diversos objetivos clássicos passíveis de otimização, a exemplo do *makespan*, do atraso máximo ou do número ponderado de *jobs* atrasados, conforme apresentado em Pinedo (2008). Na maioria dos casos, não fica claro para o decisor a melhor métrica a ser utilizada, cabendo-lhe a combinação daquelas que considera mais relevantes em uma visibilidade multiobjetivo.

Na área de gestão de carteiras, embora os trabalhos publicados considerem majoritariamente funções isoladas de retorno e risco (bi-objetivo), há também registros de pesquisas envolvendo, sobretudo, o acréscimo de qualificadores relacionados à cardinalidade do *portfólio*, isto é, o número de ativos presentes em uma carteira (Dias, 2008; Anagnostopoulos e Mamanis, 2010). De modo geral, entende-se que o investidor prefere manter uma carteira composta por menos ativos quando há equivalência de projeções de retorno e risco entre as alternativas disponíveis.

Nesta seção, serão apresentadas duas metodologias básicas para o tratamento de modelos multiobjetivo: a primeira delas se baseia na conversão de um problema de múltiplos critérios através da aplicação de fatores ponderativos às funções objetivo, transformando-as em uma função única representativa do sistema; a segunda corresponde ao estabelecimento de fronteiras de Pareto ou fronteiras de não dominância, que serão devidamente esclarecidas.

Seja $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \dots \ x_n]$ o vetor constituído pelas variáveis do problema estudado, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ o vetor associada às m funções objetivo admitidas e $g_i(\mathbf{x})$ a função representativa da i -ésima restrição presente no problema, onde:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \\ f_3(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ f_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (23)$$

Um problema multiobjetivo pode ser representado genericamente por:

$$\max_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

sujeto a $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} g_1(\mathbf{x}) \\ g_2(\mathbf{x}) \\ g_3(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ g_n(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$ (24)

2.8.1.1 Formulação A - Método das Ponderações

A conversão para uma função mono-objetivo requer que o usuário determine pesos ou índices de ponderação w_i para cada uma das funções qualificadoras, em consonância com a importância relativa percebida, de modo que o somatório totalize 1. A função objetivo adaptada é caracterizada, portanto, por:

$$h(\mathbf{x}) = \mathbf{w}\mathbf{f}(\mathbf{x}), \text{ onde:}$$

$$\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ w_3 \dots \ w_m] \text{ e} \quad (25)$$

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1$$

Observa-se que a composição dos pesos depende fundamentalmente da percepção do gestor em relação à relevância ou à significância dos critérios para a solução global do problema. Quantificar essa comparação pode se tornar um processo difícil e altamente subjetivo, até mesmo impraticável em muitos contextos. Uma vez que a função é mono-objetivo, apenas uma solução ótima é computada. Apesar disso, é possível empreender uma

análise de sensibilidade que propicie uma visão de como as soluções ótimas diferem em resposta a solicitações distintas de abordagem.

Considere, por exemplo, $f_1(\mathbf{x})$ o retorno e $f_2(\mathbf{x})$ o risco mensurados para uma carteira \mathbf{x} . A escolha $\mathbf{w}' = [1 \ 0]$, por exemplo, indica uma situação extrema na qual apenas o fator retorno é relevante para o decisor; nesse caso, há uma tendência natural para a escolha de ativos com expectativas elevadas de retorno, independentemente dos níveis de risco assumidos. A alternativa $\mathbf{w}'' = [0 \ 1]$ revela um posicionamento de conservadorismo extremo, sendo o risco o fator isolado de avaliação; ativos com baixas projeções de variabilidade e, consequentemente, retornos esperados menores são selecionados. Já $\mathbf{w}''' = [0,5 \ 0,5]$, por exemplo, sinaliza um posicionamento intermediário, havendo priorização de carteiras equilibradas com diversificação orientada para retornos e riscos médios.

De modo geral, quanto maior o índice de ponderação de $f_1(\mathbf{x})$, maior a inclinação do investidor para assumir riscos. Apesar da perda de informação contida na valoração do conjunto de objetivos, essa metodologia é computacionalmente mais simples e fácil de ser implementada, conforme demonstrado por Lin e Gen (2007).

2.8.1.2 Formulação B - Soluções de Pareto

A metodologia de busca orientada para um conjunto de soluções não dominadas assume que não há qualquer consideração inicial sobre a preferência do agente decisor quanto à utilidade das funções objetivo presentes no problema. Desse modo, cada solução é comparada às demais através de um critério de dominância, o qual determina que uma solução \mathbf{x}_1 é não dominada por \mathbf{x}_2 quando é, no mínimo, tão boa quanto \mathbf{x}_2 para todas as funções avaliadas e \mathbf{x}_1 é melhor que \mathbf{x}_2 de acordo com pelo menos uma das funções sob estudo (Zitzler, 1998). Essa comparação pode ser representada matematicamente da seguinte forma, admitindo-se um objetivo generalista de maximização:

$$(\forall_i: f_i(\mathbf{x}_1) \geq f_i(\mathbf{x}_2)) \text{ E } (\exists_j: f_j(\mathbf{x}_1) > f_j(\mathbf{x}_2)) \quad (26)$$

A figura seguinte exemplifica a definição de relações de dominância relativamente ao ponto B para outros pontos discretos do espaço bidimensional. B é dominado por A, pois $f_1(B) < f_1(A)$ e $f_2(B) < f_2(A)$. B é indiferente a E, pois $f_1(B) > f_1(E)$ e $f_2(B) < f_2(E)$. B domina C, sendo $f_1(B) > f_1(C)$ e $f_2(B) > f_2(C)$.

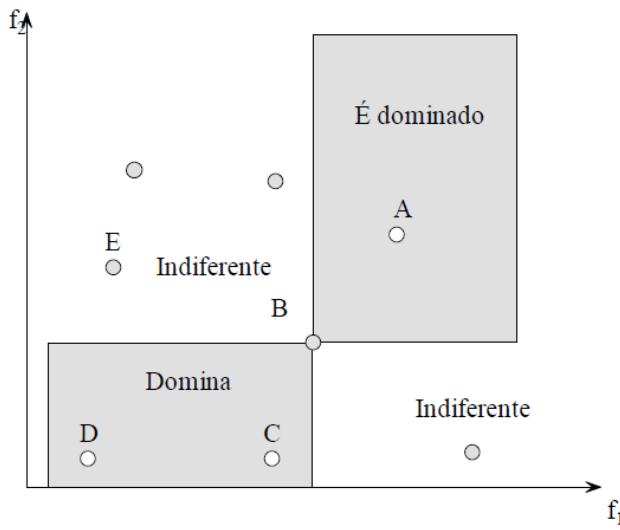


Figura 6 – Espaço função objetivo com relações de dominância para o ponto B. Fonte: Zitzler, 1999 *apud* Cheung, 2004.

O propósito desse método consiste em selecionar comparativamente no espaço de busca todas as soluções não dominadas que atendam às restrições impostas pelo problema. A região que comprehende as soluções compatíveis com o conjunto de restrições é intitulada região factível e o conjunto de soluções não dominadas na região factível integra a fronteira ótima de Pareto. Sendo S o conjunto representativo do espaço de busca na região factível, o conjunto Pareto-ótimo P é designado por:

$$P = \{x_i \in S \mid \nexists x_j \in S : x_i \text{ é dominado por } x_j\} \quad (27)$$

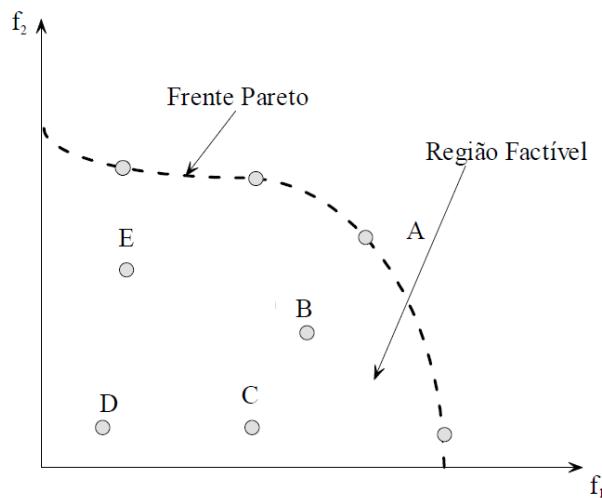


Figura 7 – Gráfico ilustrativo da região factível e da frente de Pareto em um problema biobjetivo. Fonte: Zitzler, 1999 *apud* Cheung, 2004.

Uma vez que a fronteira de Pareto é devidamente identificada, cabe ao responsável pela decisão promover a avaliação das alternativas e empregar informações de alto nível para conceber aquela que apresenta maior aptidão funcional para o seu contexto. No caso da

composição de carteiras de investimento, é fundamental que o gestor tenha certa visibilidade quanto à expectativa de remuneração pelo risco assumido, o que pode ser formalizado empiricamente pela disposição gráfica do conjunto ótimo.

2.8.2 Algoritmos Genéticos

Algoritmos genéticos são rotinas computacionais estocásticas baseadas na extensão aplicativa de conceitos da Teoria da Evolução, inicialmente proposta por Darwin (1859, 1871). Holland (1975) é considerado o pioneiro na assimilação da teoria evolucionista como recurso computacional em seu trabalho *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Mais tarde, Goldberg (1989) publicou uma obra fundamental para a consolidação da área, intitulada *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*.

Em um algoritmo genético, cada solução (indivíduo) é representada através de um conjunto de cromossomos representativos das variáveis do problema; um cromossomo, por sua vez, é devidamente codificado em unidades binárias ou reais (genes), passíveis de manipulação coordenada por operadores genéticos de reprodução e mutação que garantem a manutenção da diversidade e a busca sistemática por indivíduos mais bem adaptados. A imagem seguinte ilustra um exemplo de indivíduo com cinco cromossomos em codificação binária.

110000	010101	101001	110100	001101
--------	--------	--------	--------	--------

Figura 8 – Solução-indivíduo de algoritmo genético com codificação binária e cinco cromossomos (variáveis).
Fonte: Guimarães e Ramalho, 2001.

O nível de adaptabilidade de uma solução é mensurado com o auxílio de uma função qualificadora, geralmente denominada função *fitness* ou de aptidão. O valor atribuído ao indivíduo pela função *fitness* estabelece o seu grau de propensão ou susceptibilidade para a participação na geração de filhos das gerações subsequentes. Nesse sentido, espera-se que os indivíduos mais bem adaptados apresentem maior probabilidade de perpetuação de seus genes através das gerações de populações, contribuindo para a melhoria geral do nível adaptativo. Embora inicialmente todas as soluções sejam candidatas potenciais, empregam-se recursos probabilísticos que priorizam a seleção das mais bem avaliadas.

Apesar de contemplarem uma propriedade estocástica intrínseca, os algoritmos genéticos apresentam fases bem estruturadas (Guimarães e Ramalho, 2001). Inicialmente, deve-se conceber uma população inicial de maneira aleatória. Em seguida, as soluções geradas são avaliadas de acordo com a função de qualificação, que expressa quantitativamente

o valor adaptativo de cada uma; esse índice é empregado como referência para o procedimento normativo de seleção de indivíduos pais ou soluções geradoras.

Os procedimentos mais comuns para a seleção dos indivíduos são: seleção proporcional, seleção por *ranking* e seleção por torneio (Pappa, 2002).

Na seleção proporcional, a probabilidade de que um indivíduo seja selecionado deve ser proporcional ao valor de sua função de aptidão; normalmente, empreende-se um mecanismo comparável a uma roleta, onde cada solução é designada a uma parcela da roleta proporcional à representatividade da participação do seu valor *fitness* na composição da soma de todos os valores de aptidão; a roleta é então girada P vezes, sendo o ponto de parada o indicador de qual indivíduo deve ser selecionado.

Na seleção por *ranking*, os indivíduos são ordenados de acordo com os valores da função *fitness* e recebem novas atribuições de peso de acordo com o comando do programador. Prossegue-se com um procedimento normal de seleção proporcional conforme descrito anteriormente, porém adotando-se como referência os novos valores atribuídos.

A seleção por torneio apresenta como característica o sorteio aleatório de k indivíduos a cada rodada, sem distinção prévia quanto ao valor da função de aptidão. Dentre os sorteados, seleciona-se apenas aquele que apresenta maior valor para a função *fitness*. Esse procedimento é replicado para a seleção de todos os pais.

Uma vez selecionados, os indivíduos pais são submetidos, com certa probabilidade, a operadores genéticos de reprodução ou cruzamento, os quais empreendem trocas pontuais de partições de material genético para a concepção de novas soluções filhas híbridas que comporão a geração seguinte; há também a possibilidade de que os pais selecionados não se reproduzam na iteração corrente e sejam simplesmente replicados na geração seguinte. A concorrência entre as duas alternativas mencionadas acima é regida por uma taxa de cruzamento, a qual normalmente assume valores entre 60% e 100%, sendo o percentual referente à incidência efetiva do operador reprodutivo. A figura a seguir ilustra a ocorrência de um cruzamento de ponto único.

X₁ X₂ | X₃ X₄ X₅ X₆

Y₁ Y₂ | Y₃ Y₄ Y₅ Y₆

(a) Antes do Cruzamento

X₁ X₂ | Y₃ Y₄ Y₅ Y₆

Y₁ Y₂ | X₃ X₄ X₅ X₆

(b) Depois do Cruzamento

Figura 9 – Exemplo de operação de cruzamento de ponto único com troca de material genético. Fonte: Pappa, 2002

Quando a população de filhos está completa, empreende-se um operador de mutação, o qual, também com certa probabilidade, pode modificar o valor pontual de um gene e condicionar a formação de um novo indivíduo. Essa operação se orienta a partir da taxa de mutação, a qual comumente está situada entre 1% e 10%, a depender da solicitação do usuário. Segundo Holland (1975), a mutação pode ser compreendida como um operador de *background*, que assegura a introdução e a manutenção da diversidade genética na população. Guimarães e Ramalho (2001) ressaltam também que a mutação projeta uma probabilidade maior que zero para o alcance de qualquer indivíduo do espaço de busca.

A figura 10 exibe a estrutura geral de funcionamento de um algoritmo genético.

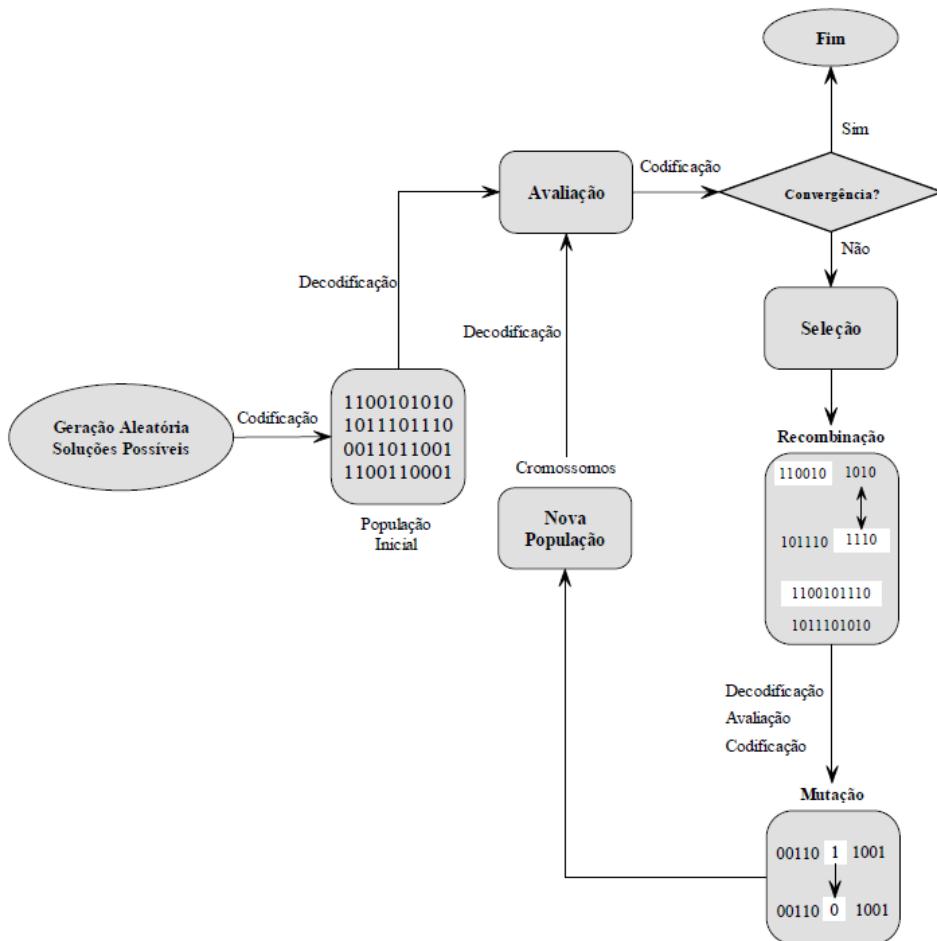


Figura 10 – Fluxograma geral de um algoritmo genético. Fonte: Cheung, 2004.

Uma prática bastante comum na estruturação de algoritmos genéticos consiste na configuração de códigos elitistas, nos quais o grupo dos n indivíduos mais adaptados são mantidos a cada nova geração, evitando-se a perda sistemática de boas soluções. Deve-se considerar, no entanto, que um nível elevado de n pode comprometer a expansividade do espaço de busca. Em virtude disso, situações com $n = 1$ ou $n = 2$ são mais comuns.

Após a finalização da varredura do operador de mutação, procede-se a reinicialização do bloco principal do algoritmo, contemplando novamente as etapas de avaliação pela função *fitness*, seleção, reprodução e mutação. O algoritmo normalmente é finalizado quando um determinado número de gerações é alcançado ou quando o percentual relativo de progressão adaptativa entre as melhores soluções de gerações consecutivas não é significativo.

Observa-se que a implementação de um algoritmo genético para a resolução de um problema exige que o usuário ou programador estabeleça uma combinação eficaz de parâmetros de planejamento dentre possibilidades distintas de métodos e valores característicos: comprimento do indivíduo, tamanho da população, função *fitness*, método de seleção, taxa e método de cruzamento, taxa e método de mutação, condição de parada, dentre outros. Embora a literatura apresente recomendações típicas, a utilização de procedimentos quantitativos para esse propósito tem se tornado cada vez mais comum, sobretudo no âmbito do *design* e análise de experimentos (Reeves e Wright, 2012).

2.8.3 Algoritmos Genéticos Multiobjetivo

Os algoritmos genéticos multiobjetivo (AGMOs) são extensões aplicativas dos procedimentos de computação evolucionária para o tratamento de problemas com critérios múltiplos de qualificação das soluções. Esses algoritmos desempenham buscas simultâneas orientadas a populações de soluções, o que demonstra compatibilidade com o propósito de fornecer conjuntos de soluções qualificadas em conformidade com os critérios de não dominância (Pappa, 2002). O produto do mecanismo de busca compreende as P soluções mais bem adaptadas, sendo P a dimensão da população. O desafio, no entanto, reside em incorporar um procedimento adaptativo que conte cole a formação progressiva de um conjunto de Pareto adequadamente distribuído no espaço de busca.

De acordo com Anagnostopoulos e Mamanis (2010), os AGMOs se diferenciam dos demais algoritmos genéticos em relação ao modo como a seleção é concebida: a classificação adaptativa das soluções se baseia no *status* de dominância relativamente aos demais indivíduos da população e técnicas de preservação da diversidade impedem a convergência para um ponto único na fronteira. A principal vantagem desses métodos, segundo os autores, está associada à possibilidade de obtenção de aproximações satisfatórias para a fronteira não dominada em um tempo computacional limitado (Anagnostopoulos e Mamanis, 2010).

A primeira proposição de um AGMO foi coordenada por Schaffer que, em 1984, implementou uma rotina denominada *Vector-Evaluated Genetic Algorithm* (VEGA). A

aplicação sugerida por Schaffer se baseia no seguinte princípio: o algoritmo genético tradicional é modificado de modo a executar ciclos específicos de busca no domínio de cada um dos objetivos do problema, compondo subpopulações; essas subpopulações são, em seguida, unidas para condicionar a interposição dos operadores genéticos de reprodução e mutação e o restabelecimento do ciclo. Em um código caracterizado por P indivíduos e m critérios de otimização, formam-se k subpopulações de tamanho $\frac{P}{m}$ cada, conforme ilustrado pela figura 10:

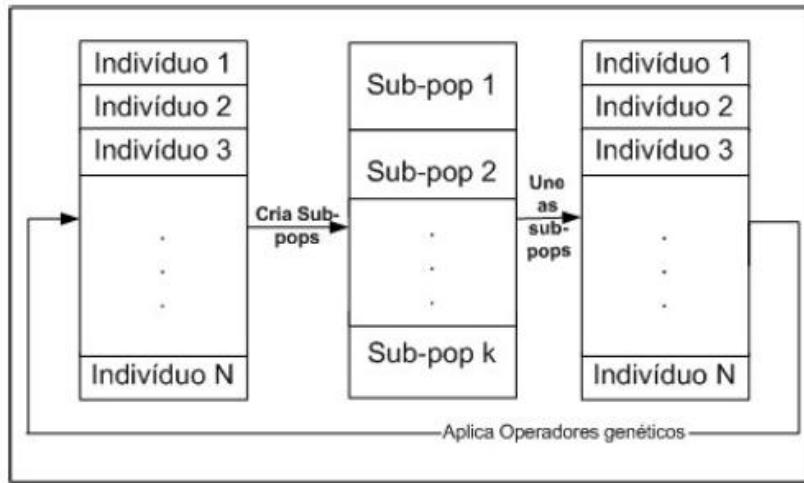


Figura 11 – Algoritmo pioneiro *Vector-Evaluated Genetic Algorithm* para otimização multiobjetivo baseada em algoritmos genéticos. Fonte: Coello et. al., 2002 *apud* Pappa, 2002.

O algoritmo VEGA recebeu críticas relacionadas à priorização de resultados com indivíduos considerados fortes para objetivos sob avaliação, porém com bom desempenho restrito a apenas uma das categorias, caracterizando-se um fenômeno de formação de soluções especialistas denominado especiação. Em uma tentativa de fornecer uma alternativa para essa deficiência, Goldberg (1989) propôs o estabelecimento de um sistema classificatório baseado em níveis de dominância, de modo que grupos de soluções com graus de dominância mais elevados fossem progressivamente retirados da concatenação para a formação de novas frentes não dominadas a partir dos indivíduos remanescentes. No final, a totalidade da população seria designada para uma frente de dominância em concordância com o grau de dominância que apresenta (Cheung, 2004).

A proposta de Goldberg (1989) foi bem aceita pela comunidade científica e fomentou a publicação de novos trabalhos. Diversos pesquisadores se dedicaram ao desenvolvimento de novas modalidades de AGMOs com a finalidade de aperfeiçoar o desempenho computacional e expandir a aplicabilidade de códigos genéticos no campo da otimização multicritério. Os algoritmos seguintes apresentaram destaque: *Multiobjective*

Genetic Algorithm - MOGA (Fonseca e Fleming, 1993); *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm* (Srinivas e Deb, 1994); *Niched Pareto Genetic Algorithm - NPGA* (Horn et. al., 1994); *Strength Pareto Genetic Algorithm - SPEA* (Zitzler e Thiele, 1999).

Os AGMOs podem ser classificados de acordo com a presença ou não de propriedades de elitismo (Deb, 2001 *apud* Cheung, 2004). Normalmente, o elitismo pode ser incorporado através da manutenção de uma população externa que arquiva os melhores indivíduos não dominados obtidos ao longo do processo iterativo evolucionário ou do uso de uma estratégia de seleção baseada em iterações aninhadas, onde pais e filhos gerados competem simultaneamente pela perpetuação, sendo selecionados aqueles não dominados para a geração posterior. A preservação elitista favorece o aumento de *performance*, o que provocou críticas à funcionalidade das classes de algoritmos que não apresentam essa característica (Anagnostopoulos e Mamanis, 2010).

2.8.3.1 O algoritmo NSGA-II

O algoritmo de referência para a aplicação pretendida deste trabalho é denominado *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II* e foi proposto por Deb. et. al. (2002) como uma alternativa para a redução da complexidade computacional do código anterior NSGA (Srinivas e Deb, 1994) no que diz respeito à classificação baseada em critérios de dominância e também para a incorporação da propriedade de elitismo, que pode acelerar o desempenho da busca e evitar a perda de boas soluções encontradas ao longo das iterações (Rudolph, 1999; Zitzler, 2002 *apud* Deb et. al., 2002).

O NSGA-II desempenha a classificação multiobjetivo das soluções por meio da formação de frentes ou fronteiras não dominadas, em consonância com as sugestões iniciais de Goldberg (1989). A progressão elitista, por sua vez, se baseia na competição simultânea entre pais e filhos gerados pela seleção para as iterações seguintes.

Para esclarecer o funcionamento básico do código mencionado, são exibidos nos quadros seguintes as principais funções sugeridas pelos autores, bem como o *loop* principal. Prefere-se o emprego de uma pseudolinguagem de maneira a facilitar a compreensão do leitor.

O quadro 1 corresponde à função de ordenação de uma população de soluções com fundamento em conceitos de dominância. Inicialmente, para cada solução, são computadas duas entidades: n_i , que especifica a quantidade de soluções que dominam a solução i ; e S_i , um conjunto de todas as soluções dominadas pela solução i . Após esse procedimento, os pontos para os quais $n_i = 0$ são designados para uma lista \mathcal{F}_1 , que assume o papel de fronteira corrente.

Em seguida, para cada solução i que compõe a fronteira corrente, deve-se visitar cada solução j em seu grupo S_i e reduzir o contador n_j em uma unidade. Caso alguma solução assuma $n_j = 0$ após a redução, esta é posicionada em uma lista separada \mathcal{H} . Assim que todos os componentes da fronteira corrente são avaliados, estes são declarados membros da primeira fronteira e o processo é repetido assumindo-se \mathcal{H} como a nova fronteira corrente. A função finaliza quando todas as fronteiras são devidamente identificadas (Deb et. al., 2002).

<pre> <i>classificacao-nao-dominada(P)</i> para cada $p \in P$ para cada $q \in P$ se ($p \prec q$) então $S_p = S_p \cup \{q\}$ senão se ($q \prec p$) então $n_p = n_p + 1$ se ($n_p = 0$) então $\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_1 \cup \{p\}$ $i = 1$ enquanto $\mathcal{F}_i \neq \emptyset$ $\mathcal{H} = \emptyset$ para cada $p \in \mathcal{F}_i$ para cada $q \in S_p$ $n_q = n_q - 1$ se ($n_q = 0$) então $\mathcal{H} = \mathcal{H} \cup \{q\}$ $i = i + 1$ $\mathcal{F}_i = \mathcal{H}$ </pre>	Se p domina q Incluir q em S_p Se p é dominado por q Aumentar n_p Se nenhuma solução domina p p se torna membro da primeira fronteira para cada solução em \mathcal{F}_i alterar cada solução que compõe S_p Reduzir n_q Case n_q seja zero, torna-se membro da lista \mathcal{H} Fronteira corrente é formada por todos os membros de \mathcal{H}
--	---

Quadro 1 – Função NSGA-II de classificação baseada em não dominância. Fonte: Deb et. al., 2002

Para garantir uma dispersão adequada das soluções selecionadas no espaço de busca, Deb et. al. (2002) determinam uma função que designa atributos de distância para soluções relativamente ao grupo a que pertencem, de modo que soluções mais isoladas nesse grupo sejam priorizadas no processo seletivo em detrimento de soluções posicionadas em regiões com elevada concentração de pontos. Sejam \mathcal{I} o conjunto de soluções sob verificação, i o identificador de uma solução e m o identificador de um objetivo, o quadro 2 exibe o pseudocódigo correspondente à função:

<pre> <i>atribuicao-distancias(I)</i> $l = \mathcal{I}$ para cada i, $\mathcal{I}[i]_{distancia} = 0$ para cada objetivo m $\mathcal{I} = \text{classificar}(\mathcal{I}, m)$ $\mathcal{I}[1]_{distancia} = \mathcal{I}[l]_{distancia} = \infty$ para $i = 2$ até $(l - 1)$ $\mathcal{I}[i]_{distancia} = \mathcal{I}[i]_{distancia} + (\mathcal{I}[i + 1].m - \mathcal{I}[i - 1].m)$ </pre>	Número de soluções em \mathcal{I} Inicialização das distâncias Classificar de acordo com cada objetivo Pontos extremos são sempre selecionados Atribuição para os demais pontos
---	---

Quadro 2 – Função NSGA-II para determinação de distâncias entre soluções quanto aos objetivos.

Fonte: Deb et. al., 2002.

Deb et. al. (2002) definem também um operador de comparação sinalizado por \geq_n que orienta a composição de uma fronteira de Pareto uniformemente dispersa ao longo da execução do algoritmo. Esse operador classifica as soluções por meio de dois atributos: a classificação de não dominância (i_{class}), computada pelo bloco *classificacao-nao-dominada*; e a distância local (i_{dist}), calculada em *atribuicao-distancias*. A ordenação indicada por \geq_n obedece à seguinte lógica:

$i \geq_n j$ se ($i_{class} < j_{class}$) ou (($i_{class} = j_{class}$) e ($i_{dist} > j_{dist}$))	Solução i é superior à solução j quando: Solução i apresenta classificação melhor que a solução j sob o critério de não dominância ou Solução i é equivalente à solução j em termos de não dominância, porém está localizada em uma região de menor concentração de pontos, apresentando uma distância maior
---	---

Quadro 3 – Operador de classificação do NSGA-II. Fonte: Deb et. al., 2002.

O bloco principal do NSGA-II utiliza as funções descritas acima em associação com operações tradicionais de algoritmos genéticos, como seleção, cruzamento e mutação. Inicialmente, gera-se uma população P_0 . Essa população é então classificada de acordo com os critérios de não dominância, sendo cada solução caracterizada por um determinado nível. Seleção por torneio, recombinação gênica e mutação são usados para criar uma população filha Q_0 de tamanho N . A partir da primeira geração, o procedimento é coordenado pelo *loop* indicado no quadro 4:

<i>Loop_principal</i>	
$R_t = P_t \cup Q_t$ $\mathcal{F} = \text{classificacao-nao-dominada}(R_t)$ até $ P_{t+1} > N$ $\text{atribuicao-distancias}(\mathcal{F}_i)$ $P_{t+1} = P_{t+1} \cup \mathcal{F}_i$ classificar(P_{t+1}, \geq_n) $P_{t+1} = P_{t+1}[0:N]$ $Q_{t+1} = \text{fazer_nova_populacao}(P_{t+1})$ $t = t + 1$	Combinar populações de pais e filhos Identificar todas as fronteiras não dominadas $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3, \dots)$ Até a população pai ser preenchida Atribuir distâncias para membros de \mathcal{F}_i Incluir a i -ésima fronteira não dominada na população pai Empregar \geq_n para classificação Selecionar os N primeiros elementos de P_{t+1} Usar operadores de seleção, crossover e mutação para criar nova população

Quadro 4 – Loop principal do algoritmo NSGA-II. Fonte: Deb et. al., 2002.

Inicialmente as populações de pais e filhos são combinadas; em seguida, procede-se a classificação baseada em critérios de não dominância, identificando-se gradualmente as fronteiras não dominadas. Até que a nova geração de pais esteja completa, realiza-se a atribuição de distâncias para as soluções pertencentes às fronteiras, que são anexadas à população. As soluções que compõem a nova geração são ordenadas de acordo com o operador \geq_n , selecionando-se apenas os N primeiros indivíduos. Enfim, dá-se continuidade com o emprego de operadores de seleção, cruzamento e mutação para geração da população

filha. O algoritmo finaliza quando um determinado número de gerações, a critério do programador, é alcançado.

A adaptação do algoritmo para a aplicação sugerida será devidamente esclarecida no âmbito do desenvolvimento.

3. DESENVOLVIMENTO

3.1 DESCRIÇÃO DO PROTOCOLO DE PESQUISA

O escopo aplicativo deste trabalho compreende os 101 títulos patrimoniais mais negociados na BM&F BOVESPA para o quadriênio de setembro a dezembro de 2012, admitindo-se como referência de negociabilidade o quantitativo de negócios desempenhados e o volume financeiro associado. Os 101 ativos componentes integralizam o índice IBrX, ou índice Brasil, cuja carteira hipotética obedece à representatividade relativa de cada um dos papéis no que se refere à quantificação total de transações. O Anexo 1 apresenta os dados gerais relacionados aos ativos mencionados, incluindo código de negociação, nome, tipologia, quantidade teórica e participação no índice IBrX. A Tabela 3 categoriza as ações candidatas de acordo com os setores de atuação reconhecidos pela instituição financeira.

Tabela 3 – Ações candidatas discriminadas por setor de atuação. Fonte: BM&F BOVESPA, 2012

Setor		Ações constituintes
Bens industrializados	Materiais de transporte	EMBR3, MYPK3, POMO4, RAPT4
Consumo não Básico	Alimentos Processados	BRFS3, CSAN3, JBSS3, MRFG3
Consumo não Cíclico	Bebidas	AMBV3, AMBV4
	Comércio Distribuidor	PCAR4, RADL3
	Fumo	CRUZ3
	Produto Pessoal Limpeza	NATU3
	Agropecuária	VAGR3
	Saúde	AMIL3, DASA3, ODPV3
Construção e Transporte	Construção e Engenharia	BBRK3, BISA3, CYRE3, EVEN3, EZTC3, GFSA3, MRVE3, PDGR3, RSID3, TCSA3
	Transporte	ALLL3, ARTR3, CCRO3, ECOR3, GOLL4, LLXL3
Consumo Cíclico	Comércio	BTOW3, LAME4, LREN3, MGLU3
	Tecidos Vestuário Calçados	HGTX3
Diversos		AEDU3, RENT3, MPLU3
Financeira e Outros	Exploração de Imóveis	BRML3, BRPR3, IGTA3, MULT3
	Holdings Diversificados	BRAP4, UGPA3
	Intermediários Financeiros	BRSR6, BBDC3, BBDC4, BBAS3, ITSA4, ITUB4, SANB11
	Previdência e Seguros	PSSA3, SULA11

Setor		Ações constituintes
	Serviços Financeiros Diversos	BVMF3, CTIP3, CIEL3
Materiais Básicos	Madeira e Papel	DTEX3, FIBR3, KLBN4, SUZB5
	Mineração	CCXC3, MMXM3, VALE3, VALE5
	Químicos	BRKM5
	Metalurgia	GGBR4, GOAU4, CSNA3, USIM3, USIM5
Petróleo, Gás e Biocombustíveis		HRTP3, OGXP3, PETR3, PETR4, QGEP3
Tecnologia da Informação	Programas e Serviços	TOTS3
Telecomunicação	Telefonia Fixa	OIBR3, OIBR4, VIVT4
	Telefonia Móvel	TIMP3
Utilidade Pública	Saneamento	CSMG3, SBSP3
	Energia Elétrica	GETI4, CMIG4, CESP6, CPLE6, CPFE3, ELET3, ELET6, ELPL4, ENBR3, LIGT3, MPXE3, TBLE3, TRPL4

As cotações históricas de preços para os ativos candidatos foram importadas em formato tabular a partir do sítio eletrônico da BM&F BOVESPA (2012). De maneira a prover maior precisão para as estimativas de médias e covariâncias exigidas pelo modelo de otimização (Alexander, 2005), os dados de retornos mensais totalizam até 101 amostras, coletadas em uma extensão temporal de 8 anos e 6 meses, com início em 30/01/2004 e término em 29/06/2012.

O cômputo do retorno mensal é fundamentado na variação entre os preços de fechamento referentes aos últimos dias úteis de negociação para meses subsequentes. Por exemplo, se 30/01/2004 representa o último dia de negociação para o mês de janeiro de 2004 e 27/02/2004 o último dia de negociação para o mês de fevereiro, utilizam-se as cotações finais de preços do par para compor o retorno. Remunerações advindas da posse do ativo, como juros e dividendos, não são contabilizadas.

Apesar da abrangência do intervalo de amostragem, é pertinente considerar que apenas 31 dos 101 ativos iniciais mantiveram-se disponíveis para negociação desde o marco inicial da coleta. Os demais 70 ativos foram introduzidos em pontos específicos da extensão da amostragem. O histograma apresentado na Figura 12 classifica os ativos candidatos de acordo com o número de amostras introduzidas ou disponibilizadas em cada ano-semestre.

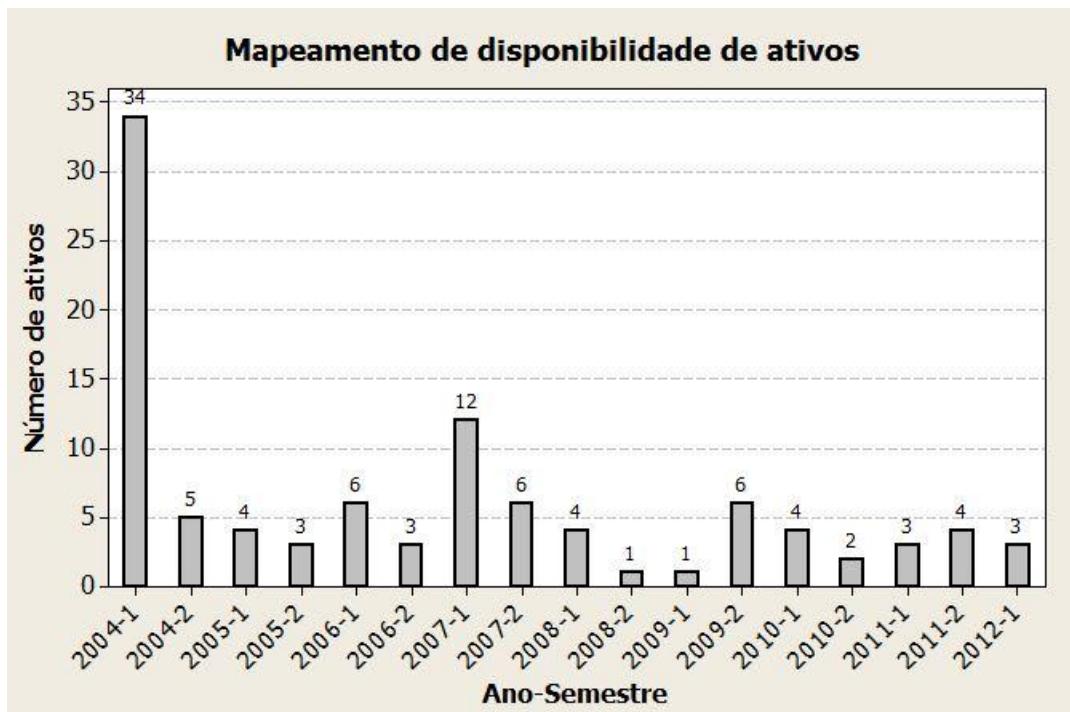


Figura 12 – Mapeamento de disponibilização de ativos no horizonte de amostragem

Em vista da restrição de indisponibilidade de dados, algumas premissas devem ser adotadas: a) os erros correspondentes às estimativas de médias e covariâncias dos retornos dependem fundamentalmente das dimensões das amostras; b) Os valores estimados para os componentes do vetor de médias e da matriz de variância-covariância podem apresentar níveis distintos de precisão impostos pela desigualdade das séries históricas no que diz respeito à extensão; c) admitindo-se que s designa a quantidade de amostras para um determinado ativo, a precisão da estimativa para a média do retorno de um ativo i está sujeita apenas à magnitude do intervalo histórico definida por s_i , enquanto a precisão da estimativa para a covariância do par de ativos i e j está atrelada ao indicador $s_{ij} = \min(s_i, s_j)$, de modo que o ativo candidato com menor oferta de dados especifique o limite da precisão.

Com a finalidade de evitar assimetrias elevadas na composição de estimativas, procede-se à continuidade de avaliação apenas para os ativos cujos espaços amostrais correspondem a no mínimo 20% do comprimento do período integral de estimação. Assumindo-se a composição limite de 101 amostras, exige-se uma projeção mínima de 21 amostras para a admissão do ativo enquanto candidato passível de aplicação do procedimento estimador. Em consequência desse requisito, os seguintes títulos são descartados da análise: AEDU3, CCXC3, MGLU3, OIBR3, OIBR4, QGEP3, RADL3, TIMP3, UGPA3, VAGR3 e VIVT4. Todos os papéis excluídos foram indexados à bolsa nos 20 meses anteriores ao mês de junho de 2012, marco final do planejamento. Não se justifica a manutenção de ativos com

dados escassos, uma vez que a qualidade dos estimadores está condicionada tão somente ao comprimento da série histórica.

A eliminação dos 11 títulos referenciados reduz o universo de candidatos para 90 componentes, cujos dados são dispostos em uma tabela obedecendo-se à lógica demonstrada na tabela 4:

Tabela 4 – Organização tabular para os registros de retornos mensais

	<i>Ativo 1</i>	<i>Ativo 2</i>	<i>Ativo 3</i>	...	<i>Ativo 90</i>
30/01/2004					
27/02/2004					
31/03/2004					
:					
29/06/2012					

Cada coluna da tabela é reservada para um ativo candidato e cada linha para um ponto referencial de cotação (fechamento do último dia útil de cada mês). O banco de dados é composto por 90 ativos e 101 pontos discretos de cotação que totalizam 9090 registros. Dados inexistentes são designados pelo identificador NaN, de *Not a Number*. Os registros não numéricos são ignorados pelas rotinas de estimação de média e covariância, não havendo emprego de imputação de dados para o tratamento de dados faltosos. A estimação do vetor de valores esperados e da matriz de variância-covariância é desempenhada com a aplicação da função *estimacao.m*, programada pelo autor da pesquisa e disponível no Anexo 2. O argumento da função corresponde à matriz de registros de retornos (Anexo 3) e as saídas contemplam o vetor de médias-variâncias (Anexo 4) e a matriz de correlação (Anexo 5).

3.2 ANÁLISE DE DADOS

A Figura 13 exibe o diagrama de dispersão para as grandezas estimadas retorno esperado e desvio padrão dos 90 ativos candidatos. Os eixos estão acompanhados de histogramas marginais que demonstram as características agregadas dos dados em relação a essas medidas. Para o retorno esperado, observa-se certa aglomeração entre os valores 0,00 e

0,03, com uma concentração mais pronunciada entre 0,01 e 0,02. Alguns valores estão situados no limiar inferior ao de retorno nulo, indicando uma expectativa agregada de perda financeira no horizonte de planejamento. Para o desvio padrão, evidencia-se uma distribuição amostral acentuadamente assimétrica, com um volume de dados bastante expressivo entre os valores 0,00 e 0,02.

A suposição de que retornos mais elevados estão associados a maiores projeções de risco (Sharpe, 1964; Lintner, 1965) não pode ser comprovada pela associação entre retorno esperado e desvio padrão amostral. Deve-se salientar, no entanto, que o desvio padrão amostral é uma medida de risco ingênuo, pois não incorpora efeitos de externalidades, a exemplo das movimentações conjuntas captadas pela covariância (Neto e Volkmer, 2001).

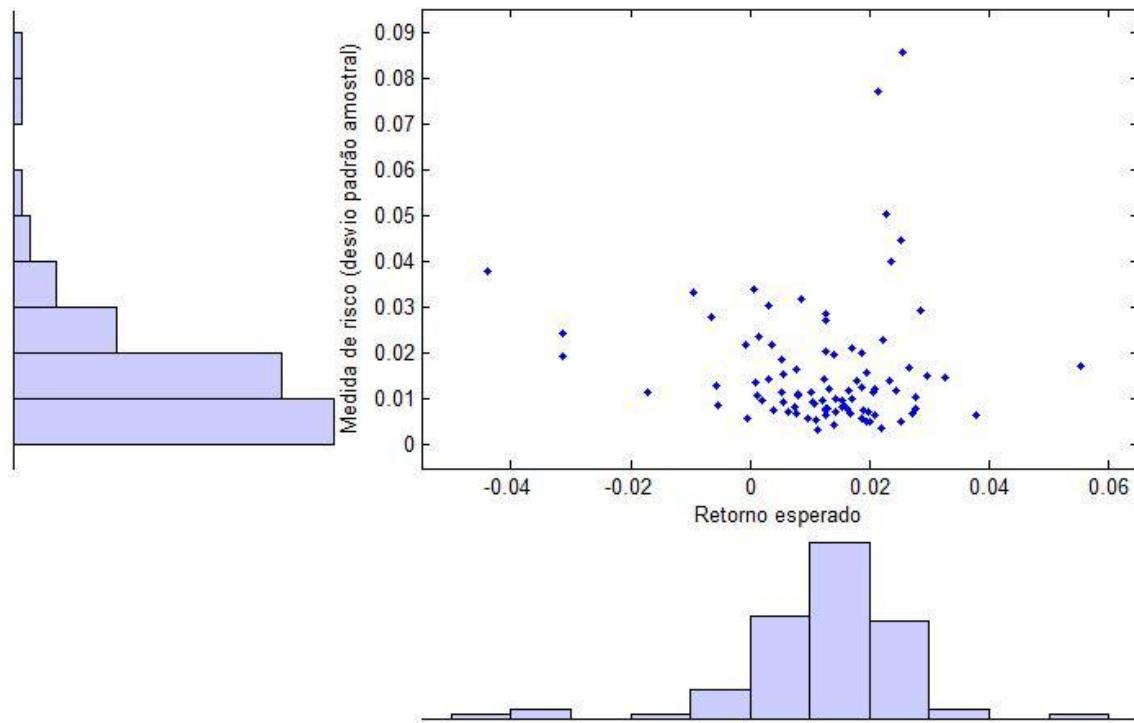


Figura 13 – Diagrama de dispersão com histogramas marginais de retorno esperado e medida de risco para os ativos candidatos

Para que se estabeleça uma visibilidade histórica do desempenho conjunto dos 90 ativos, a Figura 14 ilustra a evolução do retorno médio para uma carteira hipotética igualmente ponderada, de maneira que cada ativo disponível esteja associado a uma participação equitativa na composição. O gráfico evidencia o mau desempenho dos títulos no segundo semestre de 2008, período de crise econômica e insegurança no mercado financeiro, com cinco retornos consecutivos negativos entre junho e outubro.

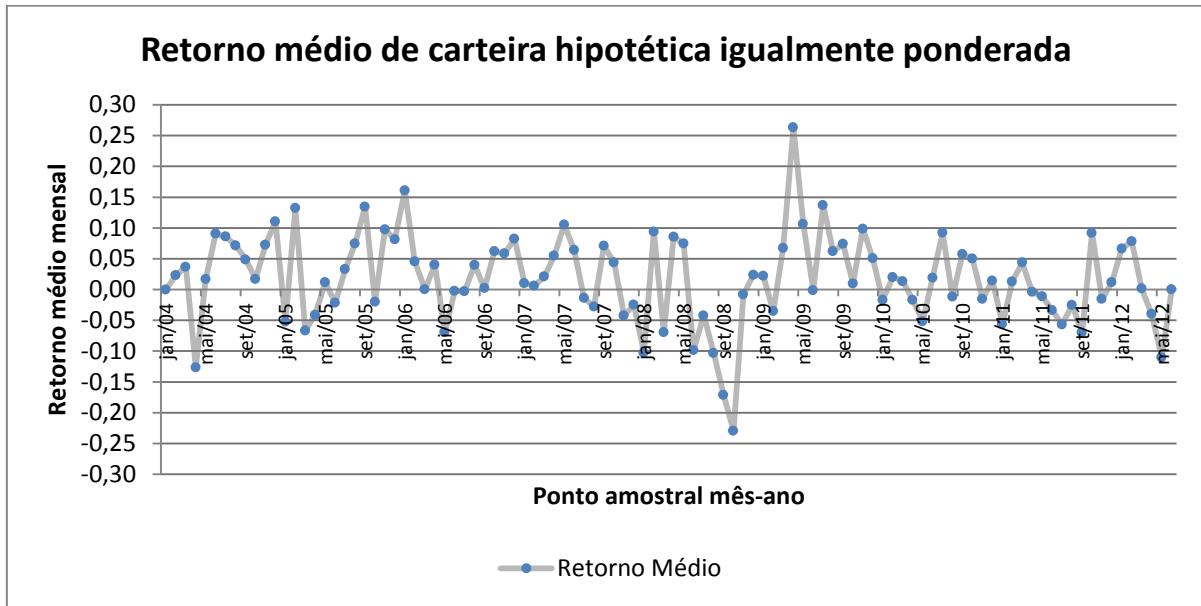


Figura 14 – Evolução temporal de retorno médio de carteira hipotética igualmente ponderada

A Figura 15 dispõe os retornos mensais da carteira hipotética em um histograma com ajuste para uma distribuição normal de probabilidades.

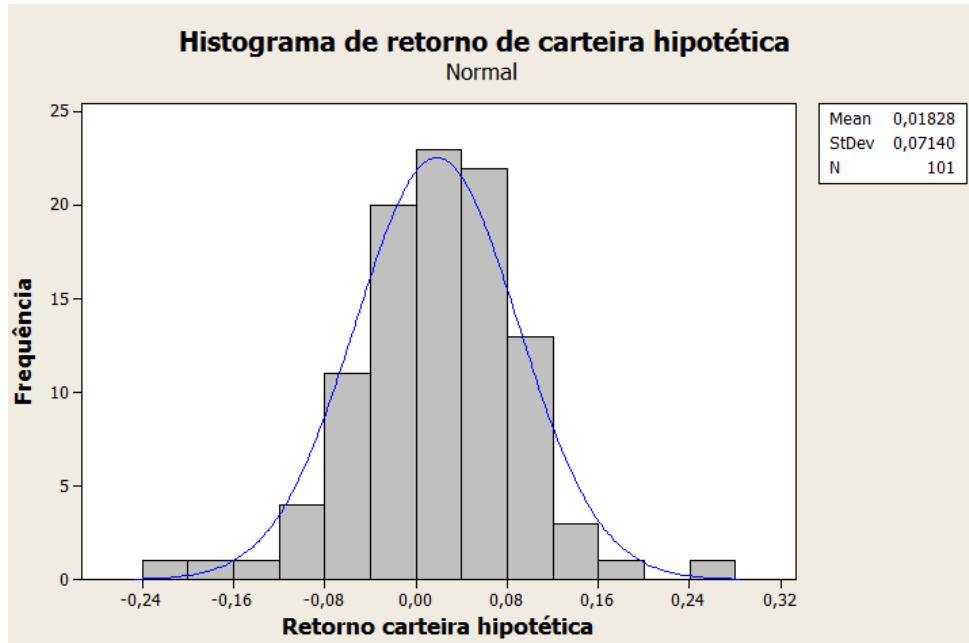


Figura 15 – Histograma de retornos médios de carteira hipotética igualmente ponderada

A distribuição $Normal(\mu = 0,0183; \sigma = 0,0714)$ contempla o melhor ajuste à série histórica da carteira e remete à proposição de Moretin (2011), segundo o qual as distribuições incondicionais de retornos financeiros são aproximadamente normais, porém com caudas mais pesadas, aumentando a probabilidade de ocorrência de valores extremos.

3.3 ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE ENTRADA

Basicamente, o pesquisador deve empreender a estimação de retornos e covariâncias para a totalidade dos ativos candidatos, gerando um vetor de retornos esperados com 90 elementos e uma matriz de covariâncias de dimensão 90 por 90. As estimativas são provisões de entrada para o uso do algoritmo e compõem uma espécie de preparação para a proposição computacional deste trabalho.

Assume-se que o processo estocástico gerador das séries de retornos é estacionário, isto é, a distribuição de probabilidades da qual se extrai as amostras coletadas é constante e temporalmente independente (Alexander, 2005). A suposição parte do princípio de que o planejamento objeto desta pesquisa tem uma característica de longo prazo, viabilizando-se a aplicação de modelos incondicionais de estimativa, em consonância com a exposição da seção 2.7.1.

A título de exemplificação do procedimento estimador em menor escala, são apresentadas análises particulares para os três títulos com maiores volumes de negociação: PETR4, VALE5 e ITUB4. Essas três ações representam aproximadamente 23% do volume integral de negociações do índice IBrX. Inicialmente, avalia-se a evolução temporal dos retornos para cada ativo no período de coleta de dados, bem como a característica da distribuição amostral. Em seguida, deve-se estimar a intensidade com a qual esses ativos estão correlacionados.

A Figura 16 reúne as séries históricas dos papéis selecionados no intervalo entre 30/01/2004 e 29/06/2012.

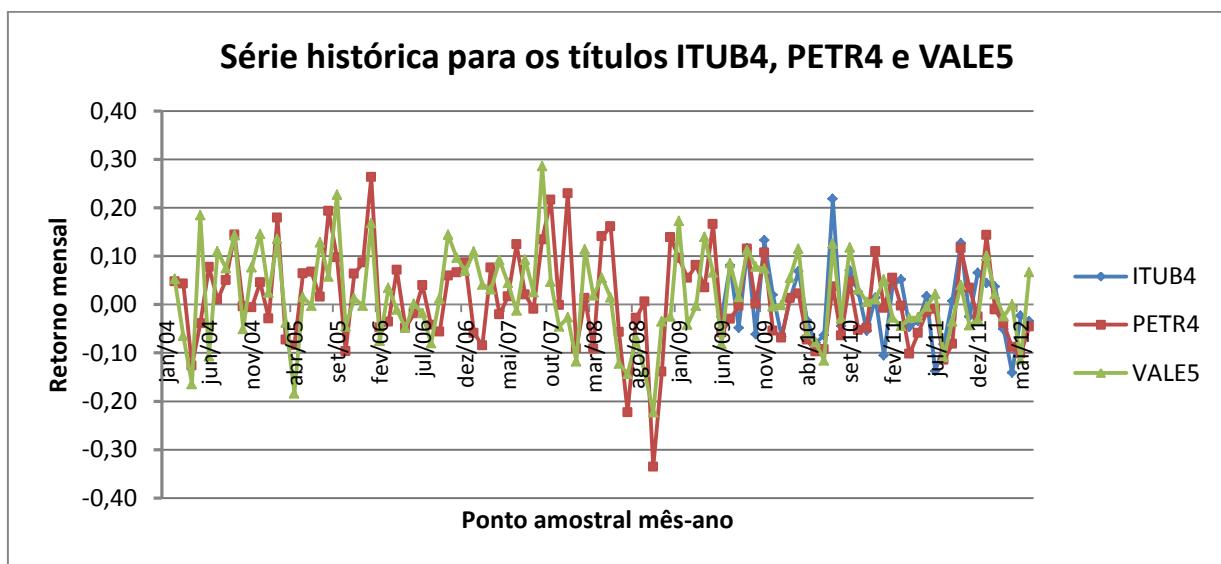


Figura 16 – Evolução temporal dos papéis PETR3, VALE5 e ITUB4 no intervalo de amostragem

Para o modelo incondicional, os retornos esperados dos três ativos equivalem às médias dos retornos amostrados. Desse modo, os retornos esperados dos títulos ITUB4, PETR4 e VALE5 são, respectivamente, -0,04%, 1,08% e 1,61%. Essas estimativas pressupõem que o exercício do planejamento seja orientado para mobilizações de longo prazo, uma vez que se presume a convergência para a média histórica no horizonte de investimento. Supostamente, quanto maior a duração da aplicação, maior a probabilidade de que o retorno real se aproxime do retorno projetado.

A Figura 17 contém o gráfico de correlação para o conjunto de títulos. As diagonais são representações de histogramas das séries temporais e os demais registros são gráficos de dispersão para retornos entre pares.

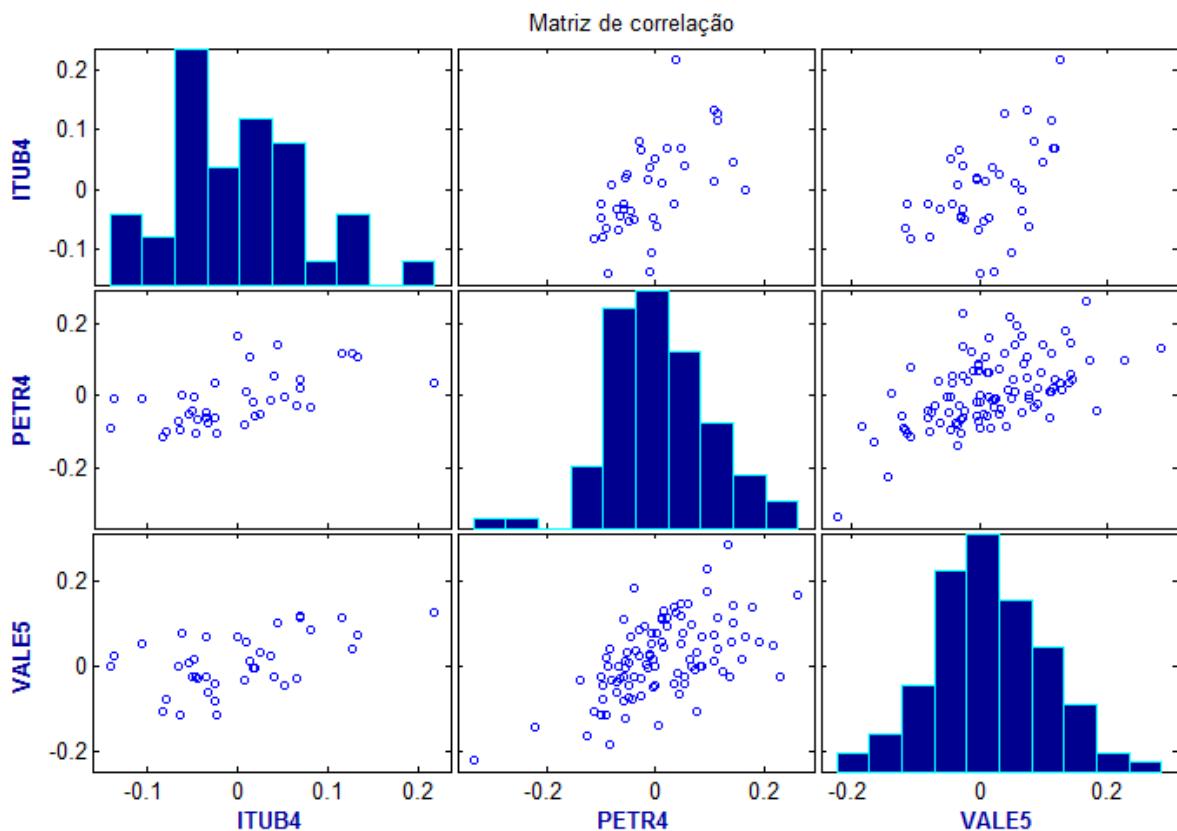


Figura 17 – Histogramas e gráficos de dispersão entre pares para ativos exemplo

Os histogramas evidenciam uma considerável distinção entre os formatos de distribuição amostral para os três ativos selecionados: ITUB4 apresenta uma configuração mais amorfa, assimétrica à direita, com múltiplos picos; PETR4 é caracterizada por baixa incidência de pontos à esquerda, com concentração mais evidente em pontos intermediários; VALE5, por sua vez, projeta uma distribuição mais equilibrada, com características bastante próximas às de uma normal. Essas observações sustentam que a suposição de normalidade para os retornos não deve ser imediatamente aceita, em conformidade com as recomendações

de Neto e Volkmer (2001). Deve-se enfatizar também que o papel ITUB4 está associado a uma amostra menor, o que corrobora a imprecisão da estimativa.

Os coeficientes de correlação informam o grau de convergência linear entre os valores de retornos para pares de ativos (Montgomery, 2009; Devore, 2011). Para o universo de ativos candidatos, o nível de correlação médio corresponde a 0,3185. Esse indicador sinaliza que, em geral, os ativos candidatos estão positivamente correlacionados, porém com intensidade baixa a moderada.

O coeficiente de correlação entre os títulos PETR4 e VALE5 corresponde a 0,5589; ITUB4 e PETR4 estão associados a um coeficiente de 0,4529; ITUB4 e VALE5 estão correlacionados a um nível de 0,3902. Observa-se que não há uma distinção mais pronunciada entre os coeficientes para os ativos empregados como exemplo. É razoável supor que pares de ativos com acentuados índices de negociabilidade sejam caracterizados por índices baixos a moderados de correlação positiva, uma vez que as instituições responsáveis pela administração da oferta estão invariavelmente expostas a fatores de natureza macroeconômica, além de compartilharem o mesmo regime social e político.

O procedimento estimador desta pesquisa constitui uma extensão das rotinas de análise anteriormente apresentadas para os demais ativos, cujas propriedades e interações estão devidamente referenciadas nos anexos 4 e 5.

3.4 PROJETO DE ALGORITMO

O algoritmo NSGA-II apresentado na seção 2.8.3.1 especifica apenas o procedimento geral de qualificação de soluções por meio da formação de fronteiras de dominância. Pode-se dizer que o código sugerido pelos autores Deb et. al. (2002) comprehende o núcleo de uma proposta de avaliação multicritério apresentada em formato bruto e generalista. Cabe ao usuário adaptá-lo convenientemente às aplicações pretendidas, estabelecendo uma série de especificações para métodos e parâmetros necessários à exequibilidade do código. Por exemplo, no que concerne à geração das populações filhas a partir dos pais pré-selecionados, os autores não discriminam ou recomendam quaisquer técnicas particulares, ressaltando apenas que rotinas de seleção por torneio, recombinação gênica e mutação devem ser incorporadas.

Esta parte do relatório de pesquisa visa a esclarecer como foram configurados os parâmetros básicos do código adaptado pelo autor, com ênfase nos seguintes domínios: a)

codificação de soluções; b) tamanho da população; c) geração de soluções iniciais; d) método de seleção de pais; e) método de reprodução ou cruzamento com recombinação gênica; f) parâmetro de mutação; g) condição de parada. Em geral, não se estabelece de imediato qual a configuração mais adequada para a aplicação, havendo a necessidade de comparação direta por meio de realização de testes de desempenho. Alguns autores, a exemplo de Reeves e Wright (2012), recomendam a formalização de experimentos estatísticos para o atendimento dessa necessidade.

A tabela 5 sintetiza as propriedades descritas nas seções seguintes.

Tabela 5 – Tabela representativa de métodos e parâmetros definidos pelo autor da pesquisa para adaptação à aplicação proposta

Método ou parâmetro	Característica
Codificação de soluções	Binária (participação do ativo) e real (ponderação do ativo)
Tamanho da população	1500
Geração de soluções	Híbrida, com orientação para diversificação da cardinalidade e aleatoriedade na atribuição de ponderações
Método de seleção de pais	<i>Binary tournament</i> ou torneio binário
Método de reprodução	<i>Crossover</i> com ponto de corte único
Taxa de mutação	$1/N = 1/90$
Condição de parada	Máximo de gerações: 500

O código em formato original, bem como as funções complementares que auxiliam a sua execução, podem ser consultados no Anexo 6.

3.4.1 Codificação de soluções

Cada solução testada pelo algoritmo corresponde a um vetor que representa a carteira enquanto unidade de planejamento. Sendo $N = 90$ o número de ativos candidatos, a solução é caracterizada por um vetor de números reais de comprimento $2 \times N = 180$. Os primeiros 90 elementos do vetor são codificados em formato binário (0 ou 1) e indicam se determinado ativo candidato está (1) ou não (0) contemplado pela solução. Essa modalidade de representação objetiva promover também a diversificação de soluções no que diz respeito à cardinalidade do portfólio, ou seja, ao número de ativos componentes. A codificação 0-1 facilita a contabilização da cardinalidade, que pode ser calculada precisamente por meio da soma dos 90 primeiros elementos do vetor.

Os demais 90 elementos do vetor contêm os pesos referentes aos ativos que constituem a carteira. Se a posição i ($1 \leq i \leq 90$) do vetor tem valor não nulo, a posição correspondente $i + 90$ ($91 \leq i + 90 \leq 180$) deve indicar a participação relativa do ativo na solução. Caso a posição i contenha valor nulo, o elemento $i + 90$ também é caracterizado por um valor nulo. Desse modo, torna-se possível delinear uma configuração geral para a representação de soluções no código, conforme o exemplo da Tabela 6.

Tabela 6 – Vetor representativo de codificação de soluções (portfólios) com indicação de posições

Posição	1	2	3	4	5	...	87	88	89	90	91	92	93	94	95	...	177	178	179	180
Valor	1	0	0	1	1	...	1	0	1	1	0,03	0,00	0,00	0,06	0,04	...	0,12	0,00	0,02	0,01

No código proposto, os vetores-solução são combinados em uma matriz de soluções, na qual cada linha compreende uma opção de carteira. A matriz de soluções constitui o núcleo fundamental de trabalho no desenvolvimento do código.

3.4.2 Tamanho da população

A magnitude da população determina precisamente quantos indivíduos devem compor cada geração evolutiva, ou seja, quantas soluções devem ser geradas a cada iteração do algoritmo. Esse parâmetro tem uma contribuição decisiva para a propriedade desejada de diversificação de alternativas de carteira, tanto em relação à busca por soluções eficientes quanto à obtenção de posições variadas para múltiplos perfis de risco. Evidentemente, quanto maior o número de indivíduos na população, maior a diversidade do espaço de busca e maior a densidade de pontos da fronteira eficiente.

É importante considerar que a precisão e a abrangência da fronteira eficiente de investimentos dependem essencialmente do quantitativo de pontos presentes na solução final. No caso de um algoritmo genético multiobjetivo, o número de soluções ótimas alcançadas é equivalente ao tamanho da população e deve, portanto, ser compatível com os requisitos do usuário em termos de flexibilidade decisória. Por outro lado, o tamanho da população pode comprometer a eficiência de tempo computacional, principalmente quando acompanhado por um número elevado de gerações.

Um número maior de soluções pode auxiliar a formação de uma fronteira de aspecto mais contínuo e suave, além de propiciar um conjunto mais amplo e flexível de planos de investimento. Uma vez que este estudo não prevê limitações práticas de tempo disponível para a execução da instância selecionada, conceder-se-á prioridade ao volume projetado de pontos da fronteira eficiente, obedecendo-se ao marco inicial de um milhar e meio de

soluções: $P = 1500$. Os testes de adequação desse quantitativo foram desempenhados para uma instância de 85 ativos da OR Library (Beasley, 2012).

3.4.3 Geração de soluções iniciais

Uma das exigências para a inicialização de um algoritmo genético consiste em programar algum mecanismo de geração da população inicial, que atua como base para a intervenção das operações evolutivas e o refinamento gradual posterior. Nesse âmbito, existem dois tratamentos mais comuns: o primeiro deles está relacionado à composição de uma população inicial puramente aleatória, sem qualquer intervenção de preferência do usuário; o segundo se refere à determinação de uma população inicial total ou parcialmente induzida, seja pelo conhecimento *a priori* de boas soluções ou pela imposição artificial de classes diversificadas, a exemplo de soluções com características extremas.

Este trabalho admite uma composição mista, caracterizada por um viés parcial no procedimento gerador. Das 1500 soluções geradas inicialmente, 90 correspondem a portfólios de ativos únicos, de modo que cada ativo candidato componha integralmente pelo menos uma carteira. Esse recurso visa a garantir que carteiras com características extremas de retorno-risco estejam presentes na solução final.

As demais ($P - 90$) soluções são formadas de maneira que a probabilidade de que um ativo seja incorporado às carteiras seja progressivamente reduzida à medida que a matriz de soluções é integralizada. Na primeira solução composta, por exemplo, a probabilidade de que um ativo seja indexado é de $\frac{90}{90}$, ou seja, no primeiro caso todos os ativos são incluídos. Na última solução composta nesse formato, a probabilidade de indexação do ativo é de $\frac{1}{90}$. Isso significa que as primeiras carteiras geradas tendem a apresentar muitos ativos, enquanto as últimas carteiras poucos ativos. O mecanismo é regido por um procedimento iterativo, de modo que a taxa de inclusão seja linearmente amortizada no decorrer das iterações. Essa adaptação se propõe, mais uma vez, a projetar certa variedade para o dimensionamento das carteiras.

As ponderações dos portfólios são determinadas aleatoriamente. Caso determinado portfólio não receba nenhum ativo, todos os ativos são automaticamente incorporados e pesos equivalentes atribuídos. Esse tratamento pode ocorrer para todos os vetores para os quais a probabilidade de que determinado ativo seja incorporado é inferior a 1.

3.4.4 Método de seleção de pais

Deb et. al. (2002) sugerem o uso de seleção binária por torneio para a determinação dos pais geradores de novas soluções. Admitindo-se um tamanho populacional de $P = 1500$, o procedimento sugerido é desempenhado 1500 vezes para a composição da população filha. O método de seleção binário por torneio consiste em sortear duas soluções pertencentes à geração corrente e compará-las com o auxílio do operador \geq_n , cuja lógica foi demonstrada no Quadro 3. A solução com melhor desempenho no operador \geq_n configura um pai. Dois pais são então submetidos a um procedimento reprodutivo para a geração das soluções filhas.

3.4.5 Método de cruzamento

O método de cruzamento ou *crossover* se orienta a partir do sorteio de um ponto único de corte que determina a troca de partições entre vetores-pais com a finalidade de compor soluções filhas híbridas. Inicialmente, deve-se especificar uma referência de posição para ambos os vetores-pais. Essa especificação condiciona o compartilhamento de elementos de ambos os vetores-pais pelos vetores-filhos, em conformidade com o esquema exemplificado na Figura 8. É válido ressaltar que o sorteio ocorre apenas para as 90 posições iniciais do vetor solução do portfólio, sendo a divisão devidamente replicada para as 90 posições seguintes, que correspondem aos pesos.

3.4.6 Mutação

A mutação prescreve uma determinada taxa de probabilidade com a qual elementos de vetores membros da população são alterados. Por exemplo, se um determinado elemento que indica a participação de um ativo específico no portfólio é inicialmente nulo e sofre mutação, deve-se convertê-lo para um valor unitário e também atribui-lo um peso aleatório na composição geral da carteira. De maneira similar, caso um valor unitário do vetor seja submetido à mutação, deve-se instituir um valor nulo e retirar o peso desse componente da carteira, procedendo-se uma redistribuição geral.

De modo geral, busca-se uma taxa de mutação que não seja suficientemente grande para provocar a perda de boas soluções nem suficientemente pequena para evitar uma exploração abrangente do espaço de busca. Alguns autores recomendam que a taxa de mutação esteja em torno de $\frac{1}{N}$, sendo N o comprimento do vetor objeto. Neste trabalho, a taxa de mutação atende à recomendação e se estabelece no patamar de $\frac{1}{90} \cong 0,011$.

3.4.7 Condição de parada

Este trabalho admite como condição de parada o número de gerações, cujo patamar máximo é 500. Esse limite foi estabelecido com o auxílio de testes para uma instância de 85 ativos disponibilizada na OR Library (Beasley, 2012).

4. RESULTADOS

4.1 MODELO TRIOBJETIVO COM MINIMIZAÇÃO DA CARDINALIDADE

O modelo utilizado para suporte à decisão no estudo de caso contempla três objetivos: maximização do retorno esperado, minimização da expectativa de risco (variância da carteira) e minimização da cardinalidade. O quadro 5 retoma a formulação matemática do modelo de otimização de referência para a aplicação.

$$\begin{aligned} \max \mu_P &= \sum_{i=1}^N x_i \mu_i \\ \min \sigma_P^2 &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} x_i x_j \\ \min C &= \sum_{i=1}^N \delta_i \\ \sum_{i=1}^N x_i &= 1 \\ x_i \geq 0, \delta_i &= \begin{cases} 0, & \text{se } x_i = 0 \\ 1, & \text{se } x_i > 0 \end{cases}, i = 0, 1, \dots, N \end{aligned}$$

Quadro 5 – Referência de modelo de otimização triobjetivo para balanceamento de portfólios

O produto do algoritmo comprehende um conjunto de 1500 soluções Pareto-ótimas que constituem a fronteira eficiente de investimentos. Cada solução descreve uma carteira com ponderações particulares para os ativos candidatos e características específicas de retorno, risco e cardinalidade, indicando ao usuário qual distribuição de recursos deve empreender para estabelecer um plano de investimento compatível com o seu perfil.

A minimização da cardinalidade pressupõe que o investidor priorize a composição de carteiras menos diversificadas com ênfase no compartilhamento de poucos ativos com estruturas internas de correlação favoráveis. Esse objetivo, no entanto, pode acarretar certa vulnerabilidade para o desempenho da carteira, no sentido de que as soluções tendem a favorecer um grupo restrito de títulos com boas estimativas e estabelecer uma dependência acentuada com relação ao desempenho futuro desse grupo.

Quando os custos de gerenciamento e monitoramento da carteira são relevantes em comparação ao montante de investimentos e de algum modo dependentes da cardinalidade, deve-se seguramente optar pela minimização dessa grandeza.

A Figura 18 ilustra em um gráfico tridimensional todos os planos de investimento projetados para o estudo de caso: no eixo X, está representada a medida de risco expressa como a variância esperada para o portfólio; no eixo Y, encontra-se a cardinalidade; no eixo Z, por sua vez, determina-se a esperança de retorno da carteira. Cada ponto no espaço XYZ designa uma alternativa de carteira supostamente eficiente em resposta à abordagem de média-variância de Markowitz (1952, 1959).

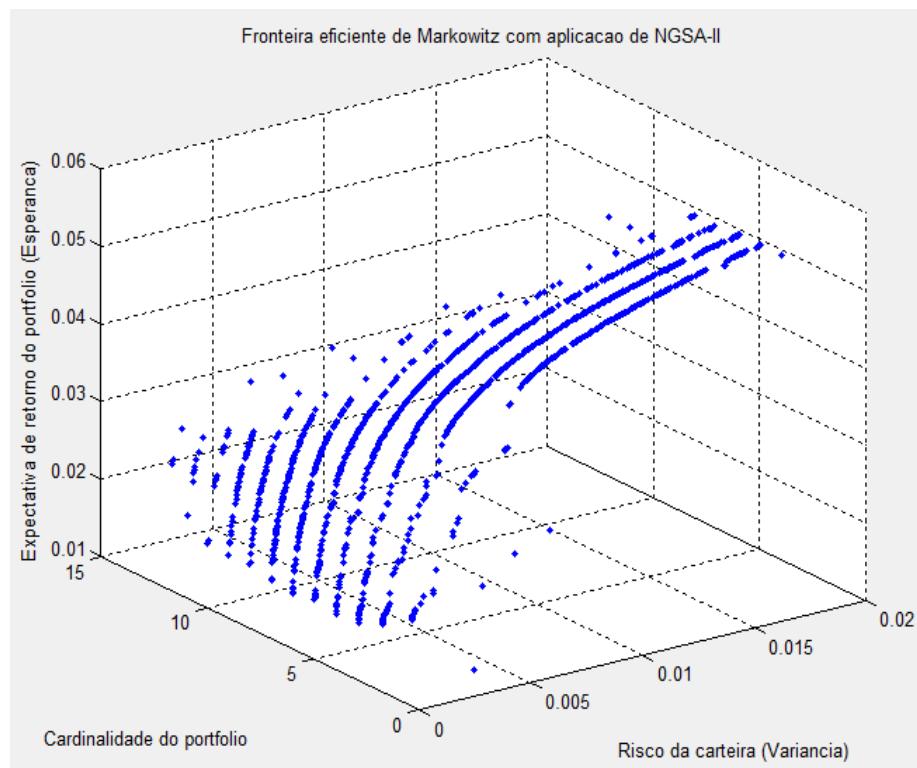


Figura 18 – Saída de algoritmo NSGA-II adaptado: fronteira eficiente de investimentos

Observa-se que a imposição da minimização da cardinalidade enquanto terceiro objetivo situa todas as alternativas de carteira em um patamar inferior a 14 ativos componentes. Do total de pontos plotados, 94,5% têm entre 2 e 10 ativos. Essa característica se deve à declaração de preferência por carteiras de menor volume quando há equivalência de retorno-risco.

A superfície mantém uma distribuição equilibrada e uniforme dos pontos representativos das soluções, embora as regiões limítrofes apresentem densidades menores. Essa característica da fronteira subsidia a hipótese inicial de que o algoritmo NSGA-II adaptado pode gerar um conjunto diverso e qualificado de soluções capazes de atender a orientações distintas quanto às expectativas de retorno-risco.

Uma maneira de quantificar a abrangência do espaço de soluções consiste em calcular o produto das amplitudes associadas às três variáveis presentes nos objetivos. Na prática, esse cálculo corresponde ao volume de um hipercubo que circunscreve todas as soluções geradas. A tabela 7 demonstra os dados de entrada e o resultado desse procedimento.

Tabela 7 – Tabela representativa de magnitude do conjunto de soluções com cálculo do volume do hipercubo

Variável	Mínimo	Máximo	Amplitude
Retorno	0,0114	0,0553	0,0438
Variância	0,00096	0,01723	0,01627
Cardinalidade	1	13	12
Volume hipercubo			0,0086

A Figura 19 contempla uma disposição gráfica das ponderações concedidas aos ativos para o universo de soluções.

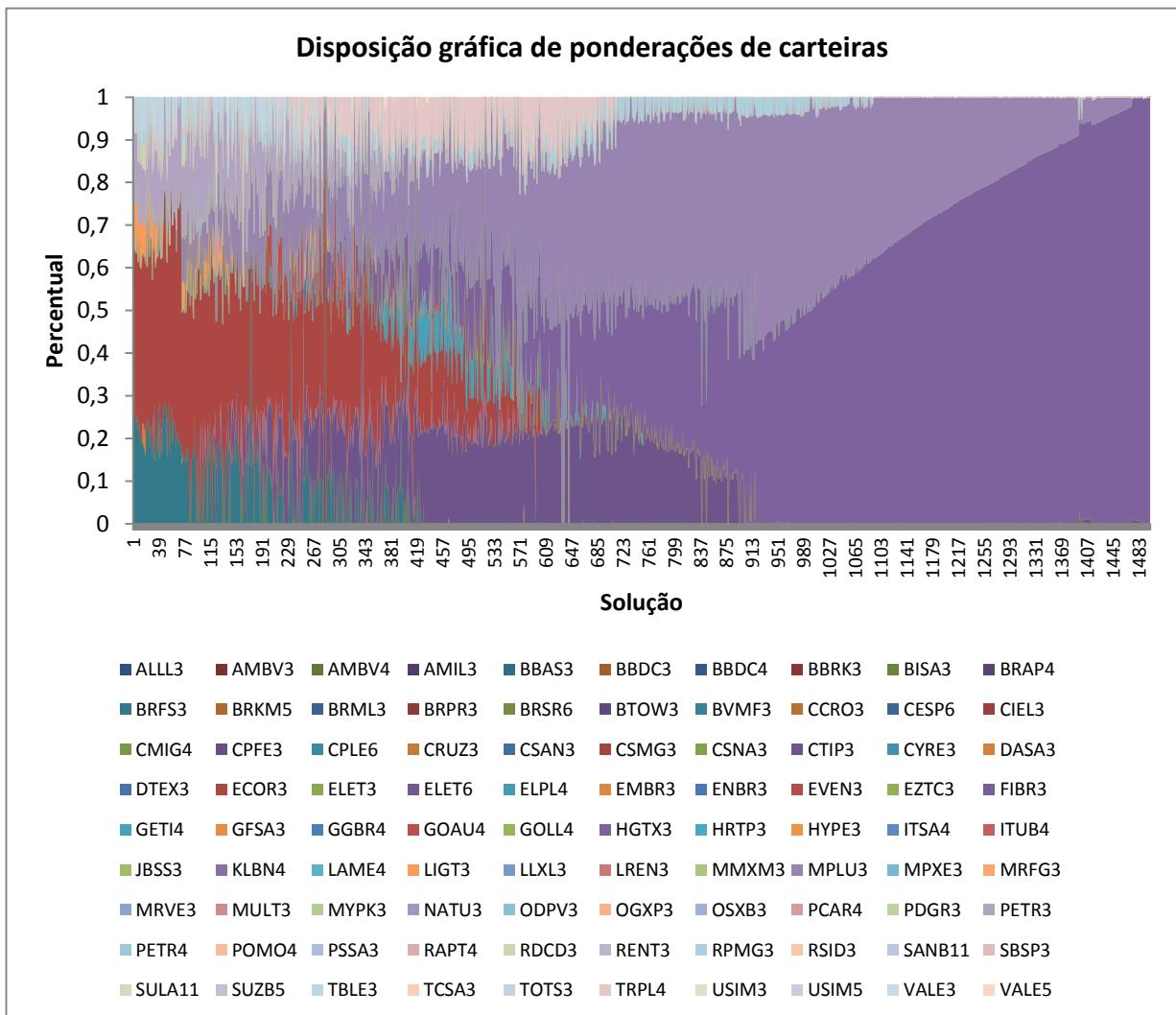


Figura 19 – Gráfico ilustrativo de resultados de ponderações para as carteiras da fronteira eficiente

Conforme discutido anteriormente, a imposição da minimização da cardinalidade incorre em uma dependência elevada em relação ao desempenho de um grupo limitado de títulos, aqui representado majoritariamente pelos papéis BRFS3, CTIP3, ECOR3, HGTX3 e MPLU3. Esses ativos, além de apresentarem expectativas favoráveis de retorno, também mantiveram estatísticas de variabilidade interessantes sob a premissa da suavização do risco.

4.2 TESTE RETROATIVO (*BACKTESTING*)

O procedimento de *backtesting* é largamente utilizado por especialistas de econometria financeira para a verificação e possível validação de modelos. O mecanismo consiste em admitir que o usuário esteja situado em um ponto específico do horizonte histórico e que disponha tão somente dos dados anteriores a esse marco, que são convertidos em entradas do modelo. Os resultados obtidos são então testados em um ou mais períodos subsequentes, cujos dados também estão disponíveis. É conveniente que essa modalidade de teste reproduza condições equivalentes àquelas previstas para as aplicações futuras.

No caso da constituição de portfólios, o procedimento compreende basicamente a avaliação de desempenho das soluções em um determinado horizonte de aplicação que seja coerente com a proposição de uso futuro. Normalmente, o investidor está interessado em determinar os níveis de retorno que as carteiras supostamente eficientes teriam proporcionado no passado e como esses retornos realizados podem ser comparados aos retornos projetados.

Os resultados alcançados para a instância desta pesquisa são avaliados no quadrimestre compreendido entre 29/06/2012 e 31/10/2012. O intervalo de avaliação de desempenho escolhido corresponde aos quatro meses imediatamente posteriores ao intervalo de estimação. A extensão quadrimestral se enquadra na proposta inicial de planejamento orientado para aplicações de longo prazo. Assume-se que o investidor não desempenha qualquer intervenção no decorrer desse período, seja com finalidade de balanceamento ou reinvestimento. Isso significa que não se estabelece qualquer operação de redistribuição de recursos no curso da consecução do investimento.

A Figura 20 contem histogramas de retornos para os portfólios da fronteira eficiente nos meses de julho, agosto, setembro e outubro de 2012, respectivamente. A Figura 21 ilustra os retornos médios alcançados no quadrimestre para os portfólios mencionados. As linhas tracejadas de cores alaranjada e azulada indicam os retornos associados aos índices IBrX e Ibovespa da BM&F BOVESPA para fins comparativos.

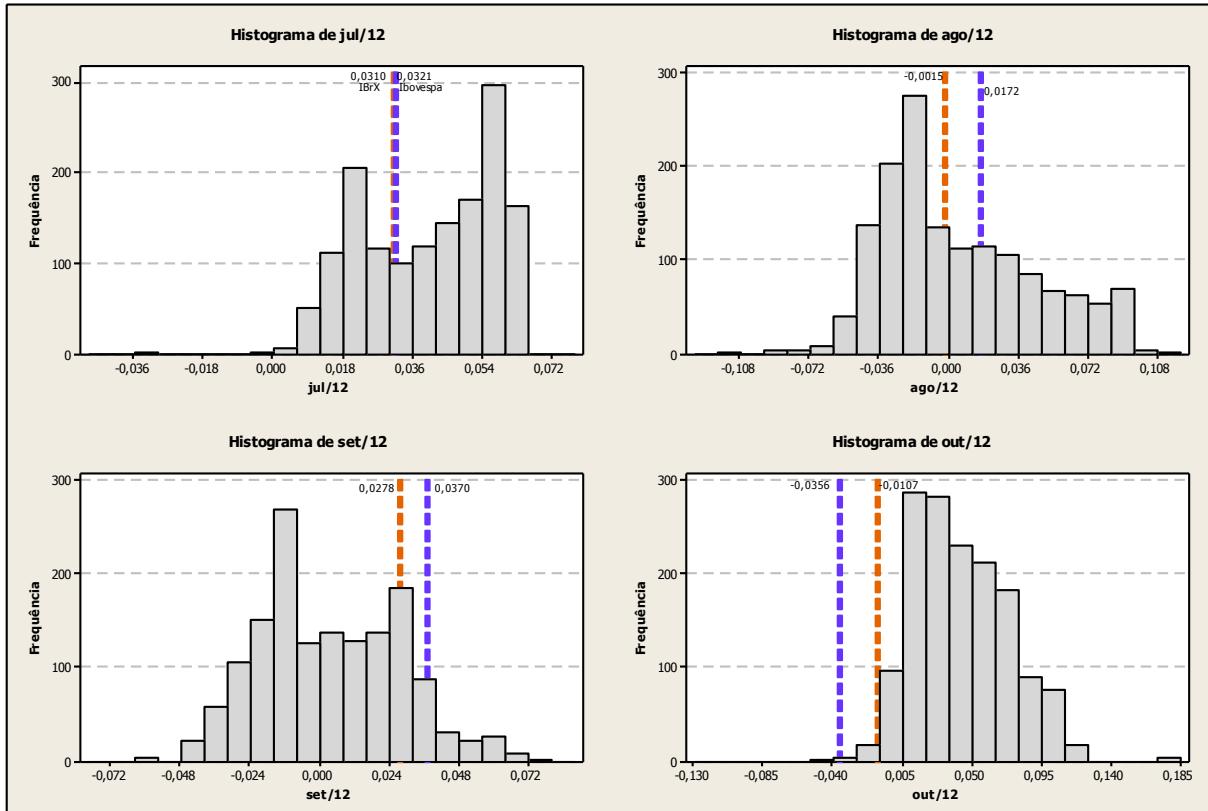


Figura 20 – Histogramas de retornos de planos de investimento para os meses de julho, agosto, setembro e outubro de 2012

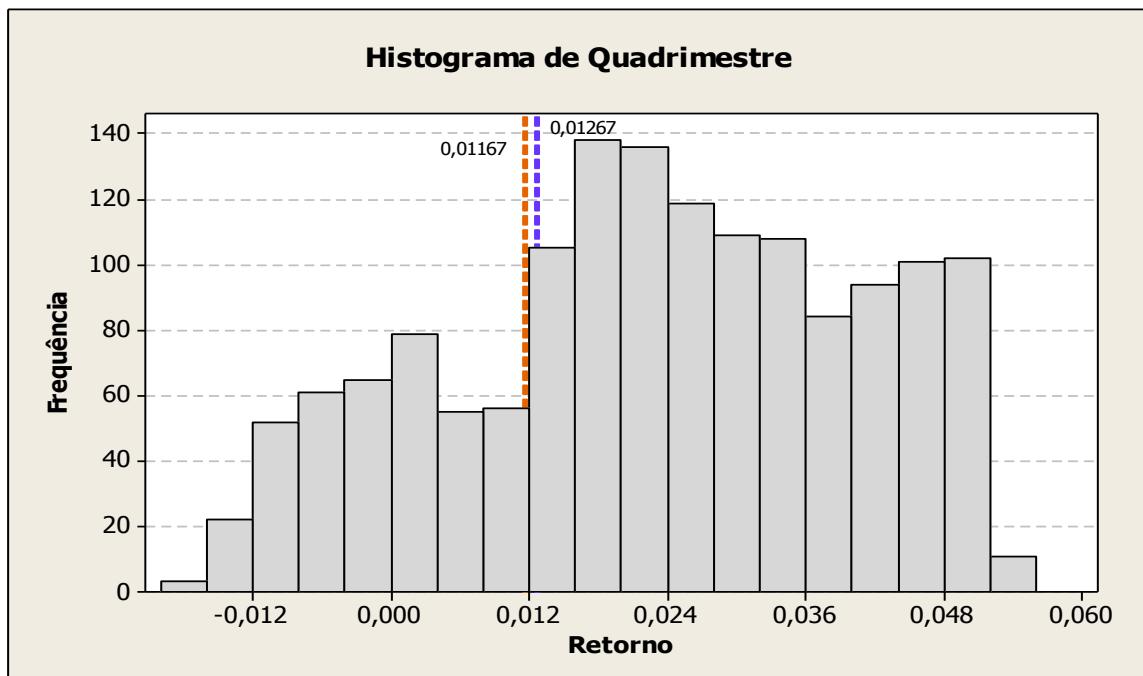


Figura 21 – Histograma de retornos médios de planos de investimento para o quadrimestre de julho a outubro de 2012

A Figura 21 evidencia a superioridade de parte considerável dos retornos médios dos planos de investimento na comparação direta com a rentabilidade dos índices de referência. Das 1500 soluções geradas, 86,5% obtiveram retornos médios positivos, 74% alcançaram desempenho superior ao do índice IBrX e 72,9% demonstraram resultados melhores que o índice Ibovespa. O retorno mensal médio das carteiras correspondeu a 2,28%. O portfólio de pior desempenho no período obteve retorno de -1,73%, enquanto o de melhor desempenho registrou 5,24%.

Apesar do êxito na composição das carteiras, não é possível formalizar uma relação de causa-efeito entre o emprego do modelo de otimização e os resultados observados. A coleta de 4 observações no período de avaliação não é suficiente para garantir a convergência para o valor esperado, mesmo diante da suposição de que o processo estocástico gerador seja estacionário. As conjunturas política e macroeconômica exercem uma influência substancial sobre o nivelamento geral dos retornos. Além disso, cada título mobiliário tem sua especificação determinada por expectativas setoriais ou organizacionais, sejam estas baseadas em informes e projeções formais ou movimentos especulativos.

Uma maneira de testar as soluções geradas quanto à correspondência entre o planejamento do risco e a configuração dos retornos realizados consiste em categorizá-las de acordo com quatro patamares distintos de exposição ao mercado acionário: risco baixo, risco médio-baixo, risco médio-alto e risco alto. A alocação de carteiras às categorias se dá mediante o cálculo dos quartis para a grandeza variância esperada, considerando-se o universo de soluções concebidas pelo algoritmo: soluções com variâncias iguais ou inferiores ao 1º quartil ($\sigma_P^2 \leq 0,001847$) se enquadram no grupo de risco baixo; soluções posicionadas entre o 1º quartil e a mediana ($0,001847 < \sigma_P^2 \leq 0,004350$) são atribuídas à coleção de risco médio-baixo; soluções compreendidas entre a mediana e o 3º quartil ($0,004350 < \sigma_P^2 \leq 0,009536$) pertencem ao grupo de risco médio-alto; e soluções com variâncias superiores ao 3º quartil ($\sigma_P^2 > 0,009536$) integram o grupo de risco alto.

As Figuras 22 e 23 exibem gráficos de pontos referentes aos retornos realizados em conformidade com a estratificação proposta para os riscos. Constata-se que a maior exposição das carteiras de alto e médio-alto risco foi recompensada por retornos mais elevados no período, enquanto as carteiras de médio-baixo e baixo risco mantiveram retornos modestos ou, em alguns casos, negativos.

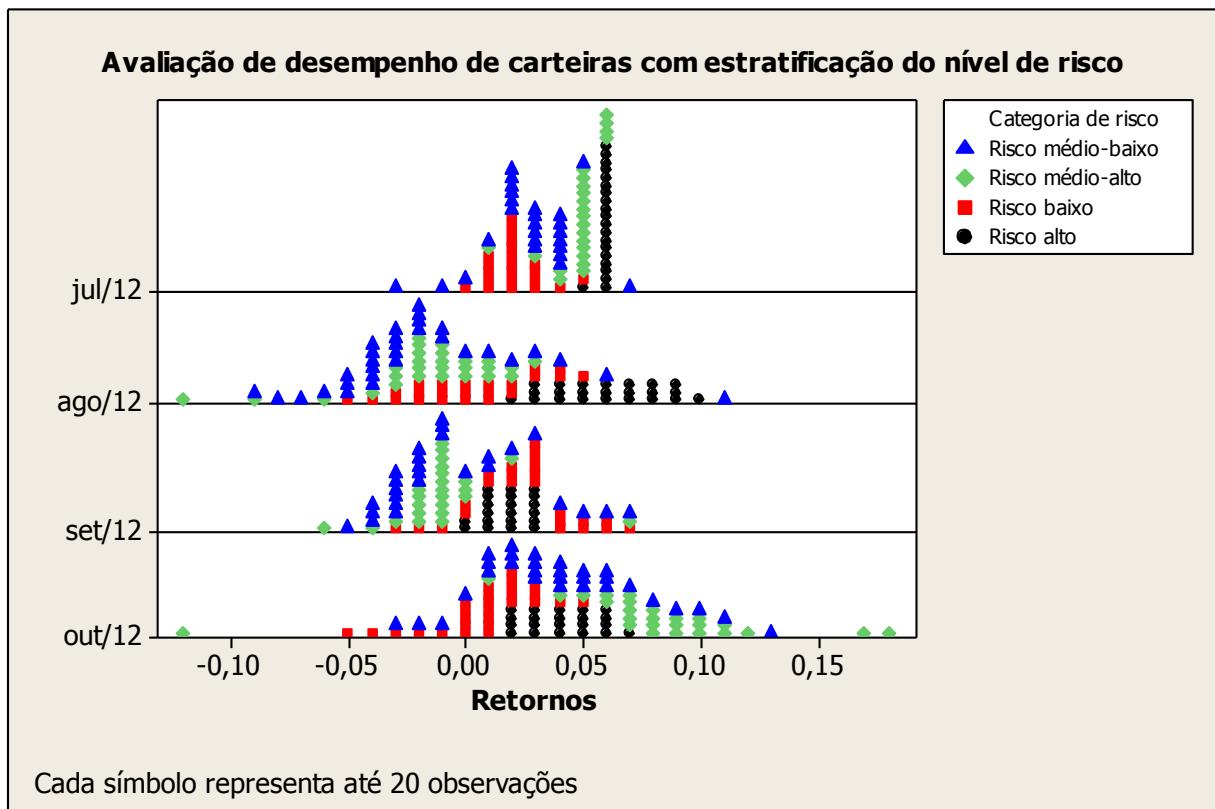


Figura 22 – Avaliação de desempenho de carteiras geradas com categorização dos níveis de risco

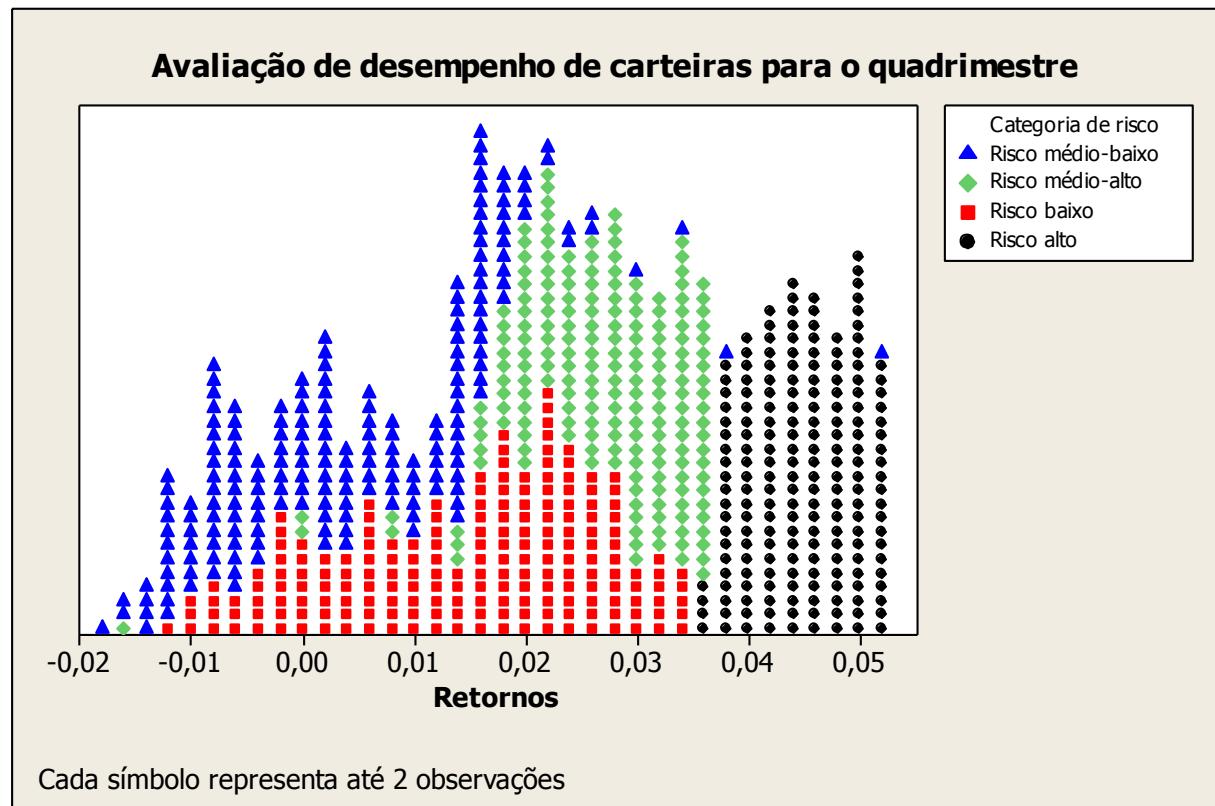


Figura 23 – Avaliação de desempenho de carteiras geradas para o quadrimestre julho-outubro de 2012 com categorização dos níveis de risco

De modo geral, espera-se que a reação conjunta de ativos às externalidades possa ser pelo menos parcialmente traduzida pela matriz de variância-covariância histórica, permitindo ao investidor usufruir deliberadamente do efeito da diversificação. Nesse sentido, mesmo a modalidade mais simples de carteira diversificada, que estabelece pesos equivalentes para os ativos constituintes, pode proporcionar benefícios de dissolução do risco.

Essa propriedade pode ser atestada pela comparação entre a variabilidade agregada de desempenho das carteiras ótimas e de carteiras não diversificadas, compostas por ativos isolados, conforme consta na Figura 24. O conjunto de carteiras ótimas diversificadas contém as 1500 soluções de Pareto para o estudo de caso, enquanto o conjunto de carteiras não diversificadas contempla 90 carteiras, sendo cada uma delas constituída integralmente por um dos ativos candidatos.

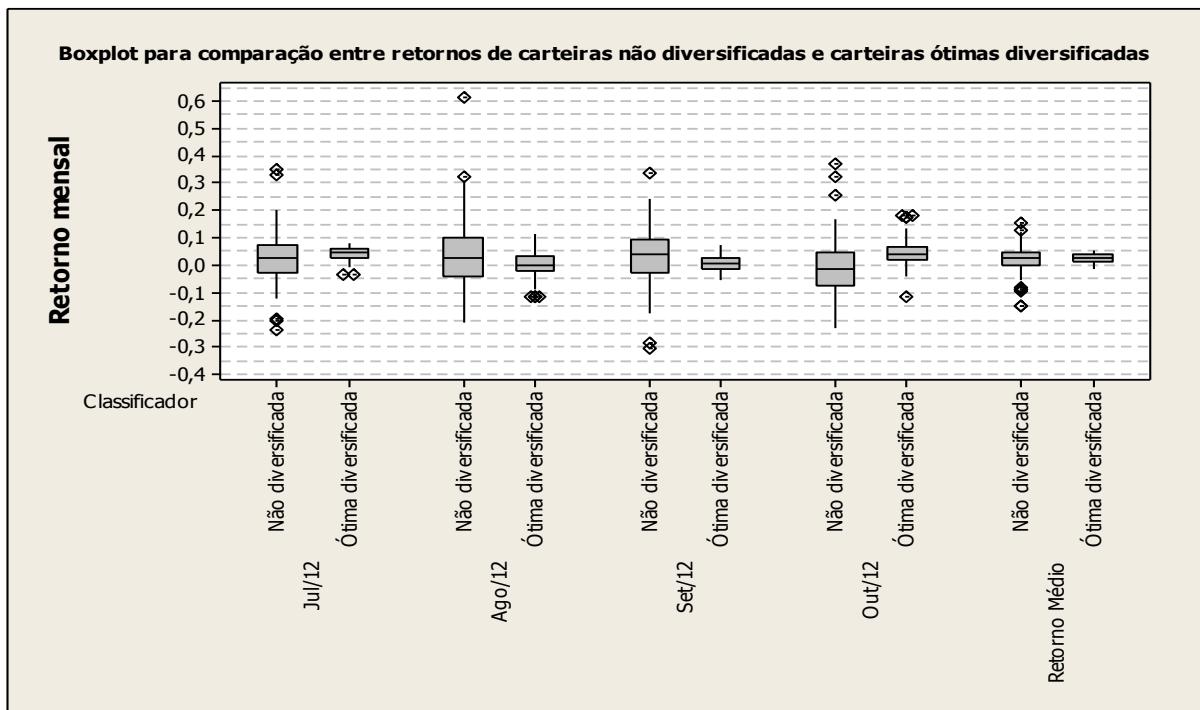


Figura 24 – Gráfico comparativo de *boxplots* entre carteiras não diversificadas e carteiras ótimas diversificadas

É possível afirmar que a orientação para a diversificação pode mitigar substancialmente a intensidade de exposição do investidor ao risco. Em todos os meses da série de avaliação, as carteiras diversificadas mantiveram-se circunscritas a intervalos de retornos de menor amplitude interquartílica, com um quantitativo bastante restrito de *outliers*. Apesar de o risco ser consideravelmente menor, o nívelamento agregado de retorno para o quadrimestre se manteve em patamar equivalente para ambos os grupos, reforçando a hipótese inicial de que o emprego do modelo de otimização fundamentado na média-variância pode proporcionar menor variabilidade para o fluxo de rentabilidade.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 CONCLUSÕES

Esta pesquisa propõe o exercício do planejamento de carteiras de investimento através da combinação entre um modelo clássico de balanceamento e um código genético de resolução capaz de acomodar múltiplos objetivos. A funcionalidade de suporte à decisão deve ser suficientemente flexível para atender às expectativas de investidores com perfis distintos, sobretudo no que diz respeito à disposição em assumir riscos. Daí o interesse de investidor em mapear um conjunto de soluções consideradas ótimas ou eficientes, para as quais a relação de compensação entre retorno e risco pode ser adequadamente apreciada.

A opção por uma meta-heurística foi absolutamente necessária, uma vez que o escopo acomoda uma instância de programação inteira mista com 1500 problemas (uma solução por problema) e 90 variáveis por problema, totalizando 135000 variáveis. A fronteira eficiente de investimentos delineada com o auxílio de um algoritmo genético multicritério apresentou excelentes propriedades, como um balanceamento adequado de soluções nas regiões intermediárias e uma abrangência significativa para as variáveis qualificadoras. O tempo computacional necessário para a sua composição foi de aproximadamente 30 minutos, o que não compromete a viabilidade de uso em aplicações reais.

Embora o modelo de média-variância tenha alcançado comprovado êxito na academia e no mercado financeiro, a principal dificuldade para a sua plena aplicabilidade reside ainda na dificuldade de estimação dos parâmetros de entrada. A estimação normalmente está fundamentada em séries históricas de retornos, podendo representar tão somente uma expectativa grosseira sobre o comportamento dos ativos. O procedimento estimador requer o estabelecimento de certas suposições referentes ao processo gerador dos retornos, embora seja razoável admitir que algumas suposições possam simplificar ou distorcer demasiadamente a análise.

No presente trabalho, entende-se que o processo estocástico gerador do horizonte histórico é constante, incondicional e global. Nesse contexto, as observações são tratadas como amostras de uma mesma distribuição de probabilidades. Quanto maior o número de amostras disponíveis, maior é a precisão no delineamento da distribuição de probabilidades que caracteriza os retornos do ativo. Uma suposição ainda mais crítica é considerar que os retornos futuros obedecerão às mesmas propriedades geradoras. O mesmo raciocínio se aplica

à quantificação das movimentações conjuntas entre os retornos de ativos, uma vez que a estimativa presume que a estrutura de correlações entre os títulos será mantida, ou seja, ativos que compuseram um determinado nível de correlação no passado preservarão essa característica.

Uma abordagem alternativa compreende a percepção de que os retornos de ativos dependem das conjunturas micro e macroeconômica nas quais estão inseridos. Por exemplo, as cotações de preços das ações podem ser influenciadas, com maior ou menor intensidade, por: informações contidas em relatórios próprios de contabilidade, tecnologia ou sustentabilidade; informes setoriais; anúncios de investimentos, projetos ou parcerias; pacotes públicos de estímulo; mudanças legislativas; fatores macroeconômicos, como nível de renda, inflação, empregabilidade, crescimento econômico, taxas de câmbio e taxa de juros; atratividade de outras modalidades de investimento; mudanças na alta administração; acidentes ou catástrofes naturais. Além da diversidade inerente a esse conjunto de fatores, deve-se entender que cada tipo de ativo pode assumir uma exposição diferenciada aos elementos mencionados.

Pelas motivações acima apresentadas, não é possível afirmar que as estimativas históricas sejam suficientemente precisas e robustas para garantir que outras aplicações tenham resultados bem sucedidos. As carteiras ótimas diversificadas que compreendem o produto deste trabalho obtiveram estatísticas de desempenho superiores aos índices mais tradicionais da bolsa de valores. Esses resultados, no entanto, podem estar associados a uma conjuntura favorável para os ativos constituintes no período de avaliação.

Por outro lado, os benefícios da diversificação proposta por Markowitz puderam ser claramente contextualizados. Na aplicação, o conjunto de carteiras ótimas diversificadas apresentou variabilidade consideravelmente inferior ao conjunto de carteiras não diversificadas, reduzindo a exposição do investidor tanto a retornos médios muito baixos quanto a retornos médios muito elevados. Essa propriedade é particularmente desejável para investidores que procuram manter retornos moderados com elevada proteção ao risco.

Em síntese, as técnicas empregadas neste trabalho podem orientar a sistematização de planos de carteiras diversificadas, embora seja imprescindível que o investidor conheça a conjuntura das instituições e dos setores que oferecem os ativos, estabelecendo ajustes baseados em suas próprias crenças e intuições para os desempenhos futuros.

5.2 RECOMENDAÇÕES DE PESQUISAS FUTURAS

O domínio teórico deste trabalho pode ser dimensionado em quatro eixos de pesquisa: a métrica empregada para a quantificação do risco de um investimento; a metodologia de estimativa dos parâmetros de retorno e risco; a adaptabilidade de técnicas computacionais mais recentes, em especial meta-heurísticas, para o mapeamento da fronteira eficiente; a prospecção de objetivos relevantes para o investidor.

No que se refere à mensuração do risco, o autor da pesquisa propõe:

- Avaliar a possibilidade de incorporação da semivariância enquanto grandeza quantificadora do risco e os possíveis impactos sobre a caracterização da fronteira eficiente;
- Estudar o formato mais adequado de extensão do conceito de semivariância para o tratamento da movimentação conjunta de retornos de ativos, formalizando possivelmente a grandeza semicovariância;
- Estabelecer comparações entre o desempenho de carteiras formadas através de métricas conceitualmente distintas de variabilidade e risco, a exemplo de variância, semivariância e valor em risco.

Para o aprimoramento da estimativa de entradas, recomenda-se:

- Explorar o uso de modelos de previsão condicionais, particularmente os pertencentes à classe GARCH (heterocedásticos condicionais autoregressivos), para o tratamento de instâncias conhecidas;
- Comparar o desempenho de portfólios projetados através de estimativas condicionais com aqueles de estimativas incondicionais;
- Estudar a possibilidade de hibridização entre previsões oriundas de séries históricas e modelos explicativos fatoriais, especialmente daqueles associados a variáveis macroeconômicas e setoriais;

Embora os algoritmos genéticos multiobjetivo tenham apresentado excelente ajuste aos problemas de balanceamento de portfólios, é razoável também considerar a facilidade de adaptação de outras modalidades de meta-heurísticas, como busca tabu, *simulated annealing* e colônia de formigas, que eventualmente podem aprimorar o desempenho computacional.

Entende-se também que o modelo de otimização não deva se restringir ao trinômio retorno-risco-cardinalidade. Cabe aos pesquisadores prospectar outras modalidades de objetivos que sejam relevantes para o planejamento de empreendimentos mobiliários.

REFERÊNCIAS

- ALEXANDER, Carol. **Modelos de Mercado: um Guia para a Análise de Informações Financeiras**. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2005.
- ANAGNOSTOPOULOS, K. P.; MAMANIS, G. A Portfolio Optimization Model with Three Objectives and Discrete Variables. **Computers & Operations Research**, v. 37, p. 1285-1297, 2010.
- ANDERSEN, T. G. et. al. **Handbook of Financial Time Series**. New York: Springer, 2008.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO. Referências de conteúdos da Engenharia de Produção. Disponível em:
<http://www.abepro.org.br/arquivos/websites/1/C3%81reas%20da%20Engenharia%20de%20Produ%C3%A7%C3%A3o.pdf>. Acesso em: 12 mar. 2012.
- BEASLEY, J. E. **OR-Library**. In: <http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html>. Acesso em: out/2012.
- BERNSTEIN, Peter L. **Desafio aos Deuses: A fascinante história do risco**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1997.
- BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. **Investimentos**. McGraw-Hill/Bookman, 8. ed., 2010.
- BOLSA DE VALORES, MERCADORIAS & FUTUROS DO ESTADO DE SÃO PAULO. Site. Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/home.aspx?idioma=pt-br>>. Acesso em: out/2012.
- BRANKE, J. et. al. Portfolio Optimization with an Enveloped-based Multi-objective Evolutionary Algorithmn. **European Journal of Operational Research**, v. 199, p. 684-693, 2008.
- CHEUNG, Peter Batista. **Análise de Reabilitação de Redes de Distribuição de Água para Abastecimento via Algoritmos Genéticos Multiobjetivo**. 2004, 288f. Tese (Doutorado em Hidráulica e Saneamento) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.
- CHIAM, S. C.; TAN, K. C.; MAMUM, A. Al. Evolutionary Multi-Objective Portfolio Optimization in Practical Context. **International Journal of Automation and Computing**, v. 5, p. 67-80, 2008.
- COELLO, C. A. C.; VELDHUIZEN, D. A. V.; LAMONT, G. B. **Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems**. New York: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- COSTA, Paulo H. S.; BAIDYA, Tara K. N. Propriedades Estatísticas das Séries de Retornos das Principais Ações Brasileiras. **Pesquisa Operacional**, v. 21, n. 1, p. 61-87, jun/2001.
- DARWIN, C. **On the origin of species by means of natural selection**. Londres: John Murray, 1859.
- _____. **The descent of man and selection in relation to sex**. Londres: John Murray, 1871.

- DEB, K.; PRATAP, A; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A Fast Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 6, n. 2, p. 182-197, 2002.
- DEMIGUEL, Victor; NOGALES, Francisco J. Portfolio Selection with Robust Estimation. **Operations Research**, Articles in Advance, p. 1-18, 2009.
- DEVORE, Jay L. **Probabilidade e estatística: para engenharia e ciências**. São Paulo: Cengage Learning, 2011.
- DIAS, Carlos Henrique. **Um Novo Algoritmo Genético para a Otimização de Carteiras de Investimento com Restrições de Cardinalidade**. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Campinas, 2008.
- ELTON, Edwin J.; GRUBER, Martin J. **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis**. 6. ed. John Wiley & Sons, Inc, 2009.
- FONSECA, C. M.; FLEMING, P. J. Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization. In: **PROCEEDINGS OF 5TH CONFERENCE ON GENETIC ALGORITHMS**, p. 416-423, 1993.
- FORTUNA, Eduardo. **Mercado Financeiro**. 18. ed. São Paulo: Qualitymark, 2011.
- GITMAN, L. J. **Princípios de Administração Financeira**. 10. ed. São Paulo: Pearson, 2004.
- GITMAN, L. J.; JOEHNK, M. **Princípios de Investimentos**. 8. ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2005.
- GOLDBERG, David E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. Massachusetts: Addison-Wesley Co., 1989.
- GREENE, Mark R.; TRIESCHMANN, James S.; GUSTAVSON, Sandra G. **Risk & Insurance**. College Division, South-Western Pub. Co., 1992.
- GUIMARÃES, Frederico G.; RAMALHO, Marcelo C. Implementação de um Algoritmo Genético. Relatório Técnico - disciplina Otimização, PPGEE/UFMG. Disponível em: <<http://www.cpdee.ufmg.br/~jramirez/disciplinas/otimizacao/t1.pdf>>. Acesso em: set/2012.
- HOLLAND, John H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975.
- HORN, J.; NAFPLIOTIS, N.; GOLDBERG, D. E. A Niched Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization. In: **Proceedings of the ICEC 1994**, IEEE, p. 82-87, 1994.
- JORION, Philippe. **Value at Risk - A nova fonte de referência para a gestão do risco financeiro**. 2. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003.
- KING, Alan J. Asymmetric risk measures and tracking models for portfolio optimization under uncertainty. **Annals of Operations Research**, v. 45, n.1, p. 165-177, 1993.

- LIN, Chi-Ming; GEN, Mitsuo. An Effective Decision-Based Genetic Algorithm Approach to Multiobjective Portfolio Optimization Problem. **Applied Mathematical Sciences**, v. 1, n. 5, p. 201-210, 2007.
- LINTNER, John. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budget. **Review of economics and statistics**, v. 47, p. 13-37, 1965.
- MARKOWITZ, Harry. Portfolio Selection. **Journal of Finance**, p. 77-91, mar. 1952.
- _____. **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments**. New Jersey: John Wiley & Sons, 1959.
- MIGUEL, P. A. C. (organizador). **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.
- MONTGOMERY, Douglas C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- MORABITO, Reinaldo. Pesquisa Operacional. In: BATALHA, Mário Otávio. **Introdução à Engenharia de Produção**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008, p. 157-181.
- MORETIN, Pedro A. **Econometria Financeira**. 2. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2011.
- MOSSIN, J. Equilibrium in a capital asset market. **Econometrica**, v. 34, p. 768-783, 1966.
- NETO, Christóvão T. de B.; VOLKMER, João F. As Carteiras de Investimento e a Semivariância. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 1., 2001, Salvador.
- OLIVEIRA, André Barbosa. **Usando Redes Neurais para Estimação da Volatilidade: Redes Neurais e Modelo Híbrido GARCH Aumentado por Redes Neurais**. Dissertação (Mestrado em Economia) - Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.
- PAPPA, Gisele Lobo. **Seleção de Atributos utilizando Algoritmos Genéticos Multiobjetivos**. Dissertação (Mestrado em Informática Aplicada) - Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2002.
- PINEDO, Michael. **Scheduling: Theory, Algorithms and Systems**. Prentice-Hall Inc., 2002.
- REEVES, Colin R.; Wright, Christine. Genetic Algorithms and the Design of Experiments. Relatório Técnico - School of Mathematical and Information Sciences, Coventry University, UK. Disponível em: <http://reference.kfupm.edu.sa/content/e/x/an_experimental_design_perspective_on_ge_98774.pdf>. Acesso em: out/2012.
- RIECHE, Fernando Geschin. Gestão de Riscos em Fundos de Pensão no Brasil: Situação Atual da Legislação e Perspectivas. **Revista do BNDES**, n. 23, jun/2005. Disponível em: <http://www.previdenciasocial.gov.br/arquivos/office/3_081014-103751-730.pdf>. Acesso em: abr/2012.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, J. F. **Administração financeira: Corporate Finance**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

ROSS, Stephen A. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. **Journal of Economic Theory**. v. 13, p. 25-45, 1976.

RUDOLPH, G. Evolutionary search under partially ordered sets. Relatório Técnico n. CI-67/99. Department of Computer Science/LS11, University of Dortmund, Alemanha, 1999.

SHARPE, William. Capital Asset prices: A Theory of Market Equilibrium under conditions of Risk. **Journal of finance**, v. 19, p. 425-42, 1964.

SRINIVAS, N.; DEB, K. Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. **Evolutionary Computation**, v. 2, p. 241-248, 1994.

TSAY, Ruey S. **Analysis of financial time series**. John Wiley & Sons, Inc, 2002.

WINSTON, Wayne L.; VENKATARAMAN, Munirpallam. **Introduction to Mathematical Programming**. 4. ed. Duxbury Press, 2003.

WOODSIDE-ORIAKHI, M.; LUCAS, C.; BEASLEY, J. E. Heuristic Algorithms for the cardinality constrained efficient frontier. **European Journal of Operational Research**, v. 213, p. 538-550, 2011.

ZITZLER, E. **Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications**. Tese (Ph. D.) - Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 1999.

ZITZLER, E.; THIELE, L. Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Study and the Strength Pareto Approach. In: **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 3, p. 257-271, 1999.

ANEXO 1 – TÍTULOS PATRIMONIAIS DO ÍNDICE IBRX NO QUADRIÊNIO DE SETEMBRO A DEZEMBRO DE 2012

Código	Ação	Tipo	Qtde. Teórica (1)	Part. (%) (2)
AEDU3	ANHANGUERA	ON NM	144.567.682	0,458
ALLL3	ALL AMER LAT	ON NM	428.271.036	0,401
AMBV3	AMBEV	ON	155.275.731	1,038
AMBV4	AMBEV	PN	734.236.839	5,913
AMIL3	AMIL	ON NM	110.982.263	0,24
BBAS3	BRASIL	ON NM	866.697.296	2,105
BBDC3	BRADESCO	ON N1	502.755.944	1,428
BBDC4	BRADESCO	PN N1	1.840.923.981	6,366
BBRK3	BR BROKERS	ON NM	102.583.483	0,071
BISA3	BROOKFIELD	ON NM	203.915.466	0,087
BRAP4	BRADESPAR	PN N1	222.485.404	0,618
BRFS3	BRF FOODS	ON NM	530.324.269	1,812
BRKM5	BRASKEM	PNA N1	267.523.222	0,359
BRML3	BR MALLS PAR	ON NM	429.771.339	1,139
BRPR3	BR PROPERT	ON NM	308.431.869	0,798
BRSR6	BANRISUL	PNB N1	174.294.323	0,302
BTOW3	B2W VAREJO	ON NM	64.132.942	0,054
BVMF3	BMFBOVESPA	ON NM	1.926.298.107	2,17
CCRO3	CCR SA	ON NM	861.282.756	1,646
CCXC3	CCX CARVAO	ON NM	64.058.300	0,023
CESP6	CESP	PNB N1	181.698.917	0,599
CIEL3	CIELO	ON NM	278.514.008	1,751
CMIG4	CEMIG	PN N1	470.993.769	1,71
CPFE3	CPFL ENERGIA	ON NM	295.593.838	0,666
CPLE6	COPEL	PNB N1	100.944.661	0,385
CRUZ3	SOUZA CRUZ	ON	378.068.610	1,078
CSAN3	COSAN	ON NM	106.951.526	0,379
CSMG3	COPASA	ON I12 NM	58.123.573	0,295
CSNA3	SID NACIONAL	ON	702.054.457	0,736
CTIP3	CETIP	ON NM	245.524.219	0,672
CYRE3	CYRELA REALT	ON NM	272.526.500	0,471
DASA3	DASA	ON NM	303.147.642	0,407
DTEX3	DURATEX	ON NM	223.598.072	0,286
ECOR3	ECORODOVIAS	ON NM	143.809.995	0,254
ELET3	ELETROBRAS	ON N1	221.661.979	0,302
ELET6	ELETROBRAS	PNB N1	219.262.258	0,426
ELPL4	ELETROPAULO	PN N2	92.569.847	0,18
EMBR3	EMBRAER	ON NM	724.771.808	1,063
ENBR3	ENERGIAS BR	ON NM	232.602.924	0,316
EVEN3	EVEN	ON NM	186.388.622	0,15
EZTC3	EZTEC	ON NM	49.298.117	0,127

Código	Ação	Tipo	Qtde. Teórica (1)	Part. (%) (2)
FIBR3	FIBRIA	ON NM	222.306.462	0,368
GETI4	AES TIETE	PN	94.237.501	0,274
GFSI3	GAFISA	ON NM	432.872.285	0,184
GGBR4	GERDAU	PN N1	864.601.238	1,626
GOAU4	GERDAU MET	PN N1	268.019.692	0,624
GOLL4	GOL	PN N2	98.103.111	0,1
HGTX3	CIA HERING	ON NM	125.635.419	0,584
HRTP3	HRT PETROLEO	ON NM	270.108.800	0,132
HYPE3	HYPERMARCAS	ON NM	366.722.026	0,501
ITSA4	ITAUSA	PN ED N1	2.442.908.872	2,39
ITUB4	ITAUUNIBANCO	PN ED N1	2.210.511.048	7,339
JBSS3	JBS	ON NM	1.525.524.245	0,922
KLBN4	KLABIN S/A	PN N1	446.882.679	0,426
LAME4	LOJAS AMERIC	PN	343.976.716	0,527
LIGT3	LIGHT S/A	ON NM	97.626.465	0,252
LLXL3	LLX LOG	ON NM	312.764.131	0,105
LREN3	LOJAS RENNER	ON NM	122.914.099	0,862
MGLU3	MAGAZ LUIZA	ON NM	59.771.984	0,071
MMXM3	MMX MINER	ON NM	356.485.796	0,204
MPLU3	MULTIPLUS	ON NM	43.351.290	0,196
MPXE3	MPX ENERGIA	ON NM	259.886.283	0,343
MRFG3	MARFRIG	ON NM	176.191.002	0,212
MRVE3	MRV	ON NM	316.211.601	0,39
MULT3	MULTIPLAN	ON N2	69.883.084	0,38
MYPK3	IOCHP-MAXION	ON NM	62.933.658	0,19
NATU3	NATURA	ON NM	168.289.648	0,898
ODPV3	ODONTOPREV	ON NM	256.748.188	0,296
OGXP3	OGX PETROLEO	ON NM	1.238.538.234	0,818
OIBR3	OI	ON	180.051.599	0,173
OIBR4	OI	PN	684.714.911	0,553
OSXB3	OSX BRASIL	ON NM	62.182.903	0,073
PCAR4	P.ACUCAR-CBD	PN N1	97.842.073	0,876
PDGR3	PDG REALT	ON NM	1.124.193.249	0,465
PETR3	PETROBRAS	ON	2.708.517.105	6,045
PETR4	PETROBRAS	PN	4.035.202.846	8,774
POMO4	MARCOPOLO	PN N2	271.430.207	0,324
PSSA3	PORTO SEGURO	ON NM	93.862.618	0,184
QGEP3	QGEP PART	ON NM	78.415.874	0,092
RADL3	RAIADROGASIL	ON NM	177.722.883	0,4
RAPT4	RANDON PART	PN N1	121.109.576	0,135
RDCD3	REDECARD	ON NM	336.347.493	1,182
RENT3	LOCALIZA	ON NM	130.036.410	0,488
RPMG3	PET MANGUINH	ON	250.740.316	0,021
RSID3	ROSSI RESID	ON NM	162.354.065	0,103
SANB11	SANTANDER BR	UNT N2	902.253.987	1,475
SBSP3	SABESP	ON NM	113.328.537	1,019

Código	Ação	Tipo	Qtde. Teórica (1)	Part. (%) (2)
SULA11	SUL AMERICA	UNT N2	107.639.911	0,163
SUZB5	SUZANO PAPEL	PNA INT N1	319.961.603	0,151
TBLE3	TRACTEBEL	ON NM	204.007.369	0,722
TCSA3	TECNISA	ON NM	87.653.256	0,079
TIMP3	TIM PART S/A	ON NM	804.866.737	0,681
TOTS3	TOTVS	ON NM	130.159.556	0,538
TRPL4	TRAN PAULIST	PN N1	78.837.301	0,373
UGPA3	ULTRAPAR	ON NM	400.104.810	1,82
USIM3	USIMINAS	ON N1	173.356.485	0,172
USIM5	USIMINAS	PNA N1	481.098.570	0,411
VAGR3	V-AGRO	ON NM	1.375.171.531	0,052
VALE3	VALE	ON N1	1.234.937.538	4,371
VALE5	VALE	PNA N1	1.837.385.893	6,388
VIVT4	TELEF BRASIL	PN	261.308.985	1,205
Quantidade Teórica Total			47.707.719.348	100
Redutor			46.785.874,87	

ANEXO 2 – FUNÇÃO ESTIMACAO.M

```

function [medias covariancias correlacoes] = estimacao(tabela)

[m n] = size(tabela);

% Estimacao do vetor de medias

cont = 0;
soma = 0;
medias = zeros(1,n);

for l=1:n
    for k=1:m
        if ~isnan(tabela(k,l))
            soma = soma + tabela(k,l);
            cont = cont + 1;
        end;
    end;
    medias(l) = soma/cont;
    soma = 0;
    cont = 0;
end;

medias = medias';

% Estimacao da matriz de variancia-covariancia

covariancias = zeros(n);

a = 1;

soma = 0;
cont = 0;

for j=1:n
    for l=1:n
        for k=1:m
            if (~isnan(tabela(k,j)))&&(~isnan(tabela(k,l)))
                soma = soma + (tabela(k,j)-medias(j,1))*(tabela(k,l)-
medias(l,1));
                cont = cont + 1;
            end;
        end;
        covariancias(j,l) = soma/(cont-1);
        soma = 0;
        cont = 0;
    end;
end;

correlacoes = corrcoef(covariancias,1);

end

```

ANEXO 3 – MATRIZ DE REGISTROS DE RETORNOS MENSAIS NO INTERVALO DE AMOSTRAGEM

Datas	ALLL3	AMBV3	AMBV4	AMIL3	BBAS3	BBDC3	BBDC4	BBRK3	BISA3
20040130	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040227	NaN	0,109	0,107	NaN	0,061	0,010	0,015	NaN	NaN
20040331	NaN	0,299	-0,253	NaN	0,075	-0,073	-0,048	NaN	NaN
20040430	NaN	0,102	-0,075	NaN	-0,180	-0,139	-0,142	NaN	NaN
20040531	NaN	0,111	0,090	NaN	0,089	0,080	0,099	NaN	NaN
20040630	NaN	0,049	0,049	NaN	0,082	0,066	0,080	NaN	NaN
20040730	NaN	-0,042	0,019	NaN	0,022	0,007	-0,008	NaN	NaN
20040831	NaN	0,036	0,016	NaN	0,054	0,000	0,017	NaN	NaN
20040930	NaN	0,024	0,014	NaN	0,039	0,026	0,056	NaN	NaN
20041029	NaN	0,127	0,103	NaN	0,123	0,196	0,148	NaN	NaN
20041130	NaN	-0,013	-0,015	NaN	0,125	0,047	0,029	NaN	NaN
20041230	NaN	0,008	0,053	NaN	0,020	0,148	0,083	NaN	NaN
20050131	NaN	-0,072	-0,096	NaN	-0,049	-0,053	0,003	NaN	NaN
20050228	NaN	0,029	0,147	NaN	0,003	0,306	0,272	NaN	NaN
20050331	NaN	-0,197	0,008	NaN	-0,045	-0,050	-0,056	NaN	NaN
20050429	NaN	-0,393	-0,088	NaN	-0,012	-0,042	0,032	NaN	NaN
20050531	NaN	0,013	0,021	NaN	0,050	0,090	-0,028	NaN	NaN
20050630	NaN	-0,071	-0,005	NaN	0,031	0,136	0,074	NaN	NaN
20050729	NaN	-0,010	0,034	NaN	-0,011	-0,039	-0,003	NaN	NaN
20050831	NaN	0,022	0,024	NaN	0,115	0,160	0,204	NaN	NaN
20050930	NaN	0,104	0,100	NaN	0,244	0,162	0,088	NaN	NaN
20051031	NaN	-0,052	-0,038	NaN	-0,046	0,029	0,065	NaN	NaN
20051130	NaN	0,164	0,075	NaN	-0,053	0,164	0,167	NaN	NaN
20051229	NaN	0,018	0,041	NaN	0,077	0,045	0,001	NaN	NaN
20060131	NaN	0,026	0,013	NaN	0,269	0,268	0,285	NaN	NaN
20060224	NaN	0,011	-0,010	NaN	0,027	-0,015	0,007	NaN	NaN
20060331	NaN	0,049	0,033	NaN	0,009	-0,130	-0,115	NaN	NaN
20060428	NaN	0,051	0,031	NaN	0,093	0,023	0,027	NaN	NaN
20060531	0,304	-0,021	-0,031	NaN	-0,073	-0,022	-0,121	NaN	NaN
20060630	-0,056	-0,050	-0,032	NaN	-0,111	-0,086	-0,033	NaN	NaN
20060731	NaN	-0,019	-0,032	NaN	-0,002	0,061	0,075	NaN	NaN
20060831	NaN	0,076	0,106	NaN	-0,038	-0,022	-0,045	NaN	NaN
20060929	-0,088	0,039	0,023	NaN	-0,010	0,035	0,036	NaN	NaN
20061031	0,140	-0,035	-0,046	NaN	0,093	0,034	0,057	NaN	NaN
20061130	NaN	0,069	0,063	NaN	0,139	0,069	0,070	NaN	0,102
20061228	NaN	0,041	0,055	NaN	0,082	0,091	0,063	NaN	-0,048
20070131	0,071	0,033	0,038	NaN	0,086	0,019	-0,002	NaN	-0,083
20070228	-0,120	0,006	-0,059	NaN	-0,013	-0,085	-0,095	NaN	-0,061
20070330	-0,015	0,096	0,102	NaN	-0,028	0,072	0,076	NaN	-0,168
20070430	0,054	0,094	0,044	NaN	0,044	0,045	0,035	NaN	0,197
20070531	NaN	0,106	0,101	NaN	0,138	0,127	0,125	NaN	0,069
20070629	NaN	0,058	0,040	NaN	0,056	-0,001	-0,044	NaN	-0,076

Datas	ALLL3	AMBV3	AMBV4	AMIL3	BBAS3	BBDC3	BBDC4	BBRK3	BISA3
20070731	-0,060	-0,040	-0,046	NaN	0,061	0,031	0,048	NaN	-0,067
20070831	-0,057	0,023	0,050	NaN	-0,047	-0,015	-0,001	NaN	-0,238
20070928	0,029	-0,030	-0,007	NaN	0,095	0,063	0,095	NaN	0,273
20071031	0,154	0,084	0,059	NaN	0,013	0,072	0,104	NaN	0,000
20071130	NaN	-0,088	-0,066	-0,071	0,016	-0,018	-0,039	NaN	-0,203
20071228	NaN	-0,035	-0,036	0,038	-0,044	-0,070	0,001	0,182	0,000
20080131	-0,141	-0,080	-0,040	-0,138	-0,038	-0,165	-0,179	-0,023	-0,174
20080229	0,077	0,113	0,130	-0,004	-0,034	0,105	0,130	0,220	0,067
20080331	-0,143	-0,090	-0,054	-0,202	-0,183	-0,101	-0,076	-0,210	-0,108
20080430	0,333	-0,047	-0,061	-0,096	0,251	-0,230	-0,217	0,184	0,058
20080530	NaN	-0,055	-0,085	0,312	0,126	0,040	0,029	0,145	-0,003
20080630	NaN	-0,081	-0,107	0,102	-0,196	-0,143	-0,161	-0,133	-0,058
20080731	NaN	-0,139	-0,082	-0,075	-0,040	0,000	0,005	-0,135	-0,129
20080829	NaN	0,060	0,079	-0,081	-0,052	-0,086	-0,097	-0,197	-0,131
20080930	NaN	0,042	0,047	-0,096	-0,044	0,004	0,033	-0,403	-0,323
20081031	-0,178	-0,129	-0,133	-0,099	-0,351	-0,183	-0,189	-0,573	-0,298
20081128	-0,027	0,011	0,079	-0,178	-0,032	-0,036	-0,018	-0,392	-0,269
20081230	NaN	0,050	0,032	-0,133	0,027	-0,057	-0,083	0,065	0,093
20090130	NaN	-0,051	-0,063	0,000	-0,033	-0,090	-0,079	-0,030	-0,194
20090227	NaN	0,043	0,009	-0,139	-0,025	-0,005	-0,005	-0,081	-0,050
20090331	0,341	0,105	0,140	0,021	0,218	0,069	0,116	-0,238	0,032
20090430	0,028	0,066	0,129	0,303	0,094	0,172	0,173	1,411	0,923
20090529	NaN	0,092	0,048	0,121	0,146	0,080	0,118	-0,019	0,067
20090630	NaN	-0,020	-0,015	0,022	0,001	-0,021	-0,044	0,064	0,067
20090731	NaN	0,015	0,038	0,132	0,116	0,028	0,020	0,826	0,393
20090831	NaN	0,124	0,067	-0,066	0,107	0,018	0,041	0,010	0,277
20090930	-0,013	0,047	0,037	-0,028	0,194	0,161	0,146	0,162	0,017
20091030	NaN	0,060	0,092	0,025	-0,097	-0,040	-0,020	0,010	-0,122
20091130	NaN	0,066	0,049	0,281	0,095	0,040	0,056	-0,052	0,109
20091230	NaN	0,032	0,042	0,075	-0,039	0,030	-0,003	0,121	0,036
20100129	NaN	0,017	-0,009	-0,029	-0,054	-0,143	-0,139	0,222	0,059
20100226	NaN	-0,006	0,006	0,004	0,059	-0,005	-0,006	0,035	0,097
20100331	-0,071	-0,074	-0,063	0,037	0,003	0,025	0,053	-0,055	-0,121
20100430	NaN	0,066	0,040	0,029	0,005	-0,013	-0,030	0,019	-0,019
20100531	NaN	0,001	0,023	-0,035	-0,134	-0,048	-0,044	-0,253	-0,001
20100630	NaN	0,059	0,037	0,065	-0,051	-0,054	-0,075	-0,014	-0,003
20100730	0,061	0,046	0,058	0,038	0,239	0,108	0,147	0,191	0,183
20100831	-0,114	0,023	0,016	0,061	-0,067	-0,043	-0,056	-0,046	-0,015
20100930	0,008	0,036	0,060	0,009	0,128	0,092	0,114	0,135	0,003
20101029	0,124	0,117	0,153	0,063	0,030	0,017	0,033	0,252	0,019
20101130	-0,014	0,030	-0,025	-0,032	-0,006	-0,034	-0,042	0,001	-0,121
20101230	-0,060	0,090	0,096	0,063	-0,045	-0,029	-0,027	0,016	0,063
20110131	-0,061	-0,125	-0,113	-0,096	-0,053	-0,051	-0,057	-0,152	-0,112
20110228	-0,021	-0,014	-0,013	0,057	0,000	0,041	0,039	-0,043	0,008
20110331	-0,028	0,036	0,028	0,129	-0,007	0,098	0,042	0,097	0,096
20110429	-0,030	0,087	0,102	0,008	-0,019	-0,049	-0,058	0,018	0,032

Datas	ALLL3	AMBV3	AMBV4	AMIL3	BBAS3	BBDC3	BBDC4	BBRK3	BISA3
20110531	0,012	-0,025	-0,028	0,021	-0,032	-0,009	-0,012	-0,029	-0,054
20110630	-0,002	0,046	0,054	-0,071	-0,002	0,020	0,022	-0,089	-0,081
20110729	-0,147	-0,107	-0,108	-0,035	-0,061	-0,067	-0,069	-0,072	-0,104
20110831	-0,176	0,185	0,209	0,016	0,016	-0,053	-0,046	0,085	0,026
20110930	-0,076	0,011	0,025	-0,069	-0,070	-0,030	-0,016	-0,231	-0,211
20111031	0,002	0,008	0,011	0,037	0,043	0,090	0,121	0,172	0,196
20111130	0,005	0,070	0,053	-0,033	-0,066	-0,006	-0,046	-0,122	-0,100
20111229	0,083	0,101	0,114	-0,022	-0,021	0,018	0,038	-0,084	-0,167
20120130	0,080	-0,051	-0,051	0,056	0,155	0,052	0,054	0,194	0,242
20120229	-0,009	0,122	0,082	0,141	0,010	0,002	-0,038	0,123	0,057
20120330	-0,090	0,083	0,093	-0,040	-0,061	0,025	0,022	0,044	-0,103
20120430	-0,041	0,071	0,063	-0,024	-0,091	-0,052	-0,040	-0,165	-0,139
20120531	-0,035	-0,072	-0,040	0,024	-0,152	-0,037	-0,034	-0,084	-0,293
20120629	0,012	0,009	0,003	0,058	-0,024	0,002	0,011	0,094	-0,068

Datas	BRAP4	BRFS3	BRKM5	BRML3	BRPR3	BRSR6	BTOW3	BVMF3
20040130	NaN							
20040227	0,084	NaN	0,148	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040331	0,070	NaN	-0,026	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040430	-0,217	NaN	-0,227	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040531	0,074	NaN	-0,200	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040630	-0,052	NaN	0,218	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040730	0,073	NaN	0,083	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040831	0,266	NaN	0,386	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040930	0,118	NaN	0,123	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20041029	-0,186	NaN	0,103	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20041130	0,188	NaN	0,128	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20041230	0,083	NaN	0,132	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050131	0,034	NaN	-0,129	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050228	0,138	NaN	0,122	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050331	-0,011	NaN	-0,173	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050429	-0,232	NaN	-0,093	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050531	0,036	NaN	-0,065	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050630	-0,006	NaN	-0,149	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050729	0,130	NaN	0,166	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050831	0,082	NaN	0,028	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050930	0,265	NaN	-0,019	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20051031	-0,052	NaN	-0,156	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20051130	0,017	NaN	0,026	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20051229	-0,012	NaN	-0,045	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060131	0,263	NaN	-0,104	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060224	-0,049	NaN	0,072	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060331	0,025	NaN	-0,116	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060428	0,140	NaN	-0,088	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060531	-0,099	NaN	-0,039	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060630	-0,013	NaN	-0,059	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN

Datas	BRAP4	BRFS3	BRKM5	BRML3	BRPR3	BRSR6	BTOW3	BVMF3
20060731	0,014	NaN	-0,150	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060831	0,011	NaN	0,235	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060929	-0,042	NaN	-0,030	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20061031	0,143	NaN	0,120	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20061130	0,097	NaN	0,042	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20061228	0,110	NaN	-0,049	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20070131	0,121	NaN	0,035	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20070228	0,058	NaN	-0,113	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20070330	0,022	NaN	0,104	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20070430	0,111	NaN	0,141	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20070531	0,076	NaN	-0,055	0,409	NaN	NaN	NaN	NaN
20070629	0,001	NaN	0,052	0,229	NaN	NaN	NaN	NaN
20070731	0,083	NaN	0,001	-0,109	NaN	NaN	NaN	NaN
20070831	0,045	NaN	0,048	-0,030	NaN	NaN	NaN	NaN
20070928	0,261	NaN	-0,046	-0,028	NaN	NaN	0,146	NaN
20071031	0,041	NaN	-0,056	0,176	NaN	-0,037	0,085	NaN
20071130	-0,037	NaN	-0,034	-0,078	NaN	-0,021	-0,137	NaN
20071228	-0,093	NaN	-0,086	0,021	NaN	-0,044	-0,123	NaN
20080131	-0,206	NaN	-0,097	-0,238	NaN	-0,108	-0,120	NaN
20080229	0,164	NaN	0,103	0,071	NaN	0,015	0,136	NaN
20080331	0,076	NaN	0,039	-0,202	NaN	-0,075	-0,169	NaN
20080430	0,049	NaN	-0,039	0,170	NaN	0,087	-0,066	NaN
20080530	-0,017	NaN	-0,075	0,060	NaN	0,210	0,278	NaN
20080630	-0,102	NaN	-0,036	-0,201	NaN	-0,236	-0,167	NaN
20080731	-0,185	NaN	0,082	-0,062	NaN	-0,016	0,005	NaN
20080829	-0,087	NaN	-0,154	-0,003	NaN	-0,111	-0,014	NaN
20080930	-0,181	NaN	-0,129	-0,207	NaN	-0,197	-0,210	-0,317
20081031	-0,266	NaN	-0,075	-0,304	NaN	-0,177	-0,395	-0,319
20081128	-0,020	NaN	-0,335	0,181	NaN	0,112	-0,136	-0,111
20081230	-0,001	NaN	-0,113	-0,037	NaN	-0,059	-0,009	0,169
20090130	0,221	NaN	0,029	0,187	NaN	-0,032	0,044	0,111
20090227	-0,043	NaN	-0,058	0,111	NaN	0,042	-0,140	-0,111
20090331	0,011	NaN	-0,106	0,200	NaN	0,237	0,010	0,182
20090430	0,189	NaN	0,283	0,138	NaN	0,023	0,593	0,262
20090529	0,073	NaN	0,160	0,034	NaN	0,063	0,201	0,283
20090630	-0,113	NaN	0,003	-0,120	NaN	0,039	-0,101	0,035
20090731	0,100	NaN	0,157	0,302	NaN	0,101	0,180	0,024
20090831	0,039	NaN	0,259	-0,010	NaN	0,200	0,110	-0,036
20090930	0,115	NaN	0,076	0,089	NaN	0,044	0,024	0,124
20091030	0,118	NaN	0,039	-0,067	NaN	0,055	0,024	-0,127
20091130	0,062	NaN	-0,015	0,231	NaN	0,065	-0,010	0,035
20091230	-0,004	NaN	0,222	-0,104	NaN	0,200	-0,053	0,038
20100129	0,008	-0,005	-0,058	-0,047	NaN	-0,109	-0,205	0,039
20100226	0,016	-0,023	-0,036	0,146	NaN	0,106	-0,013	-0,070
20100331	0,115	0,086	0,024	-0,106	NaN	0,028	0,024	0,017
20100430	-0,088	-0,052	-0,040	0,054	-0,036	-0,101	-0,001	-0,045

Datas	BRAP4	BRFS3	BRKM5	BRML3	BRPR3	BRSR6	BTOW3	BVMF3
20100531	-0,077	0,026	-0,142	0,048	-0,068	-0,034	-0,203	0,055
20100630	-0,114	0,017	0,161	0,013	0,108	0,014	-0,017	-0,044
20100730	0,126	0,043	0,054	0,114	0,089	0,157	0,124	0,116
20100831	-0,009	-0,047	0,172	0,050	0,010	0,019	-0,172	-0,012
20100930	0,107	0,093	0,110	0,028	0,153	0,101	0,118	0,105
20101029	0,076	-0,042	0,015	0,149	0,006	0,097	-0,006	0,007
20101130	-0,027	0,033	0,043	0,040	0,189	0,043	-0,019	-0,084
20101230	0,022	0,072	0,120	0,012	-0,069	-0,094	0,033	0,006
20110131	0,055	0,000	0,029	-0,111	-0,077	-0,071	-0,103	-0,113
20110228	-0,056	0,057	-0,033	0,043	0,055	0,110	-0,094	-0,029
20110331	-0,009	0,067	0,067	0,073	-0,031	0,104	-0,127	0,048
20110429	-0,049	0,023	0,058	-0,026	0,102	-0,060	-0,034	-0,003
20110531	-0,005	-0,071	0,079	0,103	-0,048	-0,080	0,021	-0,041
20110630	-0,022	-0,095	-0,098	-0,022	-0,027	0,029	-0,136	-0,087
20110729	0,008	0,113	-0,175	0,012	-0,016	-0,123	-0,240	-0,122
20110831	-0,114	0,056	0,028	-0,017	0,023	0,120	0,109	0,029
20110930	-0,064	0,033	-0,229	0,082	-0,030	-0,090	-0,084	-0,058
20111031	0,058	0,111	0,049	-0,034	0,013	0,131	-0,051	0,166
20111130	-0,053	-0,013	-0,086	-0,013	0,041	0,066	-0,272	-0,036
20111229	-0,044	0,032	-0,085	-0,010	0,027	0,037	-0,113	-0,008
20120130	0,070	-0,054	0,208	0,072	0,019	0,028	0,134	0,120
20120229	0,068	0,042	0,008	0,133	0,170	-0,004	0,077	0,046
20120330	-0,037	0,003	-0,073	0,081	0,063	-0,037	-0,245	-0,022
20120430	0,001	-0,032	-0,073	-0,005	0,009	-0,161	-0,020	-0,046
20120531	-0,096	-0,099	-0,160	-0,063	-0,032	-0,031	-0,255	-0,109
20120629	0,044	-0,032	0,189	0,036	0,035	-0,113	-0,035	0,073

Datas	CCRO3	CESP6	CIEL3	CMIG4	CPFE3	CPL6	CRUZ3	CSAN3	CSMG3
20040130	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040227	0,019	NaN	NaN	0,045	NaN	-0,048	-0,003	NaN	NaN
20040331	0,000	NaN	NaN	-0,026	NaN	0,004	-0,007	NaN	NaN
20040430	0,029	NaN	NaN	-0,094	NaN	-0,121	-0,161	NaN	NaN
20040531	0,049	NaN	NaN	-0,052	NaN	-0,037	0,067	NaN	NaN
20040630	0,344	NaN	NaN	0,062	NaN	0,085	0,085	NaN	NaN
20040730	-0,067	NaN	NaN	0,205	NaN	0,095	0,042	NaN	NaN
20040831	0,103	NaN	NaN	-0,030	NaN	-0,091	-0,063	NaN	NaN
20040930	0,010	NaN	NaN	0,115	NaN	0,023	0,076	NaN	NaN
20041029	0,115	NaN	NaN	0,096	-0,013	0,002	0,039	NaN	NaN
20041130	0,200	NaN	NaN	-0,043	-0,011	0,221	0,078	NaN	NaN
20041230	0,178	NaN	NaN	0,028	0,098	-0,073	0,027	NaN	NaN
20050131	-0,088	NaN	NaN	-0,106	-0,019	0,013	-0,156	NaN	NaN
20050228	0,019	NaN	NaN	0,160	0,130	0,208	0,158	NaN	NaN
20050331	-0,015	NaN	NaN	-0,086	-0,091	-0,118	-0,080	NaN	NaN
20050429	-0,004	NaN	NaN	0,185	0,122	0,102	-0,083	NaN	NaN
20050531	0,113	NaN	NaN	0,001	-0,027	0,001	0,016	NaN	NaN
20050630	-0,070	NaN	NaN	0,019	-0,068	-0,035	-0,041	NaN	NaN

Datas	CCRO3	CESP6	CIEL3	CMIG4	CPFE3	CPL6	CRUZ3	CSAN3	CSMG3
20050729	-0,023	NaN	NaN	0,041	0,157	-0,002	-0,021	NaN	NaN
20050831	0,049	NaN	NaN	0,063	0,102	0,017	-0,057	NaN	NaN
20050930	0,129	NaN	NaN	0,032	0,011	0,287	0,022	NaN	NaN
20051031	-0,062	NaN	NaN	-0,035	-0,009	-0,055	-0,011	NaN	NaN
20051130	0,124	NaN	NaN	0,089	0,072	0,160	0,142	NaN	NaN
20051229	0,106	NaN	NaN	0,064	0,111	-0,058	-0,049	0,168	NaN
20060131	0,216	NaN	NaN	0,122	0,116	0,126	0,076	0,310	NaN
20060224	-0,109	NaN	NaN	0,023	0,024	0,151	0,123	0,273	NaN
20060331	0,010	NaN	NaN	-0,094	-0,050	-0,069	-0,058	0,307	-0,044
20060428	-0,097	NaN	NaN	0,018	-0,026	0,056	0,203	0,082	-0,126
20060531	-0,057	NaN	NaN	-0,131	-0,033	-0,170	-0,179	-0,106	-0,117
20060630	0,026	NaN	NaN	0,052	-0,076	0,074	-0,012	-0,028	-0,032
20060731	0,155	NaN	NaN	0,024	0,022	0,076	0,077	0,009	-0,033
20060831	0,022	0,117	NaN	-0,059	0,035	0,050	0,010	-0,197	0,149
20060929	0,005	0,023	NaN	-0,036	-0,007	0,063	-0,041	-0,069	0,012
20061031	0,089	0,066	NaN	0,083	-0,022	-0,004	-0,030	0,041	-0,014
20061130	0,205	0,052	NaN	0,060	0,044	-0,020	0,147	0,032	0,095
20061228	0,047	0,137	NaN	0,071	0,056	0,046	0,018	0,186	0,146
20070131	-0,033	-0,012	NaN	-0,031	-0,067	0,034	0,051	-0,089	-0,054
20070228	-0,022	0,014	NaN	-0,007	0,009	-0,048	-0,038	-0,036	0,139
20070330	0,006	0,118	NaN	0,000	0,028	-0,024	0,078	-0,049	-0,022
20070430	0,157	0,094	NaN	-0,290	0,084	0,083	0,082	0,048	-0,011
20070531	0,015	0,123	NaN	0,060	0,143	0,102	0,060	0,050	0,188
20070629	0,101	0,025	NaN	0,080	0,077	0,162	-0,027	-0,232	-0,065
20070731	-0,041	-0,032	NaN	-0,074	-0,078	-0,065	-0,059	0,006	0,000
20070831	-0,002	-0,018	NaN	-0,005	-0,017	0,027	-0,059	-0,312	0,066
20070928	0,085	0,015	NaN	0,032	0,012	-0,084	0,161	0,147	-0,029
20071031	-0,133	-0,035	NaN	-0,049	0,070	-0,017	0,030	0,089	0,083
20071130	-0,022	-0,033	NaN	0,027	-0,074	-0,033	0,034	-0,229	-0,028
20071228	-0,121	0,369	NaN	-0,147	-0,043	-0,038	-0,049	-0,009	-0,018
20080131	0,031	0,048	NaN	-0,140	-0,101	-0,056	0,006	0,322	-0,232
20080229	0,018	0,055	NaN	0,152	0,223	0,087	0,015	0,051	0,082
20080331	-0,103	-0,400	NaN	-0,022	-0,046	0,043	-0,076	-0,100	0,002
20080430	0,236	-0,087	NaN	0,095	0,188	0,044	0,024	0,150	0,078
20080530	0,022	0,171	NaN	0,102	-0,090	-0,005	0,076	-0,144	0,076
20080630	-0,031	0,065	NaN	0,022	-0,049	0,095	-0,088	0,082	-0,008
20080731	0,005	-0,113	NaN	-0,044	0,001	-0,013	-0,034	0,112	-0,012
20080829	-0,064	-0,102	NaN	-0,053	-0,065	-0,130	-0,034	-0,157	-0,159
20080930	-0,162	-0,368	NaN	0,068	0,044	-0,057	0,067	-0,511	-0,189
20081031	-0,144	-0,394	NaN	-0,122	-0,101	-0,097	-0,121	-0,169	-0,323
20081128	0,057	0,350	NaN	0,106	0,000	0,148	0,146	0,062	0,182
20081230	0,044	0,118	NaN	-0,130	-0,055	-0,123	-0,037	0,004	0,176
20090130	-0,033	-0,172	NaN	-0,010	-0,003	-0,092	0,061	-0,066	0,018
20090227	0,014	0,091	NaN	0,057	0,047	0,023	0,026	-0,019	0,086
20090331	-0,101	-0,047	NaN	0,037	0,002	0,081	-0,089	-0,064	-0,066
20090430	0,263	0,184	NaN	-0,227	0,057	0,120	0,072	0,396	0,229

Datas	CCRO3	CESP6	CIEL3	CMIG4	CPFE3	CPL6	CRUZ3	CSAN3	CSMG3
20090529	0,173	0,127	NaN	-0,006	-0,039	0,046	0,098	0,178	0,089
20090630	0,017	0,129	NaN	-0,005	-0,006	-0,033	0,084	-0,091	-0,017
20090731	-0,030	-0,014	NaN	0,027	0,036	0,044	0,138	0,181	-0,012
20090831	0,018	0,045	NaN	0,026	0,008	0,029	-0,058	0,241	0,192
20090930	-0,024	0,080	NaN	-0,027	-0,039	0,069	0,040	-0,073	0,007
20091030	0,148	-0,055	NaN	0,019	-0,048	-0,022	0,000	-0,052	0,037
20091130	0,088	0,041	NaN	0,094	0,056	0,104	-0,027	0,111	-0,043
20091230	0,054	0,120	NaN	0,050	0,100	0,095	-0,045	0,243	0,105
20100129	0,008	-0,022	-0,022	-0,008	0,027	0,040	0,048	-0,168	-0,233
20100226	-0,051	-0,010	-0,057	-0,052	0,024	-0,045	0,022	0,105	-0,008
20100331	0,035	0,053	0,184	-0,006	-0,048	-0,011	0,003	-0,079	0,016
20100430	0,019	0,029	0,008	-0,067	0,007	-0,028	0,081	0,019	-0,018
20100531	-0,077	-0,130	-0,088	-0,057	0,032	-0,051	-0,007	-0,061	-0,045
20100630	0,006	0,123	-0,013	0,007	0,072	0,107	0,023	0,088	0,037
20100730	0,072	0,102	0,039	0,005	0,030	0,024	0,188	0,107	0,012
20100831	0,006	-0,059	-0,051	0,065	-0,001	0,009	0,002	-0,084	-0,022
20100930	0,083	-0,009	-0,018	-0,020	-0,046	-0,031	0,045	0,098	0,049
20101029	0,054	0,069	-0,007	0,091	0,031	0,073	0,034	0,068	0,006
20101130	0,016	0,062	0,018	-0,048	-0,005	0,063	-0,015	-0,022	0,050
20101230	0,003	-0,060	-0,097	-0,063	0,038	-0,024	0,049	0,052	0,047
20110131	-0,019	0,054	-0,080	0,026	-0,004	0,024	-0,119	-0,057	-0,047
20110228	0,008	-0,041	0,061	0,009	0,054	-0,016	0,002	-0,002	0,060
20110331	0,022	0,139	0,054	0,128	0,072	0,063	0,065	-0,023	-0,052
20110429	0,034	-0,021	0,051	0,032	-0,019	-0,033	0,041	-0,047	0,044
20110531	0,008	0,005	-0,100	-0,081	-0,005	-0,047	0,120	-0,002	0,101
20110630	-0,060	0,002	-0,008	0,070	-0,016	0,012	0,003	0,019	-0,009
20110729	0,005	0,044	0,105	-0,064	-0,011	-0,099	-0,068	-0,033	0,038
20110831	0,028	-0,069	-0,051	-0,005	-0,059	-0,064	0,075	0,004	-0,037
20110930	0,020	-0,067	0,024	-0,060	-0,006	-0,031	-0,048	0,003	-0,050
20111031	-0,035	0,052	0,086	0,035	0,065	0,013	0,113	0,118	0,084
20111130	-0,022	0,077	0,058	0,081	0,042	0,062	0,089	0,004	0,001
20111229	0,058	0,049	0,001	0,073	0,136	0,066	-0,001	0,004	0,035
20120130	-0,026	-0,004	0,075	0,040	-0,022	0,028	0,000	0,019	0,156
20120229	0,153	0,142	0,185	0,138	0,088	0,081	0,122	0,118	0,130
20120330	0,077	-0,025	0,008	0,108	-0,008	-0,011	0,089	0,104	-0,024
20120430	0,001	-0,010	-0,076	-0,134	-0,029	0,130	0,060	-0,025	0,045
20120531	0,061	-0,042	-0,047	-0,069	-0,074	-0,151	-0,091	-0,095	-0,033
20120629	0,040	0,055	0,084	0,067	0,029	0,078	0,092	0,034	0,012

Datas	CSNA3	CTIP3	CYRE3	DASA3	DTEX3	ECOR3	ELET3	ELET6	ELPL4
20040130	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040227	0,138	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,071	-0,023	-0,145
20040331	0,069	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,129	0,096	0,173
20040430	-0,299	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,174	-0,146	-0,185
20040531	0,047	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,059	-0,101	-0,188
20040630	0,038	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,077	0,058	0,200

Datas	CSNA3	CTIP3	CYRE3	DASA3	DTEX3	ECOR3	ELET3	ELET6	ELPL4
20040730	0,161	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,415	0,351	0,108
20040831	0,031	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,077	-0,084	0,009
20040930	-0,021	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,137	0,118	0,152
20041029	-0,051	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,020	-0,006	-0,057
20041130	0,229	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,018	0,029	0,002
20041230	-0,019	NaN	NaN	0,063	NaN	NaN	-0,125	-0,098	0,031
20050131	0,029	NaN	NaN	0,130	NaN	NaN	-0,119	-0,161	-0,142
20050228	0,286	NaN	NaN	0,185	NaN	NaN	0,115	0,101	0,153
20050331	-0,058	NaN	NaN	-0,156	NaN	NaN	-0,061	-0,055	-0,036
20050429	-0,128	NaN	NaN	0,037	NaN	NaN	-0,115	-0,046	0,118
20050531	-0,226	NaN	NaN	0,046	NaN	NaN	0,140	0,012	0,185
20050630	-0,112	NaN	NaN	0,086	NaN	NaN	-0,081	-0,082	-0,027
20050729	0,182	NaN	NaN	-0,057	NaN	NaN	-0,002	0,009	-0,052
20050831	0,034	NaN	0,420	-0,057	NaN	NaN	-0,007	0,028	0,043
20050930	0,117	NaN	0,472	0,233	NaN	NaN	0,371	0,369	0,129
20051031	-0,165	NaN	-0,038	0,046	NaN	NaN	-0,119	-0,095	0,007
20051130	0,064	NaN	0,384	0,068	NaN	NaN	0,023	0,042	-0,023
20051229	0,093	NaN	0,306	0,115	NaN	NaN	-0,057	-0,023	0,000
20060131	0,292	NaN	0,031	0,276	NaN	NaN	0,047	0,061	0,010
20060224	-0,016	NaN	0,182	-0,046	NaN	NaN	0,130	0,111	0,037
20060331	0,064	NaN	-0,012	0,058	NaN	NaN	0,084	0,028	-0,012
20060428	0,077	NaN	-0,079	-0,054	NaN	NaN	0,228	0,143	0,000
20060531	-0,070	NaN	-0,127	-0,132	NaN	NaN	-0,282	-0,255	-0,140
20060630	0,019	NaN	0,156	-0,065	NaN	NaN	0,093	0,100	0,011
20060731	0,003	NaN	-0,177	-0,119	NaN	NaN	-0,026	-0,029	0,017
20060831	-0,102	NaN	0,281	0,085	NaN	NaN	0,022	-0,018	NaN
20060929	-0,010	NaN	-0,021	-0,002	NaN	NaN	0,026	0,051	NaN
20061031	0,073	NaN	0,179	0,024	NaN	NaN	-0,060	-0,047	NaN
20061130	-0,027	NaN	-0,044	0,095	NaN	NaN	0,140	0,074	NaN
20061228	-0,003	NaN	-0,022	-0,008	NaN	NaN	-0,006	0,039	NaN
20070131	0,068	NaN	-0,036	-0,069	NaN	NaN	-0,021	0,002	NaN
20070228	0,076	NaN	0,003	0,085	NaN	NaN	-0,100	-0,071	NaN
20070330	0,199	NaN	-0,029	-0,013	NaN	NaN	0,020	0,004	NaN
20070430	0,002	NaN	0,114	-0,033	NaN	NaN	-0,007	0,067	NaN
20070531	0,114	NaN	0,174	0,028	NaN	NaN	0,126	0,057	NaN
20070629	0,007	NaN	-0,044	-0,058	NaN	NaN	0,130	0,129	NaN
20070731	0,089	NaN	-0,077	0,070	NaN	NaN	-0,142	-0,142	NaN
20070831	0,024	NaN	-0,159	-0,035	NaN	NaN	0,021	-0,010	NaN
20070928	0,157	NaN	0,347	-0,045	NaN	NaN	0,059	0,062	NaN
20071031	0,075	NaN	0,204	-0,031	NaN	NaN	-0,002	0,017	NaN
20071130	-0,014	NaN	-0,079	-0,148	NaN	NaN	-0,069	-0,060	NaN
20071228	0,155	NaN	-0,127	0,064	NaN	NaN	-0,043	-0,065	NaN
20080131	0,047	NaN	-0,054	-0,179	NaN	NaN	-0,085	-0,029	NaN
20080229	0,147	NaN	0,179	0,056	NaN	NaN	0,136	0,113	NaN
20080331	-0,009	NaN	-0,148	0,091	NaN	NaN	0,078	0,016	NaN
20080430	0,164	NaN	0,206	0,095	NaN	NaN	-0,067	0,024	NaN

Datas	CSNA3	CTIP3	CYRE3	DASA3	DTEX3	ECOR3	ELET3	ELET6	ELPL4
20080530	0,089	NaN	-0,016	0,139	NaN	NaN	0,180	0,047	NaN
20080630	-0,099	NaN	-0,188	-0,051	NaN	NaN	0,004	-0,035	NaN
20080731	-0,142	NaN	0,030	-0,090	NaN	NaN	0,027	0,007	NaN
20080829	-0,078	NaN	-0,101	-0,013	NaN	NaN	-0,030	-0,045	NaN
20080930	-0,279	NaN	-0,048	-0,315	NaN	NaN	-0,041	-0,040	NaN
20081031	-0,295	NaN	-0,456	-0,014	NaN	NaN	-0,072	-0,027	NaN
20081128	-0,098	NaN	-0,260	-0,024	NaN	NaN	0,029	0,043	NaN
20081230	0,120	NaN	0,173	-0,082	NaN	NaN	-0,041	-0,009	NaN
20090130	0,213	NaN	0,011	0,001	NaN	NaN	0,010	0,009	NaN
20090227	-0,109	NaN	-0,243	0,049	NaN	NaN	0,002	-0,006	NaN
20090331	0,097	NaN	0,304	0,050	NaN	NaN	-0,011	0,034	NaN
20090430	0,171	NaN	0,483	0,290	NaN	NaN	0,111	0,132	NaN
20090529	0,204	NaN	0,109	0,060	NaN	NaN	-0,068	-0,107	NaN
20090630	-0,101	NaN	-0,017	0,014	NaN	NaN	0,067	0,007	NaN
20090731	0,102	NaN	0,296	0,163	NaN	NaN	0,002	0,012	NaN
20090831	0,020	NaN	0,231	0,062	NaN	NaN	-0,040	-0,041	NaN
20090930	0,109	NaN	-0,027	0,079	NaN	NaN	0,002	0,006	NaN
20091030	0,072	NaN	-0,024	-0,048	NaN	NaN	-0,097	-0,096	NaN
20091130	0,003	0,069	0,098	0,248	0,279	NaN	0,164	0,123	NaN
20091230	-0,043	0,130	-0,008	0,048	0,047	NaN	0,253	0,255	NaN
20100129	-0,018	0,019	-0,117	0,015	-0,001	NaN	0,102	0,094	NaN
20100226	0,075	-0,002	0,042	0,024	0,062	NaN	0,169	-0,173	NaN
20100331	0,206	-0,019	-0,066	0,054	-0,108	NaN	0,120	0,110	NaN
20100430	-0,095	-0,071	-0,003	-0,032	0,036	NaN	-0,057	-0,052	NaN
20100531	-0,136	0,136	-0,060	-0,007	-0,019	-0,011	-0,083	-0,132	NaN
20100630	-0,057	-0,052	-0,012	0,133	0,051	0,052	0,053	0,076	NaN
20100730	0,112	0,021	0,271	-0,005	0,125	0,075	-0,044	-0,034	NaN
20100831	-0,080	0,068	-0,119	0,088	-0,035	0,025	-0,063	-0,069	NaN
20100930	0,090	0,077	0,097	0,109	0,031	0,018	0,009	0,002	NaN
20101029	-0,037	0,081	-0,019	0,029	0,068	0,152	0,085	0,082	NaN
20101130	-0,076	0,120	-0,077	0,048	0,000	0,078	-0,039	-0,043	NaN
20101230	0,021	0,168	0,007	0,023	-0,089	-0,081	-0,011	0,017	NaN
20110131	0,039	-0,064	-0,157	-0,100	-0,104	0,017	0,007	0,007	0,012
20110228	-0,038	0,107	-0,101	-0,007	0,044	-0,015	0,049	0,123	-0,012
20110331	0,001	0,104	-0,065	0,045	0,033	0,036	0,050	0,012	0,125
20110429	-0,083	-0,033	0,067	0,002	-0,057	0,044	-0,072	-0,066	0,061
20110531	-0,099	-0,067	0,024	0,064	-0,210	0,007	-0,022	-0,011	-0,089
20110630	-0,129	-0,008	-0,120	-0,063	0,029	-0,029	-0,067	-0,068	-0,030
20110729	-0,157	0,097	0,022	-0,083	-0,126	-0,037	-0,103	-0,107	0,071
20110831	-0,023	-0,060	-0,007	-0,145	-0,074	0,057	-0,130	-0,102	-0,224
20110930	-0,066	-0,056	-0,224	-0,028	-0,195	0,000	-0,006	0,016	0,012
20111031	0,078	0,009	0,282	-0,146	0,080	-0,058	0,061	0,102	0,082
20111130	-0,073	0,110	0,001	-0,040	-0,012	0,024	-0,036	-0,005	0,063
20111229	0,016	0,025	-0,013	0,183	-0,029	0,048	0,077	0,141	0,115
20120130	0,204	-0,015	0,125	0,084	0,083	-0,106	-0,011	-0,057	-0,022
20120229	-0,029	0,205	0,038	-0,048	-0,005	0,111	0,059	0,032	0,036

Datas	CSNA3	CTIP3	CYRE3	DASA3	DTEX3	ECOR3	ELET3	ELET6	ELPL4
20120330	-0,017	-0,053	-0,068	-0,124	0,198	0,152	-0,082	-0,092	0,039
20120430	-0,051	-0,031	-0,046	-0,019	-0,027	-0,003	-0,049	-0,034	-0,241
20120531	-0,206	-0,009	-0,018	0,029	-0,138	0,015	-0,186	-0,184	-0,177
20120629	-0,124	-0,137	-0,021	-0,066	0,100	0,002	0,074	0,044	0,056

Datas	EMBR3	ENBR3	EVEN3	EZTC3	FIBR3	GETI4	GFS3A	GGBR4	GOAU4
20040130	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040227	-0,060	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,066	NaN	0,017	0,029
20040331	0,061	NaN	NaN	NaN	NaN	0,062	NaN	0,079	0,140
20040430	-0,188	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,017	NaN	-0,077	-0,086
20040531	-0,019	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,149	NaN	0,058	0,070
20040630	0,167	NaN	NaN	NaN	NaN	0,101	NaN	0,133	0,109
20040730	-0,027	NaN	NaN	NaN	NaN	0,102	NaN	0,163	0,184
20040831	-0,081	NaN	NaN	NaN	NaN	0,010	NaN	0,122	0,156
20040930	-0,068	NaN	NaN	NaN	NaN	0,245	NaN	-0,038	-0,025
20041029	-0,024	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,095	-0,061
20041130	0,026	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,160	0,155
20041230	0,141	NaN	NaN	NaN	NaN	0,250	NaN	-0,030	0,053
20050131	-0,059	NaN	NaN	NaN	NaN	0,172	NaN	-0,078	-0,058
20050228	0,113	NaN	NaN	NaN	NaN	0,024	NaN	0,163	0,040
20050331	-0,038	NaN	NaN	NaN	NaN	0,012	NaN	-0,131	-0,084
20050429	-0,121	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,098	-0,175
20050531	0,029	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,001	0,005
20050630	0,010	NaN	NaN	NaN	NaN	0,050	NaN	-0,070	-0,096
20050729	0,004	NaN	NaN	NaN	NaN	0,057	NaN	0,102	0,069
20050831	0,096	0,130	NaN	NaN	NaN	-0,012	NaN	0,147	0,118
20050930	0,031	0,053	NaN	NaN	NaN	0,051	NaN	0,172	0,180
20051031	-0,025	-0,138	NaN	NaN	NaN	0,074	NaN	-0,088	-0,054
20051130	-0,030	0,183	NaN	NaN	NaN	-0,030	NaN	0,073	0,052
20051229	0,154	0,034	NaN	NaN	NaN	0,060	NaN	0,199	0,144
20060131	0,217	0,223	NaN	NaN	NaN	0,102	NaN	0,221	0,185
20060224	-0,057	-0,030	NaN	NaN	NaN	-0,011	NaN	0,021	0,035
20060331	-0,055	-0,071	NaN	NaN	NaN	0,081	-0,058	-0,008	-0,008
20060428	-0,001	0,027	NaN	NaN	NaN	-0,021	-0,081	0,113	0,090
20060531	-0,028	-0,097	NaN	NaN	NaN	-0,071	0,108	-0,113	-0,074
20060630	0,045	-0,036	NaN	NaN	NaN	-0,048	0,000	0,017	0,008
20060731	-0,071	-0,089	NaN	NaN	NaN	0,043	-0,066	0,045	0,013
20060831	0,141	0,102	NaN	NaN	NaN	0,029	0,270	-0,090	-0,062
20060929	0,015	0,026	NaN	NaN	NaN	0,030	0,002	-0,055	-0,049
20061031	0,043	0,061	NaN	NaN	NaN	-0,055	0,123	0,074	0,071
20061130	0,012	-0,010	NaN	NaN	NaN	0,082	0,000	0,086	0,076
20061228	-0,020	0,130	NaN	NaN	NaN	0,060	0,014	0,024	0,055
20070131	-0,034	-0,042	NaN	NaN	NaN	0,030	-0,029	0,025	0,004
20070228	0,121	0,057	NaN	NaN	NaN	0,021	-0,004	0,011	0,055
20070330	-0,016	-0,096	NaN	NaN	NaN	-0,008	-0,158	0,043	0,040
20070430	0,022	0,076	NaN	NaN	NaN	0,074	0,101	0,099	0,130

Datas	EMBR3	ENBR3	EVEN3	EZTC3	FIBR3	GETI4	GFS3	GGBR4	GOAU4
20070531	-0,031	0,052	0,172	NaN	NaN	-0,011	0,146	0,042	0,040
20070629	0,007	0,158	0,099	NaN	NaN	0,087	-0,079	0,145	0,172
20070731	-0,133	-0,120	-0,035	0,107	NaN	-0,073	-0,007	-0,040	-0,056
20070831	0,084	-0,110	-0,096	-0,182	NaN	-0,079	-0,210	0,011	-0,024
20070928	-0,082	-0,016	0,156	0,124	NaN	-0,003	0,302	-0,002	0,008
20071031	0,035	-0,082	-0,092	-0,214	NaN	-0,049	0,002	0,127	0,129
20071130	-0,063	-0,040	-0,032	0,011	NaN	0,067	0,082	-0,057	-0,003
20071228	0,028	0,076	0,108	-0,027	NaN	0,027	-0,008	0,021	0,017
20080131	-0,055	-0,187	-0,267	-0,356	NaN	-0,104	-0,105	-0,128	-0,141
20080229	-0,008	0,115	0,065	0,202	NaN	0,074	0,113	0,220	0,221
20080331	-0,076	0,000	-0,234	-0,372	NaN	-0,088	-0,122	-0,021	-0,019
20080430	-0,007	0,053	0,045	0,079	NaN	0,027	0,258	0,216	0,211
20080530	-0,119	0,149	0,118	0,159	NaN	0,147	-0,004	0,245	0,277
20080630	-0,302	0,006	-0,215	-0,126	NaN	-0,017	-0,239	-0,062	-0,080
20080731	0,120	0,047	-0,157	-0,038	NaN	0,092	-0,024	-0,107	-0,096
20080829	0,157	-0,147	-0,286	-0,334	NaN	-0,172	-0,136	-0,105	-0,117
20080930	-0,053	-0,164	-0,282	-0,123	NaN	0,009	0,033	-0,309	-0,284
20081031	-0,141	-0,018	-0,303	-0,254	NaN	-0,129	-0,367	-0,340	-0,340
20081128	-0,239	0,081	-0,158	0,015	NaN	0,118	-0,426	0,039	0,041
20081230	0,029	-0,107	0,234	0,175	NaN	-0,009	0,197	0,035	-0,013
20090130	-0,014	-0,018	-0,183	-0,153	NaN	0,082	0,115	-0,002	-0,009
20090227	-0,242	0,054	-0,156	0,106	NaN	0,098	-0,153	-0,158	-0,163
20090331	0,179	0,036	0,245	0,114	NaN	-0,003	0,176	0,019	0,013
20090430	0,139	0,085	0,414	0,400	NaN	0,023	0,629	0,217	0,214
20090529	0,096	0,045	-0,065	0,257	NaN	0,025	-0,062	0,313	0,272
20090630	-0,160	-0,016	0,021	0,056	NaN	0,106	-0,079	-0,005	-0,011
20090731	0,119	0,013	0,717	0,316	NaN	-0,015	0,452	0,070	0,054
20090831	0,110	0,032	0,182	0,180	NaN	0,008	0,147	0,006	0,015
20090930	0,013	0,032	-0,003	0,059	NaN	-0,014	-0,023	0,077	0,073
20091030	-0,128	-0,024	-0,094	-0,044	NaN	-0,007	-0,020	0,107	0,079
20091130	-0,022	0,088	0,266	0,130	NaN	-0,040	0,111	0,030	0,033
20091230	0,088	0,082	0,095	0,051	0,303	0,049	-0,028	0,075	0,057
20100129	0,050	0,054	-0,116	-0,041	-0,125	-0,051	-0,137	-0,130	-0,103
20100226	-0,018	-0,003	-0,007	0,021	-0,036	0,001	0,124	0,044	0,048
20100331	0,072	-0,030	-0,120	-0,020	0,167	0,016	-0,103	0,093	0,111
20100430	-0,030	-0,025	-0,082	0,006	-0,103	0,006	-0,037	-0,016	-0,067
20100531	-0,044	0,001	0,089	-0,027	-0,145	0,004	-0,071	-0,121	-0,068
20100630	-0,048	0,072	0,017	0,038	-0,097	0,065	-0,018	-0,056	-0,079
20100730	0,238	0,003	0,221	0,140	0,049	0,065	0,222	0,077	0,061
20100831	-0,060	0,044	0,006	0,135	-0,031	-0,035	-0,083	-0,080	-0,091
20100930	0,094	-0,024	0,070	0,064	0,081	0,060	0,079	-0,028	-0,030
20101029	0,025	0,019	0,098	0,059	0,041	0,038	0,080	-0,031	-0,041
20101130	0,023	-0,019	-0,074	0,078	-0,127	0,003	-0,154	-0,114	-0,112
20101230	-0,048	0,058	-0,040	0,078	-0,004	0,021	0,009	0,163	0,153
20110131	0,146	-0,033	-0,081	-0,040	-0,029	-0,022	-0,152	-0,058	-0,049
20110228	0,036	-0,005	-0,051	0,008	-0,067	-0,020	0,003	0,030	0,014

Datas	EMBR3	ENBR3	EVEN3	EZTC3	FIBR3	GETI4	GFS3	GGBR4	GOAU4
20110331	-0,036	0,066	0,123	0,031	0,098	0,078	0,008	-0,082	-0,057
20110429	-0,084	-0,018	0,027	0,148	-0,063	0,052	-0,067	-0,064	-0,059
20110531	0,012	-0,026	-0,006	0,053	-0,011	-0,052	-0,097	-0,084	-0,051
20110630	-0,049	-0,011	-0,084	0,003	-0,159	0,021	-0,146	-0,058	-0,081
20110729	-0,058	0,032	-0,037	-0,116	-0,096	-0,043	0,009	-0,140	-0,113
20110831	-0,099	-0,014	-0,087	0,070	-0,160	-0,070	-0,008	-0,030	-0,032
20110930	0,163	-0,006	-0,228	-0,227	-0,083	0,044	-0,278	-0,018	-0,024
20111031	0,009	-0,026	0,194	0,234	0,069	0,041	0,186	0,157	0,161
20111130	-0,046	0,043	0,017	0,013	-0,103	0,007	-0,157	-0,126	-0,120
20111229	0,040	0,075	-0,049	0,019	0,011	0,090	-0,233	0,074	0,046
20120130	-0,002	-0,021	0,163	0,115	0,062	-0,079	0,092	0,154	0,193
20120229	0,090	0,034	0,039	0,135	0,056	0,028	0,062	0,072	0,070
20120330	0,144	-0,003	-0,059	0,126	-0,035	0,092	-0,100	-0,027	-0,016
20120430	0,123	-0,045	0,014	-0,064	0,023	-0,040	-0,177	0,026	0,034
20120531	-0,127	-0,032	-0,069	-0,050	-0,138	0,019	-0,266	-0,115	-0,142
20120629	-0,069	-0,001	0,030	0,031	0,126	0,051	0,012	0,116	0,110

Datas	GOLL4	HGTX3	HRTP3	HYPE3	ITSA4	ITUB4	JBSS3	KLBN4	LAME4
20040130	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040227	NaN	NaN	NaN	NaN	0,061	NaN	NaN	0,082	0,020
20040331	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,043	NaN	NaN	0,061	0,047
20040430	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,149	NaN	NaN	-0,126	-0,081
20040531	NaN	NaN	NaN	NaN	0,151	NaN	NaN	0,079	0,032
20040630	NaN	NaN	NaN	NaN	0,098	NaN	NaN	0,038	0,019
20040730	-0,029	NaN	NaN	NaN	-0,042	NaN	NaN	0,063	0,110
20040831	0,010	NaN	NaN	NaN	0,041	NaN	NaN	0,067	0,215
20040930	0,104	NaN	NaN	NaN	0,064	NaN	NaN	0,028	0,058
20041029	0,030	NaN	NaN	NaN	0,079	NaN	NaN	0,002	0,027
20041130	0,077	NaN	NaN	NaN	0,032	NaN	NaN	0,002	-0,055
20041230	0,328	NaN	NaN	NaN	0,082	NaN	NaN	0,125	0,115
20050131	-0,100	NaN	NaN	NaN	-0,017	NaN	NaN	-0,109	-0,069
20050228	-0,012	NaN	NaN	NaN	0,122	NaN	NaN	0,046	0,257
20050331	-0,088	-0,088	NaN	NaN	-0,030	NaN	NaN	-0,121	-0,059
20050429	0,034	NaN	NaN	NaN	0,000	NaN	NaN	-0,152	-0,045
20050531	0,127	NaN	NaN	NaN	0,000	NaN	NaN	0,077	0,042
20050630	-0,128	NaN	NaN	NaN	0,033	NaN	NaN	0,000	0,018
20050729	0,004	NaN	NaN	NaN	0,016	NaN	NaN	-0,007	0,046
20050831	0,143	NaN	NaN	NaN	0,140	NaN	NaN	0,132	-0,086
20050930	-0,094	NaN	NaN	NaN	0,092	NaN	NaN	0,013	0,189
20051031	0,083	NaN	NaN	NaN	0,050	NaN	NaN	-0,065	-0,087
20051130	0,298	NaN	NaN	NaN	0,120	NaN	NaN	0,000	0,302
20051229	0,305	NaN	NaN	NaN	-0,020	NaN	NaN	-0,035	0,168
20060131	0,021	NaN	NaN	NaN	0,216	NaN	NaN	0,039	0,189
20060224	0,033	NaN	NaN	NaN	0,028	NaN	NaN	0,160	0,075
20060331	-0,172	0,100	NaN	NaN	0,010	NaN	NaN	-0,044	0,001
20060428	0,344	-0,015	NaN	NaN	0,021	NaN	NaN	0,119	-0,050

Datas	GOLL4	HGTX3	HRTP3	HYPE3	ITSA4	ITUB4	JBSS3	KLBN4	LAME4
20060531	-0,095	0,092	NaN	NaN	-0,079	NaN	NaN	-0,075	-0,072
20060630	0,090	0,070	NaN	NaN	-0,008	NaN	NaN	0,024	-0,033
20060731	-0,101	-0,026	NaN	NaN	0,032	NaN	NaN	-0,069	-0,001
20060831	0,069	0,032	NaN	NaN	0,006	NaN	NaN	-0,097	0,220
20060929	0,013	-0,058	NaN	NaN	-0,011	NaN	NaN	0,085	-0,071
20061031	-0,121	NaN	NaN	NaN	0,086	NaN	NaN	0,000	0,099
20061130	-0,063	NaN	NaN	NaN	0,034	NaN	NaN	0,126	0,078
20061228	0,028	0,260	NaN	NaN	0,087	NaN	NaN	0,029	0,142
20070131	0,002	0,010	NaN	NaN	0,076	NaN	NaN	-0,045	0,029
20070228	-0,045	0,414	NaN	NaN	-0,031	NaN	NaN	0,004	-0,037
20070330	0,035	0,357	NaN	NaN	0,010	NaN	NaN	0,111	0,097
20070430	-0,080	0,021	NaN	NaN	-0,035	NaN	0,026	0,098	-0,008
20070531	0,103	0,176	NaN	NaN	0,084	NaN	0,038	0,014	0,123
20070629	0,001	-0,004	NaN	NaN	0,007	NaN	0,000	0,071	0,063
20070731	-0,271	-0,090	NaN	NaN	-0,016	NaN	0,019	-0,062	0,085
20070831	-0,065	-0,072	NaN	NaN	-0,010	NaN	0,139	-0,094	-0,042
20070928	0,022	0,082	NaN	NaN	0,072	NaN	-0,128	0,211	0,138
20071031	0,073	0,073	NaN	NaN	0,040	NaN	-0,026	0,016	0,115
20071130	-0,037	0,076	NaN	NaN	-0,011	NaN	-0,049	-0,004	-0,153
20071228	-0,047	-0,125	NaN	NaN	-0,096	NaN	-0,211	-0,066	-0,096
20080131	-0,224	-0,086	NaN	NaN	-0,138	NaN	-0,185	-0,079	-0,141
20080229	-0,138	-0,010	NaN	NaN	0,061	NaN	0,344	-0,061	0,154
20080331	-0,109	-0,055	NaN	NaN	-0,042	NaN	0,088	0,014	-0,153
20080430	0,010	0,136	NaN	NaN	0,063	NaN	0,210	0,121	-0,088
20080530	-0,043	0,078	NaN	0,419	0,073	NaN	0,145	-0,011	0,097
20080630	-0,289	-0,037	NaN	-0,122	-0,134	NaN	-0,182	-0,068	-0,195
20080731	-0,109	-0,122	NaN	-0,026	0,014	NaN	0,037	-0,102	0,133
20080829	-0,081	-0,054	NaN	-0,157	-0,076	NaN	-0,211	-0,069	-0,132
20080930	-0,185	-0,126	NaN	-0,182	-0,001	NaN	-0,285	-0,210	-0,192
20081031	-0,215	-0,221	NaN	-0,098	-0,244	NaN	-0,167	-0,106	-0,286
20081128	-0,070	0,119	NaN	0,080	0,146	NaN	0,278	-0,042	0,074
20081230	0,136	0,185	NaN	0,054	-0,029	NaN	-0,024	-0,024	-0,020
20090130	0,034	-0,118	NaN	-0,161	-0,086	NaN	-0,026	0,057	0,019
20090227	-0,080	-0,071	NaN	0,257	-0,034	NaN	-0,040	-0,120	-0,116
20090331	-0,295	0,015	NaN	0,206	0,127	NaN	0,139	-0,075	0,149
20090430	0,132	0,341	NaN	0,101	0,177	NaN	0,173	0,084	0,387
20090529	0,135	0,266	NaN	0,193	-0,044	NaN	0,093	0,094	0,047
20090630	0,274	0,089	NaN	0,091	-0,028	-0,025	0,045	-0,115	-0,025
20090731	0,261	0,258	NaN	0,119	0,097	0,080	0,054	0,117	0,144
20090831	0,264	0,193	NaN	0,103	0,011	-0,048	0,055	0,093	0,071
20090930	0,058	0,117	NaN	0,157	0,107	0,116	0,179	0,151	0,063
20091030	-0,006	0,039	NaN	0,040	-0,066	-0,062	0,060	-0,012	-0,030
20091130	0,370	0,238	NaN	0,034	0,120	0,133	-0,017	0,178	0,250
20091230	0,043	0,116	NaN	0,072	0,057	0,019	-0,029	0,086	0,071
20100129	-0,114	0,049	NaN	0,085	-0,052	-0,066	0,002	-0,081	-0,148
20100226	0,063	0,055	NaN	-0,006	0,029	0,010	-0,028	-0,027	-0,017

Datas	GOLL4	HGTX3	HRTP3	HYPE3	ITSA4	ITUB4	JBSS3	KLBN4	LAME4
20100331	-0,092	0,077	NaN	0,008	0,054	0,068	-0,124	0,152	0,019
20100430	0,036	0,111	NaN	0,103	-0,016	-0,033	0,028	0,000	-0,024
20100531	-0,121	0,059	NaN	0,025	-0,070	-0,080	-0,113	-0,088	-0,041
20100630	0,053	0,141	NaN	-0,058	-0,039	-0,063	0,054	0,002	0,055
20100730	0,146	0,254	NaN	-0,012	0,221	0,218	0,126	0,024	0,147
20100831	-0,073	0,143	NaN	0,010	-0,060	-0,045	-0,134	-0,043	-0,014
20100930	0,143	0,080	NaN	0,137	0,050	0,070	-0,019	-0,041	0,047
20101029	0,131	0,150	NaN	0,065	0,044	0,025	-0,105	0,009	0,182
20101130	-0,065	0,081	0,191	-0,031	-0,039	-0,054	0,002	0,034	-0,112
20101230	-0,086	-0,106	0,174	-0,170	0,019	0,014	0,095	0,194	-0,058
20110131	-0,051	-0,052	0,143	-0,119	-0,107	-0,106	-0,121	-0,029	-0,125
20110228	-0,075	-0,030	0,031	-0,042	0,030	0,040	-0,010	0,085	0,001
20110331	-0,008	0,208	-0,093	0,137	0,054	0,051	-0,061	0,071	0,015
20110429	-0,002	0,135	-0,053	-0,023	-0,051	-0,046	-0,084	-0,073	0,029
20110531	-0,085	0,059	-0,118	-0,296	-0,028	-0,034	0,054	-0,018	0,118
20110630	-0,066	-0,004	-0,014	-0,010	0,015	0,017	-0,049	-0,035	-0,032
20110729	-0,356	-0,074	0,033	-0,189	-0,131	-0,137	-0,138	-0,088	-0,066
20110831	0,003	0,059	-0,275	0,119	-0,081	-0,082	-0,080	0,006	0,104
20110930	-0,150	-0,107	-0,285	-0,337	-0,005	0,007	-0,150	-0,023	-0,091
20111031	0,319	0,221	0,141	0,045	0,128	0,127	0,421	0,215	0,063
20111130	-0,001	-0,001	-0,223	-0,118	-0,019	-0,025	0,153	0,142	0,000
20111229	-0,079	-0,152	-0,146	0,043	0,069	0,066	0,022	0,108	-0,053
20120130	-0,041	0,278	-0,167	0,254	0,023	0,044	0,036	-0,004	0,143
20120229	0,256	0,113	0,442	0,049	0,040	0,037	0,159	0,072	0,119
20120330	-0,187	0,021	-0,073	0,149	-0,063	-0,051	0,027	-0,012	-0,060
20120430	-0,167	0,003	-0,133	-0,048	-0,195	-0,141	0,000	0,083	0,042
20120531	-0,208	-0,114	-0,384	-0,098	-0,028	-0,023	-0,273	-0,070	-0,322
20120629	0,109	-0,091	-0,073	0,076	-0,035	-0,034	0,106	0,071	0,091

Datas	LIGT3	LLXL3	LREN3	MMXM3	MPLU3	MPXE3	MRFG3	MRVE3	MULT3
20050531	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050630	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050729	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050831	NaN	NaN	0,087	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20050930	NaN	NaN	0,100	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20051031	NaN	NaN	0,091	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20051130	NaN	NaN	0,233	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20051229	NaN	NaN	0,013	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060131	NaN	NaN	0,254	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060224	NaN	NaN	0,246	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060331	-0,254	NaN	0,007	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060428	0,074	NaN	0,013	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060531	-0,170	NaN	-0,013	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060630	0,090	NaN	-0,013	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060731	0,032	NaN	0,082	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060831	0,051	NaN	0,013	-0,006	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20060929	0,004	NaN	-0,012	0,000	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20061031	0,165	NaN	0,063	-0,018	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20061130	0,103	NaN	0,057	0,121	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20061228	0,134	NaN	0,084	0,026	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20070131	0,086	NaN	-0,031	0,152	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20070228	-0,053	NaN	0,005	0,283	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20070330	0,036	NaN	-0,107	0,169	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20070430	0,216	NaN	0,077	0,069	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20070531	0,033	NaN	0,147	0,282	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20070629	0,000	NaN	0,100	-0,060	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20070731	-0,058	NaN	-0,025	0,063	NaN	NaN	0,114	NaN	NaN
20070831	-0,069	NaN	-0,044	-0,026	NaN	NaN	-0,020	0,036	-0,032
20070928	0,137	NaN	0,085	0,192	NaN	NaN	-0,050	0,038	-0,035
20071031	0,041	NaN	0,171	0,209	NaN	NaN	-0,058	0,084	0,122
20071130	-0,068	NaN	-0,023	0,039	NaN	NaN	-0,106	0,214	-0,052
20071228	-0,038	NaN	-0,143	0,182	NaN	NaN	-0,047	-0,129	-0,130
20080131	-0,187	NaN	-0,233	-0,077	NaN	-0,223	-0,052	-0,139	-0,099
20080229	0,069	NaN	0,216	0,037	NaN	0,273	0,141	0,206	0,068
20080331	-0,109	NaN	-0,014	0,050	NaN	-0,101	0,085	-0,210	-0,058
20080430	0,128	NaN	0,184	0,164	NaN	0,057	0,084	0,122	0,120
20080530	0,006	NaN	0,033	0,018	NaN	0,050	0,216	0,129	-0,093
20080630	-0,086	NaN	-0,213	-0,116	NaN	-0,089	-0,121	-0,101	-0,005
20080731	0,087	NaN	-0,015	-0,120	NaN	-0,254	-0,066	0,014	-0,098
20080829	-0,084	-0,333	-0,060	-0,082	NaN	-0,335	-0,155	-0,106	-0,034
20080930	0,034	-0,472	-0,203	-0,443	NaN	-0,477	0,073	-0,380	-0,018
20081031	-0,055	-0,561	-0,332	-0,556	NaN	-0,513	-0,403	-0,424	-0,355
20081128	0,072	0,430	-0,154	-0,182	NaN	0,325	-0,181	-0,217	0,262
20081230	-0,090	0,336	0,180	-0,142	NaN	-0,097	-0,128	0,089	-0,088
20090130	0,082	-0,026	-0,097	0,542	NaN	0,161	-0,093	0,102	0,137
20090227	0,080	-0,170	-0,004	-0,272	NaN	0,058	0,029	-0,035	0,098

Datas	LIGT3	LLXL3	LREN3	MMXM3	MPLU3	MPXE3	MRFG3	MRVE3	MULT3
20090331	-0,132	0,311	0,011	0,071	NaN	0,158	0,096	0,320	-0,054
20090430	0,074	0,263	0,404	1,003	NaN	0,226	0,447	0,545	0,173
20090529	0,034	0,738	0,086	0,021	NaN	0,164	0,311	0,275	0,152
20090630	0,094	0,085	-0,005	-0,081	NaN	-0,042	-0,003	0,002	0,008
20090731	-0,098	0,310	0,267	0,139	NaN	0,198	0,090	0,169	0,209
20090831	-0,018	0,032	0,091	0,178	NaN	0,056	-0,001	0,075	0,066
20090930	0,035	0,258	0,039	0,298	NaN	0,151	0,066	-0,004	0,088
20091030	-0,005	0,077	-0,002	0,061	NaN	0,225	0,201	-0,036	-0,027
20091130	-0,020	0,275	0,234	0,069	NaN	-0,052	0,013	0,161	0,259
20091230	0,078	0,136	0,027	-0,001	NaN	-0,021	-0,067	0,112	-0,045
20100129	-0,040	-0,175	-0,084	0,036	NaN	0,024	0,177	-0,138	-0,076
20100226	0,069	0,144	0,084	0,023	NaN	0,169	-0,064	0,078	0,041
20100331	-0,097	-0,123	0,046	0,033	0,024	-0,117	-0,034	-0,053	-0,057
20100430	-0,024	-0,014	0,054	-0,061	0,091	-0,097	-0,103	-0,009	0,015
20100531	-0,128	-0,103	0,011	-0,133	-0,074	-0,013	-0,064	-0,039	0,129
20100630	0,025	-0,005	0,126	-0,045	0,021	-0,071	-0,012	0,075	-0,022
20100730	0,047	0,209	0,203	0,127	0,114	0,056	0,049	0,241	-0,004
20100831	-0,006	0,000	-0,038	0,058	0,081	0,391	-0,040	-0,071	0,012
20100930	-0,012	0,040	0,023	0,022	0,180	-0,043	0,014	0,096	0,078
20101029	-0,008	0,013	0,159	0,065	0,054	0,025	-0,108	0,034	0,086
20101130	0,026	-0,094	-0,107	-0,108	0,194	-0,066	-0,151	0,021	-0,026
20101230	0,157	0,113	-0,060	-0,080	-0,022	-0,006	0,188	-0,079	-0,029
20110131	0,028	-0,154	-0,142	-0,109	-0,076	0,049	-0,130	-0,097	-0,133
20110228	0,044	0,135	0,054	-0,026	-0,078	0,296	0,076	-0,063	0,015
20110331	0,033	0,108	0,037	0,052	0,008	0,116	0,006	-0,011	0,040
20110429	-0,060	-0,095	0,098	-0,014	0,115	-0,069	0,110	0,041	-0,030
20110531	0,025	0,051	0,031	-0,066	-0,002	0,141	-0,117	0,070	0,100
20110630	0,081	0,004	-0,006	-0,116	-0,157	-0,082	0,077	-0,109	-0,054
20110729	-0,053	-0,098	-0,063	-0,028	-0,012	-0,043	-0,013	-0,113	-0,018
20110831	-0,014	-0,058	0,074	0,000	-0,007	0,003	-0,494	0,165	-0,001
20110930	-0,097	-0,110	-0,154	-0,132	-0,021	-0,047	-0,203	-0,281	0,041
20111031	0,081	0,052	0,028	0,065	0,109	0,051	0,215	0,256	-0,004
20111130	0,025	-0,215	0,041	-0,144	0,093	0,154	0,103	-0,037	0,043
20111229	0,051	0,123	-0,107	0,037	0,017	0,076	0,039	-0,082	0,057
20120130	-0,052	0,056	0,198	0,169	-0,023	0,003	-0,044	0,275	0,036
20120229	-0,003	0,028	0,127	0,236	0,098	0,023	0,293	0,015	-0,016
20120330	-0,046	-0,074	-0,041	-0,058	0,087	-0,008	0,090	-0,065	0,094
20120430	-0,044	-0,059	-0,023	-0,024	0,098	0,082	-0,088	-0,144	0,055
20120531	-0,044	-0,260	-0,051	-0,284	0,121	-0,323	-0,133	-0,219	0,064
20120629	0,046	-0,064	-0,031	-0,077	0,019	-0,111	0,026	0,074	0,026

Datas	MYPK3	NATU3	ODPV3	OGXP3	OSXB3	PCAR4	PDGR3	PETR3	PETR4
20040130	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040227	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,006	NaN	0,062	0,047
20040331	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,093	NaN	0,076	0,043
20040430	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,168	NaN	-0,130	-0,126

Datas	MYPK3	NATU3	ODPV3	OGXP3	OSXB3	PCAR4	PDGR3	PETR3	PETR4
20040531	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,069	NaN	-0,047	-0,039
20040630	NaN	0,168	NaN	NaN	NaN	0,118	NaN	0,065	0,077
20040730	NaN	0,042	NaN	NaN	NaN	0,102	NaN	0,000	0,010
20040831	NaN	0,088	NaN	NaN	NaN	0,052	NaN	0,055	0,050
20040930	NaN	0,021	NaN	NaN	NaN	-0,050	NaN	0,147	0,144
20041029	NaN	0,003	NaN	NaN	NaN	0,175	NaN	-0,012	-0,004
20041130	NaN	0,155	NaN	NaN	NaN	-0,019	NaN	-0,003	-0,006
20041230	NaN	0,157	NaN	NaN	NaN	0,030	NaN	0,043	0,046
20050131	NaN	-0,174	NaN	NaN	NaN	-0,153	NaN	0,008	-0,029
20050228	NaN	0,192	NaN	NaN	NaN	0,058	NaN	0,184	0,180
20050331	NaN	-0,048	NaN	NaN	NaN	-0,083	NaN	-0,075	-0,073
20050429	NaN	0,047	NaN	NaN	NaN	-0,103	NaN	-0,085	-0,084
20050531	NaN	0,080	NaN	NaN	NaN	0,006	NaN	0,043	0,064
20050630	NaN	-0,088	NaN	NaN	NaN	-0,081	NaN	0,082	0,067
20050729	NaN	0,068	NaN	NaN	NaN	0,118	NaN	0,033	0,016
20050831	NaN	0,000	NaN	NaN	NaN	0,076	NaN	0,187	0,193
20050930	NaN	0,113	NaN	NaN	NaN	0,135	NaN	0,083	0,097
20051031	NaN	0,001	NaN	NaN	NaN	-0,047	NaN	-0,114	-0,096
20051130	NaN	0,054	NaN	NaN	NaN	0,165	NaN	0,055	0,063
20051229	NaN	0,097	NaN	NaN	NaN	0,082	NaN	0,098	0,086
20060131	NaN	0,131	NaN	NaN	NaN	0,084	NaN	0,252	0,263
20060224	NaN	0,064	NaN	NaN	NaN	0,079	NaN	-0,060	-0,048
20060331	NaN	0,036	NaN	NaN	NaN	0,005	NaN	-0,041	-0,036
20060428	NaN	0,039	NaN	NaN	NaN	-0,107	NaN	0,095	0,072
20060531	NaN	-0,139	NaN	NaN	NaN	-0,064	NaN	-0,031	-0,048
20060630	NaN	-0,013	NaN	NaN	NaN	-0,113	NaN	-0,021	-0,019
20060731	NaN	0,064	NaN	NaN	NaN	-0,030	NaN	0,032	0,040
20060831	NaN	0,106	NaN	NaN	NaN	-0,108	NaN	-0,049	-0,042
20060929	NaN	0,000	NaN	NaN	NaN	-0,029	NaN	-0,046	-0,056
20061031	NaN	0,105	NaN	NaN	NaN	0,137	NaN	0,045	0,059
20061130	NaN	-0,007	NaN	NaN	NaN	0,054	NaN	0,076	0,066
20061228	NaN	0,029	NaN	NaN	NaN	0,111	NaN	0,068	0,087
20070131	NaN	-0,048	0,146	NaN	NaN	-0,073	NaN	-0,046	-0,059
20070228	NaN	-0,062	0,052	NaN	NaN	-0,096	-0,032	-0,080	-0,085
20070330	NaN	-0,139	-0,006	NaN	NaN	-0,045	-0,196	0,081	0,076
20070430	NaN	0,030	0,117	NaN	NaN	0,067	0,294	-0,010	-0,020
20070531	NaN	0,099	0,135	NaN	NaN	0,023	0,411	0,011	0,016
20070629	NaN	0,066	0,038	NaN	NaN	0,146	0,055	0,136	0,124
20070731	NaN	-0,179	0,000	NaN	NaN	-0,050	0,033	0,038	0,021
20070831	NaN	-0,100	0,009	NaN	NaN	-0,117	0,166	0,000	-0,010
20070928	NaN	0,063	0,046	NaN	NaN	-0,110	-0,008	0,136	0,134
20071031	NaN	-0,055	-0,035	NaN	NaN	-0,012	0,055	0,195	0,217
20071130	NaN	-0,103	-0,095	NaN	NaN	0,080	-0,011	0,022	-0,002
20071228	NaN	-0,088	-0,116	NaN	NaN	0,142	-0,046	0,241	0,229
20080131	NaN	0,000	-0,130	NaN	NaN	-0,047	-0,124	-0,082	-0,090
20080229	-0,119	0,015	0,175	NaN	NaN	0,123	0,130	0,013	0,013

Datas	MYPK3	NATU3	ODPV3	OGXP3	OSXB3	PCAR4	PDGR3	PETR3	PETR4
20080331	0,049	0,038	-0,113	NaN	NaN	-0,014	-0,168	-0,082	-0,092
20080430	-0,079	0,084	0,075	NaN	NaN	0,056	0,182	0,129	0,141
20080530	-0,079	-0,031	0,012	NaN	NaN	0,025	0,104	0,134	0,161
20080630	-0,073	-0,122	-0,055	NaN	NaN	-0,124	-0,149	-0,017	-0,057
20080731	0,131	0,114	0,000	-0,394	NaN	0,044	0,027	-0,222	-0,223
20080829	-0,195	0,033	-0,102	-0,251	NaN	-0,047	-0,165	-0,029	-0,028
20080930	-0,216	-0,025	-0,226	-0,328	NaN	-0,027	-0,315	-0,010	0,006
20081031	-0,414	0,011	-0,021	-0,289	NaN	0,015	-0,161	-0,322	-0,336
20081128	-0,240	0,102	-0,068	0,400	NaN	0,134	-0,192	-0,170	-0,139
20081230	-0,098	-0,078	-0,115	0,366	NaN	-0,184	0,224	0,157	0,139
20090130	0,109	0,048	0,039	0,046	NaN	-0,037	0,108	0,105	0,096
20090227	0,124	0,090	-0,038	0,027	NaN	-0,036	-0,150	0,077	0,055
20090331	-0,150	0,044	0,000	0,258	NaN	0,076	0,232	0,082	0,081
20090430	0,218	0,148	0,207	0,294	NaN	0,132	0,592	0,041	0,035
20090529	0,238	-0,004	0,142	0,049	NaN	0,076	0,090	0,172	0,166
20090630	0,021	-0,002	-0,082	0,035	NaN	0,007	-0,052	-0,071	-0,058
20090731	0,277	0,031	0,039	0,216	NaN	NaN	0,245	-0,038	-0,030
20090831	0,054	0,144	0,058	-0,156	NaN	NaN	0,045	-0,026	-0,003
20090930	0,232	0,048	0,123	0,322	NaN	NaN	0,061	0,088	0,115
20091030	-0,041	-0,013	0,405	0,052	NaN	NaN	0,014	-0,009	0,001
20091130	0,112	0,063	0,129	0,042	NaN	NaN	0,208	0,089	0,107
20091230	0,008	0,082	0,123	0,152	NaN	NaN	-0,036	-0,056	-0,054
20100129	0,171	-0,065	-0,094	-0,018	NaN	NaN	-0,135	-0,082	-0,069
20100226	-0,074	-0,019	0,144	-0,063	NaN	NaN	0,077	0,013	0,013
20100331	0,005	0,084	-0,069	0,057	NaN	NaN	-0,084	0,026	0,023
20100430	0,157	0,022	-0,080	0,040	-0,151	NaN	0,078	-0,069	-0,073
20100531	-0,016	0,027	-0,025	-0,064	-0,141	NaN	-0,041	-0,078	-0,098
20100630	0,083	0,055	0,135	0,031	-0,078	NaN	-0,005	-0,090	-0,093
20100730	0,140	0,143	-0,213	0,112	0,149	NaN	0,228	0,034	0,037
20100831	0,006	-0,074	0,133	0,123	-0,098	NaN	-0,036	-0,076	-0,064
20100930	0,082	0,076	0,064	0,056	0,177	NaN	0,117	0,027	0,047
20101029	0,167	0,070	0,257	0,012	-0,045	NaN	0,056	-0,061	-0,053
20101130	0,017	-0,054	0,016	-0,108	0,115	NaN	-0,023	-0,041	-0,049
20101230	-0,043	0,035	-0,012	0,005	-0,208	NaN	-0,022	0,116	0,110
20110131	-0,166	-0,105	-0,103	-0,140	-0,143	NaN	-0,093	-0,016	-0,007
20110228	0,023	-0,011	-0,004	0,130	0,208	NaN	-0,014	0,085	0,055
20110331	0,054	0,090	0,191	0,010	0,020	NaN	0,008	0,001	-0,002
20110429	0,028	-0,037	-0,048	-0,140	-0,137	NaN	0,009	-0,114	-0,102
20110531	0,041	-0,045	0,122	-0,049	0,007	-0,097	0,071	-0,071	-0,059
20110630	-0,082	-0,078	-0,088	-0,092	0,016	0,141	-0,112	-0,022	-0,015
20110729	-0,052	-0,096	0,021	-0,114	-0,156	-0,079	-0,067	-0,008	-0,009
20110831	-0,084	0,081	0,036	-0,112	-0,118	-0,029	-0,045	-0,119	-0,115
20110930	0,028	-0,161	0,011	0,003	0,096	-0,119	-0,217	-0,089	-0,082
20111031	0,272	0,044	-0,028	0,235	0,003	0,153	0,235	0,104	0,116
20111130	-0,079	0,087	-0,071	-0,017	-0,185	0,010	-0,112	0,045	0,034
20111229	0,132	-0,001	0,060	-0,024	-0,042	0,013	-0,122	-0,046	-0,025

Datas	MYPK3	NATU3	ODPV3	OGXP3	OSXB3	PCAR4	PDGR3	PETR3	PETR4
20120130	0,148	0,050	0,094	0,186	0,115	0,075	0,220	0,165	0,143
20120229	0,114	0,064	0,027	0,053	0,229	0,106	0,019	-0,041	-0,011
20120330	0,114	-0,020	0,037	-0,112	0,035	0,093	-0,140	-0,054	-0,039
20120430	-0,081	0,102	-0,016	-0,124	-0,080	0,017	-0,287	-0,079	-0,088
20120531	-0,241	-0,010	0,062	-0,221	-0,097	-0,137	-0,253	-0,116	-0,101
20120629	-0,068	0,085	-0,056	-0,466	-0,336	0,047	0,045	-0,045	-0,046

Datas	POMO4	PSSA3	RAPT4	RDCD3	RENT3	RPMG3	RSID3	SANB11	SBSP3
20040130	NaN	NaN							
20040227	-0,056	NaN	0,200	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,133
20040331	0,096	NaN	0,075	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,068
20040430	-0,121	NaN	-0,036	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,060
20040531	0,056	NaN	-0,003	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,115
20040630	0,059	NaN	0,210	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,130
20040730	0,036	NaN	0,151	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,045
20040831	0,078	NaN	0,112	NaN	NaN	NaN	0,256	NaN	-0,005
20040930	0,016	NaN	0,094	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,038
20041029	0,009	NaN	0,013	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,134
20041130	-0,011	NaN	-0,028	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,258
20041230	0,079	0,093	0,205	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,079
20050131	-0,006	0,000	-0,052	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-0,125
20050228	-0,059	0,195	0,010	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,140
20050331	-0,139	-0,020	-0,015	NaN	NaN	NaN	-0,019	NaN	-0,170
20050429	-0,123	-0,069	-0,034	NaN	NaN	NaN	0,189	NaN	0,010
20050531	-0,110	0,007	-0,088	NaN	NaN	NaN	-0,127	NaN	0,080
20050630	0,105	-0,067	-0,113	NaN	0,140	NaN	NaN	NaN	-0,004
20050729	-0,002	-0,031	0,118	NaN	0,095	NaN	NaN	NaN	0,032
20050831	0,008	0,072	-0,036	NaN	0,174	NaN	NaN	NaN	0,014
20050930	0,107	0,016	0,096	NaN	0,142	NaN	NaN	NaN	0,064
20051031	-0,112	0,011	-0,005	NaN	0,043	NaN	NaN	NaN	-0,086
20051130	0,011	0,152	0,090	NaN	0,223	NaN	0,469	NaN	-0,034
20051229	0,225	-0,031	0,085	NaN	0,213	NaN	0,596	NaN	0,129
20060131	0,014	0,200	0,161	NaN	0,254	NaN	0,240	NaN	0,172
20060224	0,102	0,040	0,109	NaN	0,030	NaN	0,230	NaN	-0,070
20060331	-0,074	0,208	-0,048	NaN	-0,005	NaN	-0,085	NaN	0,116
20060428	0,013	0,133	-0,115	NaN	0,196	NaN	-0,151	NaN	0,068
20060531	0,146	-0,145	-0,094	NaN	-0,136	NaN	-0,136	NaN	-0,004
20060630	-0,006	0,014	-0,053	NaN	0,092	NaN	0,089	NaN	-0,003
20060731	0,180	0,076	-0,045	NaN	0,093	NaN	-0,179	NaN	0,072
20060831	0,012	0,143	0,003	NaN	-0,015	NaN	0,295	NaN	0,083
20060929	0,010	-0,012	0,062	NaN	0,009	NaN	0,066	NaN	0,106
20061031	0,088	0,079	0,029	NaN	0,182	NaN	0,126	NaN	-0,010
20061130	0,147	0,138	0,200	NaN	0,041	NaN	-0,008	NaN	0,014
20061228	0,138	0,213	0,074	NaN	0,158	0,114	0,042	NaN	0,123
20070131	0,050	0,039	0,078	NaN	0,000	NaN	-0,132	NaN	-0,078
20070228	-0,024	0,006	0,111	NaN	-0,128	NaN	-0,042	NaN	0,050

Datas	POMO4	PSSA3	RAPT4	RDCD3	RENT3	RPMG3	RSID3	SANB11	SBSP3
20070330	0,025	-0,029	0,096	NaN	0,126	-0,155	0,035	NaN	-0,025
20070430	0,014	0,028	0,110	NaN	-0,008	0,017	0,179	NaN	-0,005
20070531	-0,006	0,073	0,143	NaN	0,055	0,230	0,331	NaN	0,124
20070629	0,162	-0,013	0,076	NaN	-0,011	0,053	0,109	NaN	0,088
20070731	0,141	-0,023	-0,006	NaN	-0,110	-0,114	0,169	NaN	0,077
20070831	-0,040	-0,080	-0,029	-0,071	0,008	-0,071	-0,079	NaN	0,057
20070928	0,095	0,059	0,075	0,140	-0,041	NaN	0,170	NaN	-0,039
20071031	0,002	0,108	0,143	0,053	0,070	NaN	0,134	NaN	-0,029
20071130	-0,125	-0,128	-0,057	-0,093	-0,108	-0,130	-0,100	NaN	-0,018
20071228	-0,065	-0,029	-0,103	-0,118	0,058	-0,017	-0,134	NaN	-0,061
20080131	-0,118	-0,154	-0,195	-0,115	-0,150	-0,161	-0,178	NaN	-0,097
20080229	0,107	0,141	0,153	0,020	0,240	-0,010	0,039	NaN	0,082
20080331	-0,182	-0,162	-0,176	0,123	-0,160	-0,102	-0,227	NaN	-0,040
20080430	0,183	0,056	0,122	0,110	0,287	0,011	0,095	NaN	0,078
20080530	0,131	0,021	0,216	0,080	0,000	0,270	-0,032	NaN	0,104
20080630	-0,182	-0,036	-0,118	-0,115	-0,177	-0,115	-0,245	NaN	-0,108
20080731	0,010	0,075	-0,118	-0,058	0,040	-0,090	0,046	NaN	-0,052
20080829	-0,025	-0,153	-0,049	-0,006	-0,109	-0,220	-0,203	NaN	-0,051
20080930	-0,194	-0,198	-0,191	-0,143	-0,395	-0,042	-0,460	NaN	-0,286
20081031	-0,244	-0,204	-0,303	-0,035	-0,128	NaN	-0,183	NaN	-0,051
20081128	-0,019	0,028	-0,101	0,107	-0,227	NaN	-0,220	NaN	-0,063
20081230	-0,143	0,182	-0,070	-0,032	0,061	NaN	0,099	NaN	0,185
20090130	-0,054	0,050	-0,059	0,021	0,155	NaN	0,188	NaN	-0,096
20090227	-0,067	-0,153	-0,141	-0,048	-0,024	NaN	-0,265	NaN	-0,042
20090331	0,179	0,027	0,091	0,122	0,014	NaN	0,121	NaN	0,073
20090430	0,470	0,107	0,436	-0,018	0,387	NaN	1,041	NaN	0,207
20090529	-0,052	0,133	0,159	0,044	0,094	NaN	0,073	NaN	-0,011
20090630	-0,033	0,027	0,030	0,048	-0,017	-0,120	0,012	NaN	-0,057
20090731	0,213	0,088	0,255	-0,080	0,255	0,023	0,317	NaN	0,082
20090831	0,044	0,036	-0,017	-0,070	0,107	0,000	0,107	NaN	0,105
20090930	0,082	0,040	0,140	0,056	0,054	NaN	0,191	NaN	-0,017
20091030	0,025	0,028	0,004	-0,040	0,045	NaN	-0,173	NaN	-0,018
20091130	0,016	0,037	0,118	0,025	0,059	-0,019	0,247	0,112	-0,057
20091230	0,063	0,052	0,040	0,082	-0,014	-0,365	0,041	0,024	0,088
20100129	0,124	-0,061	-0,018	-0,091	0,022	1,455	-0,144	-0,058	-0,088
20100226	0,071	-0,048	-0,017	-0,002	-0,002	0,395	0,078	-0,050	-0,032
20100331	-0,016	-0,003	-0,088	0,251	-0,046	-0,248	-0,123	0,028	0,052
20100430	0,045	-0,004	-0,298	-0,128	0,037	0,094	0,037	-0,086	0,046
20100531	0,012	0,049	-0,008	-0,042	-0,021	-0,183	0,016	-0,040	0,049
20100630	0,121	-0,008	0,077	-0,073	0,097	0,789	-0,003	-0,039	0,071
20100730	0,063	0,086	0,137	0,042	0,161	-0,419	0,217	0,254	-0,062
20100831	0,091	0,057	-0,041	-0,096	0,007	-0,089	-0,042	-0,040	-0,050
20100930	0,018	0,014	0,061	0,094	0,161	-0,042	0,069	0,022	0,134
20101029	0,225	0,152	0,199	-0,162	-0,011	0,029	0,028	0,058	0,007
20101130	0,050	0,032	-0,033	0,016	0,000	-0,268	-0,091	-0,082	-0,004
20101230	-0,029	0,097	-0,109	-0,058	-0,045	0,250	-0,024	0,018	0,121

Datas	POMO4	PSSA3	RAPT4	RDCD3	RENT3	RPMG3	RSID3	SANB11	SBSP3
20110131	-0,140	-0,081	-0,060	-0,021	-0,069	-0,015	-0,114	-0,143	-0,042
20110228	-0,052	0,019	-0,026	0,044	-0,062	-0,047	-0,016	0,039	-0,001
20110331	0,200	0,042	-0,009	0,119	0,115	-0,049	0,055	-0,014	0,153
20110429	0,029	-0,040	0,050	-0,054	0,031	-0,155	0,084	-0,086	-0,030
20110531	0,054	-0,076	0,062	0,046	-0,026	0,224	-0,051	-0,014	0,060
20110630	-0,057	-0,008	-0,003	-0,012	0,061	-0,017	-0,089	0,025	-0,037
20110729	-0,096	-0,107	-0,123	0,135	-0,099	0,644	-0,087	-0,204	-0,004
20110831	-0,035	-0,096	-0,040	-0,082	0,101	-0,072	0,047	0,051	-0,006
20110930	0,129	-0,108	-0,025	0,045	-0,100	-0,122	-0,280	-0,104	-0,050
20111031	0,101	0,051	0,077	0,127	0,042	0,228	0,236	0,126	0,078
20111130	0,074	0,018	-0,095	0,057	0,056	0,093	-0,081	-0,100	0,061
20111229	-0,131	0,137	-0,140	-0,043	-0,066	0,274	-0,198	0,075	0,041
20120130	0,117	-0,008	0,108	0,079	0,096	-0,119	0,210	0,098	0,094
20120229	0,090	0,018	0,151	0,133	0,131	0,042	0,063	0,123	0,139
20120330	0,083	-0,064	0,082	-0,007	0,059	0,008	-0,042	-0,089	0,074
20120430	0,096	-0,066	-0,141	-0,094	-0,031	-0,048	-0,189	-0,075	0,074
20120531	-0,083	-0,048	-0,078	-0,034	-0,017	-0,202	-0,340	0,049	-0,051
20120629	-0,037	-0,044	-0,033	0,060	-0,052	-0,063	-0,066	-0,055	0,084

Datas	SULA11	SUZB5	TBLE3	TCSA3	TOTS3	TRPL4	USIM3	USIM5	VALE3	VALE5
20040130	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20040227	NaN	NaN	-0,297	NaN	NaN	-0,062	0,029	0,081	0,080	0,053
20040331	NaN	NaN	0,080	NaN	NaN	-0,061	0,133	0,188	-0,053	-0,065
20040430	NaN	NaN	-0,047	NaN	NaN	-0,134	-0,110	-0,266	-0,183	-0,165
20040531	NaN	NaN	-0,052	NaN	NaN	0,065	-0,020	0,022	0,206	0,184
20040630	NaN	NaN	0,191	NaN	NaN	0,075	0,066	0,086	-0,074	-0,107
20040730	NaN	NaN	-0,110	NaN	NaN	0,124	0,235	0,340	0,126	0,110
20040831	NaN	NaN	-0,023	NaN	NaN	-0,007	0,215	0,073	0,025	0,075
20040930	NaN	-0,048	0,021	NaN	NaN	-0,074	-0,051	-0,043	0,146	0,143
20041029	NaN	0,022	0,004	NaN	NaN	0,009	0,000	-0,029	-0,050	-0,051
20041130	NaN	0,012	0,025	NaN	NaN	0,057	0,297	0,277	0,092	0,077
20041230	NaN	0,121	0,048	NaN	NaN	0,133	0,041	-0,018	0,134	0,146
20050131	NaN	-0,106	-0,177	NaN	NaN	-0,023	-0,020	-0,010	0,050	0,024
20050228	NaN	0,059	0,118	NaN	NaN	0,272	0,278	0,290	0,142	0,135
20050331	NaN	-0,063	0,328	NaN	NaN	-0,080	-0,181	-0,165	-0,061	-0,038
20050429	NaN	-0,122	0,002	NaN	NaN	0,132	-0,084	-0,130	-0,194	-0,184
20050531	NaN	-0,051	-0,018	NaN	NaN	0,100	-0,043	-0,098	0,021	0,015
20050630	NaN	-0,044	-0,063	NaN	NaN	0,077	-0,140	-0,155	-0,009	-0,003
20050729	NaN	0,009	0,022	NaN	NaN	-0,134	0,054	0,123	0,133	0,128
20050831	NaN	0,053	-0,056	NaN	NaN	0,106	0,150	0,142	0,033	0,058
20050930	NaN	0,217	0,248	NaN	NaN	0,189	0,000	0,062	0,221	0,227
20051031	NaN	0,036	0,203	NaN	NaN	-0,028	-0,088	-0,124	-0,059	-0,046
20051130	NaN	-0,023	-0,138	NaN	NaN	0,005	0,086	0,137	0,027	0,013
20051229	NaN	-0,073	0,091	NaN	NaN	0,059	0,104	0,075	-0,002	-0,003
20060131	NaN	0,164	0,037	NaN	NaN	0,045	0,374	0,301	0,185	0,168
20060224	NaN	0,055	0,118	NaN	NaN	-0,075	-0,007	-0,032	-0,077	-0,076

Datas	SULA11	SUZB5	TBLE3	TCSA3	TOTS3	TRPL4	USIM3	USIM5	VALE3	VALE5
20060331	NaN	0,025	0,054	NaN	NaN	-0,030	0,198	0,146	0,011	0,034
20060428	NaN	-0,003	-0,065	NaN	0,139	-0,071	0,073	-0,009	0,013	-0,011
20060531	NaN	-0,100	-0,006	NaN	-0,054	-0,113	0,011	-0,050	-0,015	-0,048
20060630	NaN	-0,043	0,006	NaN	-0,183	0,091	-0,066	0,028	-0,008	0,001
20060731	NaN	-0,010	-0,006	NaN	0,003	-0,122	0,016	-0,034	-0,033	-0,018
20060831	NaN	0,036	0,129	NaN	0,243	0,086	-0,097	-0,104	-0,090	-0,080
20060929	NaN	0,161	-0,088	NaN	0,038	0,083	-0,051	-0,033	0,018	0,013
20061031	NaN	0,175	-0,034	NaN	0,100	0,114	0,133	0,120	0,156	0,144
20061130	NaN	0,161	-0,039	NaN	0,120	0,038	0,111	0,005	0,103	0,096
20061228	NaN	0,026	0,102	NaN	-0,063	0,132	0,031	0,100	0,067	0,070
20070131	NaN	0,099	0,014	NaN	0,034	0,020	0,005	-0,004	0,116	0,109
20070228	NaN	-0,069	-0,055	NaN	0,043	-0,076	0,139	0,102	0,020	0,041
20070330	NaN	-0,101	0,043	-0,053	0,078	0,005	0,091	0,129	0,052	0,031
20070430	NaN	0,102	-0,008	0,047	0,073	0,081	-0,058	-0,033	0,101	0,092
20070531	NaN	0,080	0,148	0,119	0,152	0,115	0,119	0,109	0,036	0,045
20070629	NaN	0,125	0,048	-0,063	-0,066	0,062	0,008	0,028	-0,010	-0,013
20070731	NaN	0,026	0,042	0,074	-0,091	0,042	0,058	0,052	0,077	0,093
20070831	NaN	0,007	0,000	-0,155	0,040	0,066	-0,021	0,010	0,045	0,025
20070928	NaN	0,093	0,007	0,098	-0,012	0,012	0,087	0,095	0,278	0,286
20071031	NaN	0,014	0,099	-0,036	0,076	0,026	0,017	0,063	0,049	0,047
20071130	-0,106	0,000	-0,102	0,059	-0,044	-0,061	-0,003	0,003	-0,035	-0,046
20071228	0,082	-0,030	-0,043	-0,059	-0,033	-0,020	-0,144	-0,103	-0,054	-0,027
20080131	-0,074	-0,076	-0,061	-0,252	-0,195	0,110	0,030	0,012	-0,126	-0,118
20080229	-0,036	-0,013	0,043	0,072	0,129	-0,048	0,187	0,188	0,132	0,114
20080331	-0,059	0,002	0,079	-0,118	0,003	-0,001	0,013	0,004	0,031	0,019
20080430	0,008	0,095	0,037	0,142	0,056	0,063	0,240	0,237	0,085	0,055
20080530	0,277	0,034	0,025	0,034	0,030	0,096	0,041	0,078	-0,002	0,014
20080630	-0,110	-0,134	0,000	-0,152	-0,104	0,110	-0,145	-0,097	-0,124	-0,123
20080731	0,065	-0,101	0,005	-0,061	0,002	0,027	-0,117	-0,127	-0,175	-0,144
20080829	-0,168	-0,113	-0,161	-0,124	0,085	-0,152	-0,161	-0,171	-0,082	-0,070
20080930	-0,264	-0,215	0,027	-0,294	-0,210	0,081	-0,316	-0,292	-0,159	-0,139
20081031	-0,158	-0,188	-0,174	-0,386	-0,173	-0,177	-0,336	-0,309	-0,223	-0,223
20081128	0,156	-0,061	0,130	0,018	0,048	0,168	-0,159	-0,165	-0,030	-0,035
20081230	-0,135	-0,025	-0,040	0,172	-0,052	-0,123	0,208	0,135	0,006	-0,025
20090130	0,193	-0,032	-0,033	-0,059	0,073	0,012	0,044	0,088	0,174	0,172
20090227	0,040	-0,078	-0,008	-0,163	0,078	0,066	-0,088	-0,102	-0,050	-0,042
20090331	0,008	-0,027	-0,033	0,299	-0,048	0,070	0,076	0,138	0,004	-0,003
20090430	0,100	0,324	0,052	0,566	0,437	-0,032	0,143	0,092	0,164	0,139
20090529	0,293	0,193	0,014	-0,046	0,183	-0,018	0,245	0,227	0,054	0,066
20090630	0,090	-0,086	0,033	0,073	-0,035	0,044	0,099	0,053	-0,093	-0,082
20090731	0,049	0,171	0,016	0,335	0,122	-0,018	0,112	0,064	0,074	0,085
20090831	0,145	0,003	0,036	0,166	0,092	0,015	-0,036	0,000	-0,010	0,015
20090930	0,020	0,051	0,047	0,069	0,062	0,038	0,020	0,054	0,123	0,112
20091030	0,090	-0,182	0,001	0,065	0,103	-0,023	-0,036	-0,015	0,088	0,078
20091130	0,159	0,225	0,005	0,001	0,085	0,027	0,131	0,113	0,094	0,074
20091230	0,083	0,093	0,025	0,051	0,133	0,037	0,014	-0,035	0,010	-0,004

Datas	SULA11	SUZB5	TBLE3	TCSA3	TOTS3	TRPL4	USIM3	USIM5	VALE3	VALE5
20100129	-0,058	-0,009	-0,060	-0,091	-0,018	-0,083	-0,009	0,004	-0,012	-0,001
20100226	-0,031	-0,084	0,024	-0,006	-0,055	0,021	0,031	0,035	0,031	0,055
20100331	0,016	0,306	-0,035	0,017	0,023	-0,033	0,218	0,187	0,133	0,115
20100430	-0,020	-0,088	0,108	-0,104	0,067	-0,013	-0,124	-0,079	-0,071	-0,061
20100531	-0,017	-0,278	-0,068	-0,129	0,086	-0,027	-0,176	-0,182	-0,058	-0,078
20100630	-0,054	-0,049	0,027	0,153	0,032	0,033	0,053	0,048	-0,127	-0,116
20100730	0,050	0,105	0,078	0,116	-0,038	0,041	0,076	0,028	0,112	0,126
20100831	0,114	-0,050	0,017	0,016	0,008	0,029	-0,095	-0,110	-0,034	-0,029
20100930	0,108	0,006	0,090	-0,024	-0,001	0,043	0,117	0,031	0,116	0,118
20101029	0,057	0,016	0,023	0,092	0,209	0,020	-0,038	-0,065	0,025	0,031
20101130	0,010	-0,080	0,046	0,043	0,085	0,000	-0,123	-0,119	-0,001	0,005
20101230	0,025	-0,015	0,014	0,021	-0,008	0,040	-0,018	0,025	0,033	0,010
20110131	-0,115	-0,019	-0,060	-0,097	-0,041	-0,074	0,170	0,014	0,032	0,051
20110228	0,035	-0,020	0,008	-0,036	-0,031	-0,001	0,073	-0,022	-0,014	-0,027
20110331	0,071	0,059	0,062	0,231	-0,001	0,021	0,044	0,039	-0,052	-0,045
20110429	-0,010	0,023	-0,001	0,040	-0,043	-0,021	-0,079	-0,182	-0,029	-0,028
20110531	-0,010	-0,051	-0,029	0,053	0,050	-0,013	-0,099	-0,062	-0,030	-0,027
20110630	-0,020	-0,227	0,028	0,004	-0,086	-0,002	0,010	-0,096	-0,015	-0,004
20110729	-0,077	-0,088	-0,050	-0,090	-0,035	-0,064	-0,097	-0,186	0,014	0,022
20110831	-0,007	-0,121	-0,032	-0,045	0,029	-0,007	0,073	0,076	-0,107	-0,109
20110930	-0,110	-0,076	0,032	-0,188	0,119	0,028	-0,055	-0,123	-0,048	-0,035
20111031	-0,138	0,005	0,054	0,193	-0,109	0,025	0,147	0,122	0,025	0,040
20111130	-0,043	-0,148	0,026	-0,005	0,144	0,016	-0,278	-0,122	-0,047	-0,043
20111229	0,144	-0,059	0,062	-0,081	0,020	0,160	-0,037	-0,020	-0,053	-0,031
20120130	0,103	0,125	0,018	-0,079	-0,090	-0,048	-0,009	0,150	0,102	0,101
20120229	0,135	0,084	-0,004	0,100	0,053	0,048	-0,094	-0,002	0,001	0,021
20120330	-0,095	-0,050	0,077	-0,033	0,057	0,080	0,286	0,031	-0,015	-0,024
20120430	-0,088	-0,078	0,004	-0,129	0,102	-0,015	-0,081	-0,091	-0,007	0,000
20120531	-0,101	-0,303	0,018	-0,107	-0,017	-0,031	-0,496	-0,222	-0,118	-0,114
20120629	0,112	-0,209	0,111	-0,037	0,060	0,076	-0,158	-0,256	0,068	0,066

ANEXO 4 – ESTIMATIVAS DE VETOR DE MÉDIAS E VARIÂNCIAS

Título	Média	Variância	Título	Média	Variância	Título	Média	Variância
ALLL3	0,000991	0,013638	DTEX3	0,001172	0,010786	MRVE3	0,012582	0,028564
AMBV3	0,019658	0,007315	ECOR3	0,022029	0,003786	MULT3	0,016988	0,010099
AMBV4	0,019584	0,005144	ELET3	0,010221	0,011467	MYPK3	0,012598	0,020331
AMIL3	0,008133	0,010744	ELET6	0,005514	0,009443	NATU3	0,020979	0,006503
BBAS3	0,015399	0,009793	ELPL4	0,005313	0,011469	ODPV3	0,020786	0,012102
BBDC3	0,012653	0,007971	EMBR3	0,002015	0,009678	OGXP3	0,000602	0,034107
BBDC4	0,013003	0,008001	ENBR3	0,009742	0,005749	OSXB3	-0,03142	0,019439
BBRK3	0,02127	0,077067	EVEN3	0,003207	0,030463	PCAR4	0,007385	0,008422
BISA3	-0,00961	0,033157	EZTC3	0,022236	0,023008	PDGR3	0,012732	0,027156
BRAP4	0,020552	0,011471	FIBR3	-0,01704	0,011373	PETR3	0,010354	0,009267
BRFS3	0,01142	0,003378	GETI4	0,020114	0,004967	PETR4	0,010759	0,009124
BRKM5	0,005456	0,015636	GFSA3	-0,00661	0,027802	POMO4	0,024483	0,01185
BRML3	0,026505	0,016737	GGBR4	0,018773	0,012727	PSSA3	0,015313	0,008458
BRPR3	0,025107	0,005216	GOAU4	0,016517	0,012046	RAPT4	0,01792	0,014213
BRSR6	0,008126	0,011065	GOLL4	-0,00066	0,021694	RDCD3	0,004001	0,007662
BTOW3	-0,03137	0,024302	HGTX3	0,05525	0,017232	RENT3	0,032549	0,014898
BVMF3	0,003068	0,014248	HRTP3	-0,04406	0,038052	RPMG3	0,025549	0,08567
CCRO3	0,027619	0,007916	HYPE3	0,018573	0,020089	RSID3	0,025299	0,044797
CESP6	0,019496	0,015968	ITSA4	0,012671	0,006542	SANB11	-0,00552	0,008612
CIEL3	0,010974	0,005582	ITUB4	-0,00037	0,006024	SBSP3	0,018984	0,007744
CMIG4	0,007647	0,006965	JBSS3	0,005398	0,018706	SULA11	0,013164	0,012209
CPFE3	0,014072	0,004343	KLBN4	0,012751	0,007503	SUZB5	-0,00556	0,013084
CPLE6	0,01672	0,006769	LAME4	0,023409	0,014117	TBLE3	0,014369	0,007142
CRUZ3	0,018543	0,005878	LIGT3	0,006467	0,007162	TCSA3	0,003726	0,021729
CSAN3	0,016968	0,021067	LLXL3	0,022671	0,050365	TOTS3	0,027582	0,01037
CSMG3	0,01218	0,009625	LREN3	0,029465	0,015088	TRPL4	0,018543	0,00598
CSNA3	0,012345	0,014373	MMXM3	0,023635	0,040023	USIM3	0,014047	0,019674
CTIP3	0,027062	0,006822	MPLU3	0,037674	0,006717	USIM5	0,007611	0,016686
CYRE3	0,028589	0,029358	MPXE3	0,008488	0,031953	VALE3	0,015569	0,008841
DASA3	0,014408	0,010086	MRFG3	0,001379	0,02364	VALE5	0,016123	0,008097

ANEXO 5 – ESTIMATIVA DE MATRIZ DE CORRELAÇÃO

	ALLL3	AMBV3	AMBV4	AMIL3	BBAS3	BBDC3	BBDC4	BBRK3	BISA3	BRAP4
ALLL3	1,00	0,18	0,20	0,17	0,64	0,21	0,21	0,26	0,32	0,27
AMBV3	0,18	1,00	0,56	0,19	0,27	0,28	0,24	0,19	0,23	0,23
AMBV4	0,20	0,56	1,00	0,17	0,26	0,46	0,41	0,27	0,27	0,20
AMIL3	0,17	0,19	0,17	1,00	0,35	0,42	0,39	0,57	0,59	0,30
BBAS3	0,64	0,27	0,26	0,35	1,00	0,56	0,56	0,51	0,54	0,56
BBDC3	0,21	0,28	0,46	0,42	0,56	1,00	0,94	0,38	0,40	0,45
BBDC4	0,21	0,24	0,41	0,39	0,56	0,94	1,00	0,37	0,40	0,47
BBRK3	0,26	0,19	0,27	0,57	0,51	0,38	0,37	1,00	0,90	0,49
BISA3	0,32	0,23	0,27	0,59	0,54	0,40	0,40	0,90	1,00	0,44
BRAP4	0,27	0,23	0,20	0,30	0,56	0,45	0,47	0,49	0,44	1,00
BRFS3	-0,20	0,03	0,03	0,07	0,17	0,15	0,18	0,05	0,16	0,15
BRKM5	0,08	0,20	0,22	0,43	0,24	0,27	0,25	0,56	0,52	0,37
BRML3	0,56	0,38	0,42	0,35	0,62	0,38	0,38	0,39	0,38	0,42
BRPR3	0,10	0,29	0,23	0,14	0,34	0,13	0,11	0,19	0,11	0,12
BRSR6	0,49	0,28	0,35	0,31	0,70	0,45	0,48	0,29	0,40	0,33
BTOW3	0,36	0,28	0,35	0,59	0,68	0,50	0,54	0,72	0,76	0,57
BVMF3	0,44	0,25	0,30	0,46	0,70	0,45	0,47	0,61	0,72	0,54
CCRO3	0,14	0,23	0,24	0,33	0,42	0,32	0,27	0,46	0,38	0,33
CESP6	0,19	0,20	0,20	0,40	0,37	0,31	0,28	0,43	0,33	0,20
CIEL3	0,03	-0,06	-0,16	0,19	0,24	0,23	0,21	0,13	0,10	0,22
CMIG4	0,16	0,03	0,19	0,10	0,25	0,31	0,31	-0,13	-0,14	0,13
CPFE3	0,46	0,24	0,31	0,14	0,26	0,34	0,36	0,26	0,31	0,24
CPL6	0,14	0,18	0,26	0,25	0,31	0,38	0,38	0,23	0,23	0,29
CRUZ3	-0,02	0,34	0,39	0,24	0,39	0,41	0,41	0,34	0,30	0,33
CSAN3	0,12	0,11	0,13	0,28	0,38	0,22	0,25	0,52	0,57	0,28
CSMG3	0,14	0,23	0,25	0,26	0,37	0,34	0,35	0,43	0,42	0,40
CSNA3	0,32	0,16	0,17	0,30	0,58	0,37	0,44	0,53	0,43	0,69
CTIP3	0,06	0,12	0,09	0,21	0,01	0,09	0,01	0,04	0,15	0,10
CYRE3	0,48	0,28	0,32	0,39	0,62	0,47	0,50	0,62	0,68	0,47
DASA3	0,16	0,14	0,13	0,54	0,36	0,37	0,35	0,48	0,47	0,38
DTEX3	0,27	0,25	0,24	0,34	0,41	0,30	0,31	0,21	0,35	0,17
ECOR3	0,05	0,42	0,48	0,06	0,01	0,01	-0,03	0,11	-0,12	-0,02
ELET3	-0,03	0,18	0,14	0,33	0,27	0,26	0,23	0,22	0,24	0,35
ELET6	0,06	0,19	0,19	0,23	0,28	0,26	0,24	0,23	0,23	0,33
ELPL4	0,00	-0,07	-0,12	0,08	0,27	0,31	0,27	0,11	0,21	0,25
EMBR3	0,22	0,21	0,23	0,12	0,40	0,37	0,37	0,33	0,28	0,30
ENBR3	0,12	0,20	0,16	0,39	0,30	0,36	0,34	0,24	0,29	0,30
EVEN3	0,45	0,24	0,29	0,58	0,63	0,45	0,45	0,73	0,79	0,44
EZTC3	0,37	0,34	0,35	0,55	0,63	0,50	0,50	0,63	0,72	0,40
FIBR3	0,19	-0,05	-0,03	0,28	0,27	0,36	0,36	0,20	0,20	0,39
GETI4	0,15	0,02	0,02	0,17	0,21	0,25	0,23	0,13	0,07	0,17
GFS3	0,51	0,14	0,20	0,49	0,59	0,33	0,34	0,84	0,83	0,46
GGBR4	0,40	0,20	0,21	0,54	0,59	0,42	0,47	0,58	0,51	0,58
GOAU4	0,42	0,31	0,18	0,55	0,60	0,40	0,42	0,58	0,53	0,65
GOLL4	0,13	0,27	0,26	0,43	0,36	0,35	0,33	0,50	0,51	0,27

	ALLL3	AMBV3	AMBV4	AMIL3	BBAS3	BBDC3	BBDC4	BBRK3	BISA3	BRAP4
HGTX3	0,22	0,29	0,25	0,47	0,51	0,32	0,29	0,58	0,60	0,35
HRTP3	0,03	0,03	-0,14	0,16	0,16	0,05	0,00	0,13	0,27	0,33
HYPE3	0,34	0,22	0,23	0,33	0,57	0,36	0,37	0,36	0,43	0,21
ITSA4	0,53	0,22	0,40	0,40	0,70	0,72	0,75	0,51	0,49	0,51
ITUB4	0,33	0,07	0,12	0,33	0,63	0,53	0,58	0,27	0,33	0,34
JBSS3	0,41	0,24	0,28	0,18	0,44	0,33	0,35	0,35	0,36	0,40
KLBN4	0,07	0,32	0,21	0,41	0,39	0,35	0,33	0,37	0,43	0,49
LAME4	0,36	0,37	0,46	0,63	0,53	0,61	0,58	0,63	0,65	0,53
LIGT3	0,19	0,12	0,11	0,12	0,27	0,32	0,34	0,15	0,22	0,32
LLXL3	0,39	0,25	0,32	0,37	0,70	0,44	0,47	0,41	0,54	0,46
LREN3	0,46	0,32	0,33	0,55	0,63	0,52	0,52	0,77	0,78	0,49
MMXM3	0,29	0,18	0,21	0,52	0,51	0,34	0,37	0,83	0,68	0,62
MPLU3	0,07	0,21	0,17	0,11	0,16	0,09	0,09	0,17	0,00	0,11
MPXE3	0,31	0,27	0,32	0,28	0,44	0,34	0,35	0,39	0,44	0,56
MRFG3	0,35	0,19	0,19	0,44	0,40	0,37	0,39	0,52	0,50	0,42
MRVE3	0,58	0,26	0,31	0,55	0,75	0,48	0,50	0,70	0,76	0,51
MULT3	0,36	0,32	0,40	0,26	0,42	0,32	0,35	0,34	0,33	0,40
MYPK3	0,14	0,20	0,18	0,37	0,51	0,41	0,42	0,59	0,58	0,41
NATU3	0,16	0,22	0,32	0,14	0,36	0,36	0,34	0,23	0,37	0,29
ODPV3	0,20	0,24	0,29	0,47	0,18	0,27	0,24	0,37	0,32	0,38
OGXP3	0,32	0,18	0,25	0,22	0,52	0,33	0,33	0,41	0,51	0,45
OSXB3	0,15	0,03	0,00	0,10	0,43	0,32	0,34	0,13	0,17	0,19
PCAR4	0,31	0,25	0,38	0,24	0,38	0,46	0,44	0,35	0,32	0,22
PDGR3	0,49	0,18	0,21	0,53	0,68	0,43	0,44	0,71	0,75	0,50
PETR3	0,48	0,19	0,10	0,33	0,59	0,48	0,51	0,34	0,34	0,54
PETR4	0,50	0,21	0,15	0,35	0,63	0,52	0,55	0,35	0,35	0,55
POMO4	0,55	0,31	0,27	0,60	0,47	0,33	0,29	0,80	0,69	0,37
PSSA3	0,40	0,35	0,35	0,41	0,46	0,48	0,50	0,45	0,46	0,50
RAPT4	0,44	0,32	0,32	0,71	0,57	0,45	0,46	0,83	0,73	0,51
RDCD3	0,21	-0,13	-0,16	0,10	0,33	0,27	0,29	-0,03	0,12	0,42
RENT3	0,35	0,24	0,27	0,47	0,53	0,44	0,45	0,77	0,63	0,48
RPMG3	0,02	0,04	-0,04	0,07	-0,03	-0,14	-0,16	0,11	0,11	0,01
RSID3	0,25	0,17	0,23	0,57	0,49	0,45	0,46	0,81	0,81	0,41
SANB11	0,32	0,23	0,32	0,37	0,51	0,38	0,47	0,22	0,34	0,26
SBSP3	0,12	0,18	0,27	0,37	0,33	0,32	0,24	0,49	0,45	0,36
SULA11	0,25	0,17	0,15	0,52	0,48	0,31	0,35	0,30	0,34	0,40
SUZB5	0,23	0,19	0,15	0,54	0,62	0,45	0,44	0,65	0,64	0,57
TBLE3	0,16	0,05	0,17	0,12	0,22	0,24	0,21	0,17	0,12	0,14
TCSA3	0,51	0,27	0,36	0,50	0,62	0,45	0,43	0,77	0,78	0,50
TOTS3	0,19	0,37	0,44	0,40	0,23	0,30	0,29	0,56	0,44	0,40
TRPL4	0,13	0,02	0,29	0,08	0,30	0,40	0,36	-0,04	-0,05	0,14
USIM3	0,24	0,20	0,13	0,22	0,56	0,36	0,38	0,47	0,44	0,55
USIM5	0,34	0,23	0,14	0,31	0,59	0,37	0,41	0,44	0,42	0,60
VALE3	0,33	0,19	0,24	0,29	0,57	0,49	0,50	0,49	0,45	0,89
VALE5	0,30	0,17	0,23	0,30	0,57	0,49	0,51	0,49	0,45	0,90

	BRFS3	BRKM5	BRML3	BRPR3	BRSR6	BTOW3	BVMF3	CCRO3	CESP6	CIEL3
ALLL3	-0,20	0,08	0,56	0,10	0,49	0,36	0,44	0,14	0,19	0,03
AMBV3	0,03	0,20	0,38	0,29	0,28	0,28	0,25	0,23	0,20	-0,06
AMBV4	0,03	0,22	0,42	0,23	0,35	0,35	0,30	0,24	0,20	-0,16
AMIL3	0,07	0,43	0,35	0,14	0,31	0,59	0,46	0,33	0,40	0,19
BBAS3	0,17	0,24	0,62	0,34	0,70	0,68	0,70	0,42	0,37	0,24
BBDC3	0,15	0,27	0,38	0,13	0,45	0,50	0,45	0,32	0,31	0,23
BBDC4	0,18	0,25	0,38	0,11	0,48	0,54	0,47	0,27	0,28	0,21
BBRK3	0,05	0,56	0,39	0,19	0,29	0,72	0,61	0,46	0,43	0,13
BISA3	0,16	0,52	0,38	0,11	0,40	0,76	0,72	0,38	0,33	0,10
BRAP4	0,15	0,37	0,42	0,12	0,33	0,57	0,54	0,33	0,20	0,22
BRFS3	1,00	0,02	-0,07	0,29	0,22	0,13	0,21	0,09	0,08	0,40
BRKM5	0,02	1,00	0,05	0,27	0,27	0,53	0,47	0,30	0,09	0,04
BRML3	-0,07	0,05	1,00	0,11	0,43	0,41	0,39	0,25	0,38	0,01
BRPR3	0,29	0,27	0,11	1,00	0,31	0,28	0,15	0,30	0,21	0,46
BRSR6	0,22	0,27	0,43	0,31	1,00	0,40	0,41	0,26	0,41	0,16
BTOW3	0,13	0,53	0,41	0,28	0,40	1,00	0,67	0,42	0,34	0,08
BVMF3	0,21	0,47	0,39	0,15	0,41	0,67	1,00	0,39	0,45	0,18
CCRO3	0,09	0,30	0,25	0,30	0,26	0,42	0,39	1,00	0,36	0,20
CESP6	0,08	0,09	0,38	0,21	0,41	0,34	0,45	0,36	1,00	0,28
CIEL3	0,40	0,04	0,01	0,46	0,16	0,08	0,18	0,20	0,28	1,00
CMIG4	0,02	0,09	0,26	0,23	0,38	-0,10	-0,08	0,13	0,07	0,38
CPFE3	0,17	0,24	0,50	0,08	0,25	0,13	0,10	0,29	0,17	0,13
CPLE6	-0,03	0,25	0,34	0,28	0,26	0,19	0,23	0,28	0,32	0,14
CRUZ3	0,08	0,19	0,35	0,29	0,21	0,35	0,28	0,30	0,26	0,16
CSAN3	0,10	0,19	0,25	0,19	0,33	0,47	0,51	0,40	0,39	0,08
CSMG3	0,09	0,30	0,46	0,24	0,44	0,56	0,48	0,37	0,51	0,23
CSNA3	0,30	0,33	0,36	0,16	0,42	0,64	0,76	0,25	0,31	0,22
CTIP3	0,39	0,00	0,10	0,23	0,30	-0,06	0,08	0,08	0,08	0,15
CYRE3	0,16	0,35	0,42	0,19	0,41	0,67	0,65	0,33	0,20	0,15
DASA3	-0,09	0,24	0,39	0,16	0,39	0,45	0,41	0,31	0,25	-0,11
DTEX3	-0,01	0,24	0,27	0,38	0,38	0,10	0,27	0,11	0,15	0,19
ECOR3	-0,05	-0,08	0,18	0,47	0,20	-0,02	-0,07	0,35	0,19	0,08
ELET3	0,16	0,21	0,22	0,13	0,26	0,25	0,20	0,10	0,20	0,22
ELET6	0,31	0,23	0,16	0,15	0,22	0,21	0,22	0,18	0,18	0,31
ELPL4	0,51	0,27	0,10	0,18	0,18	-0,19	0,18	0,23	0,30	0,62
EMBR3	0,19	0,23	0,29	0,20	0,23	0,40	0,48	0,25	0,04	0,10
ENBR3	0,09	0,20	0,40	0,02	0,39	0,17	0,19	0,38	0,37	0,02
EVEN3	0,07	0,40	0,55	0,11	0,54	0,55	0,59	0,26	0,42	0,08
EZTC3	0,06	0,46	0,44	0,27	0,56	0,56	0,54	0,44	0,51	0,09
FIBR3	0,23	0,54	-0,04	0,13	0,31	0,29	0,32	0,20	0,27	0,37
GETI4	0,16	0,10	0,24	0,20	0,35	0,13	0,14	0,29	0,36	0,15
GFS3	0,26	0,44	0,45	0,20	0,40	0,74	0,64	0,26	0,14	0,20
GGBR4	0,17	0,34	0,48	0,05	0,50	0,76	0,80	0,48	0,43	0,25
GOAU4	0,22	0,37	0,50	0,02	0,50	0,77	0,79	0,47	0,43	0,26
GOLL4	0,14	0,33	0,41	0,42	0,49	0,50	0,52	0,27	0,32	0,26
HGTX3	0,05	0,34	0,43	0,28	0,51	0,55	0,62	0,30	0,42	0,20

	BRFS3	BRKM5	BRML3	BRPR3	BRSR6	BTOW3	BVMF3	CCRO3	CESP6	CIEL3
HRTP3	0,46	0,28	0,08	0,38	0,01	0,21	0,09	0,10	0,24	0,35
HYPE3	0,00	0,27	0,24	0,29	0,61	0,40	0,44	0,23	0,40	0,21
ITSA4	0,24	0,19	0,57	0,23	0,73	0,57	0,54	0,37	0,36	0,35
ITUB4	0,25	0,18	0,29	0,24	0,49	0,31	0,39	0,08	0,16	0,38
JBSS3	0,23	0,28	0,36	0,29	0,50	0,41	0,51	0,28	0,30	0,26
KLBN4	0,35	0,36	0,32	0,06	0,38	0,40	0,50	0,30	0,23	0,32
LAME4	0,11	0,45	0,62	0,25	0,57	0,83	0,70	0,35	0,43	0,24
LIGT3	0,02	0,28	0,20	0,01	0,23	0,20	0,01	0,30	0,23	-0,11
LLXL3	0,11	0,29	0,49	0,07	0,56	0,58	0,69	0,43	0,62	0,01
LREN3	-0,03	0,34	0,63	0,25	0,53	0,75	0,68	0,41	0,27	0,22
MMXM3	0,16	0,38	0,50	0,21	0,33	0,76	0,79	0,33	0,30	0,23
MPLU3	0,12	0,15	0,07	0,64	0,12	0,13	0,13	0,28	0,14	0,16
MPXE3	0,04	0,25	0,57	-0,02	0,53	0,38	0,44	0,31	0,51	-0,10
MRFG3	0,19	0,32	0,20	0,25	0,23	0,41	0,48	0,35	0,22	0,38
MRVE3	0,13	0,56	0,47	0,29	0,58	0,76	0,87	0,38	0,38	0,15
MULT3	-0,11	0,08	0,66	-0,04	0,29	0,33	0,37	0,34	0,28	-0,13
MYPK3	0,21	0,50	0,37	0,26	0,28	0,46	0,64	0,31	0,30	0,26
NATU3	0,16	0,37	0,30	0,25	0,40	0,33	0,28	0,47	0,10	0,21
ODPV3	-0,12	0,39	0,38	0,00	0,38	0,37	0,20	0,41	0,15	-0,15
OGXP3	0,22	0,08	0,40	0,08	0,50	0,38	0,53	0,24	0,53	0,14
OSXB3	0,21	-0,01	0,21	0,50	0,42	0,28	0,15	0,19	0,09	0,30
PCAR4	0,11	0,38	0,35	0,41	0,44	0,24	0,35	0,34	0,30	0,49
PDGR3	0,16	0,46	0,56	0,20	0,46	0,70	0,74	0,35	0,28	0,18
PETR3	0,25	0,18	0,38	0,00	0,29	0,43	0,59	0,21	0,33	0,23
PETR4	0,25	0,17	0,42	0,03	0,34	0,46	0,59	0,25	0,35	0,24
POMO4	-0,06	0,30	0,62	0,17	0,54	0,66	0,57	0,35	0,35	0,08
PSSA3	0,10	0,24	0,45	0,11	0,48	0,49	0,63	0,39	0,44	0,04
RAPT4	0,04	0,44	0,66	0,37	0,59	0,80	0,74	0,45	0,39	0,15
RDCD3	0,53	-0,01	0,18	0,22	0,37	0,15	0,31	0,17	0,14	0,75
RENT3	0,03	0,34	0,53	0,32	0,47	0,63	0,66	0,44	0,31	0,09
RPMG3	0,07	-0,09	0,14	-0,09	-0,13	-0,10	-0,07	-0,01	0,08	-0,15
RSID3	0,17	0,47	0,51	0,18	0,41	0,74	0,76	0,36	0,28	0,14
SANB11	0,08	0,26	0,16	0,24	0,54	0,39	0,39	0,19	0,11	0,20
SBSP3	0,22	0,34	0,35	0,12	0,37	0,44	0,54	0,42	0,33	0,18
SULA11	0,02	0,39	0,44	0,27	0,57	0,52	0,49	0,41	0,50	0,18
SUZB5	0,46	0,38	0,42	0,33	0,42	0,69	0,69	0,44	0,35	0,54
TBLE3	-0,04	0,07	0,29	0,19	0,22	0,18	0,14	0,20	0,22	0,10
TCSA3	0,18	0,41	0,49	0,24	0,61	0,64	0,67	0,38	0,46	0,19
TOTS3	-0,11	0,33	0,51	0,04	0,28	0,54	0,42	0,39	0,32	-0,06
TRPL4	0,08	0,08	0,22	0,21	0,24	0,02	0,04	0,25	0,26	0,05
USIM3	0,51	0,31	0,30	0,15	0,43	0,52	0,68	0,37	0,23	0,15
USIM5	0,31	0,34	0,33	0,11	0,48	0,55	0,71	0,33	0,24	0,15
VALE3	0,19	0,29	0,40	0,15	0,32	0,58	0,55	0,32	0,19	0,25
VALE5	0,17	0,29	0,40	0,17	0,33	0,59	0,53	0,30	0,21	0,27

	CMIG4	CPFE3	CPLE6	CRUZ3	CSAN3	CSMG3	CSNA3	CTIP3	CYRE3	DASA3
ALLL3	0,16	0,46	0,14	-0,02	0,12	0,14	0,32	0,06	0,48	0,16
AMBV3	0,03	0,24	0,18	0,34	0,11	0,23	0,16	0,12	0,28	0,14
AMBV4	0,19	0,31	0,26	0,39	0,13	0,25	0,17	0,09	0,32	0,13
AMIL3	0,10	0,14	0,25	0,24	0,28	0,26	0,30	0,21	0,39	0,54
BBAS3	0,25	0,26	0,31	0,39	0,38	0,37	0,58	0,01	0,62	0,36
BBDC3	0,31	0,34	0,38	0,41	0,22	0,34	0,37	0,09	0,47	0,37
BBDC4	0,31	0,36	0,38	0,41	0,25	0,35	0,44	0,01	0,50	0,35
BBRK3	-0,13	0,26	0,23	0,34	0,52	0,43	0,53	0,04	0,62	0,48
BISA3	-0,14	0,31	0,23	0,30	0,57	0,42	0,43	0,15	0,68	0,47
BRAP4	0,13	0,24	0,29	0,33	0,28	0,40	0,69	0,10	0,47	0,38
BRFS3	0,02	0,17	-0,03	0,08	0,10	0,09	0,30	0,39	0,16	-0,09
BRKM5	0,09	0,24	0,25	0,19	0,19	0,30	0,33	0,00	0,35	0,24
BRML3	0,26	0,50	0,34	0,35	0,25	0,46	0,36	0,10	0,42	0,39
BRPR3	0,23	0,08	0,28	0,29	0,19	0,24	0,16	0,23	0,19	0,16
BRSR6	0,38	0,25	0,26	0,21	0,33	0,44	0,42	0,30	0,41	0,39
BTOW3	-0,10	0,13	0,19	0,35	0,47	0,56	0,64	-0,06	0,67	0,45
BVMF3	-0,08	0,10	0,23	0,28	0,51	0,48	0,76	0,08	0,65	0,41
CCRO3	0,13	0,29	0,28	0,30	0,40	0,37	0,25	0,08	0,33	0,31
CESP6	0,07	0,17	0,32	0,26	0,39	0,51	0,31	0,08	0,20	0,25
CIEL3	0,38	0,13	0,14	0,16	0,08	0,23	0,22	0,15	0,15	-0,11
CMIG4	1,00	0,44	0,40	0,28	-0,02	0,14	0,14	0,17	0,07	0,10
CPFE3	0,44	1,00	0,42	0,23	0,25	0,34	0,23	0,30	0,37	0,27
CPLE6	0,40	0,42	1,00	0,37	0,22	0,27	0,30	0,11	0,26	0,37
CRUZ3	0,28	0,23	0,37	1,00	0,22	0,19	0,29	-0,05	0,24	0,03
CSAN3	-0,02	0,25	0,22	0,22	1,00	0,34	0,38	0,10	0,40	0,36
CSMG3	0,14	0,34	0,27	0,19	0,34	1,00	0,30	0,14	0,40	0,38
CSNA3	0,14	0,23	0,30	0,29	0,38	0,30	1,00	-0,01	0,44	0,36
CTIP3	0,17	0,30	0,11	-0,05	0,10	0,14	-0,01	1,00	0,05	0,18
CYRE3	0,07	0,37	0,26	0,24	0,40	0,40	0,44	0,05	1,00	0,31
DASA3	0,10	0,27	0,37	0,03	0,36	0,38	0,36	0,18	0,31	1,00
DTEX3	0,43	0,26	0,39	0,25	0,30	0,00	0,21	0,07	0,25	0,16
ECOR3	0,35	0,09	0,20	0,24	0,11	-0,15	-0,09	0,03	-0,08	-0,01
ELET3	0,36	0,25	0,57	0,36	0,17	0,14	0,29	0,16	0,22	0,31
ELET6	0,36	0,36	0,63	0,34	0,21	0,14	0,31	0,19	0,29	0,28
ELPL4	0,57	0,40	0,50	0,32	0,15	0,10	0,18	0,38	0,23	0,23
EMBR3	-0,02	0,23	0,15	0,11	0,19	0,12	0,37	-0,01	0,41	0,23
ENBR3	0,36	0,49	0,53	0,14	0,23	0,34	0,20	0,25	0,28	0,51
EVEN3	0,10	0,32	0,28	0,28	0,41	0,44	0,44	0,17	0,69	0,47
EZTC3	0,24	0,33	0,28	0,41	0,41	0,56	0,37	0,10	0,58	0,40
FIBR3	0,26	0,24	0,33	0,14	0,29	0,33	0,40	0,12	0,19	0,17
GETI4	0,30	0,31	0,20	0,20	0,15	0,31	0,06	0,03	0,06	0,20
GFS3	-0,07	0,30	0,05	0,22	0,33	0,34	0,44	0,16	0,76	0,24
GGBR4	0,26	0,42	0,45	0,33	0,45	0,53	0,70	-0,03	0,53	0,41
GOAU4	0,18	0,35	0,38	0,34	0,41	0,54	0,69	-0,01	0,53	0,37
GOLL4	0,23	0,32	0,19	0,40	0,32	0,32	0,23	0,12	0,47	0,22
HGTX3	0,16	0,22	0,21	0,32	0,37	0,48	0,42	0,10	0,46	0,35

	CMIG4	CPFE3	CPLE6	CRUZ3	CSAN3	CSMG3	CSNA3	CTIP3	CYRE3	DASA3
HRTP3	0,22	0,34	0,28	0,16	0,19	0,27	0,16	0,61	0,11	-0,14
HYPE3	0,30	-0,01	0,29	0,22	0,21	0,29	0,41	0,03	0,26	0,33
ITSA4	0,39	0,44	0,39	0,43	0,34	0,41	0,44	0,24	0,57	0,40
ITUB4	0,25	0,22	0,16	0,32	0,23	0,09	0,45	0,21	0,34	0,33
JBSS3	0,27	0,43	0,45	0,38	0,29	0,54	0,37	0,07	0,38	0,25
KLBN4	0,16	0,28	0,27	0,44	0,42	0,29	0,42	0,24	0,36	0,24
LAME4	0,25	0,40	0,41	0,41	0,47	0,55	0,45	0,04	0,66	0,48
LIGT3	0,21	0,43	0,28	0,45	0,10	0,30	0,08	0,13	0,22	0,05
LLXL3	0,07	0,15	0,39	0,31	0,57	0,63	0,63	0,14	0,50	0,44
LREN3	0,18	0,44	0,35	0,35	0,48	0,53	0,43	0,08	0,67	0,45
MMXM3	-0,10	0,22	0,20	0,24	0,41	0,47	0,66	0,12	0,53	0,44
MPLU3	-0,04	-0,08	0,09	0,31	0,10	0,10	0,06	0,11	0,27	0,12
MPXE3	0,26	0,36	0,40	0,34	0,33	0,58	0,52	0,18	0,30	0,40
MRFG3	0,18	0,33	0,29	0,28	0,22	0,34	0,37	0,36	0,44	0,30
MRVE3	0,07	0,26	0,25	0,30	0,47	0,55	0,63	-0,01	0,74	0,39
MULT3	0,22	0,37	0,30	0,39	0,35	0,48	0,22	0,05	0,35	0,38
MYPK3	0,04	0,22	0,26	0,40	0,44	0,35	0,46	0,08	0,42	0,36
NATU3	0,28	0,41	0,45	0,42	0,38	0,24	0,21	0,15	0,39	0,29
ODPV3	0,10	0,26	0,23	0,02	0,29	0,32	0,25	0,18	0,22	0,43
OGXP3	0,02	0,13	0,30	0,24	0,33	0,52	0,60	0,30	0,35	0,40
OSXB3	0,13	0,06	0,07	0,14	0,17	0,22	0,34	0,33	0,10	0,16
PCAR4	0,40	0,44	0,49	0,35	0,31	0,19	0,30	0,16	0,31	0,19
PDGR3	-0,11	0,32	0,24	0,21	0,40	0,48	0,53	0,07	0,67	0,40
PETR3	0,22	0,27	0,16	0,22	0,16	0,30	0,64	0,24	0,43	0,26
PETR4	0,27	0,29	0,18	0,26	0,18	0,33	0,63	0,23	0,47	0,28
POMO4	0,09	0,30	0,27	0,28	0,36	0,28	0,32	0,09	0,45	0,35
PSSA3	0,21	0,40	0,34	0,37	0,50	0,50	0,46	0,41	0,48	0,41
RAPT4	0,23	0,40	0,28	0,33	0,40	0,49	0,48	0,14	0,58	0,44
RDCD3	0,24	0,15	0,08	0,15	0,14	0,30	0,32	0,20	0,22	0,18
RENT3	0,19	0,38	0,28	0,28	0,52	0,34	0,52	0,07	0,59	0,47
RPMG3	0,02	0,20	0,09	0,09	-0,06	-0,09	-0,03	-0,07	0,01	0,10
RSID3	-0,01	0,37	0,25	0,20	0,49	0,43	0,46	0,12	0,74	0,46
SANB11	0,25	0,19	0,13	0,34	0,23	0,21	0,36	0,20	0,38	0,23
SBSP3	0,13	0,31	0,34	0,17	0,37	0,50	0,41	0,19	0,30	0,41
SULA11	0,25	0,13	0,30	0,28	0,37	0,51	0,43	0,28	0,22	0,59
SUZB5	0,08	0,23	0,39	0,26	0,37	0,36	0,56	0,20	0,47	0,47
TBLE3	0,10	0,19	0,27	0,20	0,21	0,35	0,04	-0,09	0,22	0,10
TCSA3	0,08	0,33	0,30	0,31	0,47	0,55	0,46	0,18	0,68	0,44
TOTS3	-0,04	0,32	0,29	0,27	0,30	0,47	0,21	0,12	0,29	0,49
TRPL4	0,39	0,29	0,48	0,25	0,10	0,25	0,13	0,06	0,22	0,24
USIM3	0,24	0,31	0,25	0,23	0,45	0,27	0,74	-0,13	0,38	0,30
USIM5	0,27	0,32	0,33	0,26	0,39	0,31	0,87	0,02	0,47	0,36
VALE3	0,13	0,23	0,23	0,32	0,28	0,34	0,71	0,07	0,45	0,38
VALE5	0,14	0,22	0,21	0,31	0,29	0,35	0,69	0,04	0,47	0,38

	DTEX3	ECOR3	ELET3	ELET6	ELPL4	EMBR3	ENBR3	EVEN3	EZTC3	FIBR3
ALLL3	0,27	0,05	-0,03	0,06	0,00	0,22	0,12	0,45	0,37	0,19
AMBV3	0,25	0,42	0,18	0,19	-0,07	0,21	0,20	0,24	0,34	-0,05
AMBV4	0,24	0,48	0,14	0,19	-0,12	0,23	0,16	0,29	0,35	-0,03
AMIL3	0,34	0,06	0,33	0,23	0,08	0,12	0,39	0,58	0,55	0,28
BBAS3	0,41	0,01	0,27	0,28	0,27	0,40	0,30	0,63	0,63	0,27
BBDC3	0,30	0,01	0,26	0,26	0,31	0,37	0,36	0,45	0,50	0,36
BBDC4	0,31	-0,03	0,23	0,24	0,27	0,37	0,34	0,45	0,50	0,36
BBRK3	0,21	0,11	0,22	0,23	0,11	0,33	0,24	0,73	0,63	0,20
BISA3	0,35	-0,12	0,24	0,23	0,21	0,28	0,29	0,79	0,72	0,20
BRAP4	0,17	-0,02	0,35	0,33	0,25	0,30	0,30	0,44	0,40	0,39
BRFS3	-0,01	-0,05	0,16	0,31	0,51	0,19	0,09	0,07	0,06	0,23
BRKM5	0,24	-0,08	0,21	0,23	0,27	0,23	0,20	0,40	0,46	0,54
BRML3	0,27	0,18	0,22	0,16	0,10	0,29	0,40	0,55	0,44	-0,04
BRPR3	0,38	0,47	0,13	0,15	0,18	0,20	0,02	0,11	0,27	0,13
BRSR6	0,38	0,20	0,26	0,22	0,18	0,23	0,39	0,54	0,56	0,31
BTOW3	0,10	-0,02	0,25	0,21	-0,19	0,40	0,17	0,55	0,56	0,29
BVMF3	0,27	-0,07	0,20	0,22	0,18	0,48	0,19	0,59	0,54	0,32
CCRO3	0,11	0,35	0,10	0,18	0,23	0,25	0,38	0,26	0,44	0,20
CESP6	0,15	0,19	0,20	0,18	0,30	0,04	0,37	0,42	0,51	0,27
CIEL3	0,19	0,08	0,22	0,31	0,62	0,10	0,02	0,08	0,09	0,37
CMIG4	0,43	0,35	0,36	0,36	0,57	-0,02	0,36	0,10	0,24	0,26
CPFE3	0,26	0,09	0,25	0,36	0,40	0,23	0,49	0,32	0,33	0,24
CPLE6	0,39	0,20	0,57	0,63	0,50	0,15	0,53	0,28	0,28	0,33
CRUZ3	0,25	0,24	0,36	0,34	0,32	0,11	0,14	0,28	0,41	0,14
CSAN3	0,30	0,11	0,17	0,21	0,15	0,19	0,23	0,41	0,41	0,29
CSMG3	0,00	-0,15	0,14	0,14	0,10	0,12	0,34	0,44	0,56	0,33
CSNA3	0,21	-0,09	0,29	0,31	0,18	0,37	0,20	0,44	0,37	0,40
CTIP3	0,07	0,03	0,16	0,19	0,38	-0,01	0,25	0,17	0,10	0,12
CYRE3	0,25	-0,08	0,22	0,29	0,23	0,41	0,28	0,69	0,58	0,19
DASA3	0,16	-0,01	0,31	0,28	0,23	0,23	0,51	0,47	0,40	0,17
DTEX3	1,00	0,26	0,33	0,22	0,37	0,10	0,15	0,39	0,32	0,23
ECOR3	0,26	1,00	0,05	0,04	0,07	0,28	0,07	-0,03	0,12	0,00
ELET3	0,33	0,05	1,00	0,88	0,71	0,13	0,35	0,21	0,14	0,58
ELET6	0,22	0,04	0,88	1,00	0,69	0,19	0,37	0,21	0,14	0,61
ELPL4	0,37	0,07	0,71	0,69	1,00	0,25	0,27	0,17	0,14	0,35
EMBR3	0,10	0,28	0,13	0,19	0,25	1,00	0,14	0,34	0,16	0,33
ENBR3	0,15	0,07	0,35	0,37	0,27	0,14	1,00	0,33	0,42	0,09
EVEN3	0,39	-0,03	0,21	0,21	0,17	0,34	0,33	1,00	0,77	0,27
EZTC3	0,32	0,12	0,14	0,14	0,14	0,16	0,42	0,77	1,00	0,17
FIBR3	0,23	0,00	0,58	0,61	0,35	0,33	0,09	0,27	0,17	1,00
GETI4	0,15	0,31	0,24	0,23	0,54	0,05	0,36	0,18	0,40	0,22
GFSAA3	0,43	-0,03	0,11	0,11	0,16	0,36	0,15	0,80	0,64	0,28
GGBR4	0,25	-0,24	0,40	0,41	0,30	0,29	0,45	0,49	0,55	0,51
GOAU4	0,24	-0,30	0,42	0,40	0,23	0,31	0,47	0,51	0,56	0,53
GOLL4	0,61	0,20	0,23	0,21	0,23	0,24	0,24	0,59	0,53	0,39
HGTX3	0,46	0,12	0,10	0,08	0,10	0,23	0,18	0,65	0,65	0,26

	DTEX3	ECOR3	ELET3	ELET6	ELPL4	EMBR3	ENBR3	EVEN3	EZTC3	FIBR3
HRTP3	0,21	0,09	0,31	0,30	0,42	0,23	0,08	0,12	0,29	0,23
HYPE3	0,59	0,19	0,21	0,11	0,15	-0,06	0,32	0,45	0,53	0,27
ITSA4	0,44	0,06	0,31	0,34	0,32	0,32	0,43	0,60	0,59	0,44
ITUB4	0,45	0,01	0,33	0,37	0,46	0,29	0,10	0,40	0,29	0,46
JBSS3	0,36	-0,11	0,25	0,30	0,39	0,13	0,35	0,37	0,50	0,24
KLBN4	0,28	-0,15	0,36	0,42	0,25	0,25	0,29	0,45	0,42	0,47
LAME4	0,45	0,12	0,37	0,37	0,21	0,33	0,44	0,70	0,67	0,43
LIGT3	0,14	-0,11	0,26	0,30	0,30	-0,03	0,38	0,06	0,31	0,17
LLXL3	0,29	-0,03	0,20	0,17	0,17	0,23	0,33	0,57	0,59	0,24
LREN3	0,44	0,12	0,25	0,25	0,03	0,30	0,36	0,79	0,71	0,18
MMXM3	0,21	0,08	0,19	0,20	0,20	0,34	0,19	0,52	0,41	0,25
MPLU3	0,19	0,43	-0,05	-0,06	0,00	0,13	-0,06	0,14	0,24	0,17
MPXE3	0,04	-0,01	0,18	0,16	0,15	0,11	0,44	0,46	0,54	0,05
MRFG3	0,30	-0,09	0,20	0,19	0,76	0,20	0,26	0,37	0,48	0,20
MRVE3	0,42	-0,02	0,21	0,19	0,11	0,35	0,24	0,69	0,69	0,30
MULT3	0,26	0,09	0,07	0,06	-0,09	0,04	0,20	0,37	0,39	-0,03
MYPK3	0,36	0,16	0,19	0,22	0,46	0,39	0,20	0,46	0,46	0,20
NATU3	0,42	0,14	0,32	0,38	0,33	0,26	0,38	0,30	0,27	0,47
ODPV3	0,09	0,20	0,15	0,10	-0,01	0,01	0,35	0,30	0,36	0,19
OGXP3	0,14	-0,12	0,20	0,30	0,21	0,07	0,22	0,52	0,46	0,21
OSXB3	0,19	0,19	0,14	0,17	0,04	0,52	-0,06	0,09	0,12	0,15
PCAR4	0,98	0,01	0,33	0,38	0,33	0,23	0,57	0,30	0,48	0,37
PDGR3	0,41	-0,10	0,23	0,23	0,38	0,31	0,25	0,71	0,59	0,26
PETR3	0,28	-0,43	0,23	0,22	0,37	0,24	0,27	0,38	0,33	0,24
PETR4	0,29	-0,36	0,25	0,24	0,40	0,27	0,30	0,40	0,36	0,25
POMO4	0,22	0,25	0,19	0,20	0,05	0,33	0,30	0,68	0,65	0,17
PSSA3	0,27	0,12	0,31	0,33	0,32	0,27	0,45	0,56	0,60	0,25
RAPT4	0,36	0,31	0,28	0,29	0,19	0,34	0,36	0,76	0,72	0,24
RDCD3	-0,03	-0,26	0,25	0,25	0,49	0,12	0,18	0,12	0,10	0,53
RENT3	0,29	0,17	0,18	0,22	0,09	0,38	0,42	0,64	0,61	0,04
RPMG3	-0,07	-0,13	0,17	0,12	0,25	-0,08	0,30	0,01	0,05	-0,39
RSID3	0,42	-0,03	0,14	0,19	0,16	0,34	0,36	0,71	0,63	0,20
SANB11	0,38	0,05	0,20	0,29	-0,11	0,16	0,05	0,35	0,33	0,35
SBSP3	0,07	-0,07	0,22	0,27	0,29	0,34	0,33	0,57	0,51	0,40
SULA11	0,28	0,10	0,26	0,18	0,26	0,03	0,50	0,35	0,45	0,35
SUZB5	0,31	0,12	0,40	0,45	0,28	0,39	0,33	0,56	0,51	0,69
TBLE3	0,26	0,11	0,19	0,18	0,47	0,11	0,06	0,18	0,22	0,16
TCSA3	0,21	0,18	0,19	0,24	0,33	0,28	0,31	0,79	0,75	0,26
TOTS3	0,02	0,40	0,22	0,21	-0,03	0,32	0,34	0,35	0,37	0,08
TRPL4	0,22	0,24	0,29	0,31	0,51	0,08	0,31	0,00	0,07	0,20
USIM3	0,42	0,15	0,29	0,30	0,27	0,37	0,22	0,41	0,45	0,36
USIM5	0,28	-0,03	0,36	0,38	0,25	0,33	0,28	0,41	0,42	0,29
VALE3	0,25	-0,13	0,31	0,31	0,12	0,28	0,22	0,44	0,39	0,42
VALE5	0,23	-0,10	0,31	0,29	0,14	0,29	0,22	0,44	0,39	0,41

	GETI4	GFS43	GGBR4	GOAU4	GOLL4	HGTX3	HRTP3	HYPE3	ITSA4	ITUB4
ALLL3	0,15	0,51	0,40	0,42	0,13	0,22	0,03	0,34	0,53	0,33
AMBV3	0,02	0,14	0,20	0,31	0,27	0,29	0,03	0,22	0,22	0,07
AMBV4	0,02	0,20	0,21	0,18	0,26	0,25	-0,14	0,23	0,40	0,12
AMIL3	0,17	0,49	0,54	0,55	0,43	0,47	0,16	0,33	0,40	0,33
BBAS3	0,21	0,59	0,59	0,60	0,36	0,51	0,16	0,57	0,70	0,63
BBDC3	0,25	0,33	0,42	0,40	0,35	0,32	0,05	0,36	0,72	0,53
BBDC4	0,23	0,34	0,47	0,42	0,33	0,29	0,00	0,37	0,75	0,58
BBRK3	0,13	0,84	0,58	0,58	0,50	0,58	0,13	0,36	0,51	0,27
BISA3	0,07	0,83	0,51	0,53	0,51	0,60	0,27	0,43	0,49	0,33
BRAP4	0,17	0,46	0,58	0,65	0,27	0,35	0,33	0,21	0,51	0,34
BRFS3	0,16	0,26	0,17	0,22	0,14	0,05	0,46	0,00	0,24	0,25
BRKM5	0,10	0,44	0,34	0,37	0,33	0,34	0,28	0,27	0,19	0,18
BRML3	0,24	0,45	0,48	0,50	0,41	0,43	0,08	0,24	0,57	0,29
BRPR3	0,20	0,20	0,05	0,02	0,42	0,28	0,38	0,29	0,23	0,24
BRSR6	0,35	0,40	0,50	0,50	0,49	0,51	0,01	0,61	0,73	0,49
BTOW3	0,13	0,74	0,76	0,77	0,50	0,55	0,21	0,40	0,57	0,31
BVMF3	0,14	0,64	0,80	0,79	0,52	0,62	0,09	0,44	0,54	0,39
CCRO3	0,29	0,26	0,48	0,47	0,27	0,30	0,10	0,23	0,37	0,08
CESP6	0,36	0,14	0,43	0,43	0,32	0,42	0,24	0,40	0,36	0,16
CIEL3	0,15	0,20	0,25	0,26	0,26	0,20	0,35	0,21	0,35	0,38
CMIG4	0,30	-0,07	0,26	0,18	0,23	0,16	0,22	0,30	0,39	0,25
CPFE3	0,31	0,30	0,42	0,35	0,32	0,22	0,34	-0,01	0,44	0,22
CPLE6	0,20	0,05	0,45	0,38	0,19	0,21	0,28	0,29	0,39	0,16
CRUZ3	0,20	0,22	0,33	0,34	0,40	0,32	0,16	0,22	0,43	0,32
CSAN3	0,15	0,33	0,45	0,41	0,32	0,37	0,19	0,21	0,34	0,23
CSMG3	0,31	0,34	0,53	0,54	0,32	0,48	0,27	0,29	0,41	0,09
CSNA3	0,06	0,44	0,70	0,69	0,23	0,42	0,16	0,41	0,44	0,45
CTIP3	0,03	0,16	-0,03	-0,01	0,12	0,10	0,61	0,03	0,24	0,21
CYRE3	0,06	0,76	0,53	0,53	0,47	0,46	0,11	0,26	0,57	0,34
DASA3	0,20	0,24	0,41	0,37	0,22	0,35	-0,14	0,33	0,40	0,33
DTEX3	0,15	0,43	0,25	0,24	0,61	0,46	0,21	0,59	0,44	0,45
ECOR3	0,31	-0,03	-0,24	-0,30	0,20	0,12	0,09	0,19	0,06	0,01
ELET3	0,24	0,11	0,40	0,42	0,23	0,10	0,31	0,21	0,31	0,33
ELET6	0,23	0,11	0,41	0,40	0,21	0,08	0,30	0,11	0,34	0,37
ELPL4	0,54	0,16	0,30	0,23	0,23	0,10	0,42	0,15	0,32	0,46
EMBR3	0,05	0,36	0,29	0,31	0,24	0,23	0,23	-0,06	0,32	0,29
ENBR3	0,36	0,15	0,45	0,47	0,24	0,18	0,08	0,32	0,43	0,10
EVEN3	0,18	0,80	0,49	0,51	0,59	0,65	0,12	0,45	0,60	0,40
EZTC3	0,40	0,64	0,55	0,56	0,53	0,65	0,29	0,53	0,59	0,29
FIBR3	0,22	0,28	0,51	0,53	0,39	0,26	0,23	0,27	0,44	0,46
GETI4	1,00	0,06	0,21	0,25	0,21	0,09	0,06	0,28	0,29	0,18
GFS43	0,06	1,00	0,38	0,41	0,44	0,47	0,36	0,32	0,48	0,42
GGBR4	0,21	0,38	1,00	0,94	0,39	0,42	0,25	0,50	0,51	0,42
GOAU4	0,25	0,41	0,94	1,00	0,37	0,46	0,26	0,52	0,49	0,39
GOLL4	0,21	0,44	0,39	0,37	1,00	0,54	0,45	0,35	0,42	0,60
HGTX3	0,09	0,47	0,42	0,46	0,54	1,00	0,19	0,49	0,47	0,39

	GETI4	GFS43	GGBR4	GOAU4	GOLL4	HGTX3	HRTP3	HYPE3	ITSA4	ITUB4
HRTP3	0,06	0,36	0,25	0,26	0,45	0,19	1,00	0,06	0,18	0,13
HYPE3	0,28	0,32	0,50	0,52	0,35	0,49	0,06	1,00	0,41	0,23
ITSA4	0,29	0,48	0,51	0,49	0,42	0,47	0,18	0,41	1,00	0,95
ITUB4	0,18	0,42	0,42	0,39	0,60	0,39	0,13	0,23	0,95	1,00
JBSS3	0,28	0,31	0,67	0,68	0,40	0,37	0,49	0,41	0,57	0,36
KLBN4	0,07	0,30	0,51	0,56	0,46	0,39	0,31	0,12	0,40	0,52
LAME4	0,19	0,61	0,53	0,54	0,46	0,56	0,19	0,42	0,59	0,41
LIGT3	0,31	0,19	0,33	0,33	0,32	0,05	0,32	0,01	0,36	0,17
LLXL3	0,26	0,46	0,83	0,79	0,50	0,63	0,18	0,43	0,64	0,39
LREN3	0,13	0,70	0,58	0,59	0,54	0,61	0,04	0,44	0,64	0,41
MMXM3	0,07	0,66	0,57	0,59	0,38	0,53	0,26	0,29	0,44	0,28
MPLU3	0,18	0,10	-0,03	-0,07	0,31	0,26	0,06	0,18	0,14	0,16
MPXE3	0,26	0,32	0,62	0,63	0,26	0,44	0,14	0,29	0,44	0,06
MRFG3	0,25	0,48	0,56	0,57	0,26	0,31	0,65	0,35	0,47	0,29
MRVE3	0,19	0,80	0,71	0,73	0,54	0,66	0,16	0,51	0,60	0,36
MULT3	0,24	0,28	0,41	0,42	0,38	0,44	-0,31	0,15	0,49	0,23
MYPK3	0,21	0,50	0,43	0,43	0,57	0,54	0,27	0,35	0,44	0,46
NATU3	0,22	0,32	0,36	0,33	0,39	0,19	-0,02	0,33	0,43	0,33
ODPV3	0,10	0,27	0,38	0,37	0,20	0,30	-0,16	0,21	0,19	-0,04
OGXP3	0,13	0,39	0,56	0,53	0,34	0,61	0,19	0,36	0,63	0,46
OSXB3	0,07	0,18	0,12	0,13	0,24	0,33	0,28	0,14	0,49	0,55
PCAR4	0,25	0,18	0,46	0,51	0,20	0,22	0,66	0,61	0,41	0,42
PDGR3	0,09	0,82	0,59	0,60	0,50	0,51	0,32	0,40	0,57	0,48
PETR3	0,18	0,40	0,59	0,58	0,27	0,24	0,27	0,32	0,43	0,42
PETR4	0,20	0,41	0,61	0,60	0,31	0,27	0,30	0,35	0,48	0,45
POMO4	0,16	0,54	0,39	0,44	0,22	0,52	-0,01	0,38	0,42	0,18
PSSA3	0,34	0,40	0,56	0,54	0,41	0,42	0,25	0,31	0,60	0,40
RAPT4	0,29	0,62	0,57	0,62	0,42	0,65	0,23	0,46	0,55	0,44
RDCD3	0,13	0,12	0,39	0,44	0,13	0,19	0,28	0,14	0,44	0,37
RENT3	0,17	0,53	0,58	0,53	0,53	0,45	0,06	0,39	0,48	0,26
RPMG3	0,01	0,03	-0,05	-0,02	-0,04	-0,03	0,16	0,01	-0,07	-0,33
RSID3	0,07	0,73	0,51	0,49	0,54	0,53	0,28	0,36	0,49	0,39
SANB11	0,09	0,39	0,46	0,43	0,62	0,41	0,11	0,31	0,79	0,83
SBSP3	0,15	0,34	0,51	0,47	0,26	0,36	0,24	0,38	0,27	0,05
SULA11	0,38	0,22	0,63	0,63	0,47	0,36	0,17	0,56	0,41	0,28
SUZB5	0,13	0,54	0,54	0,59	0,33	0,47	0,43	0,40	0,55	0,63
TBLE3	0,29	0,12	0,20	0,20	0,12	0,15	-0,06	0,21	0,28	0,22
TCSA3	0,26	0,78	0,53	0,54	0,50	0,63	0,33	0,37	0,68	0,32
TOTS3	0,16	0,30	0,39	0,38	0,33	0,31	-0,14	0,16	0,28	-0,10
TRPL4	0,28	0,00	0,28	0,21	0,07	-0,01	0,02	0,20	0,39	0,24
USIM3	0,16	0,43	0,64	0,63	0,30	0,49	0,40	0,43	0,40	0,33
USIM5	0,11	0,42	0,70	0,70	0,28	0,51	0,20	0,45	0,46	0,41
VALE3	0,14	0,47	0,55	0,61	0,23	0,35	0,29	0,23	0,52	0,38
VALE5	0,16	0,47	0,53	0,59	0,24	0,34	0,31	0,23	0,52	0,39

	JBSS3	KLBN4	LAME4	LIGT3	LLXL3	LREN3	MMXM3	MPLU3	MPXE3	MRFG3
ALLL3	0,41	0,07	0,36	0,19	0,39	0,46	0,29	0,07	0,31	0,35
AMBV3	0,24	0,32	0,37	0,12	0,25	0,32	0,18	0,21	0,27	0,19
AMBV4	0,28	0,21	0,46	0,11	0,32	0,33	0,21	0,17	0,32	0,19
AMIL3	0,18	0,41	0,63	0,12	0,37	0,55	0,52	0,11	0,28	0,44
BBAS3	0,44	0,39	0,53	0,27	0,70	0,63	0,51	0,16	0,44	0,40
BBDC3	0,33	0,35	0,61	0,32	0,44	0,52	0,34	0,09	0,34	0,37
BBDC4	0,35	0,33	0,58	0,34	0,47	0,52	0,37	0,09	0,35	0,39
BBRK3	0,35	0,37	0,63	0,15	0,41	0,77	0,83	0,17	0,39	0,52
BISA3	0,36	0,43	0,65	0,22	0,54	0,78	0,68	0,00	0,44	0,50
BRAP4	0,40	0,49	0,53	0,32	0,46	0,49	0,62	0,11	0,56	0,42
BRFS3	0,23	0,35	0,11	0,02	0,11	-0,03	0,16	0,12	0,04	0,19
BRKM5	0,28	0,36	0,45	0,28	0,29	0,34	0,38	0,15	0,25	0,32
BRML3	0,36	0,32	0,62	0,20	0,49	0,63	0,50	0,07	0,57	0,20
BRPR3	0,29	0,06	0,25	0,01	0,07	0,25	0,21	0,64	-0,02	0,25
BRSR6	0,50	0,38	0,57	0,23	0,56	0,53	0,33	0,12	0,53	0,23
BTOW3	0,41	0,40	0,83	0,20	0,58	0,75	0,76	0,13	0,38	0,41
BVMF3	0,51	0,50	0,70	0,01	0,69	0,68	0,79	0,13	0,44	0,48
CCRO3	0,28	0,30	0,35	0,30	0,43	0,41	0,33	0,28	0,31	0,35
CESP6	0,30	0,23	0,43	0,23	0,62	0,27	0,30	0,14	0,51	0,22
CIEL3	0,26	0,32	0,24	-0,11	0,01	0,22	0,23	0,16	-0,10	0,38
CMIG4	0,27	0,16	0,25	0,21	0,07	0,18	-0,10	-0,04	0,26	0,18
CPFE3	0,43	0,28	0,40	0,43	0,15	0,44	0,22	-0,08	0,36	0,33
CPLE6	0,45	0,27	0,41	0,28	0,39	0,35	0,20	0,09	0,40	0,29
CRUZ3	0,38	0,44	0,41	0,45	0,31	0,35	0,24	0,31	0,34	0,28
CSAN3	0,29	0,42	0,47	0,10	0,57	0,48	0,41	0,10	0,33	0,22
CSMG3	0,54	0,29	0,55	0,30	0,63	0,53	0,47	0,10	0,58	0,34
CSNA3	0,37	0,42	0,45	0,08	0,63	0,43	0,66	0,06	0,52	0,37
CTIP3	0,07	0,24	0,04	0,13	0,14	0,08	0,12	0,11	0,18	0,36
CYRE3	0,38	0,36	0,66	0,22	0,50	0,67	0,53	0,27	0,30	0,44
DASA3	0,25	0,24	0,48	0,05	0,44	0,45	0,44	0,12	0,40	0,30
DTEX3	0,36	0,28	0,45	0,14	0,29	0,44	0,21	0,19	0,04	0,30
ECOR3	-0,11	-0,15	0,12	-0,11	-0,03	0,12	0,08	0,43	-0,01	-0,09
ELET3	0,25	0,36	0,37	0,26	0,20	0,25	0,19	-0,05	0,18	0,20
ELET6	0,30	0,42	0,37	0,30	0,17	0,25	0,20	-0,06	0,16	0,19
ELPL4	0,39	0,25	0,21	0,30	0,17	0,03	0,20	0,00	0,15	0,76
EMBR3	0,13	0,25	0,33	-0,03	0,23	0,30	0,34	0,13	0,11	0,20
ENBR3	0,35	0,29	0,44	0,38	0,33	0,36	0,19	-0,06	0,44	0,26
EVEN3	0,37	0,45	0,70	0,06	0,57	0,79	0,52	0,14	0,46	0,37
EZTC3	0,50	0,42	0,67	0,31	0,59	0,71	0,41	0,24	0,54	0,48
FIBR3	0,24	0,47	0,43	0,17	0,24	0,18	0,25	0,17	0,05	0,20
GETI4	0,28	0,07	0,19	0,31	0,26	0,13	0,07	0,18	0,26	0,25
GFS3	0,31	0,30	0,61	0,19	0,46	0,70	0,66	0,10	0,32	0,48
GGBR4	0,67	0,51	0,53	0,33	0,83	0,58	0,57	-0,03	0,62	0,56
GOAU4	0,68	0,56	0,54	0,33	0,79	0,59	0,59	-0,07	0,63	0,57
GOLL4	0,40	0,46	0,46	0,32	0,50	0,54	0,38	0,31	0,26	0,26
HGTX3	0,37	0,39	0,56	0,05	0,63	0,61	0,53	0,26	0,44	0,31

	JBSS3	KLBN4	LAME4	LIGT3	LLXL3	LREN3	MMXM3	MPLU3	MPXE3	MRFG3
HRTP3	0,49	0,31	0,19	0,32	0,18	0,04	0,26	0,06	0,14	0,65
HYPE3	0,41	0,12	0,42	0,01	0,43	0,44	0,29	0,18	0,29	0,35
ITSA4	0,57	0,40	0,59	0,36	0,64	0,64	0,44	0,14	0,44	0,47
ITUB4	0,36	0,52	0,41	0,17	0,39	0,41	0,28	0,16	0,06	0,29
JBSS3	1,00	0,43	0,54	0,33	0,57	0,46	0,36	0,22	0,58	0,52
KLBN4	0,43	1,00	0,36	0,37	0,47	0,40	0,44	0,09	0,41	0,30
LAME4	0,54	0,36	1,00	0,28	0,68	0,74	0,62	0,02	0,57	0,37
LIGT3	0,33	0,37	0,28	1,00	0,15	0,20	0,16	-0,06	0,25	0,20
LLXL3	0,57	0,47	0,68	0,15	1,00	0,58	0,54	-0,05	0,66	0,42
LREN3	0,46	0,40	0,74	0,20	0,58	1,00	0,57	0,09	0,47	0,44
MMXM3	0,36	0,44	0,62	0,16	0,54	0,57	1,00	0,08	0,58	0,48
MPLU3	0,22	0,09	0,02	-0,06	-0,05	0,09	0,08	1,00	-0,09	0,11
MPXE3	0,58	0,41	0,57	0,25	0,66	0,47	0,58	-0,09	1,00	0,38
MRFG3	0,52	0,30	0,37	0,20	0,42	0,44	0,48	0,11	0,38	1,00
MRVE3	0,55	0,40	0,80	0,17	0,66	0,83	0,71	0,18	0,49	0,40
MULT3	0,32	0,34	0,51	0,18	0,54	0,53	0,40	0,11	0,54	0,24
MYPK3	0,36	0,47	0,54	0,10	0,50	0,55	0,63	0,21	0,37	0,49
NATU3	0,33	0,35	0,50	0,29	0,17	0,43	0,19	0,29	0,10	0,12
ODPV3	0,22	0,27	0,42	0,23	0,36	0,42	0,40	0,04	0,49	0,20
OGXP3	0,51	0,38	0,47	0,01	0,67	0,48	0,53	0,04	0,65	0,30
OSXB3	0,13	0,00	0,18	-0,03	0,22	0,21	0,25	0,16	0,15	0,16
PCAR4	0,60	0,31	0,45	0,31	0,39	0,35	0,23	-0,05	0,43	0,52
PDGR3	0,51	0,32	0,69	0,20	0,60	0,77	0,66	0,12	0,40	0,39
PETR3	0,20	0,41	0,35	0,23	0,49	0,40	0,41	-0,10	0,38	0,45
PETR4	0,24	0,43	0,38	0,26	0,50	0,43	0,42	-0,05	0,40	0,48
POMO4	0,47	0,32	0,58	0,19	0,38	0,59	0,60	0,27	0,59	0,48
PSSA3	0,43	0,41	0,61	0,35	0,70	0,57	0,42	0,11	0,52	0,35
RAPT4	0,48	0,36	0,66	0,26	0,61	0,73	0,70	0,09	0,54	0,58
RDCD3	0,38	0,43	0,29	0,16	0,24	0,22	0,20	0,01	0,19	0,21
RENT3	0,46	0,35	0,57	0,31	0,43	0,69	0,59	0,23	0,47	0,37
RPMG3	0,18	-0,03	-0,04	0,11	-0,04	0,01	0,05	-0,16	0,16	0,27
RSID3	0,43	0,33	0,79	0,24	0,56	0,72	0,71	0,08	0,42	0,40
SANB11	0,33	0,39	0,46	0,19	0,33	0,48	0,27	0,11	0,01	0,18
SBSP3	0,48	0,34	0,40	-0,01	0,37	0,44	0,32	0,10	0,34	0,31
SULA11	0,37	0,36	0,60	0,28	0,65	0,37	0,50	0,06	0,53	0,35
SUZB5	0,35	0,51	0,55	0,20	0,65	0,61	0,62	0,18	0,40	0,44
TBLE3	0,32	0,03	0,24	0,18	0,30	0,22	0,14	0,25	0,25	0,22
TCSA3	0,52	0,46	0,69	0,22	0,65	0,76	0,68	0,16	0,58	0,49
TOTS3	0,32	0,32	0,52	0,20	0,36	0,47	0,51	0,16	0,48	0,28
TRPL4	0,22	0,16	0,28	0,32	0,27	-0,03	0,03	0,14	0,21	0,17
USIM3	0,42	0,37	0,46	0,06	0,67	0,48	0,48	-0,19	0,47	0,35
USIM5	0,45	0,43	0,47	0,09	0,65	0,51	0,51	-0,04	0,46	0,34
VALE3	0,37	0,51	0,50	0,29	0,47	0,46	0,61	0,07	0,52	0,40
VALE5	0,35	0,49	0,51	0,30	0,45	0,44	0,61	0,10	0,51	0,41

	MRVE3	MULT3	MYPK3	NATU3	ODPV3	OGXP3	OSXB3	PCAR4	PDGR3	PETR3
ALLL3	0,58	0,36	0,14	0,16	0,20	0,32	0,15	0,31	0,49	0,48
AMBV3	0,26	0,32	0,20	0,22	0,24	0,18	0,03	0,25	0,18	0,19
AMBV4	0,31	0,40	0,18	0,32	0,29	0,25	0,00	0,38	0,21	0,10
AMIL3	0,55	0,26	0,37	0,14	0,47	0,22	0,10	0,24	0,53	0,33
BBAS3	0,75	0,42	0,51	0,36	0,18	0,52	0,43	0,38	0,68	0,59
BBDC3	0,48	0,32	0,41	0,36	0,27	0,33	0,32	0,46	0,43	0,48
BBDC4	0,50	0,35	0,42	0,34	0,24	0,33	0,34	0,44	0,44	0,51
BBRK3	0,70	0,34	0,59	0,23	0,37	0,41	0,13	0,35	0,71	0,34
BISA3	0,76	0,33	0,58	0,37	0,32	0,51	0,17	0,32	0,75	0,34
BRAP4	0,51	0,40	0,41	0,29	0,38	0,45	0,19	0,22	0,50	0,54
BRFS3	0,13	-0,11	0,21	0,16	-0,12	0,22	0,21	0,11	0,16	0,25
BRKM5	0,56	0,08	0,50	0,37	0,39	0,08	-0,01	0,38	0,46	0,18
BRML3	0,47	0,66	0,37	0,30	0,38	0,40	0,21	0,35	0,56	0,38
BRPR3	0,29	-0,04	0,26	0,25	0,00	0,08	0,50	0,41	0,20	0,00
BRSR6	0,58	0,29	0,28	0,40	0,38	0,50	0,42	0,44	0,46	0,29
BTOW3	0,76	0,33	0,46	0,33	0,37	0,38	0,28	0,24	0,70	0,43
BVMF3	0,87	0,37	0,64	0,28	0,20	0,53	0,15	0,35	0,74	0,59
CCRO3	0,38	0,34	0,31	0,47	0,41	0,24	0,19	0,34	0,35	0,21
CESP6	0,38	0,28	0,30	0,10	0,15	0,53	0,09	0,30	0,28	0,33
CIEL3	0,15	-0,13	0,26	0,21	-0,15	0,14	0,30	0,49	0,18	0,23
CMIG4	0,07	0,22	0,04	0,28	0,10	0,02	0,13	0,40	-0,11	0,22
CPFE3	0,26	0,37	0,22	0,41	0,26	0,13	0,06	0,44	0,32	0,27
CPLE6	0,25	0,30	0,26	0,45	0,23	0,30	0,07	0,49	0,24	0,16
CRUZ3	0,30	0,39	0,40	0,42	0,02	0,24	0,14	0,35	0,21	0,22
CSAN3	0,47	0,35	0,44	0,38	0,29	0,33	0,17	0,31	0,40	0,16
CSMG3	0,55	0,48	0,35	0,24	0,32	0,52	0,22	0,19	0,48	0,30
CSNA3	0,63	0,22	0,46	0,21	0,25	0,60	0,34	0,30	0,53	0,64
CTIP3	-0,01	0,05	0,08	0,15	0,18	0,30	0,33	0,16	0,07	0,24
CYRE3	0,74	0,35	0,42	0,39	0,22	0,35	0,10	0,31	0,67	0,43
DASA3	0,39	0,38	0,36	0,29	0,43	0,40	0,16	0,19	0,40	0,26
DTEX3	0,42	0,26	0,36	0,42	0,09	0,14	0,19	0,98	0,41	0,28
ECOR3	-0,02	0,09	0,16	0,14	0,20	-0,12	0,19	0,01	-0,10	-0,43
ELET3	0,21	0,07	0,19	0,32	0,15	0,20	0,14	0,33	0,23	0,23
ELET6	0,19	0,06	0,22	0,38	0,10	0,30	0,17	0,38	0,23	0,22
ELPL4	0,11	-0,09	0,46	0,33	-0,01	0,21	0,04	0,33	0,38	0,37
EMBR3	0,35	0,04	0,39	0,26	0,01	0,07	0,52	0,23	0,31	0,24
ENBR3	0,24	0,20	0,20	0,38	0,35	0,22	-0,06	0,57	0,25	0,27
EVEN3	0,69	0,37	0,46	0,30	0,30	0,52	0,09	0,30	0,71	0,38
EZTC3	0,69	0,39	0,46	0,27	0,36	0,46	0,12	0,48	0,59	0,33
FIBR3	0,30	-0,03	0,20	0,47	0,19	0,21	0,15	0,37	0,26	0,24
GETI4	0,19	0,24	0,21	0,22	0,10	0,13	0,07	0,25	0,09	0,18
GFS3	0,80	0,28	0,50	0,32	0,27	0,39	0,18	0,18	0,82	0,40
GGBR4	0,71	0,41	0,43	0,36	0,38	0,56	0,12	0,46	0,59	0,59
GOAU4	0,73	0,42	0,43	0,33	0,37	0,53	0,13	0,51	0,60	0,58
GOLL4	0,54	0,38	0,57	0,39	0,20	0,34	0,24	0,20	0,50	0,27
HGTX3	0,66	0,44	0,54	0,19	0,30	0,61	0,33	0,22	0,51	0,24

	MRVE3	MULT3	MYPK3	NATU3	ODPV3	OGXP3	OSXB3	PCAR4	PDGR3	PETR3
HRTP3	0,16	-0,31	0,27	-0,02	-0,16	0,19	0,28	0,66	0,32	0,27
HYPE3	0,51	0,15	0,35	0,33	0,21	0,36	0,14	0,61	0,40	0,32
ITSA4	0,60	0,49	0,44	0,43	0,19	0,63	0,49	0,41	0,57	0,43
ITUB4	0,36	0,23	0,46	0,33	-0,04	0,46	0,55	0,42	0,48	0,42
JBSS3	0,55	0,32	0,36	0,33	0,22	0,51	0,13	0,60	0,51	0,20
KLBN4	0,40	0,34	0,47	0,35	0,27	0,38	0,00	0,31	0,32	0,41
LAME4	0,80	0,51	0,54	0,50	0,42	0,47	0,18	0,45	0,69	0,35
LIGT3	0,17	0,18	0,10	0,29	0,23	0,01	-0,03	0,31	0,20	0,23
LLXL3	0,66	0,54	0,50	0,17	0,36	0,67	0,22	0,39	0,60	0,49
LREN3	0,83	0,53	0,55	0,43	0,42	0,48	0,21	0,35	0,77	0,40
MMXM3	0,71	0,40	0,63	0,19	0,40	0,53	0,25	0,23	0,66	0,41
MPLU3	0,18	0,11	0,21	0,29	0,04	0,04	0,16	-0,05	0,12	-0,10
MPXE3	0,49	0,54	0,37	0,10	0,49	0,65	0,15	0,43	0,40	0,38
MRFG3	0,40	0,24	0,49	0,12	0,20	0,30	0,16	0,52	0,39	0,45
MRVE3	1,00	0,36	0,54	0,31	0,37	0,47	0,15	0,40	0,84	0,50
MULT3	0,36	1,00	0,42	0,28	0,36	0,38	0,05	0,14	0,27	0,24
MYPK3	0,54	0,42	1,00	0,20	0,27	0,39	0,36	0,28	0,48	0,33
NATU3	0,31	0,28	0,20	1,00	0,17	0,09	0,00	0,47	0,30	0,09
ODPV3	0,37	0,36	0,27	0,17	1,00	0,22	0,10	0,09	0,39	0,03
OGXP3	0,47	0,38	0,39	0,09	0,22	1,00	0,44	0,25	0,52	0,49
OSXB3	0,15	0,05	0,36	0,00	0,10	0,44	1,00	0,26	0,21	0,21
PCAR4	0,40	0,14	0,28	0,47	0,09	0,25	0,26	1,00	0,32	0,26
PDGR3	0,84	0,27	0,48	0,30	0,39	0,52	0,21	0,32	1,00	0,41
PETR3	0,50	0,24	0,33	0,09	0,03	0,49	0,21	0,26	0,41	1,00
PETR4	0,50	0,28	0,34	0,13	0,05	0,50	0,23	0,31	0,41	0,99
POMO4	0,65	0,47	0,54	0,23	0,53	0,46	0,25	0,36	0,56	0,22
PSSA3	0,53	0,39	0,42	0,37	0,39	0,51	0,11	0,28	0,53	0,41
RAPT4	0,82	0,52	0,55	0,27	0,54	0,51	0,46	0,40	0,73	0,36
RDCD3	0,21	0,11	0,02	0,23	0,07	0,30	0,39	0,18	0,18	0,29
RENT3	0,73	0,35	0,52	0,37	0,42	0,36	0,26	0,41	0,65	0,42
RPMG3	-0,06	-0,06	0,19	-0,10	0,13	0,04	-0,23	0,07	0,04	0,00
RSID3	0,81	0,35	0,55	0,38	0,35	0,51	0,17	0,39	0,85	0,32
SANB11	0,44	0,15	0,32	0,51	0,03	0,35	0,51	0,48	0,42	0,29
SBSP3	0,52	0,14	0,25	0,44	0,34	0,36	0,05	0,26	0,52	0,28
SULA11	0,45	0,41	0,41	0,32	0,44	0,29	0,17	0,41	0,40	0,31
SUZB5	0,64	0,30	0,63	0,35	0,28	0,63	0,49	0,36	0,65	0,42
TBLE3	0,14	0,35	0,25	0,28	0,12	0,17	0,07	0,18	0,17	0,04
TCSA3	0,76	0,36	0,44	0,32	0,40	0,62	0,16	0,36	0,70	0,30
TOTS3	0,44	0,57	0,39	0,35	0,51	0,24	-0,12	0,12	0,37	0,07
TRPL4	0,01	0,30	0,15	0,31	0,03	0,14	0,07	0,28	0,04	0,18
USIM3	0,61	0,21	0,50	0,23	0,21	0,54	0,38	0,32	0,49	0,48
USIM5	0,65	0,24	0,45	0,27	0,28	0,60	0,38	0,35	0,51	0,57
VALE3	0,53	0,38	0,39	0,21	0,33	0,46	0,19	0,26	0,51	0,55
VALE5	0,51	0,36	0,43	0,21	0,31	0,41	0,22	0,27	0,49	0,54

	PETR4	POMO4	PSSA3	RAPT4	RDCD3	RENT3	RPMG3	RSID3	SANB11	SBSP3
ALLL3	0,50	0,55	0,40	0,44	0,21	0,35	0,02	0,25	0,32	0,12
AMBV3	0,21	0,31	0,35	0,32	-0,13	0,24	0,04	0,17	0,23	0,18
AMBV4	0,15	0,27	0,35	0,32	-0,16	0,27	-0,04	0,23	0,32	0,27
AMIL3	0,35	0,60	0,41	0,71	0,10	0,47	0,07	0,57	0,37	0,37
BBAS3	0,63	0,47	0,46	0,57	0,33	0,53	-0,03	0,49	0,51	0,33
BBDC3	0,52	0,33	0,48	0,45	0,27	0,44	-0,14	0,45	0,38	0,32
BBDC4	0,55	0,29	0,50	0,46	0,29	0,45	-0,16	0,46	0,47	0,24
BBRK3	0,35	0,80	0,45	0,83	-0,03	0,77	0,11	0,81	0,22	0,49
BISA3	0,35	0,69	0,46	0,73	0,12	0,63	0,11	0,81	0,34	0,45
BRAP4	0,55	0,37	0,50	0,51	0,42	0,48	0,01	0,41	0,26	0,36
BRFS3	0,25	-0,06	0,10	0,04	0,53	0,03	0,07	0,17	0,08	0,22
BRKM5	0,17	0,30	0,24	0,44	-0,01	0,34	-0,09	0,47	0,26	0,34
BRML3	0,42	0,62	0,45	0,66	0,18	0,53	0,14	0,51	0,16	0,35
BRPR3	0,03	0,17	0,11	0,37	0,22	0,32	-0,09	0,18	0,24	0,12
BRSR6	0,34	0,54	0,48	0,59	0,37	0,47	-0,13	0,41	0,54	0,37
BTOW3	0,46	0,66	0,49	0,80	0,15	0,63	-0,10	0,74	0,39	0,44
BVMF3	0,59	0,57	0,63	0,74	0,31	0,66	-0,07	0,76	0,39	0,54
CCRO3	0,25	0,35	0,39	0,45	0,17	0,44	-0,01	0,36	0,19	0,42
CESP6	0,35	0,35	0,44	0,39	0,14	0,31	0,08	0,28	0,11	0,33
CIEL3	0,24	0,08	0,04	0,15	0,75	0,09	-0,15	0,14	0,20	0,18
CMIG4	0,27	0,09	0,21	0,23	0,24	0,19	0,02	-0,01	0,25	0,13
CPFE3	0,29	0,30	0,40	0,40	0,15	0,38	0,20	0,37	0,19	0,31
CPL6	0,18	0,27	0,34	0,28	0,08	0,28	0,09	0,25	0,13	0,34
CRUZ3	0,26	0,28	0,37	0,33	0,15	0,28	0,09	0,20	0,34	0,17
CSAN3	0,18	0,36	0,50	0,40	0,14	0,52	-0,06	0,49	0,23	0,37
CSMG3	0,33	0,28	0,50	0,49	0,30	0,34	-0,09	0,43	0,21	0,50
CSNA3	0,63	0,32	0,46	0,48	0,32	0,52	-0,03	0,46	0,36	0,41
CTIP3	0,23	0,09	0,41	0,14	0,20	0,07	-0,07	0,12	0,20	0,19
CYRE3	0,47	0,45	0,48	0,58	0,22	0,59	0,01	0,74	0,38	0,30
DASA3	0,28	0,35	0,41	0,44	0,18	0,47	0,10	0,46	0,23	0,41
DTEX3	0,29	0,22	0,27	0,36	-0,03	0,29	-0,07	0,42	0,38	0,07
ECOR3	-0,36	0,25	0,12	0,31	-0,26	0,17	-0,13	-0,03	0,05	-0,07
ELET3	0,25	0,19	0,31	0,28	0,25	0,18	0,17	0,14	0,20	0,22
ELET6	0,24	0,20	0,33	0,29	0,25	0,22	0,12	0,19	0,29	0,27
ELPL4	0,40	0,05	0,32	0,19	0,49	0,09	0,25	0,16	-0,11	0,29
EMBR3	0,27	0,33	0,27	0,34	0,12	0,38	-0,08	0,34	0,16	0,34
ENBR3	0,30	0,30	0,45	0,36	0,18	0,42	0,30	0,36	0,05	0,33
EVEN3	0,40	0,68	0,56	0,76	0,12	0,64	0,01	0,71	0,35	0,57
EZTC3	0,36	0,65	0,60	0,72	0,10	0,61	0,05	0,63	0,33	0,51
FIBR3	0,25	0,17	0,25	0,24	0,53	0,04	-0,39	0,20	0,35	0,40
GETI4	0,20	0,16	0,34	0,29	0,13	0,17	0,01	0,07	0,09	0,15
GFS3	0,41	0,54	0,40	0,62	0,12	0,53	0,03	0,73	0,39	0,34
GGBR4	0,61	0,39	0,56	0,57	0,39	0,58	-0,05	0,51	0,46	0,51
GOAU4	0,60	0,44	0,54	0,62	0,44	0,53	-0,02	0,49	0,43	0,47
GOLL4	0,31	0,22	0,41	0,42	0,13	0,53	-0,04	0,54	0,62	0,26
HGTX3	0,27	0,52	0,42	0,65	0,19	0,45	-0,03	0,53	0,41	0,36

	PETR4	POMO4	PSSA3	RAPT4	RDCD3	RENT3	RPMG3	RSID3	SANB11	SBSP3
HRTP3	0,30	-0,01	0,25	0,23	0,28	0,06	0,16	0,28	0,11	0,24
HYPE3	0,35	0,38	0,31	0,46	0,14	0,39	0,01	0,36	0,31	0,38
ITSA4	0,48	0,42	0,60	0,55	0,44	0,48	-0,07	0,49	0,79	0,27
ITUB4	0,45	0,18	0,40	0,44	0,37	0,26	-0,33	0,39	0,83	0,05
JBSS3	0,24	0,47	0,43	0,48	0,38	0,46	0,18	0,43	0,33	0,48
KLBN4	0,43	0,32	0,41	0,36	0,43	0,35	-0,03	0,33	0,39	0,34
LAME4	0,38	0,58	0,61	0,66	0,29	0,57	-0,04	0,79	0,46	0,40
LIGT3	0,26	0,19	0,35	0,26	0,16	0,31	0,11	0,24	0,19	-0,01
LLXL3	0,50	0,38	0,70	0,61	0,24	0,43	-0,04	0,56	0,33	0,37
LREN3	0,43	0,59	0,57	0,73	0,22	0,69	0,01	0,72	0,48	0,44
MMXM3	0,42	0,60	0,42	0,70	0,20	0,59	0,05	0,71	0,27	0,32
MPLU3	-0,05	0,27	0,11	0,09	0,01	0,23	-0,16	0,08	0,11	0,10
MPXE3	0,40	0,59	0,52	0,54	0,19	0,47	0,16	0,42	0,01	0,34
MRFG3	0,48	0,48	0,35	0,58	0,21	0,37	0,27	0,40	0,18	0,31
MRVE3	0,50	0,65	0,53	0,82	0,21	0,73	-0,06	0,81	0,44	0,52
MULT3	0,28	0,47	0,39	0,52	0,11	0,35	-0,06	0,35	0,15	0,14
MYPK3	0,34	0,54	0,42	0,55	0,02	0,52	0,19	0,55	0,32	0,25
NATU3	0,13	0,23	0,37	0,27	0,23	0,37	-0,10	0,38	0,51	0,44
ODPV3	0,05	0,53	0,39	0,54	0,07	0,42	0,13	0,35	0,03	0,34
OGXP3	0,50	0,46	0,51	0,51	0,30	0,36	0,04	0,51	0,35	0,36
OSXB3	0,23	0,25	0,11	0,46	0,39	0,26	-0,23	0,17	0,51	0,05
PCAR4	0,31	0,36	0,28	0,40	0,18	0,41	0,07	0,39	0,48	0,26
PDGR3	0,41	0,56	0,53	0,73	0,18	0,65	0,04	0,85	0,42	0,52
PETR3	0,99	0,22	0,41	0,36	0,29	0,42	0,00	0,32	0,29	0,28
PETR4	1,00	0,24	0,45	0,40	0,32	0,45	0,03	0,33	0,32	0,29
POMO4	0,24	1,00	0,32	0,61	0,19	0,57	0,16	0,59	0,09	0,39
PSSA3	0,45	0,32	1,00	0,49	0,15	0,56	0,00	0,46	0,41	0,44
RAPT4	0,40	0,61	0,49	1,00	0,29	0,58	0,03	0,70	0,44	0,35
RDCD3	0,32	0,19	0,15	0,29	1,00	0,13	-0,11	0,18	0,17	0,30
RENT3	0,45	0,57	0,56	0,58	0,13	1,00	0,05	0,69	0,30	0,47
RPMG3	0,03	0,16	0,00	0,03	-0,11	0,05	1,00	0,00	-0,36	0,06
RSID3	0,33	0,59	0,46	0,70	0,18	0,69	0,00	1,00	0,33	0,42
SANB11	0,32	0,09	0,41	0,44	0,17	0,30	-0,36	0,33	1,00	0,06
SBSP3	0,29	0,39	0,44	0,35	0,30	0,47	0,06	0,42	0,06	1,00
SULA11	0,35	0,35	0,54	0,48	0,25	0,44	-0,06	0,39	0,37	0,28
SUZB5	0,44	0,44	0,44	0,59	0,41	0,45	-0,01	0,55	0,44	0,35
TBLE3	0,09	0,15	0,23	0,15	0,15	0,11	-0,03	0,15	0,12	0,09
TCSA3	0,33	0,77	0,59	0,78	0,27	0,64	0,05	0,74	0,28	0,57
TOTS3	0,09	0,50	0,43	0,52	0,05	0,46	-0,03	0,42	-0,13	0,35
TRPL4	0,23	0,07	0,23	0,10	0,06	0,02	-0,04	0,08	0,21	0,17
USIM3	0,49	0,28	0,48	0,48	0,34	0,48	0,06	0,46	0,19	0,44
USIM5	0,58	0,31	0,51	0,50	0,35	0,52	0,08	0,46	0,41	0,46
VALE3	0,56	0,36	0,43	0,50	0,46	0,44	-0,05	0,39	0,23	0,28
VALE5	0,56	0,35	0,43	0,50	0,45	0,43	-0,02	0,38	0,23	0,26

	SULA11	SUZB5	TBLE3	TCSA3	TOTS3	TRPL4	USIM3	USIM5	VALE3	VALE5
ALLL3	0,25	0,23	0,16	0,51	0,19	0,13	0,24	0,34	0,33	0,30
AMBV3	0,17	0,19	0,05	0,27	0,37	0,02	0,20	0,23	0,19	0,17
AMBV4	0,15	0,15	0,17	0,36	0,44	0,29	0,13	0,14	0,24	0,23
AMIL3	0,52	0,54	0,12	0,50	0,40	0,08	0,22	0,31	0,29	0,30
BBAS3	0,48	0,62	0,22	0,62	0,23	0,30	0,56	0,59	0,57	0,57
BBDC3	0,31	0,45	0,24	0,45	0,30	0,40	0,36	0,37	0,49	0,49
BBDC4	0,35	0,44	0,21	0,43	0,29	0,36	0,38	0,41	0,50	0,51
BBRK3	0,30	0,65	0,17	0,77	0,56	-0,04	0,47	0,44	0,49	0,49
BISA3	0,34	0,64	0,12	0,78	0,44	-0,05	0,44	0,42	0,45	0,45
BRAP4	0,40	0,57	0,14	0,50	0,40	0,14	0,55	0,60	0,89	0,90
BRFS3	0,02	0,46	-0,04	0,18	-0,11	0,08	0,51	0,31	0,19	0,17
BRKM5	0,39	0,38	0,07	0,41	0,33	0,08	0,31	0,34	0,29	0,29
BRML3	0,44	0,42	0,29	0,49	0,51	0,22	0,30	0,33	0,40	0,40
BRPR3	0,27	0,33	0,19	0,24	0,04	0,21	0,15	0,11	0,15	0,17
BRSR6	0,57	0,42	0,22	0,61	0,28	0,24	0,43	0,48	0,32	0,33
BTOW3	0,52	0,69	0,18	0,64	0,54	0,02	0,52	0,55	0,58	0,59
BVMF3	0,49	0,69	0,14	0,67	0,42	0,04	0,68	0,71	0,55	0,53
CCRO3	0,41	0,44	0,20	0,38	0,39	0,25	0,37	0,33	0,32	0,30
CESP6	0,50	0,35	0,22	0,46	0,32	0,26	0,23	0,24	0,19	0,21
CIEL3	0,18	0,54	0,10	0,19	-0,06	0,05	0,15	0,15	0,25	0,27
CMIG4	0,25	0,08	0,10	0,08	-0,04	0,39	0,24	0,27	0,13	0,14
CPFE3	0,13	0,23	0,19	0,33	0,32	0,29	0,31	0,32	0,23	0,22
CPLE6	0,30	0,39	0,27	0,30	0,29	0,48	0,25	0,33	0,23	0,21
CRUZ3	0,28	0,26	0,20	0,31	0,27	0,25	0,23	0,26	0,32	0,31
CSAN3	0,37	0,37	0,21	0,47	0,30	0,10	0,45	0,39	0,28	0,29
CSMG3	0,51	0,36	0,35	0,55	0,47	0,25	0,27	0,31	0,34	0,35
CSNA3	0,43	0,56	0,04	0,46	0,21	0,13	0,74	0,87	0,71	0,69
CTIP3	0,28	0,20	-0,09	0,18	0,12	0,06	-0,13	0,02	0,07	0,04
CYRE3	0,22	0,47	0,22	0,68	0,29	0,22	0,38	0,47	0,45	0,47
DASA3	0,59	0,47	0,10	0,44	0,49	0,24	0,30	0,36	0,38	0,38
DTEX3	0,28	0,31	0,26	0,21	0,02	0,22	0,42	0,28	0,25	0,23
ECOR3	0,10	0,12	0,11	0,18	0,40	0,24	0,15	-0,03	-0,13	-0,10
ELET3	0,26	0,40	0,19	0,19	0,22	0,29	0,29	0,36	0,31	0,31
ELET6	0,18	0,45	0,18	0,24	0,21	0,31	0,30	0,38	0,31	0,29
ELPL4	0,26	0,28	0,47	0,33	-0,03	0,51	0,27	0,25	0,12	0,14
EMBR3	0,03	0,39	0,11	0,28	0,32	0,08	0,37	0,33	0,28	0,29
ENBR3	0,50	0,33	0,06	0,31	0,34	0,31	0,22	0,28	0,22	0,22
EVEN3	0,35	0,56	0,18	0,79	0,35	0,00	0,41	0,41	0,44	0,44
EZTC3	0,45	0,51	0,22	0,75	0,37	0,07	0,45	0,42	0,39	0,39
FIBR3	0,35	0,69	0,16	0,26	0,08	0,20	0,36	0,29	0,42	0,41
GETI4	0,38	0,13	0,29	0,26	0,16	0,28	0,16	0,11	0,14	0,16
GFS3	0,22	0,54	0,12	0,78	0,30	0,00	0,43	0,42	0,47	0,47
GGBR4	0,63	0,54	0,20	0,53	0,39	0,28	0,64	0,70	0,55	0,53
GOAU4	0,63	0,59	0,20	0,54	0,38	0,21	0,63	0,70	0,61	0,59
GOLL4	0,47	0,33	0,12	0,50	0,33	0,07	0,30	0,28	0,23	0,24
HGTX3	0,36	0,47	0,15	0,63	0,31	-0,01	0,49	0,51	0,35	0,34

	SULA11	SUZB5	TBLE3	TCSA3	TOTS3	TRPL4	USIM3	USIM5	VALE3	VALE5
HRTP3	0,17	0,43	-0,06	0,33	-0,14	0,02	0,40	0,20	0,29	0,31
HYPE3	0,56	0,40	0,21	0,37	0,16	0,20	0,43	0,45	0,23	0,23
ITSA4	0,41	0,55	0,28	0,68	0,28	0,39	0,40	0,46	0,52	0,52
ITUB4	0,28	0,63	0,22	0,32	-0,10	0,24	0,33	0,41	0,38	0,39
JBSS3	0,37	0,35	0,32	0,52	0,32	0,22	0,42	0,45	0,37	0,35
KLBN4	0,36	0,51	0,03	0,46	0,32	0,16	0,37	0,43	0,51	0,49
LAME4	0,60	0,55	0,24	0,69	0,52	0,28	0,46	0,47	0,50	0,51
LIGT3	0,28	0,20	0,18	0,22	0,20	0,32	0,06	0,09	0,29	0,30
LLXL3	0,65	0,65	0,30	0,65	0,36	0,27	0,67	0,65	0,47	0,45
LREN3	0,37	0,61	0,22	0,76	0,47	-0,03	0,48	0,51	0,46	0,44
MMXM3	0,50	0,62	0,14	0,68	0,51	0,03	0,48	0,51	0,61	0,61
MPLU3	0,06	0,18	0,25	0,16	0,16	0,14	-0,19	-0,04	0,07	0,10
MPXE3	0,53	0,40	0,25	0,58	0,48	0,21	0,47	0,46	0,52	0,51
MRFG3	0,35	0,44	0,22	0,49	0,28	0,17	0,35	0,34	0,40	0,41
MRVE3	0,45	0,64	0,14	0,76	0,44	0,01	0,61	0,65	0,53	0,51
MULT3	0,41	0,30	0,35	0,36	0,57	0,30	0,21	0,24	0,38	0,36
MYPK3	0,41	0,63	0,25	0,44	0,39	0,15	0,50	0,45	0,39	0,43
NATU3	0,32	0,35	0,28	0,32	0,35	0,31	0,23	0,27	0,21	0,21
ODPV3	0,44	0,28	0,12	0,40	0,51	0,03	0,21	0,28	0,33	0,31
OGXP3	0,29	0,63	0,17	0,62	0,24	0,14	0,54	0,60	0,46	0,41
OSXB3	0,17	0,49	0,07	0,16	-0,12	0,07	0,38	0,38	0,19	0,22
PCAR4	0,41	0,36	0,18	0,36	0,12	0,28	0,32	0,35	0,26	0,27
PDGR3	0,40	0,65	0,17	0,70	0,37	0,04	0,49	0,51	0,51	0,49
PETR3	0,31	0,42	0,04	0,30	0,07	0,18	0,48	0,57	0,55	0,54
PETR4	0,35	0,44	0,09	0,33	0,09	0,23	0,49	0,58	0,56	0,56
POMO4	0,35	0,44	0,15	0,77	0,50	0,07	0,28	0,31	0,36	0,35
PSSA3	0,54	0,44	0,23	0,59	0,43	0,23	0,48	0,51	0,43	0,43
RAPT4	0,48	0,59	0,15	0,78	0,52	0,10	0,48	0,50	0,50	0,50
RDCD3	0,25	0,41	0,15	0,27	0,05	0,06	0,34	0,35	0,46	0,45
RENT3	0,44	0,45	0,11	0,64	0,46	0,02	0,48	0,52	0,44	0,43
RPMG3	-0,06	-0,01	-0,03	0,05	-0,03	-0,04	0,06	0,08	-0,05	-0,02
RSID3	0,39	0,55	0,15	0,74	0,42	0,08	0,46	0,46	0,39	0,38
SANB11	0,37	0,44	0,12	0,28	-0,13	0,21	0,19	0,41	0,23	0,23
SBSP3	0,28	0,35	0,09	0,57	0,35	0,17	0,44	0,46	0,28	0,26
SULA11	1,00	0,48	0,25	0,35	0,44	0,31	0,27	0,34	0,40	0,42
SUZB5	0,48	1,00	0,15	0,58	0,38	0,17	0,58	0,56	0,59	0,59
TBLE3	0,25	0,15	1,00	0,21	0,16	0,33	0,03	0,02	0,05	0,08
TCSA3	0,35	0,58	0,21	1,00	0,46	0,05	0,50	0,48	0,45	0,44
TOTS3	0,44	0,38	0,16	0,46	1,00	0,00	0,19	0,14	0,31	0,29
TRPL4	0,31	0,17	0,33	0,05	0,00	1,00	0,14	0,21	0,18	0,20
USIM3	0,27	0,58	0,03	0,50	0,19	0,14	1,00	0,88	0,53	0,51
USIM5	0,34	0,56	0,02	0,48	0,14	0,21	0,88	1,00	0,59	0,56
VALE3	0,40	0,59	0,05	0,45	0,31	0,18	0,53	0,59	1,00	0,99
VALE5	0,42	0,59	0,08	0,44	0,29	0,20	0,51	0,56	0,99	1,00

ANEXO 6 – CÓDIGO DE PROGRAMAÇÃO NSGA-II ADAPTADO

```

clear all
close all
clc

% ----- PORTFOLIO C/ 90 ATIVOS -----
-----
% Autoria: Lucas Mota
% Data: 26/05/2012
% TCC 2012: Balanceamento otimo de carteiras de investimento atraves da
% aplicacao de algoritmos geneticos multiobjetivo

% Exemplo com 90 ativos,
% Determinacao de vetor de retornos e matriz devariancia-covariancia

% Base: NSGA-II adaptado

t0 = clock;

P = [];

N = 1500; % Tamanho da populacao gerada
T = 90; % Total de ativos candidatos ao portfolio
max_g = 500; % Numero de maximo de iteracoes do AG
taxa_cross = 1; % Taxa de crossover ou recombinacao
taxa_inclusao = 1; % Probabilidade de incorporacao do ativo na geracao da
solucao inicial
taxa_mutacao = 1/T; % Taxa de mutacao em todo o AG

% Inputs de retorno na 1. coluna e desvio-padroao na 2. coluna

% Geracao da populacao inicial com uma coluna para cada ativo e
% Determinacao dos pesos correspondentes

% Este bloco determina os ativos que constituirao cada solucao

% Neste algoritmo, opta-se por gerar inicialmente 90 opções de portfolio
% que compreendem, respectivamente, portfolios exclusivos de cada um dos
% ativos iniciais, de modo a contribuir para a expansao do espaço de busca

dados = xlsread('BaseDeDados_Verificacao','Retornos');
[NanMean, NanCovar] = estimacao(dados);

for k=1:T
    for l=1:T
        if (k==l)
            P(k,l)=1;
        else
            P(k,l)=0;
        end;
    end;
end;

taxa_inclusao = 1;

```

```

for k=T+1:N
    for l=1:T
        incluir = rand();

        if (incluir < taxa_inclusao) % Decide se inclui ou nao determinado
        ativo no portfolio
            P(k,l) = 1;
        else
            P(k,l) = 0;
        end;

    end;

    if (sum(P(k,:))==0)
        P(k,:) = ones(1,T); % Verifica se ocorreu portfolio sem componente.
        Caso tenha ocorrido, preenche o portfolio com todas as possibilidades
    end;

    taxa_inclusao = taxa_inclusao - ((T-2)/T)/(N-T);

end;

P;

% Este bloco indica os pesos atribuidos aos ativos correspondentes

% A matriz S comprehende as solucoes nao codificadas

S = [];

for k=1:N
    for l=1:T

        if (P(k,l)==1)
            P(k,l+T) = rand();
        else
            P(k,l+T) = 0;
        end;

    end;

    for l=1:T

        S(k,l) = P(k,l+T)/sum(P(k,T+1:2*T));
    end;
end;

P;

S;

% Procede-se agora a valoracao das funcoes objetivos, cujos valores serao
% representados tambem na matriz S -> Solucoes

```

```

for k=1:N

    S(k,T+1) = S(k,1:T)*NaNMean; % Calcula-se aqui o retorno esperado do
portfolio
    S(k,T+2) = S(k,1:T)*NaNCovar*S(k,1:T)'; % Calcula-se aqui a
variabilidade (variancia) do portfolio
    S(k,T+3) = sum(P(k,1:T)); % Calcula-se aqui o numero de ativo
pertencentes ao portfolio

end;

S;

% Avaliando o nivel de dominancia das solucoes iniciais geradas

dominance = zeros(N,N);

S(:,T+4) = zeros(N,1);

for p=1:N
    for q=1:N
        if ((S(p,T+1)>=S(q,T+1)) && (S(p,T+2)<=S(q,T+2)) &&
(S(p,T+3)<S(q,T+3))) || ((S(p,T+1)>=S(q,T+1)) && (S(p,T+2)<S(q,T+2)) &&
(S(p,T+3)<=S(q,T+3))) || ((S(p,T+1)>S(q,T+1)) && (S(p,T+2)<=S(q,T+2)) &&
(S(p,T+3)<=S(q,T+3)))
            dominance(p,q)=1;
        elseif ((S(q,T+1)>=S(p,T+1)) && (S(q,T+2)<=S(p,T+2)) &&
(S(q,T+3)<S(p,T+3))) || ((S(q,T+1)>=S(p,T+1)) && (S(q,T+2)<S(p,T+2)) &&
(S(q,T+3)<=S(p,T+3))) || ((S(q,T+1)>S(p,T+1)) && (S(q,T+2)<=S(p,T+2)) &&
(S(q,T+3)<=S(p,T+3)))
            S(p,T+4) = S(p,T+4) + 1;
        end;
    end;
end;

dominance;

S;

% Estabelece os niveis de dominancia

levels = unique(S(:,T+4)');

S(:,T+5) = zeros(N,1);

for a=1:length(levels)
    for p=1:N
        if (S(p,T+4) == levels(a))
            S(p,T+5) = a;
        end;
    end;
end;

S;

% Procedimento para composicao da 1. geracao de filhos

```

```

% Selecao baseada em binary tournament

filhos = [] ; % Matriz que armazena os filhos gerados ao longo das iteracoes

for p=1:2:N-1

    pai_1 = ceil(N*rand()) ; % Sorteia 1. candidato a pai
    pai_2 = ceil(N*rand()) ; % Sorteia 2. candidato a pai

    % O bloco seguinte seleciona o pai com base em criterio de dominancia

    if (S(pai_1,T+5) < S(pai_2,T+5))
        pai = pai_1;
    elseif (S(pai_1,T+5) == S(pai_2,T+5))
        sorteio = rand();
        if (sorteio < 0.5)
            pai = pai_1;
        else
            pai = pai_2;
        end;
    else
        pai = pai_2;
    end;

    mae_1 = ceil(N*rand()) ; % Sorteia 1. candidato a mae
    mae_2 = ceil(N*rand()) ; % Sorteia 2. candidato a mae

    % O bloco seguinte seleciona a mae com base em criterio de dominancia

    if (S(mae_1,T+5) < S(mae_2,T+5))
        mae = mae_1;
    elseif (S(mae_1,T+5) == S(mae_2,T+5))
        sorteio = rand();
        if (sorteio < 0.5)
            mae = mae_1;
        else
            mae = mae_2;
        end;
    else
        mae = mae_2;
    end;

    % A variavel seguinte determina se o crossover ocorre ou nao
    % Padrao de crossover encontrado na literatura é de 80%, porem o
    % NSGA-II ja assume um mecanismo proprio de elitismo, o que torna
    % desnecessaria uma taxa inferior a 100% de recombinacao

    cross = rand();

    vetor_mascara = [];
    filho_1 = [] ; % Vetor correspondente ao 1. filho gerado por iteracao
    filho_2 = [] ; % Vetor correspondente ao 2. filho gerado por iteracao

    if (cross < taxa_cross)

```

```

corte = ceil((T-1)*rand()));

for k=1:corte
    vetor_mascara(k) = 0;
end;
for k=corte+1:T
    vetor_mascara(k) = 1;
end;

vetor_mascara = [vetor_mascara vetor_mascara]; % Duplica vetor
mascara para estende-lo à partição dos pesos

% Agora inicia-se a construcao dos filhos por meio de recombinacao
% crossover

for k=1:2*T
    if (vetor_mascara(k)==0)
        filho_1(k) = P(pai,k);
        filho_2(k) = P(mae,k);
    else
        filho_1(k) = P(mae,k);
        filho_2(k) = P(pai,k);
    end;
end;

filho_1;
filho_2;

else

    % Caso nao haja recombinacao, filhos recebem copias dos pais, porem
    % estas copias estarao sujei

    filho_1 = P(pai,:);
    filho_2 = P(mae,:);

end;

% Realiza-se agora o operador de mutacao. Apos a operacao sera
% verificado se os filhos estao de acordo com a especificacao

% Mutacao nos filho 1 e 2

for k=1:T
    mutacao_1 = rand();
    mutacao_2 = rand();
    if (mutacao_1 < taxa_mutacao)
        if (filho_1(k)==0)
            filho_1(k) = 1;
            filho_1(k+T) = rand();
        elseif (filho_1(k)==1)
            filho_1(k) = 0;
            filho_1(k+T) = 0;
        end;
    end;
    if (mutacao_2 < taxa_mutacao)
        if (filho_2(k)==0)
            filho_2(k) = 1;
        end;
    end;
end;

```

```

        filho_2(k+T) = rand();
elseif (filho_2(k)==1)
    filho_2(k) = 0;
    filho_2(k+T) = 0;
end;
end;
end;

% Verifica-se agora, finalmente, se os filhos estao em conformidade com
% as especificacoes do codigo

% Se filho 1 nao estiver de acordo, gera-se a copia do pai

if (sum(filho_1(1:T))==0)
    filho_1 = P(pai,1:2*T);
end;

% Se filho 2 nao estiver de acordo, gera-se a copia da mae

if (sum(filho_2(1:T))==0)
    filho_2 = P(mae,1:2*T);
end;

filho_1;
filho_2;

filhos(p,1:2*T) = filho_1;
filhos(p+1,1:2*T) = filho_2;

end;

size(filhos);

% Montamos agora a matriz de solucao dos filhos gerados

S_filhos = [];% Matriz contendo a solucao dos filhos

for k=1:N
    for l=1:T
        S_filhos(k,l) = filhos(k,l+T)/sum(filhos(k,T+1:2*T));
    end;
end;

filhos;

% Valoracao dos filhos quanto as funcoes objetivo

for k=1:N

    S_filhos(k,T+1) = S_filhos(k,1:T)*NaNMean;% Calcula-se aqui o retorno
esperado do portfolio
    S_filhos(k,T+2) = S_filhos(k,1:T)*NaNCovar*S_filhos(k,1:T)';% Calcula-
se aqui a variabilidade (variancia) do portfolio
    S_filhos(k,T+3) = sum(filhos(k,1:T));% Calcula-se aqui o numero de
ativos pertencentes ao portfolio

```

```

end;

S_filhos;

S(:,T+4:T+5) = [];

id_solucao = 1:2*N;
P = [P; filhos];
P = [P id_solucao'];
S = [S; S_filhos];
S = [S zeros(2*N,1) id_solucao'];

P;
S;

% Aqui se inicia o loop global do algoritmo

% Determinando o nivel de dominancia

for g=1:max_g

clc;
g
complete = (g/max_g)*100

dominance = zeros(2*N,2*N);

for p=1:2*N
    for q=1:2*N
        if ((S(p,T+1)>=S(q,T+1)) && (S(p,T+2)<=S(q,T+2)) &&
(S(p,T+3)<S(q,T+3))) || ((S(p,T+1)>=S(q,T+1)) && (S(p,T+2)<S(q,T+2)) &&
(S(p,T+3)<=S(q,T+3))) || ((S(p,T+1)>S(q,T+1)) && (S(p,T+2)<=S(q,T+2)) &&
(S(p,T+3)<=S(q,T+3)))
            dominance(p,q)=1;
        elseif ((S(q,T+1)>=S(p,T+1)) && (S(q,T+2)<=S(p,T+2)) &&
(S(q,T+3)<S(p,T+3))) || ((S(q,T+1)>=S(p,T+1)) && (S(q,T+2)<S(p,T+2)) &&
(S(q,T+3)<=S(p,T+3))) || ((S(q,T+1)>S(p,T+1)) && (S(q,T+2)<=S(p,T+2)) &&
(S(q,T+3)<=S(p,T+3)))
            S(p,T+4) = S(p,T+4) + 1;
        end;
    end;
end;

% Inicia-se aqui a composicao das fronteiras de nao-dominancia

fronteiras = [];
S_aux = [];

f = 1;

continuar = 1;

while (continuar == 1)

```

```

for k=1:2*N
    if (S(k,T+4)==0)
        S(k,T+4) = -f;
        S_aux = [S_aux; S(k,:)];
    end;

end;

S_aux = crowding_distance_assignment_3(S_aux, T);

continuar = 0;

for m=1:size(S_aux,1)
    for q=1:2*N
        if (dominance(S_aux(m,T+5),q)==1)
            S(q,T+4) = S(q,T+4) - 1;
            if (S(q,T+4)==0)
                continuar=1;
            end;
        end;
    end;
end;

fronteiras = [fronteiras; S_aux];
S_aux = [];

f = f + 1;

end;

fronteiras;

S = fronteiras(1:N,:);

% Selecionando as solucoes no formato codificado para que possam ser
% executadas as etapas de selecao, recombinacao e mutacao

P_base = [];

for k=1:N
    P_base(k,:) = P(S(k,T+5),:);
end;

P = P_base;

% Inicia-se aqui a geracao da proxima populacao, seguindo-se os
% procedimentos normais de selecao, recombinacao por crossover e
mutacao

filhos = []; % Matriz que armanezza os filhos gerados ao longo das
iteracoes

for p=1:2:N-1

    pai_1 = ceil(N*rand()); % Sorteia 1. candidato a pai
    pai_2 = ceil(N*rand()); % Sorteia 2. candidato a pai

```

```

% O bloco seguinte seleciona o pai com base em criterio de
dominancia

if (S(pai_1,T+4)>S(pai_2,T+4))
    pai = pai_1;
elseif (S(pai_1,T+4)==S(pai_2,T+4))
    if (S(pai_1,T+6)>S(pai_2,T+6))
        pai = pai_1;
    else
        pai = pai_2;
    end;
else
    pai = pai_2;
end;

mae_1 = ceil(N*rand()); % Sorteia 1. candidato a mae
mae_2 = ceil(N*rand()); % Sorteia 2. candidato a mae

% O bloco seguinte seleciona a mae com base em criterio de
dominancia

if (S(mae_1,T+4)>S(mae_2,T+4))
    mae = mae_1;
elseif (S(mae_1,T+4)==S(mae_2,T+4))
    if (S(mae_1,T+6)>S(mae_2,T+6))
        mae = mae_1;
    else
        mae = mae_2;
    end;
else
    mae = mae_2;
end;

% A variavel seguinte determina se o crossover ocorrera ou nao
% Padrao de crossover encontrado na literatura é de 80%

cross = rand();

vetor_mascara = [];
filho_1 = []; % Vetor correspondente ao 1. filho gerado por
iteracao
filho_2 = []; % Vetor correspondente ao 2. filho gerado por
iteracao

if (cross < taxa_cross)

    corte = ceil((T-1)*rand());

    for k=1:corte
        vetor_mascara(k) = 0;
    end;
    for k=corte+1:T
        vetor_mascara(k) = 1;
    end;

    vetor_mascara = [vetor_mascara vetor_mascara]; % Duplica vetor
mascara para estende-lo à partição dos pesos

```

```

% Agora inicia-se a construcao dos filhos por meio de
recombinacao
% crossover

for k=1:2*T
    if (vetor_mascara(k)==0)
        filho_1(k) = P(pai,k);
        filho_2(k) = P(mae,k);
    else
        filho_1(k) = P(mae,k);
        filho_2(k) = P(pai,k);
    end;
end;

filho_1;
filho_2;

else

% Caso nao haja recombinacao, filhos recebem copias dos pais

filho_1 = P(pai,:);
filho_2 = P(mae,:);

end;

% Realiza-se agora o operador de mutacao. Apos a operacao sera
% verificado se os filhos estao de acordo com a especificacao

% Mutacao nos filho 1 e 2

for k=1:T
    mutacao_1 = rand();
    mutacao_2 = rand();
    if (mutacao_1 < taxa_mutacao)
        if (filho_1(k)==0)
            filho_1(k) = 1;
            filho_1(k+T) = rand();
        elseif (filho_1(k)==1)
            filho_1(k) = 0;
            filho_1(k+T) = 0;
        end;
    end;
    if (mutacao_2 < taxa_mutacao)
        if (filho_2(k)==0)
            filho_2(k) = 1;
            filho_2(k+T) = rand();
        elseif (filho_2(k)==1)
            filho_2(k) = 0;
            filho_2(k+T) = 0;
        end;
    end;
end;

% Verifica-se agora, finalmente, se os filhos estao em conformidade
% com as especificacoes do codigo

```

```

% Se filho 1 nao estiver de acordo, gera-se a copia do pai

if (sum(filho_1(1:T))==0)
    filho_1 = P(pai,1:2*T);
end;

% Se filho 2 nao estiver de acordo, gera-se a copia da mae

if (sum(filho_2(1:T))==0)
    filho_2 = P(mae,1:2*T);
end;

filho_1;
filho_2;

filhos(p,1:2*T) = filho_1;
filhos(p+1,1:2*T) = filho_2;

end;

% Montamos agora a matriz de solucao dos filhos gerados

S_filhos = [];% Matriz contendo a solucao dos filhos

for k=1:N
    for l=1:T
        S_filhos(k,l) = filhos(k,l+T)/sum(filhos(k,T+1:2*T));
    end;
end;

% Valoracao dos filhos quanto as funcoes objetivo

for k=1:N

    S_filhos(k,T+1) = S_filhos(k,1:T)*NaNMean; % Calcula-se aqui o
    retorno esperado do portfolio
    S_filhos(k,T+2) = S_filhos(k,1:T)*NaNCovar*S_filhos(k,1:T)'; % Calcula-se aqui a variabilidade (variancia) do portfolio
    S_filhos(k,T+3) = sum(filhos(k,1:T)); % Calcula-se aqui o numero de
    ativos pertencentes ao portfolio

end;

S;

S(:,T+4:T+6) = zeros(N,3);
S_filhos(:,T+4:T+6) = zeros(N,3);

filhos(:,2*T+1) = zeros(N,1);

id_solucao = 1:2*N;

P = [P; filhos];
P(:,2*T+1) = id_solucao';

S = [S; S_filhos];
S(:,T+5) = id_solucao';

```

```
end;

solucao_final = S(1:N,:);
retornos = solucao_final(:,T+1)';
riscos = solucao_final(:,T+2)';
riscos_dp = sqrt(riscos);
cardinalidade = solucao_final(:,T+3)';

scatter3(riscos,cardinalidade,retornos,'*', 'black');
title('Fronteira eficiente de Markowitz com aplicacao de NGSA-II');
xlabel('Risco da carteira (Variancia)');
ylabel('Cardinalidade do portfolio');
zlabel('Expectativa de retorno do portfolio (Esperanca)');

final_sorted = sortrows(solucao_final,[T+1])

tempo_exec = clock - t0
```

ANEXO 7 – TERMO DE AUTENTICIDADE



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA

Termo de Declaração de Autenticidade de Autoria

Declaro, sob as penas da lei e para os devidos fins, junto à Universidade Federal de Juiz de Fora, que meu Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Graduação em Engenharia de Produção é original, de minha única e exclusiva autoria. E não se trata de cópia integral ou parcial de textos e trabalhos de autoria de outrem, seja em formato de papel, eletrônico, digital, áudio-visual ou qualquer outro meio.

Declaro ainda ter total conhecimento e compreensão do que é considerado plágio, não apenas a cópia integral do trabalho, mas também de parte dele, inclusive de artigos e/ou parágrafos, sem citação do autor ou de sua fonte.

Declaro, por fim, ter total conhecimento e compreensão das punições decorrentes da prática de plágio, através das sanções civis previstas na lei do direito autoral¹ e criminais previstas no Código Penal², além das cominações administrativas e acadêmicas que poderão resultar em reprovação no Trabalho de Conclusão de Curso.

Juiz de Fora, _____ de _____ de 20____.

NOME LEGÍVEL DO ALUNO (A)

Matrícula

ASSINATURA

CPF

¹ LEI N° 9.610, DE 19 DE FEVEREIRO DE 1998. Altera, atualiza e consolida a legislação sobre direitos autorais e dá outras providências.

² Art. 184. Violar direitos de autor e os que lhe são conexos: Pena - detenção, de 3 (três) meses a 1 (um) ano, ou multa.