

Trabajo Práctico 1

[75.12 - 95.04] Análisis Numérico
Curso 5
Primer cuatrimestre de 2020

De Angelis Riva, Lukas	103784
Gomez, Joaquín	103735
Grassano, Bruno	103855
Guillemi, Andrés	104006
Rodriguez, Ezequiel	103976
Romero, Adrián	103371

Índice

1. Introducción	2
2. Objetivos	2
3. Gráficos de las funciones	3
4. Búsqueda de raíces	5
4.1. Bisección	5
4.1.1. Primera función	6
4.1.2. Segunda función	7
4.1.3. Tercera función	8
4.2. Newton-Raphson	8
4.2.1. Primera función	9
4.2.2. Segunda función	9
4.2.3. Tercera función	9
4.3. Newton-Raphson modificado	10
4.3.1. Primera función	10
4.3.2. Segunda función	10
4.3.3. Tercera función	10
4.4. Secante	11
4.4.1. Primera función	11
4.4.2. Segunda función	12
4.4.3. Tercera función	13
5. Comparación de resultados	13
5.0.1. Primera función	13
5.0.2. Segunda función	15
5.0.3. Tercera función	17
6. Conclusiones	19
7. Cambios	19

1. Introducción

En este trabajo práctico creamos un programa para la búsqueda de raíces de funciones a través de los siguientes métodos numéricos aprendidos en la materia:

- Bisección
- Newton-Raphson
- Newton-Raphson modificado
- Secante

Con este fin, primero graficamos las funciones en Geogebra para tener una idea sobre ellas, corroborando que los intervalos brindados en el enunciado eran válidos para los métodos. Luego, obtenemos las raíces y con la historia de los resultados pasamos a analizar los distintos métodos analizando los ordenes de convergencia, su conveniencia en tiempos de cómputo y error en el resultado.

Para verificar los resultados, calculamos las raíces mediante la biblioteca de Python ‘SciPy’. De esta manera pudimos corroborar el correcto funcionamiento de las funciones programadas.

2. Objetivos

El objetivo del trabajo práctico es obtener la raíz de las tres funciones dadas mediante los métodos numéricos indicados, para luego analizar el orden de convergencia P y la constante asintótica de cada método. λ

3. Gráficos de las funciones

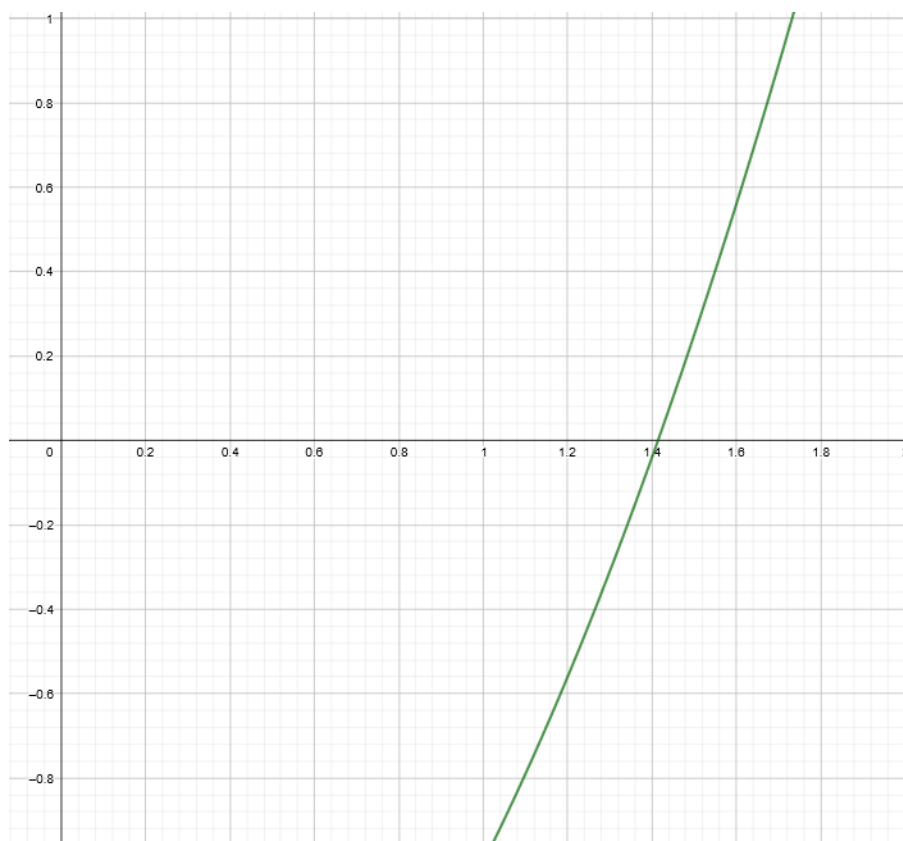


Figura 1: Gráfico correspondiente a la primera función en el intervalo $[0; 2]$.

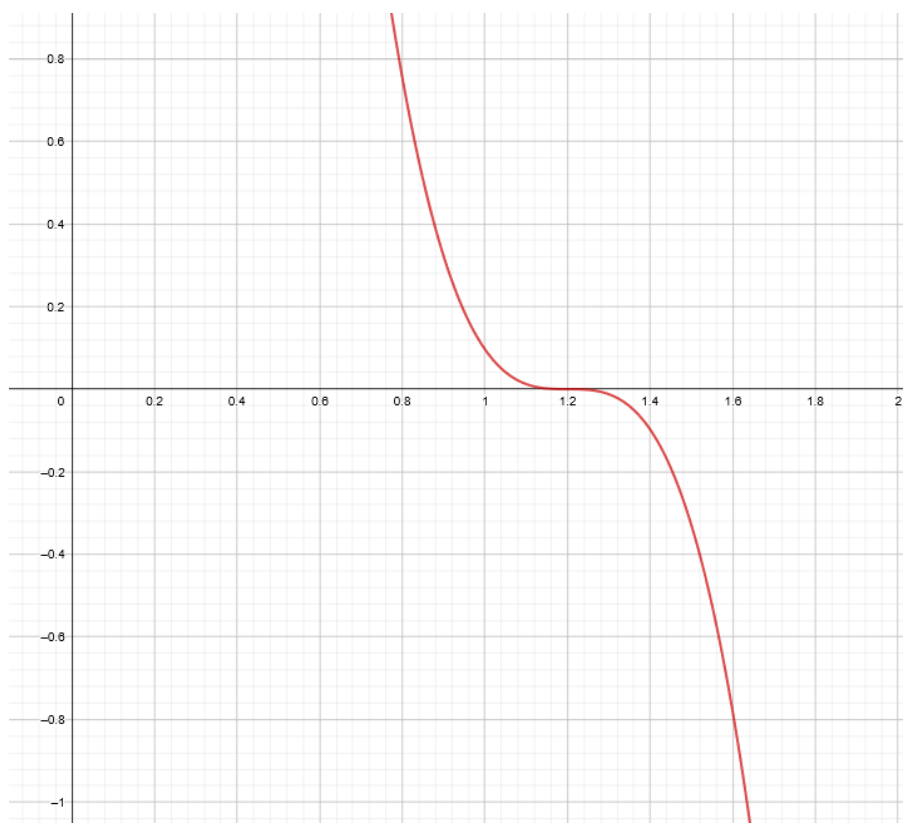


Figura 2: Gráfico correspondiente a la segunda función en el intervalo $[0;2]$.

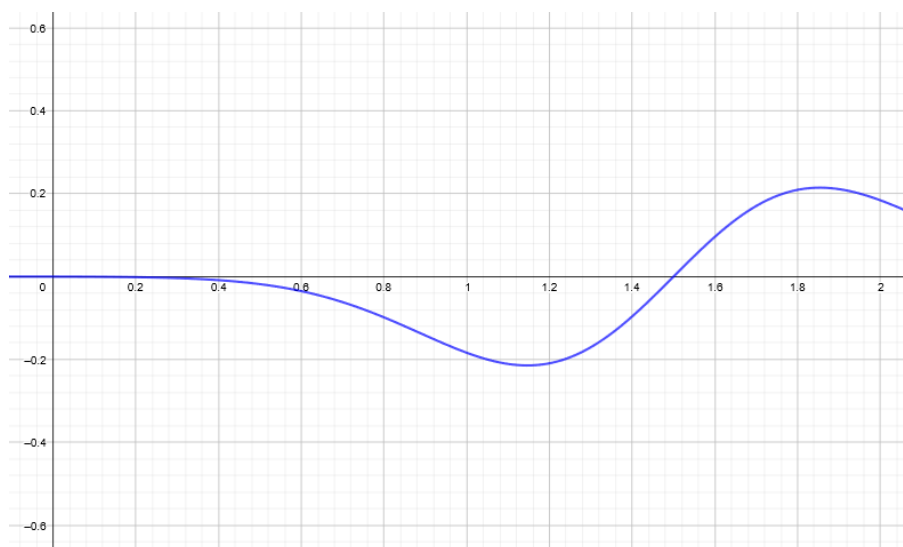


Figura 3: Gráfico correspondiente a la tercera función en el intervalo $[0;2]$.

4. Búsqueda de raíces

4.1. Bisección

El método de bisección halla la raíz mediante la siguiente fórmula por métodos iterativos hasta que $|p_{n+1} - p_n| < \epsilon$, tomando los límites iniciales de intervalo a_n y b_n :

Sea $p_n = \frac{a_n + b_n}{2}$, entonces, en la siguiente iteración

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n & \text{si } f(a_n) \cdot f(r_n) < 0 \\ p_n & \text{si } f(a_n) \cdot f(r_n) > 0 \end{cases} \quad b_{n+1} = \begin{cases} b_n & \text{si } f(b_n) \cdot f(r_n) < 0 \\ p_n & \text{si } f(b_n) \cdot f(r_n) > 0 \end{cases}$$

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Para las tres funciones, observamos que la cota $1 \cdot 10^{-5}$ se alcanza en la iteración 17.

4.1.1. Primera función

Iteración	Raíz	Error absoluto	P	λ
0	1.0	1.00000000000000	-	-
1	1.5	0.50000000000000	-	0.5
2	1.25	0.25000000000000	1.0	0.5
3	1.375	0.12500000000000	1.0	0.5
4	1.4375	0.06250000000000	1.0	0.5
5	1.40625	0.03125000000000	1.0	0.5
6	1.421875	0.01562500000000	1.0	0.5
7	1.4140625	0.00781250000000	1.0	0.5
8	1.41796875	0.00390625000000	1.0	0.5
9	1.416015625	0.00195312500000	1.0	0.5
10	1.4150390625	0.00097656250000	1.0	0.5
11	1.41455078125	0.00048828125000	1.0	0.5
12	1.414306640625	0.00024414062500	1.0	0.5
13	1.4141845703125	0.00012207031250	1.0	0.5
14	1.41424560546875	0.00006103515625	1.0	0.5
15	1.414215087890625	0.00003051757812	1.0	0.5
16	1.414199829101562	0.00001525878906	1.0	0.5
17	1.414207458496093	0.00000762939453	1.0	0.5
18	1.414211273193359	0.00000381469732	1.0	0.5
19	1.414213180541992	0.00000190734861	1.0	0.5
20	1.414214134216308	0.00000095367431	1.0	0.5
21	1.414213657379150	0.00000047683721	1.0	0.5
22	1.414213418960571	0.00000023841861	1.0	0.5
23	1.414213538169860	0.00000011920931	1.0	0.5
24	1.414213597774505	0.00000005960461	1.0	0.5
25	1.414213567972183	0.00000002980231	1.0	0.5
26	1.414213553071022	0.00000001490121	1.0	0.5
27	1.414213560521602	0.00000000745061	1.0	0.5
28	1.414213564246893	0.00000000372531	1.0	0.5
29	1.414213562384247	0.00000000186261	1.0	0.5
30	1.414213561452925	0.00000000093131	1.0	0.5
31	1.414213561918586	0.00000000046571	1.0	0.5
32	1.414213562151417	0.00000000023281	1.0	0.5
33	1.414213562267832	0.00000000011641	1.0	0.5
34	1.414213562326040	0.00000000005821	1.0	0.5
35	1.414213562355144	0.00000000002911	1.0	0.5
36	1.414213562369695	0.00000000001461	1.0	0.5
37	1.414213562376971	0.00000000000731	1.0	0.5
38	1.414213562373333	0.00000000000361	1.0	0.5
39	1.414213562371514	0.00000000000181	1.0	0.5
40	1.414213562372424	0.00000000000091	1.0	0.5
41	1.414213562372879	0.00000000000051	1.0	0.5
42	1.414213562373106	0.00000000000021	1.0	0.5
43	1.414213562372992	0.00000000000011	1.0	0.5
44	1.414213562373049	0.00000000000011	1.0	0.5

4.1.2. Segunda función

Iteración	Raíz	Error absoluto	P	λ
0	1.0	1.00000000000000	-	-
1	1.5	0.50000000000000	-	0.5
2	1.25	0.25000000000000	1.0	0.5
3	1.125	0.12500000000000	1.0	0.5
4	1.1875	0.06250000000000	1.0	0.5
5	1.21875	0.03125000000000	1.0	0.5
6	1.203125	0.01562500000000	1.0	0.5
7	1.1953125	0.00781250000000	1.0	0.5
8	1.19921875	0.00390625000000	1.0	0.5
9	1.201171875	0.00195312500000	1.0	0.5
10	1.2001953125	0.00097656250000	1.0	0.5
11	1.19970703125	0.00048828125000	1.0	0.5
12	1.199951171875	0.00024414062500	1.0	0.5
13	1.2000732421875	0.00012207031250	1.0	0.5
14	1.20001220703125	0.00006103515625	1.0	0.5
15	1.199981689453125	0.00003051757812	1.0	0.5
16	1.199996948242187	0.00001525878912	1.0	0.5
17	1.200004577636718	0.00000762939453	1.0	0.5
18	1.200008392333984	0.00000381469732	1.0	0.5
19	1.200006484985351	0.00000190734863	1.0	0.5
20	1.200005531311035	0.00000095367432	1.0	0.5
21	1.200005054473877	0.00000047683722	1.0	0.5
22	1.200005292892456	0.00000023841863	1.0	0.5
23	1.200005173683166	0.00000011920932	1.0	0.5
24	1.200005114078521	0.00000005960463	1.0	0.5
25	1.200005143880844	0.00000002980232	1.0	0.5
26	1.200005158782005	0.00000001490122	1.0	0.5
27	1.200005151331424	0.00000000745063	1.0	0.5
28	1.200005147606134	0.00000000372532	1.0	0.5
29	1.200005145743489	0.00000000186263	1.0	0.5
30	1.200005146674811	0.00000000093132	1.0	0.5
31	1.200005147140473	0.00000000046572	1.0	0.5
32	1.200005147373303	0.00000000023282	1.0	0.5
33	1.200005147489719	0.00000000011642	1.0	0.5
34	1.200005147547926	0.00000000005822	1.0	0.5
35	1.200005147577030	0.00000000002912	1.0	0.5
36	1.200005147562478	0.00000000001462	1.0	0.5
37	1.200005147555202	0.00000000000732	1.0	0.5
38	1.200005147558840	0.00000000000362	1.0	0.5
39	1.200005147557021	0.00000000000182	1.0	0.5
40	1.200005147556112	0.00000000000092	1.0	0.5
41	1.200005147555657	0.00000000000052	1.0	0.5
42	1.200005147555884	0.00000000000022	1.0	0.5

4.1.3. Tercera función

Iteración	Raíz	Error absoluto	P	λ
0	1.0	1.00000000000000	-	-
1	1.5	0.50000000000000	-	0.5
2	1.25	0.25000000000000	1.0	0.5
3	1.375	0.12500000000000	1.0	0.5
4	1.4375	0.06250000000000	1.0	0.5
5	1.46875	0.03125000000000	1.0	0.5
6	1.484375	0.01562500000000	1.0	0.5
7	1.4921875	0.00781250000000	1.0	0.5
8	1.49609375	0.00390625000000	1.0	0.5
9	1.498046875	0.00195312500000	1.0	0.5
10	1.4990234375	0.00097656250000	1.0	0.5
11	1.49951171875	0.00048828125000	1.0	0.5
12	1.499755859375	0.00024414062500	1.0	0.5
13	1.4998779296875	0.00012207031250	1.0	0.5
14	1.49993896484375	0.00006103515625	1.0	0.5
15	1.499969482421875	0.00003051757812	1.0	0.5
16	1.499984741210937	0.0000152587891	1.0	0.5
17	1.499992370605468	0.0000076293945	1.0	0.5
18	1.499996185302734	0.0000038146973	1.0	0.5
19	1.499998092651367	0.0000019073486	1.0	0.5
20	1.499999046325683	0.0000009536743	1.0	0.5
21	1.499999523162841	0.0000004768372	1.0	0.5
22	1.499999761581421	0.0000002384186	1.0	0.5
23	1.499999880790710	0.0000001192093	1.0	0.5
24	1.499999940395355	0.0000000596046	1.0	0.5
25	1.499999970197677	0.0000000298023	1.0	0.5
26	1.499999985098838	0.0000000149012	1.0	0.5
27	1.499999992549419	0.0000000074506	1.0	0.5
28	1.499999996274709	0.0000000037253	1.0	0.5
29	1.499999998137354	0.0000000018626	1.0	0.5
30	1.499999999068677	0.0000000009313	1.0	0.5
31	1.499999999534338	0.0000000004657	1.0	0.5
32	1.499999999767169	0.0000000002328	1.0	0.5
33	1.499999999883584	0.0000000001164	1.0	0.5
34	1.499999999941792	0.0000000000582	1.0	0.5
35	1.499999999970896	0.0000000000291	1.0	0.5
36	1.499999999985448	0.0000000000146	1.0	0.5
37	1.499999999992724	0.0000000000073	1.0	0.5
38	1.499999999996362	0.0000000000036	1.0	0.5
39	1.499999999998181	0.0000000000018	1.0	0.5
40	1.499999999999090	0.0000000000009	1.0	0.5
41	1.499999999999545	0.0000000000005	1.0	0.5
42	1.499999999999772	0.0000000000002	1.0	0.5

4.2. Newton-Raphson

El método de Newton-Raphson halla la raíz a partir de una semilla inicial, iterando la siguiente sucesión $p_n = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})}{f'(p_{n-1})}$ hasta que $p_n - p_{n-1} < \epsilon$

Para el cálculo de las derivadas, utilizamos el método 'Derivative' de la biblioteca 'SymPy'. De esa manera, logramos realizar un programa más escalable debido a que no es necesario conocer las derivadas de la función a evaluar.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

4.2.1. Primera función

En la iteración 3 se llega a la cota $1 \cdot 10^{-5}$

Iteración	Raíz	Error absoluto	P	λ
0	1.3	-	-	-
1	1.419230769230769	0.1192307692308	-	0.3308488681066
2	1.414222430685845	0.0050083385449	1.998884794855950	0.3436010289276
3	1.414213562400900	0.0000088682849	1.9999884693549	0.3313422718407
4	1.414213562373095	0.0000000000278	-	0.3070357228813
5	1.414213562373095	0.0000000000001	-	-

4.2.2. Segunda función

La cota de error de $1 \cdot 10^{-5}$ se alcanza en la iteración 22.

Iteración	Raíz	Error absoluto	P	λ
0	1.3	-	-	-
1	1.2667030269975548	0.0332969730024	-	0.5840425428752
2	1.2444875826804822	0.0222154443171	1.0003284131316479	0.5741837912249
3	1.2296676055002955	0.0148199771802	1.0003951890897809	0.5639385154978
4	1.2197827439940332	0.0098848615063	1.0003423545349588	0.5536087395106
5	1.2131904976100731	0.0065922463840	1.0002634920672935	0.5433321091643
6	1.2087945762524184	0.0043959213577	1.000191394864956	0.5331735905337
7	1.205863462212570	0.0029311140398	1.000134603517015	0.5231644683496
8	1.203909159546321	0.0019543026662	1.0000928861553313	0.5133197424318
9	1.202606189050995	0.0013029704953	1.000134603517015	0.5036462015419
10	1.201737496290331	0.0008686927607	1.000092886155331	0.4941463233054
11	1.201158347351234	0.0005791489391	1.000063254168274	0.4848202288857
12	1.200772238893809	0.0003861084574	1.000042925757988	0.4756666657600
13	1.200514829825312	0.0002574090685	1.000028472538576	0.4666842992485
14	1.200343220974835	0.0001716088505	1.000025676516566	0.4578690074111
15	1.200228817268445	0.0001144037064	0.999992555631153	0.4492219227393
16	1.200152548369470	0.0000762688990	1.000087609684947	0.4407352319786
17	1.200101710111121	0.0000508382583	0.999960422007927	0.4324638807595
18	1.200067838537330	0.0000338715738	1.000364554349367	0.4242965654959
19	1.200045237844259	0.0000226006931	1.001126693325435	0.4160998936310
20	1.200030199938266	0.0000150379060	0.99636149676087	0.4090714961235
21	1.200020162558638	0.0000100373796	1.006947516566009	0.4009601848722
22	1.200013454885730	0.0000067076729	0.992271845032345	0.4069620508520
23	1.200010227159997	0.0000032277257	0.997046473577868	0.3706968902561
24	1.200008364962604	0.0000018621974	1.814784472166537	0.4342436794672
25	1.200005581354714	0.0000027836079	0.751934275902921	0.5090745360638
26	1.200011833933903	0.0000062525792	-	0.2228907181906
27	1.200009052254046	0.0000027816799	2.013096702168228	-
28	1.200004298329087	0.0000047539250	-	-
29	1.200004298329087	0.0000000000001	-	-

4.2.3. Tercera función

En la iteración 4 se llega a la cota $1 \cdot 10^{-5}$

Iteración	Raíz	Error absoluto	P	λ
0	1.3	-	-	-
1	1.594117647058823	0.2941176470588	-	-
2	1.492821654209128	0.1012959928497	2.482862983225440	-
3	1.500002960343984	0.0071813061349	-	0.622436853025493
4	1.499999999999999	0.0000029603440	2.502817334	-
5	1.5	0.0000000000001	-	-

4.3. Newton-Raphson modificado

El método de Newton-Raphson modificado le aplica el método de Newton-Raphson a la función $\mu = \frac{f(x)}{f'(x)}$, obteniendo la derivada con la función derivar (biblioteca 'SymPy') y halla la raíz a partir de una semilla inicial, iterando la siguiente sucesión $p_{n+1} = p_n - \frac{f(p_n) \cdot f'(p_n)}{f'(p_n)^2 - f(p_n) \cdot f''(p_n)}$ hasta que $p_n - p_{n-1} < \epsilon$

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

4.3.1. Primera función

En la iteración 3 se llega a la cota $1 \cdot 10^{-5}$

Iteración	Raíz	Error absoluto	P	λ
0	1.3	-	-	-
1	1.409214092140921	0.1092140921409	-	0.8262422088622
2	1.414204694115956	0.0049906019750	2.052282054261022	0.5728418964318
3	1.414213562345289	0.0000088682293	2.001117548786138	0.8398379433518
4	1.414213562373095	0.0000000000278	-	-
5	1.414213562373095	0.0000000000001	-	-

4.3.2. Segunda función

Ambas cotas de error se alcanzan en la última iteración.

Iteración	Raíz	Error absoluto	P	λ
0	1.3	-	-	-
1	1.199945787479404	0.1000542125206	-	-
2	1.200000195922735	0.0000544084433	0.843540380001885	-
3	1.200003265168441	0.0000324557617	-	-
4	1.200003265168441	0.0000000000001	-	-

4.3.3. Tercera función

En la iteración 5 se llega a la cota $1 \cdot 10^{-5}$

Iteración	Raíz	Error absoluto	P	λ
0	1.3	-	-	-
1	1.403030303030303	0.1030303030303	-	-
2	1.486431596392994	0.0834012933627	-	-
3	1.499960091346067	0.0135284949531	-	-
4	1.499999999998983	0.0000399086529	-	-
5	1.5	0.0000000000010	-	-
6	1.5	0.0000000000001	-	-

En esta tabla los valores de P y λ no fueron escritos en la tabla ya que no son representativos.

4.4. Secante

El método de la secante halla la raíz a partir de dos semillas iniciales, iterando la siguiente sucesión $p_n = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1}) * (p_{n-1} - p_{n-2})}{f(p_{n-1}) - f(p_{n-2})}$ hasta que $p_n - p_{n-1} < \text{cota de error}$

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

4.4.1. Primera función

En la iteración 6 se llega a la cota $1 * 10^{-5}$

Iteración	Raíz	Error absoluto	P	λ
0	1.0	-	-	-
1	1.384615384615384	0.600000000000000	-	0.1563104012176675
2	1.419354838709677	0.3846153846154	0.790259379956948	0.2134778449293
3	1.414159292035398	0.0347394540943	2.401693274103336	0.5108859467482
4	1.414213463902154	0.0051955466743	1.382772197436786	0.2017368903095
5	1.414213562374984	0.0000541718668	1.721244675137339	-
6	1.414213562373095	0.00000000000019	-	-
7	1.414213562373095	0.00000000000001	-	-

4.4.2. Segunda función

En la iteración 32 se llega a la cota $1 * 10^{-5}$

Iteración	Raíz	Error absoluto	P	λ
0	1.0	-	-	-
1	1.0655021834061167	0.600000000000000	-	0.8467397249811548
2	1.0943398952179324	0.0655021834061	0.6822493999623683	0.6203750761271453
3	1.1215850325280734	0.0288377118118	1.1788284076607312	0.6890742081278114
4	1.1404772887106263	0.0272451373101	0.9406337020961544	0.6539055725397107
5	1.1551937245338697	0.0188922561826	1.0234194966703822	0.6594108232964085
6	1.1661565358156876	0.0147164358232	0.9905837033078105	0.6495651812114491
7	1.1744671484356637	0.0109628112818	1.00321674907692	0.6456225328540476
8	1.1807264667044532	0.0083106126200	0.9984496113168446	0.6394682097067341
9	1.1854534082642374	0.0062593182688	1.0003670535265086	0.6342041289457003
10	1.1890198994831873	0.0047269415598	0.999690008069762	0.6286523199835875
11	1.19171200301767	0.0035664912189	0.9999946616786058	0.6232658182268617
12	1.1937438805214264	0.0026921035345	0.9999098351538268	0.617874169284884
13	1.195277583160919	0.0020318775038	0.9999652747973031	0.612543804779906
14	1.1964352549762844	0.0015337026395	0.9999628690528302	0.6072504309074059
15	1.197309112780888	0.0011576718154	0.9999750775947167	0.6020033891309672
16	1.197968742660849	0.0008738578046	0.9999805570320236	0.5967998284934505
17	1.198466682043323	0.0006596298800	0.9999797754884048	0.5916404624070448
18	1.1988425329007377	0.0004979255435	1.0000077665745137	0.58652592723655
19	1.1991262601453252	0.0003758646964	1.0000015329427763	0.5814511307833875
20	1.1993404372360148	0.0002837272446	0.9998282155157043	0.5764212145231957
21	1.1995021126720737	0.0002141770907	1.0003565189861265	0.5714626544598937
22	1.1996241562355223	0.0001616754361	0.9992123491516923	0.5664634415286837
23	1.199716287429286	0.0001220435634	1.0016574647515328	0.5616869332240114
24	1.1997858306793374	0.0000921311938	0.9938606505484686	0.5565718177518334
25	1.1998383355364535	0.0000695432501	1.0101641889403568	0.5527067125191004
26	1.1998779580183785	0.0000525048571	0.9901439308813552	0.5463939087287355
27	1.1999079106133839	0.0000396224819	1.0244087554052648	0.5431547508922261
28	1.1999304889638724	0.0000299525950	0.9377128318574854	0.5348136432285352
29	1.1999475560634543	0.0000225783505	1.0499189034023424	0.5396483704365653
30	1.199960369357061	0.0000170670996	0.6177651656653215	0.52805165121530
31	1.199970162374318	0.0000128132936	0.6309297535714574	0.58309716682340
32	1.199977547272577	0.0000097930173	0.937712831857485	0.42488260343370
33	1.199983750587115	0.0000073848983	1.049918903402342	0.68015543110600
34	1.199987568011446	0.0000062033145	0.617765165665321	0.67248844926700
35	1.199991385435777	0.0000038174243	-	-
36	1.200002837708769	0.0000038174243	0.630929753571457	-
37	1.200025742254755	0.0000114522730	-	-
38	1.200004315421414	0.0000214268333	-	-
39	1.200004315421414	0.0000000000001	-	-

4.4.3. Tercera función

En la iteración 7 se llega a la cota 1×10^{-5}

Iteración	Raíz	Error absoluto	P	λ
0	1.0	-	-	-
1	1.394130271809281	0.600000000000000	-	0.832698274848764
2	1.876493002180122	0.3941302718093	-	0.501813015208556
3	1.549246841462836	0.4823627303708	-	0.186461989578455
4	1.452393135816548	0.3272461607173	0.583076191756392	0.187216450043600
5	1.500015379708404	0.0968537056463	-	-
6	1.499999859984630	0.0476222438919	0.586392814927282	-
7	1.500000000000000	0.0000001400154	-	-
8	1.5	0.0000000000001	-	-

5. Comparación de resultados

5.0.1. Primera función

Usando la biblioteca 'SciPy', las raíces halladas fueron:

* Usando bisección: $1.4142135623715149 \pm 0.000000000000001$

* Usando Newton Raphson: $1.414213562373095 \pm 0.000000000000001$

Los resultados obtenidos con las funciones programadas son congruentes con estos últimos, viendo que la convergencia más rápida se encontró con los métodos de Newton-Raphson, luego el método de la secante y por último el método de bisección.

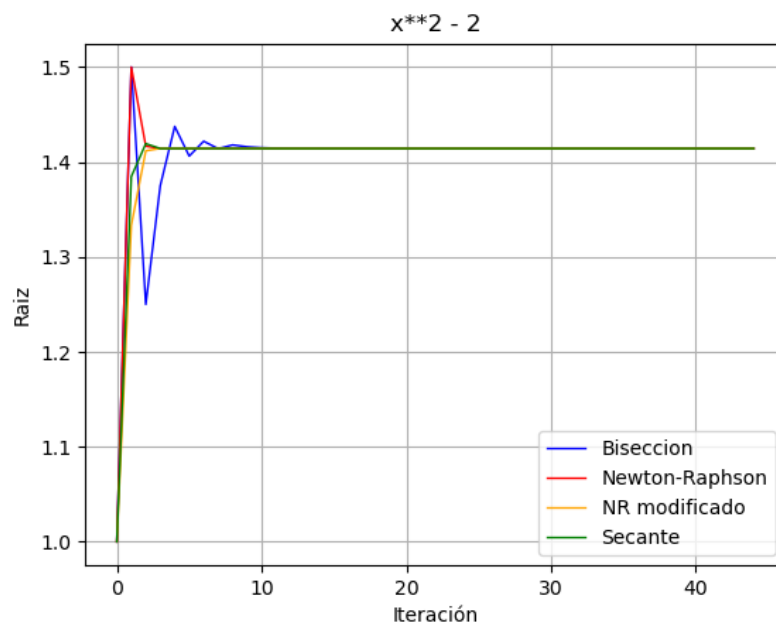
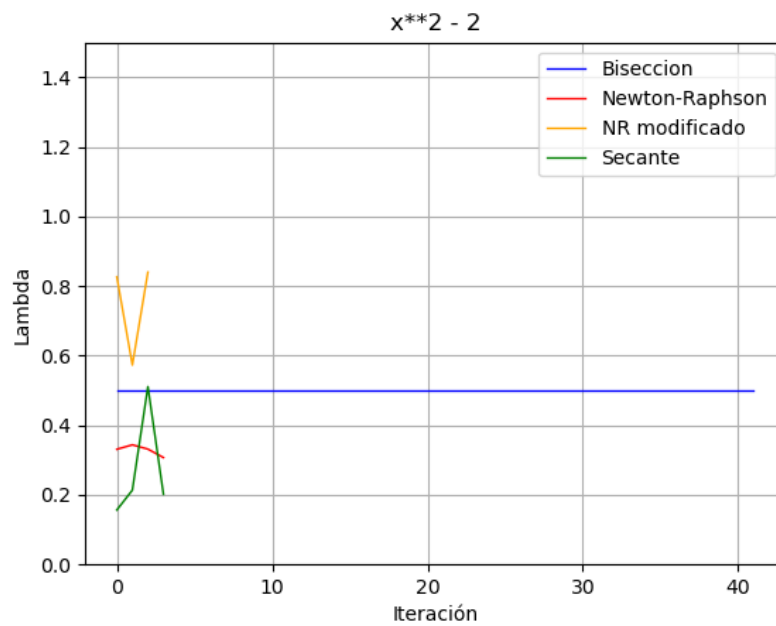
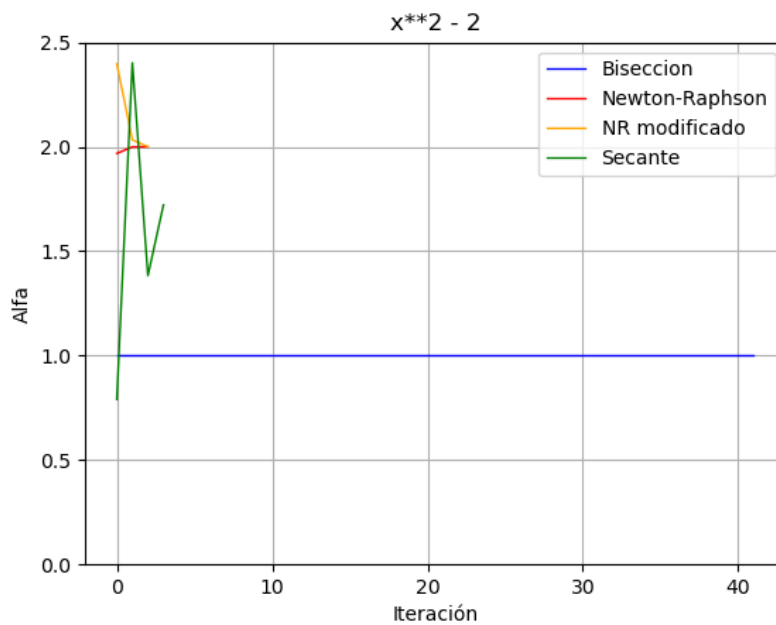


Figura 4: Valor de la raíz según iteración.

Figura 5: Valor de λ según iteración.Figura 6: Valor de P según iteración.

Podemos ver como los valores de P están de acuerdo con lo que se esperaba en base a la teoría, mostrando una convergencia lineal para la bisección, una cuadrática para los métodos Newton-Raphson y Newton-Raphson modificado y una convergencia supra-lineal para el método de la secante.

5.0.2. Segunda función

Usando la biblioteca 'SciPy', las raíces halladas fueron:

* Usando bisección: $1.2000045776367188 \pm 0.0000000000000001$

* Usando Newton Raphson: $1.2000066214794778 \pm 0.0000000000000001$

Los resultados obtenidos con las funciones programadas son congruentes con estos últimos para la tolerancia $1 * 10^{-5}$, no así para la cota de error $1 * 10^{-13}$, se estima que esto se debe a como está programado el método de la biblioteca. Para esta función, claramente el método de Newton-Raphson modificado fue el que mostró una convergencia más acelerada.

Analizando la diferencia en iteraciones para las dos cotas de error, se observa que prácticamente necesitaron la misma cantidad.

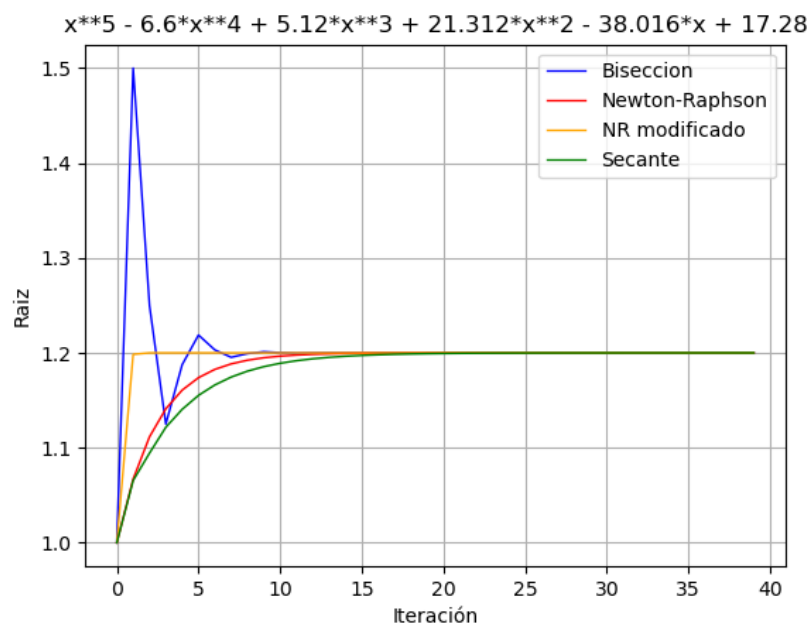
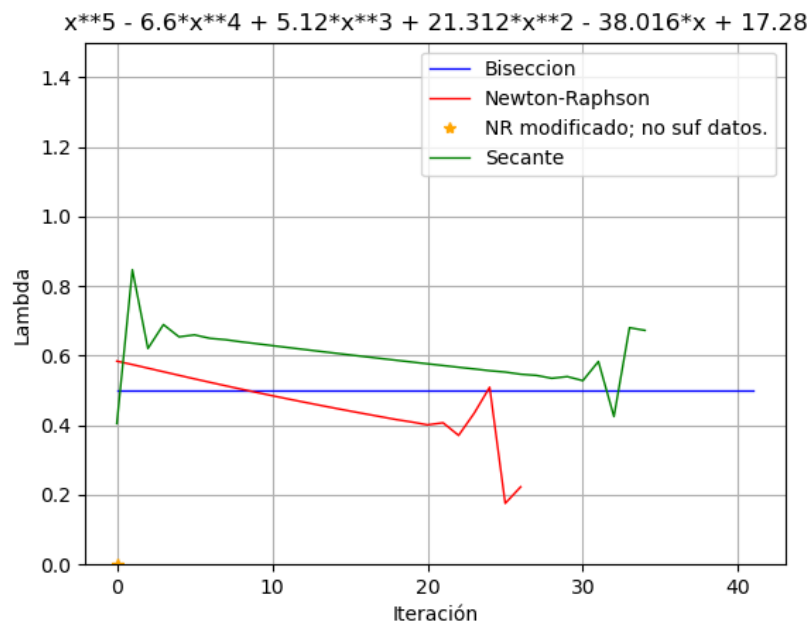
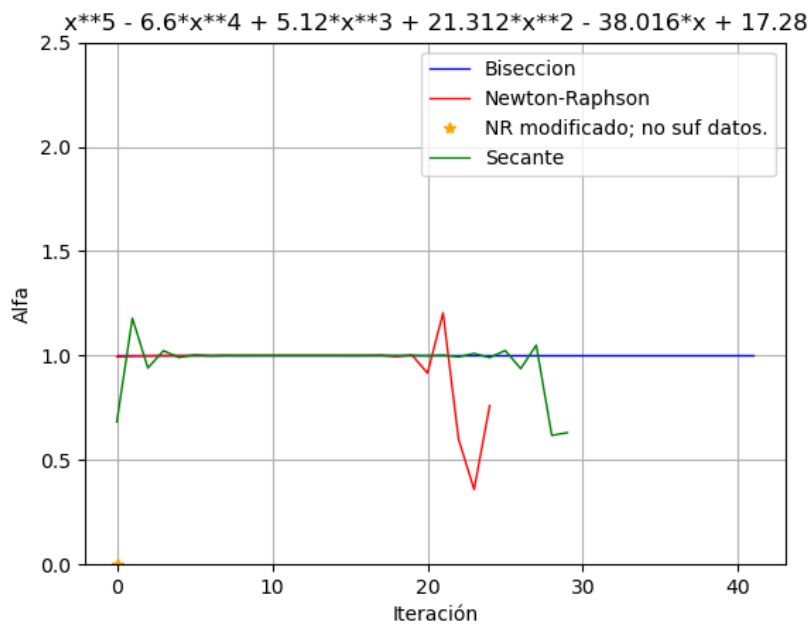


Figura 7: Valor de la raíz según iteración.

Figura 8: Valor de λ según iteración.Figura 9: Valor de P según iteración.

5.0.3. Tercera función

Usando la biblioteca 'SciPy', las raíces halladas fueron:

* Usando bisección: $1.5000000000000000 \pm 0.0000000000000001$

* Usando Newton Raphson: $1.5000000000000000 \pm 0.0000000000000001$

Los resultados obtenidos con las funciones programadas son congruentes con estos últimos, viendo que la convergencia más rápida se encontró con los métodos de Newton-Raphson, luego el método de la secante y por último el método de bisección.

Algo que notamos en esta función para el método de bisección es que llega al valor correcto de la raíz en la segunda iteración, pero como el criterio de corte es la diferencia entre iteraciones, no sería correcto el corte en esa segunda iteración.

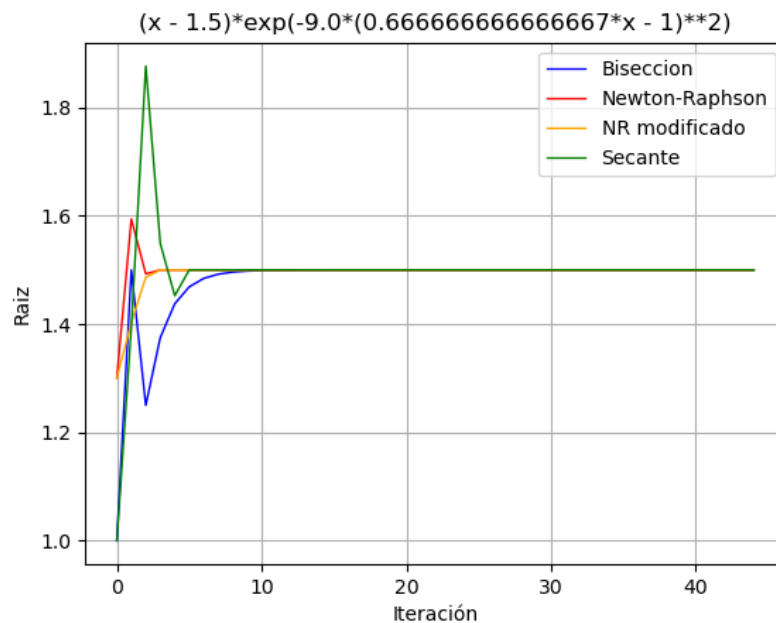
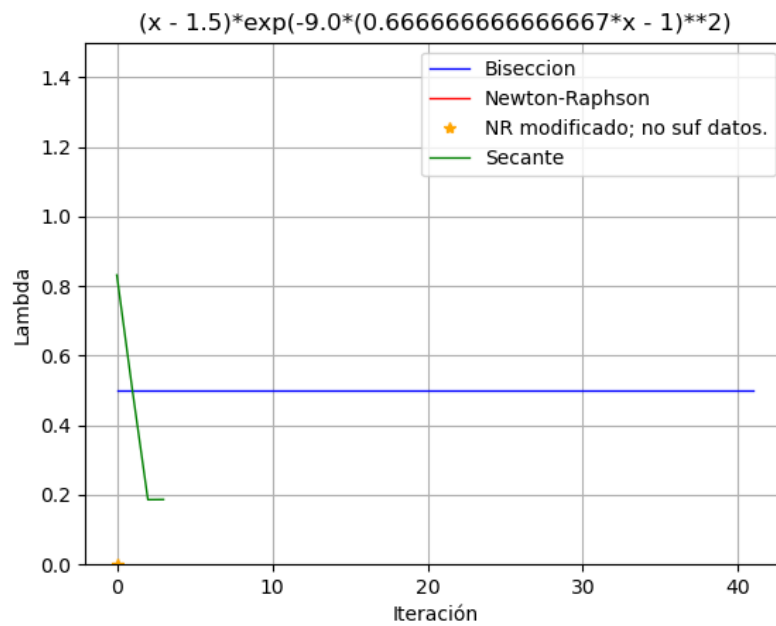
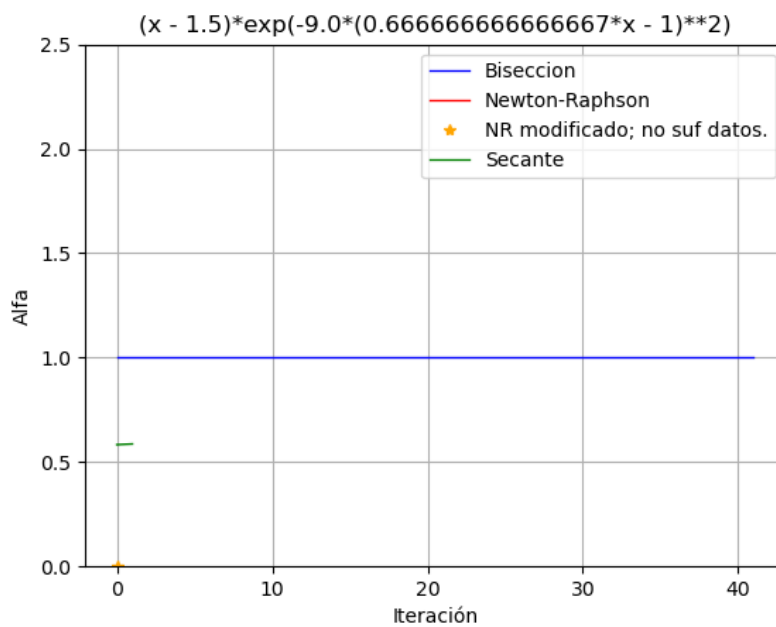


Figura 10: Valor de la raíz según iteración.

Figura 11: Valor de λ según iteración.Figura 12: Valor de P según iteración.

6. Conclusiones

A modo de conclusión de este trabajo práctico, se destaca que la convergencia al resultado con la tolerancia dada con menos iteraciones fue utilizando el método de Newton-Raphson modificado, de acuerdo a la teoría.

Algo interesante que observamos fue que el método de la bisección converge siempre en la misma cantidad de iteraciones para una cota de error dada, comprobando en la práctica uno de los teoremas del método.

Además, se encontraron dificultades para hallar el orden de convergencia P y la constante asintótica λ . Estimamos que una posible fuente de este inconveniente es el error de redondeo proveniente del uso de notación de punto flotante. Además, al trabajar con números muy cercanos entre si, el error tiende a aumentar al dividir por un número muy pequeño o multiplicando por uno muy grande, siendo estos cálculos necesarios para encontrar los valores que buscamos. Este error se podría llegar a reducir anidando las funciones, lo que provocaría una reducción en la cantidad de operaciones a realizar en algunos casos. Otra fuente de error es que obtenemos el orden de convergencia vía una estimación y no vía un cálculo directo, es decir, le agregamos una incerteza más a un resultado con ya mucho error.

Decidimos utilizar el promedio de los órdenes de convergencia P , para calcular el valor de la constante asintótica λ y no el ultimo orden convergencia obtenido. Para algunas de las funciones dadas, el ultimo orden de convergencia obtenido se alejaba considerablemente del resto de los órdenes. Tomando la media podemos obtener un valor representativo del orden de convergencia a partir del cual calcular la constante asintótica que nos producirá menor error.

Con respecto a la búsqueda de P y λ , teniendo en cuenta los posibles errores de cálculo despreciamos los valores claramente erróneos, pudiendo llegar a valores congruentes con la teoría. Para el orden de convergencia, despreciamos valores obtenidos que fueran mayores a 3 y menores a 0,3. Para la constante asintótica λ , despreciamos valores mayores a 1 y menores a 0,15.

Sobre la función 3, con los métodos NR y NR modificado, elegimos modificar la semilla inicial a 1,3, ya que observamos que con la semilla dada era imposible la convergencia (mediante iteraciones encontramos que el intervalo de convergencia es aproximadamente $1,26 < \text{semilla} < 1,74$). Nos pareció la decisión más adecuada elegir una semilla arbitrariamente dentro del intervalo de convergencia hallado para de esa manera mostrar el funcionamiento completo de los métodos.

7. Cambios

- Se agregaron las columnas error, λ y α a las tablas.
- Se corrigieron los gráficos, agregando los nuevos.
- Verificamos los resultados en excel, corroborando los valores obtenidos.
- Modificamos las conclusiones, agregando las nuevas que surgieron durante la corrección