Métodos Computacionais I

Instituto de Física
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Murilo Rangel

Semestre 2012-1

Equações diferenciais

- Método de Euller

Ver Cap. 7 da Apostila

Equações diferencias

- Equações Diferenciais são fundamentais na Física:
  - Lei de Newton
  - Segunda lei da Ternodinâmica
  - Equações de Maxwell
  - Equação de Schrœdinger
  - Equação de Dirac
- Elas podem ser classificadas de várias formas

Ordinárias	Primeira ordem	Condições iniciais
Parciais	Segunda ordem	Condições de contorno

- Sistemas de equações

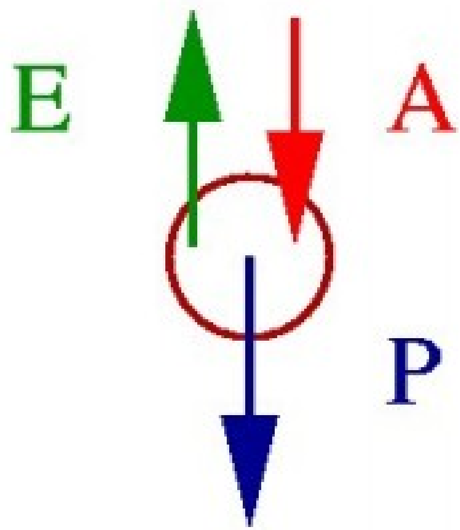
- Equações de primeira ordem:

$$\begin{cases} y'(x) = f(x,y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

- Exemplo: Cálculo da velocidade de uma bolha de ar em um frasco de xampu. *U.M. Neves, Rev. Bras. de Ens. de Fís - v28, p1 (2006)*

$$m_{ar}\frac{d\vec{v}}{dt} = (-m_{ar}g + m_x g - bv^r)\hat{k}$$

$$\frac{dv}{dt} = Cv^r + D$$



Método de Euler

Aproximando a derivada:

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \approx \frac{y(x+\Delta x) - y(x)}{\Delta x}$$

- Sabemos:

  $y'(x) = f(x, y) \quad \text{e} \quad y(x_0)$

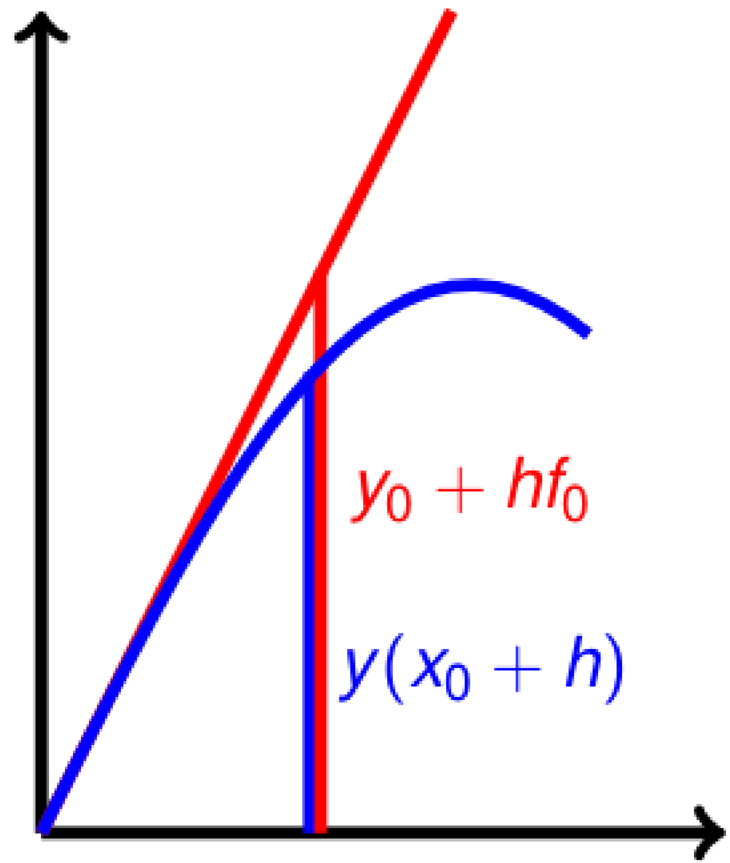
- Aproximando a função por um segmento de reta:

$$y(x_0 + h) \approx y(x_0) + hy'(x_0)$$

$$y(x_0+h) \approx y(x_0)+h\, f(x_0, y(x_0))$$

ou

$$y(x_0 + h) \approx y_0 + h\, f_0$$



Iteragindo ...

- Sabemos:

$$y'(x) = f(x, y) \quad \text{e} \quad y(x_0)$$

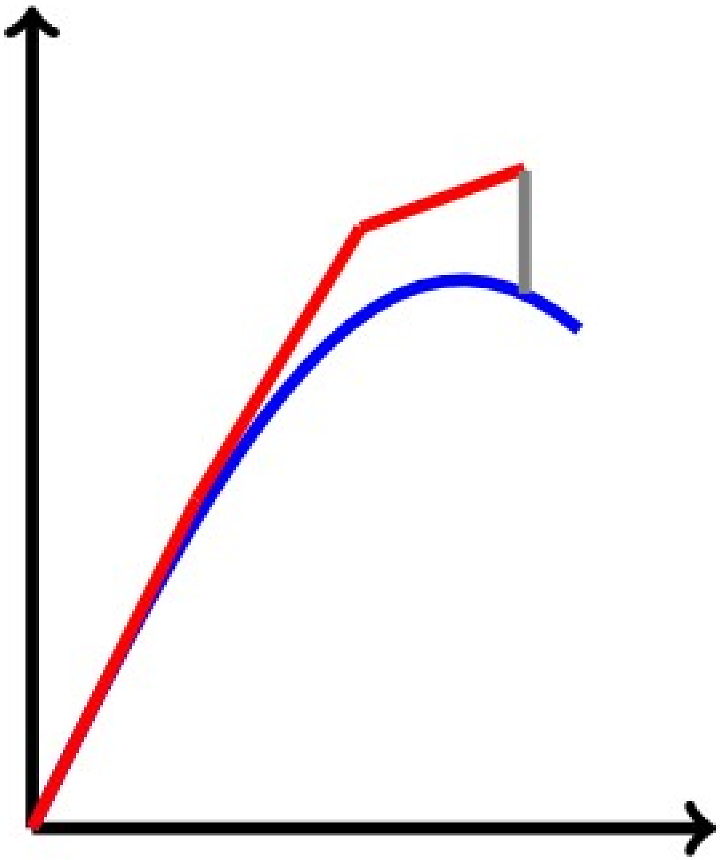
- Repetindo a operação:

$$y(x_{i+1}) \approx y(x_i) + h\, f(x_i, y(x_i))$$

$$y_{i+1} = y_i + h\, f(x_i, y_i)$$

- Incerteza do método

$$\Delta_i = |y(x_i) - y_i|$$



Limitações

- aproximação em primeira ordem

- a cada iteração, ocorre arrendodamento dos números

- incerteza do método

Exercício

- Faça um teste para uma função conhecida, $y'(x) = y^2 + 1$, na região $0 < x < 1$ usando o método de Euler, com $y(0) = 0$. Utilize 4 valores diferentes para $h = 0.05,\ 0.1,\ 0.15$ e 0.2. Para cada h, escreva em um arquivo os valores de x e y. Faça um gráfico das quatro curvas e compare com o resultado exato que é $y = \tan x$.