.UBA fiuba
FACULTAD DE INGENIERÍA

Final 08/03/2021

[71.14] Modelos y Optimización I

Alumno:	Grassano, Bruno
Padrón:	103855
Email:	bgrassano@fi.uba.ar

Índice

1. Enunciado parte 1

Parte 1 de la evaluación integradora del 8 de marzo de 2021

Una empresa del rubro alimentario llamada "Idus" fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1 y R2. Para el producto X2 tiene pedidos que tiene que entregar sí o sí por 10 unidades cada mes. A continuación el planteo del problema y las tablas óptimas del directo y del dual:

2 X1 + 2 X2 <= 80 (kilos de R1/mes)

X1 + 2 X2 <= 50 (kilos de R2/mes)

X2 >= 10 (unidades/mes)

Z = 60 X1 + 40 X2 (MAXIMO)
(60 es el precio de venta de X1 y 40 es el precio de venta de X2)

Optima Directo 60 40

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
60	X1	30	1	0	1/2	0	1
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
40	X2	10	0	1	0	0	-1
	Z=	2200	0	0	30	0	20

Optima Dual 80 50 -10

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z=	2200	0	0*	0	-30	-10

1) Si se pudiera comprar producto X2 ya procesado y listo para vender (el producto comprado es idéntico al que fabrica Idus) ¿a qué precio –como máximo- convendría pagarlo?. ¿Cuántas unidades de X2 conviene comprar si se consigue alguien que se las vende a Idus a un precio igual al 90% del precio máximo que acabamos de obtener?

2) Volviendo al planteo original del problema que está en el enunciado, Idus tiene la posibilidad de conseguir kilos de R1 pagándolos con unidades de X2. Cada kilo que consiga de R1 lo tiene que pagar entregando 2 unidades de X2 (por ejemplo, si a Idus le venden 3 kg. de R1, entonces Idus tiene que fabricar 16 como mínimo de X2). Te pedimos que nos digas si la alternativa es conveniente y, si conviene, cuántos kilos conviene conseguir de R1 y cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta alternativa. Si no conviene, justificá la respuesta.

NOTA: Los puntos B1 y B2 se contestan en forma independiente.
Detalle los cálculos efectuados.
Para aprobar al menos uno de los puntos debe estar Bien y el otro no puede estar Mal

2. Resolución parte 1

2 X1 + 2 X2 <= 80 (kilos de R1/mes)
X1 + 2 X2 <= 50 (kilos de R2/mes)
X2 >= 10 (unidades/mes)
Z = 60 X1 + 40 X2 (MAXIMO)

2.1 Si se pudiera comprar producto X2 ya procesado…

Para poder responder esto veamos primero la tabla óptima del directo.

Optima Directo 60 40

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
60	X1	30	1	0	1/2	0	1
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
40	X2	10	0	1	0	0	-1
	Z=	2200	0	0	30	0	20

Se puede ver que de X2 se están fabricando exactamente 10 unidades, es decir se cumple con el mínimo solamente. Esto es algo que se podía esperar ya que X1 otorga 60 mientras que X2 otorga 40.

Al relajar en una unidad la restricción de demanda mínima, se obtienen otros 20 de ganancia adicional (viene de X1), por lo que de precio máximo que nos conviene pagarlo seria 60-m (si se paga a 60 sería indiferente, habría cero de ganancia adicional)

Considerando 60 como precio máximo (para facilitar la cuenta), alguien nos vende las unidades a $54. Vemos hasta qué punto conviene hacer el intercambio, lo podemos ver en la tabla óptima del dual.

Optima Dual 80 50 -10

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z=	2200	0	0*	0	-30	-10

			80	50	-10+K		
CK	YK	BK	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-10+K	Y3	20	0	-1	1	-1	1
Z	=	2200	0	-K	0	-30-K	-10 + K

Mientras que K <= 10 la tabla va a seguir siendo óptima, por lo que podemos hacer el intercambio hasta 10 unidades.

Como conclusión, se compran 10 unidades a $54 y se obtiene una ganancia adicional de $60.

2.2 Volviendo al planteo original del problema…

Nos ofrecen kilos de R1 si nos comprometemos a entregar 2 unidades de X2 por cada kilo. Podemos ver en la tabla óptima primal que por cada kilo de R1 ganamos $30 y por cada unidad adicional que nos obliguen a fabricar de X2 perdemos $20. Como nos obligan a fabricar 2 unidades de X2 perderíamos $40, dinero que no sería compensado con el kilo del recurso. Por lo tanto, no conviene el intercambio.

3. Enunciado parte 2

Como decía el benemérito Dr. Cureta: ¡¡Vamos a vacunar!!!

Contamos con la siguiente Información: una lista de ciudades de una provincia (supongamos cuatro para no hacerlo tan largo), para cada ciudad tenemos la cantidad de habitantes, cantidad de personal de salud, cantidad de docentes (tanto el personal de salud como los docentes están incluidos en el total de habitantes).

Ciudad	Cantidad de habitantes	Cantidad de personal de salud	Cantidad de docentes
Uno	A1	B1	1350
Dos	45600	B2	C2
Tres	A3	5560	C3
Cuatro	A4	B4	567

A1, B1, B2, A3, C2, C3, A4, B4 son constantes conocidas

La provincia dispone de dos tipos de vacuna A y B, Cuenta con X cajas de vacuna A y con Y cajas de vacuna B *(considerar que X e Y son constantes conocidas)*. La vacuna A viene en cajas de 803 vacunas cada una y la vacuna B en cajas de 419 vacunas, cuando se abre una caja se debe utilizar completamente para que no se corte la cadena de frio.

Se sabe que las vacunas no alcanzan siquiera para todo el personal de salud además de los docentes, pero se quiere hacer el reparto de la mejor forma posible. Lo más prioritario es el personal de salud.

¿Qué es lo mejor que pueden hacer los responsables de Salud con la información disponible?

a) Analizá este problema, planteando las hipótesis importantes. Modelizá el problema de tal manera que el modelo pueda resolverse con métodos de Programación **Lineal**. Si este punto no es lineal, el examen está insuficiente.

b) Planteá una heurística de construcción para resolver el problema. Recordá que tu heurística debe tender al mejor resultado.

Formulá tu heurística de acuerdo con el objetivo del modelo que realizaste en el punto anterior.

NOTA: Para aprobar, ambos puntos debe estar al menos Bien- (Bien menos)

4. Resolución parte 2

4.1 Analiza este problema, planteando…

Se trata de un problema de distribución. Se debe repartir de la forma de que se distribuyan mejor las cajas y se cubra a la mayor gente posible, priorizando al personal de salud.

El objetivo es determinar la cantidad de cajas de cada tipo a enviar a cada ciudad para vacunar a la mayor cantidad de gente, priorizando al personal de salud y docentes en un periodo de tiempo.

Algunas de las hipótesis que se pueden tomar son:

- Las vacunas de una misma caja son idénticas.
- Las vacunas no se estropean.
- Las cajas tienen la cantidad exacta de vacunas.
- No se pierden cajas (Cantidad exacta de estas)
- No se tiene prioridad por ciudad.
- Las personas solo pueden tomar una vacuna y no se pueden negar a su aplicación.
- No hay costos o retrasos que afecten a la vacunación.

Variables

- Si: Cantidad de personal de salud vacunado en la ciudad i. i = 1...4 Entera (personas)
- Di: Cantidad de docentes vacunados en la ciudad i. i=1…4 Entera (personas)
- Pi: Cantidad de personas que no son de salud ni docentes vacunados en la ciudad i. i=1…4 Entera (personas)
- Vxi: Cantidad de cajas de vacuna x enviada a la ciudad i. x=A,B i =1…4 Entera (cajas)

Modelo

El funcional es maximizar la cantidad de gente vacunada

- $Sum_{i=1}^{4}$ 3 * Si + 2 * Di + Pi

Tenemos una cantidad finita de cajas de vacunas:

- $Sum_{i=1}^{4}$ VAi <= X
- $Sum_{i=1}^{4}$ VBi <= Y

Tenemos la cantidad de personal de salud, docentes y personas que no son salud ni docentes por ciudad.

- Salud: $S_i \le B_i$ para i = 1…4
- Docentes: $D_i \le C_i$ para i = 1…4
- Habitantes: $P_i \le A_i - B_i - C_i$ para i =1…4

Se tienen los límites de las vacunas en las cajas.

- $S_i + D_i + P_i \le 803\ VA_i + 419\ VB_i$ para i = 1…4

4.1 Plantea una heurística de construcción…

1. Se ordenan las ciudades de acuerdo al personal de salud de mayor a menor. En un empate se toma la que tenga mayor personal docente primero, en otro empate por habitantes, y en otro empate por orden del número de ciudad.
2. Se envían cajas de vacunas de tipo A a la ciudad en el orden hasta que el personal de salud esté cubierto o se acaben las cajas. Si sobran vacunas se aplican a las demás personas en el orden de prioridad, docentes, habitantes.
3. Si no quedan cajas de tipo A, se envían cajas de tipo B hasta que se cubra el personal de salud o se acaben las cajas. Si sobran vacunas se aplican a las demás personas en el orden de prioridad, docentes, habitantes.
4. Se repite a partir del paso 2 con la siguiente ciudad en el orden hasta que se acaben las cajas de vacunas. Cuando no queden cajas de vacunas se termina el algoritmo.
5. Fin