

5.1.

Basándose en el ejercicio 4.2.:

- a- Plantear y resolver su problema dual.
- b- Obtener su tabla óptima del dual a partir de su tabla óptima directa.
- c- Comparar las tablas óptimas duales obtenidas en a- y en b-.

Problema original

$$\begin{aligned} -2X_1 + X_2 &\leq 2 \\ X_1 - X_2 &\leq 2 \\ X_1 + X_2 &\leq 5 \end{aligned}$$

$$Z = 10X_1 + 3X_2 \rightarrow \max$$

a) Problema dual, plantear y resolver

$$\begin{aligned} -2Y_1 + Y_2 + Y_3 &\geq 10 \\ Y_1 - Y_2 + Y_3 &\geq 3 \end{aligned}$$

$$Z = 2 Y_1 + 2 Y_2 + 5 Y_3 \rightarrow \min$$

Se agregan variables slack

$$\begin{aligned} -2Y_1 + Y_2 + Y_3 - Y_4 &= 10 \\ Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_5 &= 3 \end{aligned}$$

Evaluó en el (0,0,0)

$$\begin{aligned} -Y_4 &= 10 \\ -Y_5 &= 3 \end{aligned}$$

Como las variables no pueden ser negativas, se agrega al (0,0,0) como solución usando variables artificiales m_1 y m_2 .

$$\begin{aligned} -2Y_1 + Y_2 + Y_3 - Y_4 + m_1 &= 10 \\ Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_5 + m_2 &= 3 \end{aligned}$$

$$Z = 2 Y_1 + 2 Y_2 + 5 Y_3 + M m_1 + M m_2 \rightarrow \min$$

Primera iteración

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	m1	m2
M	m1	10	-2	1	1	-1	0	1	0
M	m2	3	1	-1	1	0	-1	0	1
Z = inf								0	0

$$Z_1 = M(-2) + M = -M \rightarrow Z_1 - C_1 = -M - 2$$

$$\begin{aligned} Z2 &= M - M = 0 \rightarrow Z2 - C2 = -2 \\ Z3 &= M + M = 2M \rightarrow Z3 - C3 = 2M - 5 \\ Z4 &= -M \rightarrow Z4 - C4 = -M \\ Z5 &= M \rightarrow Z5 - C5 = M \end{aligned}$$

Como es de mínimo tienen que ser menor o igual a cero. Entra Y3

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	m1	m2	tita
M	m1	10	-2	1	1	-1	0	1	0	10
M	m2	3	1	-1	1	0	-1	0	1	3
Z = inf			-M-2	-2	2M-5	-M	M	0	0	

Sale m2 por tener menor tita

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	m1	m2
M	m1	7	-3	2	0	-1	1	1	-1
5	Y3	3	1	-1	1	0	-1	0	1
Z = inf					0			0	

$$Z1 = M(-3) + 5 = -3M + 5 \rightarrow Z1 - C1 = -3M + 3$$

$$Z2 = M2 - 5 = 2M - 5 \rightarrow Z2 - C2 = 2M - 7$$

$$Z3 = 5 \rightarrow Z3 - C3 = 0$$

$$Z4 = -M \rightarrow Z4 - C4 = -M$$

$$Z5 = M - 5 \rightarrow Z5 - C5 = M - 5$$

$$Zm2 = -M + 5 \rightarrow Zm2 - Cm2 = -2M + 5$$

Entra Y2.

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	m1	m2	tita
M	m1	7	-3	2	0	-1	1	1	-1	7/2
5	Y3	3	1	-1	1	0	-1	0	1	-
Z = inf					0			0		

Sale m1

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	m1	m2
2	Y2	7/2	-3/2	1	0	-1/2	1/2	1/2	-1/2
5	Y3	13/2	-1/2	0	1	-1/2	-1/2	1/2	1/2
Z = 39,5				0	0				

$$Z1 = 2 (-3/2) + 5 (-1/2) = -5,5 \rightarrow Z1 - C1 = -7,5$$

$$Z2 = 2 \rightarrow Z2 - C2 = 0$$

$$Z3 = 5 \rightarrow Z3 - C3 = 0$$

$$Z4 = 2 (-1/2) + 5 (-1/2) = -3,5 \rightarrow Z4 - C4 = -3,5$$

$$Z5 = 2 (1/2) + 5 (-1/2) \rightarrow Z5 - C5 = -1,5$$

$$Zm1 = 2 (1/2) + 5 (1/2) \rightarrow Zm1 - Cm1 = 3,5 - M$$

$$Zm2 = 2 (-1/2) + 5 (1/2) \rightarrow Zm2 - Cm2 = 2,5 - M$$

Como todos dieron negativo o cero, se está en la tabla óptima con $Z = 39,5$.

b) Obtener su tabla óptima del dual a partir de su tabla óptima directa.

Tabla directa

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	
0	X3	15/2	0	0	1	3/2	1/2	Y1
10	X1	7/2	1	0	0	3/2	1/2	Y4
3	X2	3/2	0	1	0	1/2	1/2	Y5
Z = 39,5			Y4	Y5	Y1	Y2	Y3	

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
2	Y2	7/2	-3/2	1	0	-3/2	-1/2
5	Y3	13/2	-1/2	0	1	-1/2	-1/2
Z = 39,5				0	0		

c) Comparar las tablas

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
2	Y2	7/2	-3/2	1	0	-3/2	-1/2
5	Y3	13/2	-1/2	0	1	-1/2	-1/2
Z = 39,5				0	0		

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	m1	m2
2	Y2	7/2	-3/2	1	0	-1/2	1/2	1/2	-1/2
5	Y3	13/2	-1/2	0	1	-1/2	-1/2	1/2	1/2
Z = 39,5				0	0				

Se tienen dos valores diferentes