

Ejercicio 2.33

[71.14] Modelos y Optimización I
Curso 4
2C 2021

Alumno:	Grassano, Bruno
Número de padrón:	103855
Email:	bgrassano@fi.uba.ar

Índice

1. Enunciado	2
2. Análisis de la situación problemática	3
3. Objetivo	4
4. Hipótesis y supuestos	4
5. Definición de variables	4
6. Modelo de programación lineal	4
6.1. Funcional	4
6.2. Restricciones	5
7. Resolución por software	6
8. Informe de la solución óptima	8

1. Enunciado

Una empresa de catering produce y comercializa tres tipos de torta.

La torta tipo A requiere 1 kg de harina, 500 gramos de azúcar, 400 gramos de chocolate, 6 huevos y 200 gramos de dulce de frutillas. La torta tipo B requiere 1,5 kg de harina, 600 gramos de azúcar, 6 huevos y 500 gramos de chocolate. La torta tipo C requiere 800 gramos de harina, 400 gramos de azúcar, 4 huevos y 400 gramos de dulce de frutillas.

Las tortas “A” y “B” llevan además una cobertura especial. La mezcla para coberturas lleva un 20 % de chocolate de chocolate., entre 40 % y un 60 % de crema y el resto de dulce de leche. La torta “A” lleva 200 gramos de cobertura y la torta “B” lleva 250 gramos de esta cobertura.

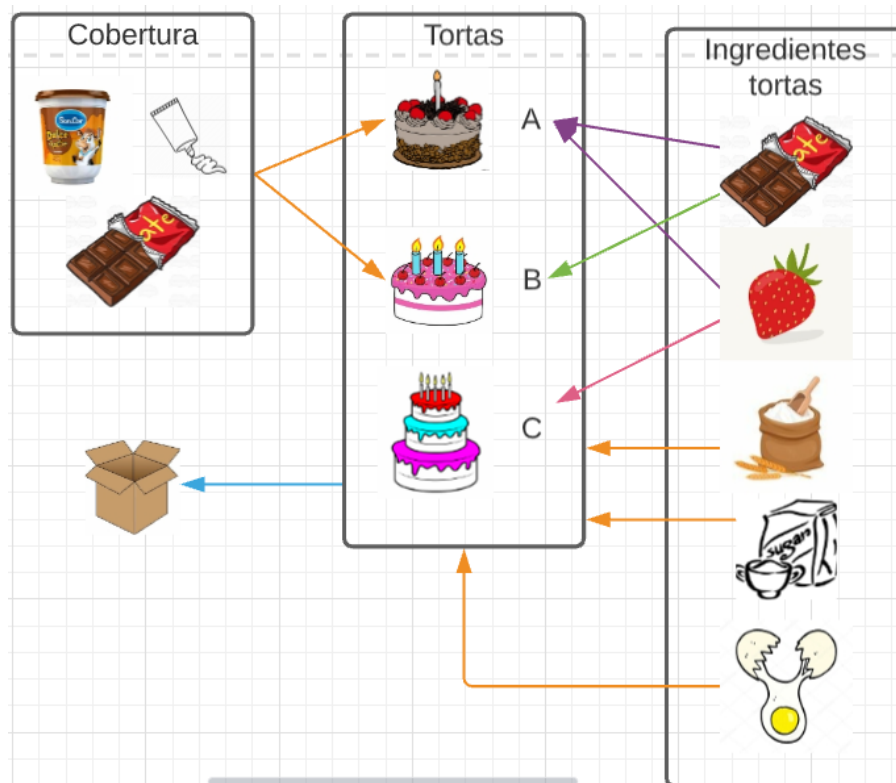
Por último, las tortas se guardan en cajas decoradas, de las que se puede disponer de 300 por semana.

Semanalmente, se puede disponer de 500 kg de harina, 200 kg de azúcar, 120 kg de chocolate, 150 docenas de huevos, 40 kg de dulce de frutillas, 30 kg de crema y 15 kg de dulce de leche.

Se ha calculado que el beneficio de cada torta es el siguiente: Tortas “A”: 20 pesos, Tortas “B”: 25 pesos, Tortas “C”: 12 pesos.

2. Análisis de la situación problemática

- Se observa que la cobertura es un problema de mezcla.
- La preparación de las tortas es un problema de armado.
- El siguiente es un esquema del problema:



3. Objetivo

Determinar las cantidades de tortas A, B, C a producir, junto con la cobertura para maximizar el beneficio obtenido durante una semana.

4. Hipótesis y supuestos

1. Las cantidades necesarias para fabricar las tortas son exactas.
2. No hay costos.
3. Todas las tortas producidas se venden.
4. Los límites que se tienen de recursos son exactos.
5. Las tortas no se pueden estropear.
6. Los ingredientes no se pueden estropear.
7. El beneficio que se saca de las tortas es estable.
8. Las coberturas solo pueden llevar como ingredientes chocolate, crema, y dulce de leche.
9. Las tortas solo tienen los ingredientes mencionados.
10. La cobertura es la suma de los ingredientes (en peso)
11. No se tienen stocks iniciales ni finales.
12. Se dispone del tiempo en la semana para producir lo analizado.
13. Se pueden vender tortas parcialmente.

5. Definición de variables

**Con tipos y unidades*

- A,B,C: Cantidades de tortas A,B,C producidas. (unidad/semana) (Continua)
- CHOCOC: Chocolate dedicado a coberturas. (kg/semana) (Continua)
- CREMAC: Crema dedicada a coberturas. (kg/semana) (Continua)
- DULCEC: Dulce de leche dedicado a coberturas. (kg/semana) (Continua)

6. Modelo de programación lineal

**Indicando en cada restricción o grupo de restricciones la función que cumplen.*

6.1. Funcional

Buscamos maximizar el beneficio obtenido:

$$\max\left(\frac{20\$}{\text{unidad}} \cdot A + \frac{25\$}{\text{unidad}} \cdot B + \frac{12\$}{\text{unidad}} \cdot C\right)$$

6.2. Restricciones

Planteamos primero las restricciones de los recursos de los cuales disponemos:

- Para las cajas: $A + B + C \leq 300 \frac{\text{unidad}}{\text{semana}}$
- Para la harina: $1 \frac{\text{kg}}{\text{unidad}} A + 1,5 \frac{\text{kg}}{\text{unidad}} B + 0,8 \frac{\text{kg}}{\text{unidad}} C \leq 500 \frac{\text{kg}}{\text{semana}}$
- Para el azúcar: $0,5 \frac{\text{kg}}{\text{unidad}} A + 0,6 \frac{\text{kg}}{\text{unidad}} B + 0,4 \frac{\text{kg}}{\text{unidad}} C \leq 200 \frac{\text{kg}}{\text{semana}}$
- Para el chocolate: $0,4 \frac{\text{kg}}{\text{unidad}} A + 0,5 \frac{\text{kg}}{\text{unidad}} B + CHOCOC \leq 120 \frac{\text{kg}}{\text{semana}}$
- Para los huevos: $6 \frac{\text{huevos}}{\text{unidad}} A + 6 \frac{\text{huevos}}{\text{unidad}} B + 4 \frac{\text{huevos}}{\text{unidad}} C \leq 1800 \frac{\text{huevos}}{\text{semana}}$
- Para el dulce de frutilla: $0,2 \frac{\text{kg}}{\text{unidad}} A + 0,4 \frac{\text{kg}}{\text{unidad}} C \leq 40 \frac{\text{kg}}{\text{semana}}$
- Para la crema: $CREMAC \leq 30 \frac{\text{kg}}{\text{semana}}$
- Para el dulce de leche: $DULCEC \leq 15 \frac{\text{kg}}{\text{semana}}$

Ahora planteo la relación entre la cobertura y las tortas:

- $0,2 \frac{\text{kg}}{\text{unidad}} A + 0,25 \frac{\text{kg}}{\text{unidad}} B = CHOCOC + CREMAC + DULCEC$

Nos queda la mezcla de la cobertura:

- Para el chocolate: $CHOCOC = (CHOCOC + CREMAC + DULCEC)0,2$
- Para el máximo de crema: $CREMAC \leq (CHOCOC + CREMAC + DULCEC)0,6$
- Para el mínimo de crema: $CREMAC \geq (CHOCOC + CREMAC + DULCEC)0,4$

7. Resolución por software

El modelo en GLPK:

```
var A>=0;
var B>=0;
var C>=0;

var CHOCOC>=0;
var CREMAC>=0;
var DULCEC>=0;

maximize z: 20 * A + 25 * B + 12 * C;

s.t. limCajas: A + B + C <= 300;
s.t. limHarina: A + 1.5 * B + 0.8 * C <= 500;
s.t. limAzucar: 0.5 * A + 0.6 * B + 0.4 * C <= 200;
s.t. limChocolate: 0.4 * A + 0.5 * B + CHOCOC <= 120;
s.t. limHuevos: 6 * A + 6 * B + 4 * C <= 1800;
s.t. limFrutilla: 0.2 * A + 0.4 * C <= 40;
s.t. limCrema: CREMAC <= 30;
s.t. limDulce: DULCEC <= 15;

s.t. relCoberturaTorta: 0.2 * A + 0.25 * B = CHOCOC + CREMAC + DULCEC;

s.t. coberChoco: CHOCOC = (CHOCOC+CREMAC+DULCEC) * 0.2;
s.t. maxCoberCrema: CREMAC <= (CHOCOC+CREMAC+DULCEC) * 0.6;
s.t. minCoberCrema: CREMAC >= (CHOCOC+CREMAC+DULCEC) * 0.4;
```

Los resultados:

Problem: 2
 Rows: 13
 Columns: 6
 Non-zeros: 36
 Status: OPTIMAL
 Objective: $z = 6436.363636$ (MAXimum)

No.	Row name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal

1	z	B	6436.36			
2	limCajas	NU	300		300	12
3	limHarina	B	392.727		500	
4	limAzucar	B	163.636		200	
5	limChocolate	NU	120		120	23.6364
6	limHuevos	B	1636.36		1800	
7	limFrutilla	B	32.7273		40	
8	limCrema	B	28.6364		30	
9	limDulce	NU	15		15	< eps
10	relCoberturaTorta					
		NS	0	-0	=	4.72727
11	coberChoco	NS	0	-0	=	-23.6364
12	maxCoberCrema					
		B	-4.09091		-0	
13	minCoberCrema					
		B	6.81818	-0		

No.	Column name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal

1	A	NL	0	0		-2.4
2	B	B	218.182	0		
3	C	B	81.8182	0		
4	CHOCOC	B	10.9091	0		
5	CREMAC	B	28.6364	0		
6	DULCEC	B	15	0		

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 1.78e-15 on row 11
 max.rel.err = 9.63e-17 on row 11
 High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
 max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
 High quality

KKT.DE: max.abs.err = 7.11e-15 on column 4
 max.rel.err = 1.47e-16 on column 4
 High quality

KKT.DB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
 max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
 High quality

End of output

8. Informe de la solución óptima

La recomendación realizado el análisis es preparar 218,18 tortas de tipo B, 81,81 tortas de tipo C, y 0 de A. De esta forma se estaría obteniendo un beneficio de 6436,36\$ durante la semana.

Respecto de los valores limitantes, estos vienen a ser la cantidad de chocolate de la que se dispone, la cantidad de cajas, y el dulce de leche.