

## Ejercicio 6.16

[71.14] Modelos y Optimización I

|         |                     |
|---------|---------------------|
| Alumno: | Grassano, Bruno     |
| Padrón: | 103855              |
| Email:  | bgrassano@fi.uba.ar |

# Índice

|   |          |
|---|----------|
| <b>1. Enunciado</b>   | <b>3</b> |
| <b>2. Resolución</b>  | <b>4</b> |
| a. Se ofrecen 2 negocios y hay que ver cual es el más conveniente. Un negocio consiste en comprar 21kg de R2 pagando \$100. El otro negocio consiste en vender 41kg de R2 cobrando en total \$250. ¿Cual de los negocios es el más conveniente?   | 4        |
| b. Un cliente que necesita producto X3 y que sabe que no lo estamos fabricando nos ofrece pagar \$3.50 por una unidad de X3. Si decidimos aceptar el ofrecimiento habrá que fabricar una unidad de X3 o comprarla a \$3. ¿Conviene vender una unidad de X3? si conviene, ¿la fabricamos o la compramos? | 6        |
| c. Nos ofrecen vendernos una unidad de X2 a \$6. ¿Conviene comprarla o no?  | 7        |

# 1. Enunciado

## 6.16.

Una empresa fabrica y vende tres productos (X1, X2 y X3) a partir de los recursos R1, R2 y R3. El producto X2 tiene una demanda mínima de 40 un./mes. La empresa usa el siguiente modelo de programación lineal para programar su producción mensual.

$$X2 \geq 40$$

$$X1 + 2 X2 + X3 \leq 100 \text{ (R1)}$$

$$3 X1 + 2 X2 + X3 \leq 120 \text{ (R2)}$$

$$2 X1 + X2 + 3 X3 \leq 120 \text{ (R3)}$$

(Max)  $Z = 10 X1 + 5 X2 + 2 X3$  (los valores en el funcional son los precios de venta)

Tabla óptima directa

|            |    |       | 10 | 5  | 2   |      |    |      |    |
|------------|----|-------|----|----|-----|------|----|------|----|
| Ck         | Xk | Bk    | A1 | A2 | A3  | A4   | A5 | A6   | A7 |
| 5          | X2 | 40    | 0  | 1  | 0   | -1   | 0  | 0    | 0  |
|            | X5 | 20/3  | 0  | 0  | 2/3 | 4/3  | 1  | -1/3 | 0  |
| 10         | X1 | 40/3  | 1  | 0  | 1/3 | 2/3  | 0  | 1/3  | 0  |
|            | X7 | 160/3 | 0  | 0  | 1/3 | -1/3 | 0  | -2/3 | 1  |
| Z = 1000/3 |    |       | 0  | 0  | 4/3 | 5/3  | 0  | 10/3 | 0  |

Tabla óptima dual

|            |    |      | -40 | 100   | 120 | 120    |       |     |    |
|------------|----|------|-----|-------|-----|--------|-------|-----|----|
| Ck         | Yk | Bk   | A1  | A2    | A3  | A4     | A5    | A6  | A7 |
| -40        | Y1 | 5/3  | 1   | -4/3  | 0   | 1/3    | -2/3  | 1   | 0  |
| 120        | Y3 | 10/3 | 0   | 1/3   | 1   | 2/3    | -1/3  | 0   | 0  |
|            | Y7 | 4/3  | 0   | -2/3  | 0   | -1/3   | -1/3  | 0   | 1  |
| Z = 1000/3 |    |      | 0   | -20/3 | 0   | -160/3 | -40/3 | -40 | 0  |

- Se ofrecen dos negocios y hay que ver cuál es el más conveniente. Un negocio consiste en comprar 21 kilos de R2 pagando en total \$100. El otro negocio consiste en vender 41 kilos de R2 cobrando en total \$250. ¿Cuál de los negocios es el más conveniente? Justificar la respuesta
- Un cliente que necesita producto X3 y que sabe que no lo estamos fabricando nos ofrece pagar \$3,50 por una unidad de X3. Si decidimos aceptar el ofrecimiento habrá que fabricar una unidad de X3 o comprarla a \$3. ¿Conviene vender una unidad de X3? Si conviene, ¿la fabricamos o la compramos? Justificar la respuesta.
- Nos ofrecen vendernos una unidad de X2 a \$6. ¿Conviene comprarla o no? Justificar la respuesta.

## 2. Resolución

a. Se ofrecen 2 negocios y hay que ver cual es el más conveniente. Un negocio consiste en comprar 21kg de R2 pagando \$100. El otro negocio consiste en vender 41kg de R2 cobrando en total \$250. ¿Cual de los negocios es el más conveniente?

$$X_2 - X_4 = 40$$

$$X_1 + 2 X_2 + X_3 + X_5 = 100 \text{ (R1)}$$

$$3 X_1 + 2 X_2 + X_3 + X_6 = 120 \text{ (R2)}$$

$$2 X_1 + X_2 + 3 X_3 + X_7 = 120 \text{ (R3)}$$

$$\text{(Max) } Z = 10 X_1 + 5 X_2 + 2 X_3$$

Vemos el negocio de comprar 21kg de R2 pagando \$100. Para eso vemos cómo afectaría al valor del  $Z_j$  del nuevo producto.

$$\text{Lucro Cesante} = \sum \text{UsoRecurso}_i * \text{VMRecurso}_i$$

$$\text{Lucro cesante} = 21\text{kg} * 10/3 \text{ \$/kg} = 70\$$$

En este caso se ganan \$70 gastando \$100, por lo que podemos decir que no nos conviene.

En el otro negocio se venden 41kg de R2 y se cobran \$250.

$$\text{Lucro cesante} = 41\text{kg} * 10/3 \text{ \$/kg} = 136,66\$$$

Puede ser que nos convenga, ya que  $\$250 > \$136,66$

Se ve el cambio agregando un parámetro en la tabla óptima dual.

|              |    |      |     |       |     |        |       |     |    |
|--------------|----|------|-----|-------|-----|--------|-------|-----|----|
|              |    |      | -40 | 100   | 120 | 120    |       |     |    |
| Ck           | Yk | Bk   | A1  | A2    | A3  | A4     | A5    | A6  | A7 |
| -40          | Y1 | 5/3  | 1   | -4/3  | 0   | 1/3    | -2/3  | 1   | 0  |
| 120          | Y3 | 10/3 | 0   | 1/3   | 1   | 2/3    | -1/3  | 0   | 0  |
|              | Y7 | 4/3  | 0   | -2/3  | 0   | -1/3   | -1/3  | 0   | 1  |
| $Z = 1000/3$ |    |      | 0   | -20/3 | 0   | -160/3 | -40/3 | -40 | 0  |

Pasa a estar como:  $(Y_3 - X_6)$

|         |    |      |     |      |    |      |      |     |    |
|---------|----|------|-----|------|----|------|------|-----|----|
|         |    |      | -40 | 100  | a  | 120  |      |     |    |
| Ck      | Yk | Bk   | A1  | A2   | A3 | A4   | A5   | A6  | A7 |
| -40     | Y1 | 5/3  | 1   | -4/3 | 0  | 1/3  | -2/3 | 1   | 0  |
| a       | Y3 | 10/3 | 0   | 1/3  | 1  | 2/3  | -1/3 | 0   | 0  |
|         | Y7 | 4/3  | 0   | -2/3 | 0  | -1/3 | -1/3 | 0   | 1  |
| Z = ??? |    |      | 0   |      | 0  |      |      | -40 | 0  |

Se calculan los  $Z_j - c_j$  con el parámetro.

$$Z_2 - c_2 = -40 * (-4/3) + a/3 - 100 = 160/3 + a/3 - 100 \leq 0$$

$$a \leq 140$$

$$Z_4 - c_4 = -40/3 + a * 2/3 - 120 = -400/3 + 2a/3 \leq 0$$

$$a \leq 200$$

$$Z_5 - c_5 = -40 * (-2/3) + a * (-1/3) = 80/3 - a/3 \leq 0$$

$$80 \leq a$$

Nos podemos mover entre 80 y 140.

Inicialmente teníamos 120, restando los 41 pasamos a 79kg, por lo que podemos movernos en 40 y saber lo que va a pasar. ( $40\text{kg} * 10/3 \text{ \$/kg} = 133,33\text{\$}$ )

Se analiza qué pasa con el último valor, para eso se prueba con  $a = 80$ .

|         |    |      |     |      |    |      |      |     |    |
|---------|----|------|-----|------|----|------|------|-----|----|
|         |    |      | -40 | 100  | a  | 120  |      |     |    |
| Ck      | Yk | Bk   | A1  | A2   | A3 | A4   | A5   | A6  | A7 |
| -40     | Y1 | 5/3  | 1   | -4/3 | 0  | 1/3  | -2/3 | 1   | 0  |
| a       | Y3 | 10/3 | 0   | 1/3  | 1  | 2/3  | -1/3 | 0   | 0  |
|         | Y7 | 4/3  | 0   | -2/3 | 0  | -1/3 | -1/3 | 0   | 1  |
| Z = 200 |    |      | 0   | -20  | 0  | -80  | 0    | -40 | 0  |

En este punto se tienen soluciones alternativas óptimas.

Queremos hacer que entre Y5 a la base, pero los valores son todos negativos, por lo que no se tiene otro vértice al cual moverse.

Por lo tanto, no podemos vender más de 40kg, vender una unidad más provocaría que no se tenga solución.

La respuesta entonces es que no nos conviene ninguno de los dos negocios, ya que con ambos se pierde dinero.

b. Un cliente que necesita producto X3 y que sabe que no lo estamos fabricando nos ofrece pagar \$3.50 por una unidad de X3. Si decidimos aceptar el ofrecimiento habrá que fabricar una unidad de X3 o comprarla a \$3. ¿Conviene vender una unidad de X3? si conviene, ¿la fabricamos o la compramos?

Veamos cuánto se pierde por fabricar una unidad de X3. Para fabricarlo son  $\frac{4}{3}$ \$, y no se está vendiendo a 2\$. Se están perdiendo  $\frac{10}{3}$ \$. Esta unidad de X3 después se vende a 3,5\$, por lo que se tiene una ganancia de \$0,166 al fabricarla.

Si compramos la unidad a \$3 y la vendemos a \$3,5, estamos teniendo una ganancia de \$0,5, por lo que conviene comprarla antes que fabricarla.

c. Nos ofrecen vendernos una unidad de X2 a \$6. ¿Conviene comprarla o no?

Las unidades de X2 se venden a \$5 por lo que a priori con la solución actual (se fabrican 40 justo) no convendría comprarla, ya que estaríamos perdiendo \$1.

La otra alternativa que tenemos es que fabriquemos 39 unidades y compremos la faltante para cumplir con la demanda mínima. Vemos que pasa en el dual.

|         |    |      |     |      |     |      |      |     |    |
|---------|----|------|-----|------|-----|------|------|-----|----|
|         |    |      | -39 | 100  | 120 | 120  |      |     |    |
| Ck      | Yk | Bk   | A1  | A2   | A3  | A4   | A5   | A6  | A7 |
| -39     | Y1 | 5/3  | 1   | -4/3 | 0   | 1/3  | -2/3 | 1   | 0  |
| 120     | Y3 | 10/3 | 0   | 1/3  | 1   | 2/3  | -1/3 | 0   | 0  |
|         | Y7 | 4/3  | 0   | -2/3 | 0   | -1/3 | -1/3 | 0   | 1  |
| Z = ??? |    |      | 0   |      | 0   |      |      | -39 | 0  |

$$Z2 - c2 = -39 * (-4/3) + 120/3 - 100 = -8$$

$$Z4 - c4 = -39 * (1/3) + 120 * 2/3 - 120 = -53$$

$$Z5 - c5 = -39 * (-2/3) + 120 * (-1/3) = -14$$

Se está en el óptimo, todos los valores son menores o iguales a cero.

El valor del funcional queda como  $Z = \$335$  cuando antes era de  $\$333,33$ , por lo que conviene en este caso. (Se tiene una ganancia adicional de  $\$1,66$ )