



Ejercicio 5.7

[71.14] Modelos y Optimización I

Alumno:	Grassano, Bruno
Padrón:	103855
Email:	bgrassano@fi.uba.ar

Índice

1. Enunciado	3
2. Resolución	4
2.1 ¿Cuál es el máximo beneficio adicional que puede obtenerse?	5
2.2 ¿Cantidad de lana de cada tipo?	6
2.3 ¿Reordenamiento de producción necesario para obtener el beneficio máximo?	6

1. Enunciado

5.7.

Para el ejercicio 2.1 se pide analizar la conveniencia de solicitar un aumento en la provisión de lana tipo “M” si se sabe que dicho aumento solo sería factible reduciendo la provisión de lana de tipo “N” a razón de 2 kg. de merma en esta última por cada 1 kg. adicional de la primera.

Por ejemplo, si el proveedor entregara 21 kg. de M, la entrega máxima de “N”, sería de 34 kg.

En caso de ser conveniente dicho aumento, determinar:

- ¿Cuál es el máximo beneficio adicional que puede obtenerse?
- ¿Cuál sería la cantidad de lana de cada tipo a entregar semanalmente por cada proveedor?
- ¿Cuál sería el reordenamiento de producción necesario para obtener dicho beneficio máximo? Analizar el cambio a realizar en relación a la utilización de las disponibilidades de los otros recursos.

☞ Las tablas correspondientes a este ejercicio, las podés encontrar en el punto anterior.

Las siguientes son las tablas primera y óptima del problema 2.1 resuelto:

			10	15	15	18							-M
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	μ	
	X_5	80	5	6	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	X_6	80	0	0	4	4	0	1	0	0	0	0	0
	X_7	20	1,6	0	0	1,2	0	0	1	0	0	0	0
	X_8	36	0	1,8	1,8	0	0	0	0	1	0	0	0
-M	μ	10	0	1	1	0	0	0	0	0	-1	1	
$Z = 0$			-10	-M-15	-M-15	-18	0	0	0	0	M	0	

			10	15	15	18							
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9		
15	X_2	40/3	5/6	1	0	0	1/6	0	0	0	0	Y_7	
15	X_3	10/3	-4/3	0	1	0	0	1/4	-5/6	0	0	Y_8	
18	X_4	50/3	4/3	0	0	1	0	0	5/6	0	0	Y_9	
	X_8	6	9/10	0	0	0	-3/10	-9/20	3/2	1	0	Y_4	
	X_9	20/3	-1/2	0	0	0	1/6	1/4	-5/6	0	1	Y_5	
$Z = 550$			13/2	0	0	0	5/2	15/4	5/2	0	0		

2. Resolución

El modelo que se tiene es:

$$\text{MAX } 10A + 15B_1 + 15B_2 + 18C$$

$$\text{LM) } 1.6 A + 1.2 C \leq 20$$

$$\text{LN) } 1.8 B_1 + 1.8 B_2 \leq 36$$

$$\text{M1) } 5 A + 6 B_1 \leq 80$$

$$\text{M2) } 4 B_2 + 4 C \leq 80$$

$$\text{PB) } B_1 + B_2 \geq 10$$

Ahora nos proponen que podemos conseguir 1kg de lana M si entregamos 2kg de lana N. Estaríamos variando simultáneamente 2 recursos.

Las relaciones de las variables con las X:

X1 = A: Cantidad de pulloveres A.

X2 = B₁: Cantidad de pulloveres B de la máquina 1.

X3 = B₂: Cantidad de pulloveres B de la máquina 2.

X4 = C: Cantidad de pulloveres C.

X5: Sobrante de horas de la máquina 1.

X6: Sobrante de horas de la máquina 2

X7: Sobrante de lana mejorada (M).

X8: Sobrante de lana normal (N).

X9: Ventas arriba de la demanda mínima de B.

u: Variable artificial para permitir al cero como solución (la restricción PB)

$$\text{LM) } 1.6 X1 + 1.2 X4 + X7 = 20$$

$$\text{LN) } 1.8 X2 + 1.8 X3 + X8 = 36$$

$$\text{M1) } 5 X1 + 6 X2 + X5 = 80$$

$$\text{M2) } 4 X3 + 4 X4 + X6 = 80$$

$$\text{PB) } X2 + X3 - X9 + u = 10$$

$$\text{MAX } 10 X1 + 15 X2 + 15 X3 + 18 X4 - M u$$

La siguiente es la tabla inicial, el orden de las restricciones (filas) es M1, M2, LM, LN, PB

			10	15	15	18							-M
C _K	X _K	B _K	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	μ	
	X ₅	80	5	6	0	0	1	0	0	0	0	0	
	X ₆	80	0	0	4	4	0	1	0	0	0	0	
	X ₇	20	1,6	0	0	1,2	0	0	1	0	0	0	
	X ₈	36	0	1,8	1,8	0	0	0	0	1	0	0	
-M	μ	10	0	1	1	0	0	0	0	0	-1	1	
Z = 0			-10	-M-15	-M-15	-18	0	0	0	0	M	0	

La tabla óptima es:

			10	15	15	18							
C _K	X _K	B _K	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉		
15	X ₂	40/3	5/6	1	0	0	1/6	0	0	0	0		Y ₇
15	X ₃	10/3	-4/3	0	1	0	0	1/4	-5/6	0	0		Y ₈
18	X ₄	50/3	4/3	0	0	1	0	0	5/6	0	0		Y ₉
	X ₈	6	9/10	0	0	0	-3/10	-9/20	3/2	1	0		Y ₄
	X ₉	20/3	-1/2	0	0	0	1/6	1/4	-5/6	0	1		Y ₅
Z = 550			13/2	0	0	0	5/2	15/4	5/2	0	0		

Se puede ver que nos sobran 6kg de lana normal (N) (X₈) y que de la lana mejorada (M) (X₇) no nos sobra nada. Aumentar una unidad de la lana M nos daría 5/2\$ adicionales. Con esto podemos decir que nos conviene realizar el intercambio.

2.1 ¿Cuál es el máximo beneficio adicional que puede obtenerse?

Se obtiene la tabla del problema dual para responder esta pregunta.

C _k	Y _k	B _k	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉
0	Y ₆	0	0	0	0	-9/10	1/2	1	-5/6	4/3	-4/3
80	Y ₁	5/2	1	0	0	3/10	-1/6	0	-1/6	0	0
80	Y ₂	15/4	0	1	0	9/20	-1/4	0	0	-1/4	0
20	Y ₃	5/2	0	0	1	-3/2	5/6	0	0	5/6	-5/6
Z	=	550	0	0	0	-6	-20/3	0	-40/3	-10/3	-50/3

Para analizar lo pedido usamos 'a' para aumentar y '2a' para reducir cada lana según corresponda al momento de calcular los z_j - c_j.

$$\begin{aligned}
 Z_4 - c_4 &= 80 * 3/10 + 80 * 9/20 + (20+a) * (-3/2) - (36-2a) \\
 &= -6 + a/2 \leq 0 \\
 &\rightarrow a \leq 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_5 - c_5 &= 80 * (-1/6) + 80 * (-1/4) + (20+a) * 5/6 - (-10) \\
 &= -20/3 + 5/6 a \leq 0 \\
 &\rightarrow a \leq 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_8 - c_8 &= 80 * (-1/4) + (20+a) * 5/6 \\
 &= -10/3 + 5/6 a \leq 0 \\
 &\rightarrow a \leq 4
 \end{aligned}$$

$$Z_9 - c_9 = (20+a) * (-5/6)$$

$$\rightarrow a \geq -20$$

El rango que nos quedó es hasta 4 unidades ($a \leq 4$). Se calcula con $a = 4$

Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
0	Y6	0	0	0	0	-9/10	1/2	1	-5/6	4/3	-4/3
80	Y1	5/2	1	0	0	3/10	-1/6	0	-1/6	0	0
80	Y2	15/4	0	1	0	9/20	-1/4	0	0	-1/4	0
24	Y3	5/2	0	0	1	-3/2	5/6	0	0	5/6	-5/6
Z	=	560	0	0	0	-4	-10/3	0	-40/3	0	-20

Podemos pedir hasta 4 unidades para seguir estando en el óptimo. Si pedimos más nos iríamos del rango. (Se llevó a 0 el $z_j - c_j$ de Y8)

El máximo beneficio adicional que puede obtenerse es 10\$. (560\$ en total)

2.2 ¿Cantidad de lana de cada tipo?

Se piden 24kg de lana de tipo M y 28kg de lana de tipo N

2.3 ¿Reordenamiento de producción necesario para obtener el beneficio máximo?

- Se pasaría a producir 20 unidades del pullover C y 13,33 del pullover B.
- Se usa toda la lana M.
- Se usan 24kg de lana N (sobran 4)
- Se usan todo el tiempo disponible de las máquinas.