

Entrega 2

[71.14] Modelos y Optimización I
Curso 4
2C 2021

Alumno	Padrón	Email
Gomez, Joaquín	103735	jgomez@fi.uba.ar
Grassano, Bruno	103855	bgrassano@fi.uba.ar
Romero, Adrián	103371	adromero@fi.uba.ar

Índice

1. Enunciado	2
2. Análisis de la situación problemática	3
3. Objetivo	4
4. Hipótesis y supuestos	4
5. Definición de variables	5
6. Definición de constantes	5
7. Modelo de programación lineal	6
7.1. Funcional	6
7.2. Restricciones	6
8. Resolución por software	8
9. Informe de la solución óptima	17

1. Enunciado

La empresa agrícola Granolliers desea estudiar la política del próximo mes. Ya ha aceptado órdenes de compra de las empresas Talbott, Migueletes. y Blasco Hnos. También tiene la opción de comprar un poco de grano adicional de Granjas Solís. Los detalles de los pedidos de se presentan en la siguiente tabla.

Compañía solicitante	Talbott	Migueletes	Blasco Hnos
Cantidad [tn]	40.000 a 45.000	32.000 a 36.000	50.000 a 54.000
Humedad máxima (%)	13	15,5	15
Peso mínimo [kg/m³]	560	540	560
% máximo de daño	2	5	2
% máximo de impurezas	2	3	4
Precio de venta [U\$S/tn]	200	250	190

La compañía tiene la opción de suministrar cualquier cantidad de grano que desee, dentro del rango especificado. Claro está que deberá satisfacer los requerimientos indicados.

Granolliers mezcla los granos que le pertenecen para atender los pedidos de los clientes. Tiene almacenados 326.000 toneladas de maíz que se subdividen en 11 tipos que difieren en cuanto a (1) cantidad disponible, (2) costo por tonelada, (3) porcentaje de contenido de humedad, (4) peso por metro cúbico, (5) porcentaje de grano dañado y (6) porcentaje de impurezas. La siguiente tabla representa la información adicional acerca de las características de los distintos tipos de grano.

Tipo de maíz	Cantidad disponible [tn]	Costo [\$/tn]	Humedad (%)	Peso [kg/m³]	% daño	% impurezas
1	30.000	145	12	570	2	1,5
2	45.000	144	15	570	2	1
3	25.000	145	12	580	3	3
4	40.000	142	13	560	4	2
5	20.000	138	15	540	4	2
6	30.000	137	15	550	5	3
7	75.000	137	18	570	5	1
8	15.000	139	14	580	2	4
9	16.000	127	17	530	7	5
10	20.000	128	15	550	8	3
11	10.000	117	22	560	9	5

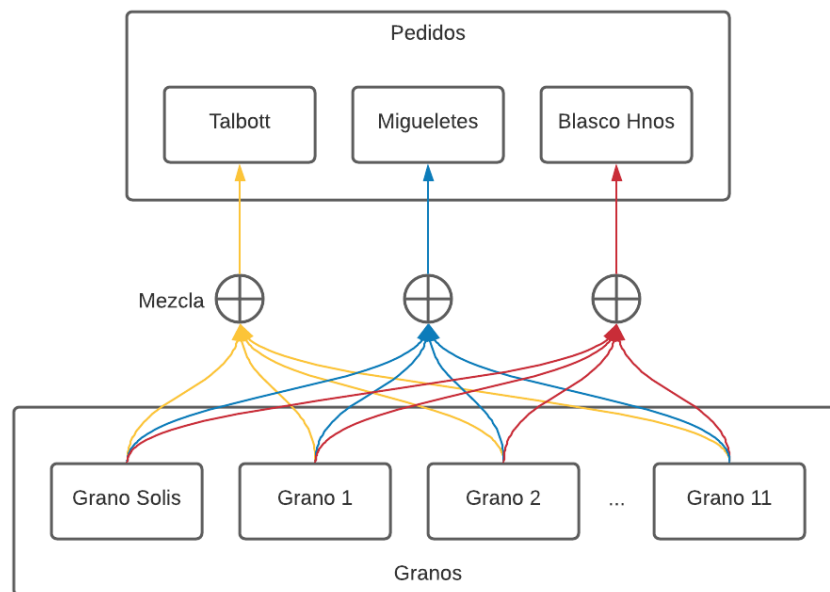
El grano que ofrece Granjas Solís es un cargamento de hasta 50.000 toneladas, con un promedio de 15 % de humedad, 3 % de daño y 2 % de impurezas. La carga tiene una densidad de 570 kg por metro cúbico y el gerente de compras está convencido de que el pedido puede obtenerse a un costo de U\$S 141 por tonelada.

¿Qué es lo mejor que puede hacer Granolliers con esta información?

Nota: se debe resolver utilizando exclusivamente variables reales continuas, para poder realizar el análisis de sensibilidad en la última entrega

2. Análisis de la situación problemática

- Se menciona la mezcla de los diferentes granos de maíz.
- Algunos parámetros de la mezcla no son del todo lineales (promedio ponderado), se van a tener que linealizar.
- El siguiente es un esquema representando la situación:



3. Objetivo

Determinar las composiciones y cantidades de las mezclas de granos a vender a los tres compradores de forma tal de maximizar las ganancias durante el próximo mes.

4. Hipótesis y supuestos

1. Es posible comprar y vender cantidades arbitrariamente pequeñas de granos. (dentro de los rangos pedidos) (Divisibilidad)
2. Las empresas compran todo lo que se les ofrezca. (Certeza)
3. No es necesario cumplir con stock final. (Certeza)
4. Se pueden mezclar todos los tipos de grano sin problemas, incluido el de Granjas Solis. (Aditividad)
5. Cualquier cantidad de cada tipo de grano cumple con las características especificadas. (Certeza)
6. Los granos no se estropean. (Certeza)
7. Las estimaciones de humedad, peso, daño, e impurezas de cada tipo de grano son precisas. (Certeza)
8. La humedad, daño e impureza total de la mezcla de granos es un promedio de las humedades, daños e impurezas de los granos que la componen, ponderado por la proporción de ese grano en la mezcla. (Certeza)
9. Las toneladas de mezcla final son la suma de las toneladas utilizadas para cada tipo de grano, no hay desperdicio de granos. (Aditividad)
10. Los precios y costos se mantienen constantes durante el periodo. (Certeza)
11. Los únicos costos son los asociados a la compra de granos. (Certeza)
12. El tiempo de traslado de los granos de Granja Solis no tiene inconvenientes. (Certeza)
13. Los valores de costos y venta están en la misma moneda. (Certeza)

5. Definición de variables

**Con tipos y unidades*

Nombre	Descripción	Rango	Unidad	Tipo
G_i	Cantidad de grano de tipo i utilizado total. Llamamos X_{12} al grano de Granja Solis	$i = 1, 2 \dots 12$	toneladas/mes	Variable continua
Ej_i	Cantidad de grano de tipo i utilizado para mezcla que se vende a la empresa j .	$i = 1, 2 \dots 12$ $j = T, M, B$	toneladas/mes	Variable continua

6. Definición de constantes

**Con tipos y unidades*

CTES	$k_i[tn]$	$c_i[\frac{\$}{tn}]$	$h_i[\%]$	$p_i[\frac{kg}{m^3}]$	$d_i[\%]$	$i_i[\%]$
1	30.000	145	12	570	2	1.5
2	45.000	144	15	570	2	1
3	25.000	145	12	580	3	3
4	40.000	142	13	560	4	2
5	20.000	138	15	540	4	2
6	30.000	137	15	550	5	3
7	75.000	137	18	570	5	1
8	15.000	139	14	580	2	4
9	16.000	127	17	530	7	5
10	20.000	128	15	550	8	3
11	10.000	117	22	560	9	5
12	50.000	141	15	570	3	2

Donde:

- $i = 1 \dots 12$
- k : cantidad
- c : costo
- h : humedad
- p : peso
- d : daño
- i : impureza

7. Modelo de programación lineal

**Indicando en cada restricción o grupo de restricciones la función que cumplen.*

7.1. Funcional

Buscamos maximizar las ganancias obtenidas, para esto nos dan los costos y valores de venta.

$$\max(\sum_{i=1}^{12} (200 \frac{\$}{tn} ET_i + 250 \frac{\$}{tn} EM_i + 190 \frac{\$}{tn} EB_i) - COSTOS)$$

Donde:

- $COSTOS = \sum_{i=1}^{12} c_i G_i$

7.2. Restricciones

Empezamos planteando la relación que tenemos entre la cantidad total de granos y las empresas.

- $G_i = ET_i + EM_i + EB_i$
Con $\forall i = 1, \dots, 12$

Ahora planteamos las cantidades disponibles que tenemos de cada tipo diferente de grano que tenemos.

- $G_i \leq k_i$
- Para $i = 1, \dots, 12$

Planteamos las cantidades que nos pide cada empresa.

- Para Talbott: $40,000 \leq \sum_{i=1}^{12} ET_i \leq 45,000$
- Para Migueletes: $32,000 \leq \sum_{i=1}^{12} EM_i \leq 36,000$
- Para Blasco Hnos: $50,000 \leq \sum_{i=1}^{12} EB_i \leq 54,000$

Empezamos ahora con las restricciones correspondientes a la humedad.

- $\sum_{i=1}^{12} h_i ET_i \leq 13 \sum_{i=1}^{12} ET_i$
- $\sum_{i=1}^{12} h_i EM_i \leq 15,5 \sum_{i=1}^{12} EM_i$
- $\sum_{i=1}^{12} h_i EB_i \leq 15 \sum_{i=1}^{12} EB_i$

Tenemos restricciones sobre el peso mínimo que se puede tener.

- $\sum_{i=1}^{12} p_i ET_i \geq 560 \sum_{i=1}^{12} ET_i$
- $\sum_{i=1}^{12} p_i EM_i \geq 540 \sum_{i=1}^{12} EM_i$
- $\sum_{i=1}^{12} p_i EB_i \geq 560 \sum_{i=1}^{12} EB_i$

Nos indican también un límite máximo del daño permitido.

- $\sum_{i=1}^{12} d_i ET_i \leq 2 \sum_{i=1}^{12} ET_i$
- $\sum_{i=1}^{12} d_i EM_i \leq 5 \sum_{i=1}^{12} EM_i$
- $\sum_{i=1}^{12} d_i EB_i \leq 2 \sum_{i=1}^{12} EB_i$

Tenemos un máximo de impurezas que se puede tener.

- $\sum_{j=1}^{12} i_j ET_j \leq 2 \sum_{i=1}^{12} ET_i$
- $\sum_{j=1}^{12} i_j EM_j \leq 3 \sum_{i=1}^{12} EM_i$
- $\sum_{j=1}^{12} i_j EB_j \leq 4 \sum_{i=1}^{12} EB_i$

8. Resolución por software

El modelo en GLPK:

```
#Trabajo Practico 2
```

```
#Conjuntos de datos
```

```
set granos;
```

```
set empresas;
```

```
#Variables
```

```
var E{i in empresas,j in granos} >= 0;
```

```
var G{i in granos} >= 0;
```

```
var SUMAPESO{i in empresas}>=0;
```

```
#Valores de datos;
```

```
param cantidadMinimaPorEmpresa{i in empresas};
```

```
param cantidadMaximaPorEmpresa{i in empresas};
```

```
param humedadPorEmpresa{i in empresas};
```

```
param pesoPorEmpresa{i in empresas};
```

```
param porcentajeDanioPorEmpresa{i in empresas};
```

```
param porcentajeImpurezasPorEmpresa{i in empresas};
```

```
param precioVentaPorEmpresa{i in empresas};
```

```
param cantidadDisponiblePorTipo{i in granos};
```

```
param costoToneladaPorTipo{i in granos};
```

```
param humedadPorTipo{i in granos};
```

```
param pesoPorTipo{i in granos};
```

```
param porcentajeDanioPorTipo{i in granos};
```

```
param porcentajeImpurezasPorTipo{i in granos};
```

```
#Funcional
```

```
maximize z: (sum{j in granos}(sum{i in empresas} precioVentaPorEmpresa[i]*E[i,j]))  
            - (sum{j in granos} G[j]* costoToneladaPorTipo[j]);
```

```
#Restricciones
```

```
#Relacion entre empresas y tipos de grano
```

```
s.t. relacionEmpresaTiposGrano{j in granos}: G[j] = sum{i in empresas} E[i,j];
```

```
#Mínima cantidad por empresa
```

```
s.t. minimaCantidadPorEmpresa{i in empresas}: sum{j in granos}E[i,j] >=  
                                            cantidadMinimaPorEmpresa[i];
```

```
#Máxima cantidad por empresa
```

```
s.t. sumaPesoPorEmpresa{i in empresas}: SUMAPESO[i] = sum{j in granos}E[i,j];
```

```
s.t. maximaCantidadPorEmpresa{i in empresas}: SUMAPESO[i]  
                                            <= cantidadMaximaPorEmpresa[i];
```

```
#Máxima cantidad por tipo
```

```
s.t. maximaCantidadPorTipo{j in granos}: G[j] <= cantidadDisponiblePorTipo[j];
```

```
#Humedad
```

```
s.t. humedad{i in empresas}: sum{j in granos}humedadPorTipo[j]*E[i,j] <=  
                                            humedadPorEmpresa[i]*sum{j in granos}E[i,j];
```

```
#Peso minimo
s.t. pesoMinimo{i in empresas}: sum{j in granos}pesoPorTipo[j]*E[i,j] >=
                                     pesoPorEmpresa[i]*sum{j in granos}E[i,j];

#Porcentaje de daño
s.t. maximoDanio{i in empresas}: sum{j in granos}porcentajeDanioPorTipo[j]*E[i,j] <=
                                     porcentajeDanioPorEmpresa[i]*sum{j in granos}E[i,j];

#Máximo impurezas
s.t. maximoImpurezas{i in empresas}: sum{j in granos}porcentajeImpurezasPorTipo[j]*E[i,j] <=
                                     porcentajeImpurezasPorEmpresa[i]*sum{j in granos}E[i,j];
end;
```

Los datos:

```
#Datos
data;

set granos := T1 T2 T3 T4 T5 T6 T7 T8 T9 T10 T11 T12;
set empresas := T M B;

param cantidadMinimaPorEmpresa :=
T 40000
M 32000
B 50000;

param cantidadMaximaPorEmpresa :=
T 45000
M 36000
B 54000;

param humedadPorEmpresa :=
T 13
M 15.5
B 15;

param pesoPorEmpresa :=
T 560
M 540
B 560;

param porcentajeDanioPorEmpresa :=
T 2
M 5
B 2;

param porcentajeImpurezasPorEmpresa :=
T 2
M 3
B 4;

param precioVentaPorEmpresa :=
T 200
M 250
B 190;

param cantidadDisponiblePorTipo :=
T1 30000
T2 45000
T3 25000
T4 40000
T5 20000
T6 30000
T7 75000
T8 15000
T9 16000
T10 20000
```

T11 10000
T12 50000;

param costoToneladaPorTipo :=
T1 145
T2 144
T3 145
T4 142
T5 138
T6 137
T7 137
T8 139
T9 127
T10 128
T11 117
T12 141;

param humedadPorTipo :=
T1 12
T2 15
T3 12
T4 13
T5 15
T6 15
T7 18
T8 14
T9 17
T10 15
T11 22
T12 15;

param pesoPorTipo :=
T1 570
T2 570
T3 580
T4 560
T5 540
T6 550
T7 570
T8 580
T9 530
T10 550
T11 560
T12 570;

param porcentajeDanioPorTipo :=
T1 2
T2 2
T3 3
T4 4
T5 4
T6 5
T7 5
T8 2

T9 7
T10 8
T11 9
T12 3;

param porcentajeImpurezasPorTipo :=
T1 1.5
T2 1
T3 3
T4 2
T5 2
T6 3
T7 1
T8 4
T9 5
T10 3
T11 5
T12 2;

Los resultados obtenidos:

Problem: modelo
 Rows: 46
 Columns: 51
 Non-zeros: 304
 Status: OPTIMAL
 Objective: z = 8738488.372 (MAXimum)

No.	Row name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal
<hr/>						
1	z	B	8.73849e+06			
2	relacionEmpresaTiposGrano [T1]	NS	0	-0	=	-200
3	relacionEmpresaTiposGrano [T2]	NS	0	-0	=	-200
4	relacionEmpresaTiposGrano [T3]	NS	0	-0	=	-145
5	relacionEmpresaTiposGrano [T4]	NS	0	-0	=	-142
6	relacionEmpresaTiposGrano [T5]	NS	0	-0	=	-138.465
7	relacionEmpresaTiposGrano [T6]	NS	0	-0	=	-137
8	relacionEmpresaTiposGrano [T7]	NS	0	-0	=	-137
9	relacionEmpresaTiposGrano [T8]	NS	0	-0	=	-200
10	relacionEmpresaTiposGrano [T9]	NS	0	-0	=	-127
11	relacionEmpresaTiposGrano [T10]	NS	0	-0	=	-128
12	relacionEmpresaTiposGrano [T11]	NS	0	-0	=	-117
13	relacionEmpresaTiposGrano [T12]	NS	0	-0	=	-141
14	minimaCantidadPorEmpresa [T]	B	40000	40000		
15	minimaCantidadPorEmpresa [M]	B	36000	32000		
16	minimaCantidadPorEmpresa [B]	NL	50000	50000		-10
17	sumaPesoPorEmpresa [T]	NS	0	-0	=	< eps
18	sumaPesoPorEmpresa [M]	NS	0	-0	=	-115.116
19	sumaPesoPorEmpresa [B]	NS	0	-0	=	< eps
20	maximaCantidadPorEmpresa [T]	B	40000		45000	
21	maximaCantidadPorEmpresa [M]	NU	36000		36000	115.116
22	maximaCantidadPorEmpresa [B]	B	50000		54000	

23	maximaCantidadPorTipo[T1]	NU	30000	30000	55
24	maximaCantidadPorTipo[T2]	NU	45000	45000	56
25	maximaCantidadPorTipo[T3]	B	1348.84	25000	
26	maximaCantidadPorTipo[T4]	B	0	40000	
27	maximaCantidadPorTipo[T5]	NU	20000	20000	0.465116
28	maximaCantidadPorTipo[T6]	B	0	30000	
29	maximaCantidadPorTipo[T7]	B	0	75000	
30	maximaCantidadPorTipo[T8]	NU	15000	15000	61
31	maximaCantidadPorTipo[T9]	B	11023.3	16000	
32	maximaCantidadPorTipo[T10]	B	1581.4	20000	
33	maximaCantidadPorTipo[T11]	B	0	10000	
34	maximaCantidadPorTipo[T12]	B	2046.51	50000	
35	humedad[T]	B	-18333.3	-0	
36	humedad[M]	NU	0	-0	1.44186
37	humedad[B]	B	-6666.67	-0	
38	pesoMinimo[T]	B	483333	-0	
39	pesoMinimo[M]	B	20930.2	-0	
40	pesoMinimo[B]	B	566667	-0	
41	maximoDanio[T]	NU	0	-0	59
42	maximoDanio[M]	NU	0	-0	2.53488
43	maximoDanio[B]	NU	0	-0	59
44	maximoImpurezas[T]	NU	0	-0	< eps
45	maximoImpurezas[M]	NU	0	-0	0.325581
46	maximoImpurezas[B]	B	-130000	-0	

No.	Column name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal
1	E[T,T1]	B	30000	0		
2	E[M,T1]	NL	0	0		-51.9767
3	E[B,T1]	NL	0	0		< eps
4	E[T,T2]	B	1666.67	0		
5	E[M,T2]	NL	0	0		-56.1395
6	E[B,T2]	B	43333.3	0		

7	E[T,T3]	NL	0	0	-4
8	E[M,T3]	B	1348.84	0	
9	E[B,T3]	NL	0	0	-4
10	E[T,T4]	NL	0	0	-60
11	E[M,T4]	NL	0	0	-0.651163
12	E[B,T4]	NL	0	0	-60
13	E[T,T5]	NL	0	0	-56.4651
14	E[M,T5]	B	20000	0	
15	E[B,T5]	NL	0	0	-56.4651
16	E[T,T6]	NL	0	0	-114
17	E[M,T6]	NL	0	0	-1.39535
18	E[B,T6]	NL	0	0	-114
19	E[T,T7]	NL	0	0	-114
20	E[M,T7]	NL	0	0	-5.06977
21	E[B,T7]	NL	0	0	-114
22	E[T,T8]	B	8333.33	0	
23	E[M,T8]	NL	0	0	-55.6744
24	E[B,T8]	B	6666.67	0	
25	E[T,T9]	NL	0	0	-222
26	E[M,T9]	B	11023.3	0	
27	E[B,T9]	NL	0	0	-222
28	E[T,T10]	NL	0	0	-282
29	E[M,T10]	B	1581.4	0	
30	E[B,T10]	NL	0	0	-282
31	E[T,T11]	NL	0	0	-330
32	E[M,T11]	NL	0	0	-2.27907
33	E[B,T11]	NL	0	0	-330
34	E[T,T12]	B	0	0	
35	E[M,T12]	B	2046.51	0	
36	E[B,T12]	B	0	0	
37	G[T1]	B	30000	0	
38	G[T2]	B	45000	0	
39	G[T3]	B	1348.84	0	
40	G[T4]	B	0	0	
41	G[T5]	B	20000	0	
42	G[T6]	B	0	0	
43	G[T7]	B	0	0	
44	G[T8]	B	15000	0	
45	G[T9]	B	11023.3	0	
46	G[T10]	B	1581.4	0	
47	G[T11]	B	0	0	
48	G[T12]	B	2046.51	0	
49	SUMAPESO[T]	B	40000	0	
50	SUMAPESO[M]	B	36000	0	
51	SUMAPESO[B]	B	50000	0	

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 3.73e-09 on row 1
max.rel.err = 1.09e-16 on row 44
High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
max.rel.err = 0.00e+00 on row 0

High quality

KKT.DE: max.abs.err = 5.68e-14 on column 8
max.rel.err = 1.11e-16 on column 35
High quality

KKT.DB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
High quality

End of output

9. Informe de la solución óptima

Habiendo obtenido los resultados del software llegamos a lo siguiente respecto de las composiciones de granos:

Talbot

- Grano 1: 30.000tn (75 %)
- Grano 2: 1666,67tn (4.17 %)
- Grano 8: 8333,33tn (20.83 %)

Miguelletes

Algunos valores los redondeo GLPK para mostrarlos, pero se puede ver en el resultado que se usa 36.000tn.

- Grano 3: 1348,84tn (3.75 %)
- Grano 5: 20.000tn (55.56 %)
- Grano 9: 11.023,3tn (30.62 %)
- Grano 10: 1581,4tn (4.39 %)
- Grano 12: 2046,51tn (5.68 %)

Blasco

- Grano 2: 43.333,3tn (86.67 %)
- Grano 8: 6.666,67tn (13.33 %)

Propiedades

	Talbot	Miguelletes	Blasco Hnos.
Cantidad enviada [tn]	40.000,00	36.000,00	50.000,00
Humedad promedio [%]	12.54	15.5	14.87
Peso promedio [kg/m^3]	572.08	540.58	571.33
Daño promedio [%]	2	5	2
Impureza promedio [%]	2	3	1.4

De esta forma se estaría obteniendo una ganancia de \$8.738.488,372.