Ejercicio 3.16

[71.14] Modelos y Optimización I
Curso 4
2C 2021

Alumno:	Grassano, Bruno
Número de padrón:	103855
Email:	bgrassano@fi.uba.ar

Índice

1. Enunciado

La empresa Black Hole, radicada en Africa, debe transportar un contenedor de Cadmio enriquecido a través de seis regiones de la zona del Sahara, para luego regresarlo a la filial de partida. En cada región deberá agregarle un componente químico al cadmio y así, cuando regrese a la fábrica tendrá el producto final listo para procesarlo.

Cuando el contenedor parte, la temperatura del Cadmio es exactamente de cero grados centígrados. Alguno de los componentes que se van agregando aumentan la temperatura del Cadmio en una determinada cantidad de grados, y otros bajan esa temperatura. Ninguno de los componentes puede faltar en el producto final.

Por razones de seguridad, en ningún momento la mezcla del contenedor puede tener una temperatura inferior a cero grados (el contenedor está perfectamente aislado del exterior).

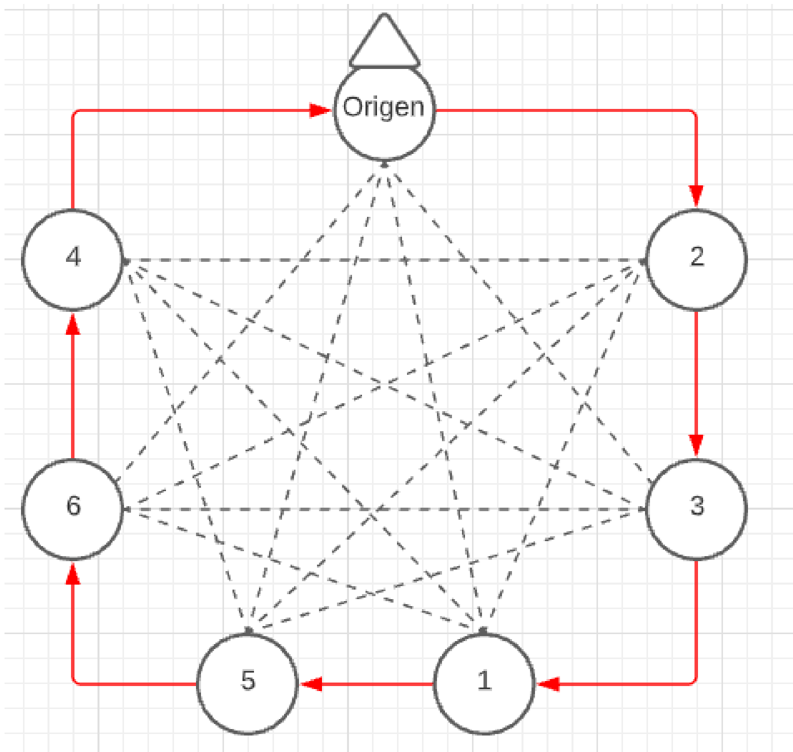
Las distancias entre dos regiones cualesquiera i y j (medidas en kilómetros) son datos fijos, que se representan como constantes D_{ij}. Así también la distancia entre la filial y cada región j es una constante conocida R_j

A continuación se indica el efecto que tiene el componente de cada región sobre el Cadmio; las variaciones de temperatura que éstos producen son constantes y se indican con letras.

Región	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
La temperatura…	Baja A grados	Sube B grados	Sube C grados	Baja D grados	Sube E grados	Sube F grados

2. Análisis de la situación problemática

- Es un problema del viajante debido a que tenemos un contenedor que debe recorrer 6 regiones. De este viaje no se conoce el orden a tomar, y este orden depende de la temperatura.
- Cada región recorrida debe de cumplir con una condición de la temperatura además, la cual se viene afectando de antes.
- El siguiente es un esquema con un recorrido posible.



3. Objetivo

Determinar el orden en que se visitaran las regiones para que la temperatura del Cadmio no baje de 0 grados, buscando minimizar la distancia recorrida durante el periodo que dure el recorrido.

4. Hipótesis y supuestos

1. El contenedor sale y vuelve al mismo origen.
2. No se tiene una temperatura máxima.
3. Los cambios de temperatura son exactos.
4. El orden en que se agregan los componentes no altera el resultado final.
5. No ocurren reacciones adicionales que puedan alterar la temperatura.
6. Las distancias son exactas.
7. Todos los recorridos están disponibles en cualquiera de las dos direcciones.

5. Definición de variables

**Con tipos y unidades*

- Y_{ij}: Vale 1 si se va de i a j, 0 caso contrario. $i = 0 \dots 6$; $j = 0 \dots 6$ (Bivalente)
- U_i: Indica el orden en que la región i es visitada. $i = 1 \dots 6$ (Entera)
- YO_{ij}: Vale 1 si se visita i en el orden j, 0 caso contrario. $i = 1 \dots 6$; $j = 1 \dots 6$ (Bivalente)
- T_i: Indica la temperatura del contenedor luego de visitar una región en el orden i. $i = 1 \dots 6$ (Continua)

6. Modelo de programación lineal

**Indicando en cada restricción o grupo de restricciones la función que cumplen.*

6.1. Funcional

Buscamos minimizar las distancias recorridas.

$$min(\sum_{i=0}^{6} \sum_{j=0}^{6} Y_{ij} \cdot D_{ij})$$

Con $i \neq j$

6.2. Restricciones

La salida y llegada de todos los lugares.

- $\sum_{j=0}^{6} Y_{ij} \forall i = 0 \dots 6$
- $\sum_{i=0}^{6} Y_{ij} \forall j = 0 \dots 6$

No se permiten subtours.

- $U_i - U_j + 6Y_{ij} \leq 5$
- $\forall i = 1 \dots 6$
- $\forall j = 1 \dots 6$
- $i \neq j$

Planteamos las subidas y bajadas de la temperatura. Para esto necesitamos saber que regiones se visitaron anteriormente.
Se relaciona el orden con las bivalentes. (Se prende la variable que corresponda al orden tomado)

- $U_i = 1YO_{i1} + 2YO_{i2} + 3YO_{i3} + 4YO_{i4} + 5YO_{i5} + 6YO_{i6}$
- Toma solo un valor: $YO_{i1} + YO_{i2} + YO_{i3} + YO_{i4} + YO_{i5} + YO_{i6} = 1$
- $i = 1 \dots 6$
- Cada orden puede estar en una sola región.
- $YO_{1j} + YO_{2j} + YO_{3j} + YO_{4j} + YO_{5j} + YO_{6j} = 1$
- $j = 1 \dots 6$

Ahora queda la temperatura.

- $T_1 = -A \cdot YO_{11} + B \cdot YO_{21} + C \cdot YO_{31} - D \cdot YO_{41} + E \cdot YO_{51} + F \cdot YO_{61}$
- $T_i = T_{i-1} - A \cdot YO_{1i} + B \cdot YO_{2i} + C \cdot YO_{3i} - D \cdot YO_{4i} + E \cdot YO_{5i} + F \cdot YO_{6i}$
- $\forall i = 2 \dots 6$

La temperatura a medida que se va recorriendo no debe de ser menor a 0.

- $T_i \geq 0$
- $\forall i = 1 \dots 6$