

Ejercicio 3.38

[71.14] Modelos y Optimización I
Curso 4
2C 2021

Alumno:	Grassano, Bruno
Número de padrón:	103855
Email:	bgrassano@fi.uba.ar

Índice

1. Enunciado	2
2. Análisis de la situación problemática	3
3. Objetivo	3
4. Hipótesis y supuestos	3
5. Definición de variables	3
6. Definición de constantes	4
7. Modelo de programación lineal	5
7.1. Funcional	5
7.2. Restricciones	5

1. Enunciado

Robinson Crusoe llega solo en un bote salvavidas a la orilla de una isla deshabitada. Al día siguiente descubre que el barco que él creyó hundido está encallado en unas rocas cercanas. El barco no puede navegar más (y él no podría guiarlo solo), pero puede tener cosas que le faciliten la vida en la isla. Así que decide ir en el bote hasta el barco y ver qué se puede traer.

Obviamente, no todo lo que hay en el barco le será igualmente útil durante su estadía en la isla, así que ha asignado importancia relativa a los diferentes objetos que hay en el barco. Dicha importancia, y el peso de cada objeto se indican en la siguiente tabla:

Objeto	Importancia	Peso (kg)	Observaciones
Mosquete	10 (*)	20	
Pistolas	10 (*)	10	
Municiones	10	30	
2 Espadas	7	5	
Barril de pólvora	10	50	Hay 6 barriles
Papeles y tinta	-	20	
Biblias	-	20	
Instrumentos de medición	6	15	
Velas y cuerdas	4 (**)	50	
Herramientas	9	20	
Pan y queso holandés	4	20	
Carne seca de cabra	4	20	
Granos	2 (***)	5	
Agua potable	8	10	
Licor	4	8	
Ropas	6	4	
Dos gatos	5	10	
Un perro	5	25	

(*) El mosquete y las pistolas tienen una importancia de 10 si lleva uno sólo. Si lleva ambos, el segundo que lleve tiene una importancia de 2.

(**) Si lleva las herramientas, aumenta su importancia a 7.

(***) Si lleva las herramientas, los puede sembrar y aumenta su importancia a 9.

No puede llevar todo en el bote (soporta hasta 200kg más su propio peso) y no sabe si podrá realizar otros viajes, así que quiere cargar lo más importante.

Sabe que los mosquetes, pistolas y municiones sólo serán útiles si lleva pólvora, si no no le sirven de nada. En cambio la pólvora sin armas sí es útil.

Sí o sí debe llevar los papeles y tinta (para escribir su historia) y las biblias (Es un hombre que se vale por sí mismo, pero aún así cree en Dios).

No sabe cuánto tiempo pasará hasta que pueda encontrar comida en la isla, así que decide llevar al menos 20 kg de comida y 10 kg de bebida del barco, para los primeros días.

Si lleva los gatos, no puede llevar el perro y viceversa.

¿Qué debería llevar Robinson en el bote para mejorar su situación?

Nota: En la novela Robinson Crusoe, los hechos no ocurren exactamente tal como se describen en el ejercicio. En la realidad, Robinson llevó los gatos en la balsa, y el perro nadó hasta la playa.

2. Análisis de la situación problemática

- Se ve que es un problema de la mochila, tenemos que decidir que llevamos y que dejamos, donde los elementos tienen una importancia y un peso.
- Hay restricciones lógicas para distintos elementos.

3. Objetivo

Determinar los elementos a llevar sin superar el peso para maximizar la importancia que se tiene durante viaje en el bote.

4. Hipótesis y supuestos

1. La importancia y peso asignadas a cada elemento son exactas.
2. Las comidas y bebidas están en buen estado.
3. La pólvora no se arruina.
4. Los mosquetes, pistolas y municiones funcionan con la pólvora.
5. Cada espada pesa 5kg. Se puede llevar 1 espada.
6. Cada gato pesa 10kg. Se puede llevar solo un gato.
7. Si lleva pistolas o el mosquete requiere de munición, y la munición solo sirve con alguna arma.

5. Definición de variables

**Con tipos y unidades*

- Y_i : Indica si se lleva al elemento i . $i = 1 \dots 15$ (Vale 1 si se lleva). No se incluye a las 2 espadas, a los barriles de pólvora, y a los 2 gatos. (Bivalente - continua con la relajación lineal)
- X_i : Cantidad de objetos de tipo i llevados. $i = 1, 2, 3$ (Unidad/viaje) (Entera)
- YG : Indica si se esta llevando algún gato (vale 1). (Bivalente)
- YP : Indica si se esta llevando algún barril de polvora (vale 1). (Bivalente)
- YA : Indica si se esta llevando el mosquete y las pistolas (vale 1). (Bivalente)
- YVH : Indica si se esta llevando las velas y cuerdas con las herramientas (vale 1). (Bivalente)
- YGH : Indica si se esta llevando los granos con las herramientas (vale 1). (Bivalente)

6. Definición de constantes

Cada uno de estos objetos tiene un peso y un aporte.

- wy_i : Es el peso del elemento i . $i = 1 \dots 15$ No se incluye a las 2 espadas, a los barriles de pólvora, y a los 2 gatos. (continua/viaje)
- wx_i : Es el peso del elemento i . $i = 1, 2, 3$ (continua/viaje)
- py_i : Es el aporte del elemento i a la mochila. $i = 1 \dots 15$ No se incluye a las 2 espadas, a los barriles de pólvora, y a los 2 gatos. (solamente un elemento)(continua/viaje)
- px_i : Es el aporte del elemento i a la mochila. $i = 1, 2, 3$ (continua/viaje) (elementos que tenemos mas de uno)
- C : Capacidad del barco. (200kg)

	Objeto	Importancia	Peso (kg)	Observaciones
Y1	Mosquete	10 (*)	20	
Y2	Pistolas	10 (*)	10	
Y3	Municiones	10	30	
X1	2 Espadas	7	5	
X2	Barril de pólvora	10	50	Hay 6 barriles
Y4	Papeles y tinta	-	20	
Y5	Biblias	-	20	
Y6	Instrumentos de medición	6	15	
Y7	Velas y cuerdas	4 (**)	50	
Y8	Herramientas	9	20	
Y9	Pan y queso holandés	4	20	
Y10	Carne seca de cabra	4	20	
Y11	Granos	2 (***)	5	
Y12	Agua potable	8	10	
Y13	Licor	4	8	
Y14	Ropas	6	4	
X3	Dos gatos	5	10	
Y15	Un perro	5	25	

7. Modelo de programación lineal

**Indicando en cada restricción o grupo de restricciones la función que cumplen.*

7.1. Funcional

Buscamos maximizar el valor transportado.

$$\max(\sum_{i=1}^{15} py_i \cdot Y_i + \sum_{j=1}^3 px_j \cdot X_j - 8 \cdot YA + 3 \cdot YVH + 7 \cdot YGH)$$

7.2. Restricciones

Peso

Tenemos como restricción principal el peso que podemos transportar.

$$\blacksquare \sum_{i=1}^{15} wy_i Y_i + \sum_{j=1}^3 wx_j X_j \leq C$$

Relajación lineal

Usando relajación lineal en las variables bivalentes (tenemos múltiples combinaciones posibles)

- $Y_i \leq 1$
- Para $i = 1 \dots 15$

Múltiples elementos

Planteo las cantidades de cada elemento que tenemos varias veces.

- Espadas: $X_1 \leq 2$
- Barriles: $X_2 \leq 6$
- Gatos: $X_3 \leq 2$

Biblias, papeles y tintas

Si o si debe de llevar los papeles y tinta, y las biblias. Se establecen en 1 esas variables. (Dejarían de ser variables)

- $Y_4 = 1$
- $Y_5 = 1$

Perros y gatos

Si lleva a un gato no puede llevar al perro, y viceversa.

- Se prende si llevamos un gato: $YG \leq X_3 \leq 2YG$
- $YG + Y_{15} \leq 1$

Comida y bebida

Decide llevar una cantidad mínima de comida y bebida.

- Comida: $wy_9 \cdot Y_9 + wy_{10} \cdot Y_{10} + wy_{11} \cdot Y_{11} \geq 20$
- Bebida: $wy_{12} \cdot Y_{12} + wy_{13} \cdot Y_{13} \geq 10$

Pistolas, mosquetes, municiones, y pólvora

Los mosquetes, pistolas, y municiones solo sirven si se lleva pólvora.

- Se prende si llevamos pólvora: $YP \leq X_2 \leq 6YP$
- Mosquete: $Y_1 \leq YP$
- Pistolas: $Y_2 \leq YP$
- Municiones: $Y_3 \leq YP$
- El arma necesita munición, y la munición necesita un arma.
- $Y_3 \leq Y_1 + Y_2$
- $Y_1 + Y_2 \leq 2 \cdot Y_3$

Pistolas y el mosquete y su valor

El mosquete y las pistolas tienen una importancia de 10, pero si lleva ambos el segundo tiene una importancia de 2.

- Veo si lleva ambos: $2YA \leq Y_1 + Y_2 \leq 1 + YA$

Velas y cuerdas con herramientas

Si lleva las herramientas con las velas y cuerdas, aumenta el valor de las velas a 7 (sube en 3)

- $2 \cdot YVH \leq Y_7 + Y_8 \leq 1 + YVH$

Granos con herramientas

Si lleva las herramientas con los granos, aumenta el valor de los granos a 9 (sube en 7)

- $2 \cdot YGH \leq Y_{11} + Y_8 \leq 1 + YGH$