

## Ejercicio 3.6

[71.14] Modelos y Optimización I  
Curso 4  
2C 2021

Alumno:	Grassano, Bruno
Número de padrón:	103855
Email:	bgrassano@fi.uba.ar

## Índice

<b>1. Enunciado</b>	<b>2</b>
<b>2. Análisis de la situación problemática</b>	<b>3</b>
<b>3. Objetivo</b>	<b>4</b>
<b>4. Hipótesis y supuestos</b>	<b>4</b>
<b>5. Definición de variables</b>	<b>4</b>
<b>6. Modelo de programación lineal</b>	<b>4</b>
6.1. Funcional . . . . .	4
6.2. Restricciones . . . . .	5
<b>7. Resolución por software</b>	<b>6</b>
<b>8. Informe de la solución óptima</b>	<b>9</b>

## 1. Enunciado

Una empresa produce aceite comestible mediante la refinación de aceite crudos y su posterior mezcla. El producto final se vende a 150 \$/ton.

Los aceites A y B requieren una línea de producción de refinado distinta de la de los aceites C, D y E. Las capacidades de refinación de cada línea son respectivamente, 200 ton/mes y 250 ton/mes.

Hay una restricción tecnológica de dureza del aceite comestible. Esta debe encontrarse entre 3 y 6 (en unidades de dureza). Se asume que la dureza de aceite comestible es una combinación lineal de las durezas de los aceite crudos.

Además se desean imponer las siguientes condiciones adicionales:

- El aceite comestible no debe contener más de 3 aceites crudos.
- Si se usa un tipo de aceite crudo, deben usarse 20 ton., como mínimo.
- Si se usan el aceite A o el B entonces el aceite C debe también usarse.

En la siguiente tabla, se detalla el precio de cada tipo de aceite crudo (en \$/ton) y su correspondiente nivel de dureza.

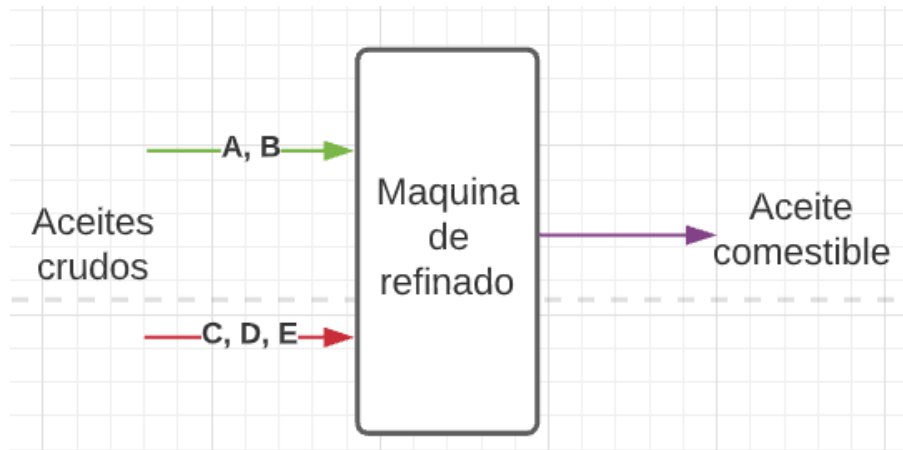
Tipo	Precio	Dureza
A	110	8,8
B	120	6,1
C	130	2,0
D	110	4,2
E	115	5,0

Refinar los aceites crudos lleva X min/ton. El costo de mantenimiento de la máquina de refinado varía según la cantidad de horas que funciona, como se detalla a continuación:

Horas	Costo de Mantenimiento
Menos de 100	\$5000
Entre 100 y 200	\$8000
Más de 200 y menos de 500	\$9500
500 ó más	\$10000

## 2. Análisis de la situación problemática

- Tenemos líneas de entrada distintas.
- Nos dan condiciones respecto del aceite, estas serian bivalentes.
- Tenemos un problema de mezcla con la dureza.
- El siguiente es un esquema:



### 3. Objetivo

Determinar las cantidades de aceites crudos a refinar y mezclar para producir aceite comestible buscando maximizar la ganancia final durante un mes.

### 4. Hipótesis y supuestos

1. Los precios de los aceites son estables.
2. Las durezas son exactas.
3. Todo lo producido se vende.
4. Los aceites no tienen desperfectos en la entrada o salida.
5. Es posible realizar el aceite con solamente un aceite crudo.
6. Los costos de mantenimiento son exactos.
7. No hay pedidos mínimos ni máximos de los aceites crudos. (no es necesario comprar de a 20 toneladas o algo por el estilo)
8. La maquina no se rompe.
9. El tiempo de mantenimiento es despreciable.
10. No se tienen restricciones de mano de obra.
11. No hay desperdicio en la mezcla de los aceites.
12. No puedo cambiar la producción de aceite en el medio.

### 5. Definición de variables

*\*Con tipos y unidades*

- $Y_i$ : Indica si uso el aceite  $i$ . Donde  $i = A, B, C, D, E$  (1 se esta usando, 0 caso contrario) (Bivalente)
- $CA_i$ : Cantidad de aceite  $i$  usado. Donde  $i = A, B, C, D, E$  (ton/mes) (Continua)
- $YH_i$ : Indica que costo de mantenimiento se tiene. Donde  $i = 1 \dots 4$  (Bivalente)

### 6. Modelo de programación lineal

*\*Indicando en cada restricción o grupo de restricciones la función que cumplen.*

#### 6.1. Funcional

Buscamos maximizar la ganancia, para esto tenemos el precio de venta y los costos.

$$\max(150 \frac{\$}{\text{ton}}(CA_A + CA_B + CA_C + CA_D + CA_E) - 110CA_A - 120CA_B - 130CA_C - 110CA_D - 115CA_E - 5000YH_1 - 8000YH_2 - 9500YH_3 - 10000YH_4)$$

## 6.2. Restricciones

Empezamos planteando la cantidad máxima de aceites que podemos tener.

- $1 \leq \sum_{i=A}^E Y_i \leq 3$

Cada aceite crudo debe de tener por lo menos 20 toneladas. (Vinculo la bivalente con la continua)

- El mínimo posible:  $CA_i \geq 20tonY_i$
- El máximo que pueden tener:  $CA_i \leq 250Y_i$  (Con 200 alcanza para A y B)
- Donde  $i = A \dots E$

Si se usa el aceite A o B entonces debe usarse C.

- $Y_A + Y_B \leq 2Y_C$

Están las capacidades de refinación de cada linea:

- $CA_A + CA_B \leq 200$
- $CA_C + CA_D + CA_E \leq 250$

Los costos de mantenimiento de la maquina de refinación depende del uso :

- $\frac{X_{\frac{min}{ton}}}{60 \frac{min}{hs}} (CA_A + CA_B + CA_C + CA_D + CA_E) \leq (100hs - m)YH_1 + M(1 - YH_1)$
- $100hsYH_2 \leq \frac{X}{60} (CA_A + CA_B + CA_C + CA_D + CA_E) \leq 200hsYH_2 + M(1 - YH_2)$
- $(200hs + m)YH_3 \leq \frac{X}{60} (CA_A + CA_B + CA_C + CA_D + CA_E) \leq (500hs - m)YH_3 + M(1 - YH_3)$
- $500hsYH_4 \leq \frac{X}{60} (CA_A + CA_B + CA_C + CA_D + CA_E)$
- Solo puede estar habilitado un rango horario:  $\sum_{i=1}^4 YH_i = 1$

Nos queda plantear la mezcla (combinación lineal con las durezas):

- $3(CA_A + CA_B + CA_C + CA_D + CA_E) \leq 8,8CA_A + 6,1CA_B + 2,0CA_C + 4,2CA_D + 5,0CA_E$
- $8,8CA_A + 6,1CA_B + 2,0CA_C + 4,2CA_D + 5,0CA_E \leq 6(CA_A + CA_B + CA_C + CA_D + CA_E)$

## 7. Resolución por software

El modelo:

```

set Aceites;
set Horas;
param CostoAceite{i in Aceites};
param Dureza{i in Aceites};
param CostoHoras{i in Horas};
param X;

var Y{i in Aceites} >=0 binary;
var YH{i in Horas} >=0 binary;
var CA{i in Aceites} >=0;

maximize z: (sum{i in Aceites} CA[i]) * 150 - sum{i in Aceites} CA[i] * CostoAceite[i]
           - sum{i in Horas} YH[i] * CostoHoras[i];

s.t. cantAceites: sum{i in Aceites} Y[i] <= 3;
s.t. cantAceites2: sum{i in Aceites} Y[i] >= 1;

s.t. minTonA: CA[1] >= 20 * Y[1];
s.t. maxTonA: CA[1] <= 200 * Y[1];

s.t. minTonB: CA[2] >= 20 * Y[2];
s.t. maxTonB: CA[2] <= 200 * Y[2];

s.t. minTonC: CA[3] >= 20 * Y[3];
s.t. maxTonC: CA[3] <= 250 * Y[3];

s.t. minTonD: CA[4] >= 20 * Y[4];
s.t. maxTonD: CA[4] <= 250 * Y[4];

s.t. minTonE: CA[5] >= 20 * Y[5];
s.t. maxTonE: CA[5] <= 250 * Y[5];

s.t. debeUsarseC: Y[1] + Y[2] <= 2 * Y[3];

s.t. capacidadRef1: CA[1] + CA[2] <= 200;
s.t. capacidadRef2: CA[3] + CA[4] + CA[5] <= 250;

s.t. horas1: (X / 60) * (sum{i in Aceites} CA[i]) <= 99.99 * YH[1] + 2000 * (1 - YH[1]);

s.t. horas2: (X / 60) * (sum{i in Aceites} CA[i]) <= 200 * YH[2] + 2000 * (1 - YH[2]);
s.t. horas2min: 100 * YH[2] <= (X / 60) * (sum{i in Aceites} CA[i]);

s.t. horas3: (X / 60) * (sum{i in Aceites} CA[i]) <= 499.99 * YH[3] + 2000 * (1 - YH[3]);
s.t. horas3min: 200.01 * YH[3] <= (X / 60) * (sum{i in Aceites} CA[i]);

s.t. horas4: 500 * YH[4] <= (X / 60) * (sum{i in Aceites} CA[i]);
s.t. rangosHorarios: sum{i in Horas} YH[i] = 1;

s.t. mezclaMin: (sum{i in Aceites} CA[i]) * 3 <= sum{i in Aceites} CA[i] * Dureza[i];

```

```
s.t. mezclaMax: sum{i in Aceites} CA[i] * Dureza[i] <= (sum{i in Aceites} CA[i]) * 6;

data;
param X := 30;

set Aceites := 1 2 3 4 5;
param CostoAceite :=
1 110
2 120
3 130
4 110
5 115;

param Dureza :=
1 8.8
2 6.1
3 2.0
4 4.2
5 5.0;

set Horas := 1 2 3 4;
param CostoHoras :=
1 5000
2 8000
3 9500
4 10000;

end;
```



Los resultados:

Problem: 3  
 Rows: 25  
 Columns: 14 (9 integer, 9 binary)  
 Non-zeros: 97  
 Status: INTEGER OPTIMAL  
 Objective: z = 7600 (MAXimum)

No.	Row name	Activity	Lower bound	Upper bound
-----				
1	z	7600		
2	cantAceites	3		3
3	cantAceites2	3	1	
4	minTonA	146.087	-0	
5	maxTonA	-33.913		-0
6	minTonB	0	-0	
7	maxTonB	0		-0
8	minTonC	0	-0	
9	maxTonC	-230		-0
10	minTonD	193.913	-0	
11	maxTonD	-36.087		-0
12	minTonE	0	-0	
13	maxTonE	0		-0
14	debeUsarseC	-1		-0
15	capacidadRef1	166.087		200
16	capacidadRef2	233.913		250
17	horas1	200		2000
18	horas2	2000		2000
19	horas2min	-100		-0
20	horas3	200		2000
21	horas3min	-200		-0
22	horas4	-200		-0
23	rangosHorarios	1	1	=
24	mezclaMin	-1200		-0
25	mezclaMax	0		-0

No.	Column name	Activity	Lower bound	Upper bound
-----				
1	Y[1]	*	1	0
2	Y[2]	*	0	0
3	Y[3]	*	1	0
4	Y[4]	*	1	0
5	Y[5]	*	0	0
6	YH[1]	*	0	0
7	YH[2]	*	1	0
8	YH[3]	*	0	0
9	YH[4]	*	0	0
10	CA[1]	166.087	0	
11	CA[2]	0	0	
12	CA[3]	20	0	

13	CA[4]	213.913	0
14	CA[5]	0	0

Integer feasibility conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0  
max.rel.err = 0.00e+00 on row 0  
High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0  
max.rel.err = 0.00e+00 on row 0  
High quality

End of output

## 8. Informe de la solución óptima

Los resultados obtenidos consisten en:

- Utilizar 166,087 toneladas de aceite crudo A.
- Utilizar 20 toneladas de aceite crudo C.
- Utilizar 213,913 toneladas de aceite crudo D.
- No usar del resto de los aceites.
- El mantenimiento de la maquina entra en la segunda franja horaria (utilizando 200 horas)

De esta forma se estarían obteniendo 400 toneladas de aceite comestible, quedando una ganancia final de \$7600 mensualmente.