

Ejercicio 3.14

[71.14] Modelos y Optimización I
Curso 4
2C 2021

Alumno:	Grassano, Bruno
Número de padrón:	103855
Email:	bgrassano@fi.uba.ar

Índice

1. Enunciado	2
2. Análisis de la situación problemática	3
3. Objetivo	3
4. Hipótesis y supuestos	3
5. Definición de variables	4
6. Modelo de programación lineal	5
6.1. Funcional	5
6.2. Restricciones	5

1. Enunciado

Una empresa automotriz enfrenta un control de precios. Fabrica dos modelos de autos, uno standard cuyo precio está controlado, y otro cuyo precio está fuera de control. Precios, costos y stocks iniciales se dan en el siguiente cuadro:

Modelo	Precio	Gastos de fabricación	Materia prima	Costos de ventas	Stock inicial
Standard	18.500 \$/un.	5.500 \$/un.	2.000 \$/un.	1.000 \$/un.	100 un.
Lujo	27.500 \$/un.	7.000 \$/un.	4.000 \$/un.	1.400 \$/un.	150 un.

Para el modelo standard se debe cumplir por lo menos con las entregas correspondientes a los planes “círculo cerrado” y que ascienden a 80 unidades. Se estima para este modelo una demanda máxima de 800 unidades.

En cuanto al modelo de lujo, no hay compromiso de entregas mínimas siendo su demanda máxima de 300 unidades para el mes próximo.

En cuanto a los stocks, no se quiere tener un nivel inferior a 50 para el modelo standard y a 20 para el de lujo.

Se considera que, si el nivel de producción de la planta no supera las 500 unidades, se ahorrará \$1.000.000, por la supresión de una serie de servicios que no serían necesarios.

Las ventas se efectúan de la siguiente manera: 50% al contado y 50% con documentos a 30 días. Estos documentos se descontarán en Bancos, dado que se debe efectuar el pago de un préstamo al exterior, lo que acarrea para el mes en estudio un grave problema financiero. Las tasas de descuento serán las siguientes:

- Si el monto a descontar no supera los \$5.000.000, 20%
- Si el monto a descontar es superior a \$5.000.000, 30%

Los pagos por gastos de fabricación, materia prima y costos de ventas, se harán durante el mes, recurriendo a “descubiertos bancarios”, estimándose que si el nivel total de los mismos está entre 0 y 3 millones, generará una carga financiera de \$160.000, y si lo supera, \$210.000.

Si el monto de documentos a descontar supera 5 millones, la demanda del modelo de lujo aumenta en 100 unidades. En el caso de que se descuenten menos de 5 millones se quiere vender más de lujo que de standard.

Cuando se vendan más de 200 autos de lujo, los primeros 200 tendrán un precio de \$ 27.500 y los restantes de \$30.000.

2. Análisis de la situación problemática

- Tenemos una función cóncava para el precio de venta de los autos de lujo.
- Hay restricciones lógicas.
- Es un problema de planificación de la producción.

3. Objetivo

Determinar las cantidades de autos standard y de lujo a vender y producir para maximizar las ganancias durante un mes.

4. Hipótesis y supuestos

1. Los autos que se ponen a la venta se venden.
2. Los costos son exactos.
3. los limites de unidades dados son exactos.
4. Los autos producidos con los del stock son indistinguibles.
5. Los autos producidos de un mismo tipo son indistinguibles. (No afecta por ejemplo que tengan diferente color al precio)
6. Tener los autos en stock no tiene costos.
7. Se entiende como carga financiera como intereses.
8. No se tienen otras deudas pendientes con los bancos.

5. Definición de variables

**Con tipos y unidades*

- PS : Cantidad de autos standard producidos. (unidad/mes)(Entera)
- PL : Cantidad de autos de lujo producidos. (unidad/mes)(Entera)
- SS : Cantidad de autos standard puestos en stock. (unidad/mes)(Entera)
- SL : Cantidad de autos de lujo puestos en stock. (unidad/mes)(Entera)
- VS : Cantidad de autos standard que se venden. (unidad/mes)(Entera)
- VL_1 : Cantidad de autos de lujo que se venden al primer precio. (unidad/mes)(Entera)
- VL_2 : Cantidad de autos de lujo que se venden al segundo precio. (unidad/mes)(Entera)
- YP : Indica si no se superan las 500 unidades de producción. (1 si no se superan las 500 unidades, 0 caso contrario)(Bivalente)
- YB : Indica si se supera el monto a descontar de los bancos. (1 si se supera, 0 caso contrario)(Bivalente)
- YC : Indica si los costos están entre 0 y 3 millones (vale 1 si esta en el rango, 0 caso contrario)(Bivalente)
- YL : Indica si se superan los 200 autos de lujo vendidos. (vale 1 si se supera, 0 caso contrario)(Bivalente)
- D : Cantidad de dinero que descuenta el banco para la deuda exterior. (\$/mes) (Continua)

6. Modelo de programación lineal

**Indicando en cada restricción o grupo de restricciones la función que cumplen.*

6.1. Funcional

Buscamos maximizar las ganancias:

$$\max(INGRESOS - EGRESOS)$$

Donde:

- $INGRESOS = VENTAS + 1,000,000 \cdot YP$
- $EGRESOS = GASTOFABRICA + 160,000 + 50,000 \cdot YC + D$
- $VENTAS = 18,500 \cdot VS + 27,500 \cdot VL_1 + 30,000 \cdot VL_2$
- $GASTOFABRICA = PS \cdot (5,500 + 2,000 + 1,000) + PL \cdot (7,000 + 4,000 + 1,400)$

6.2. Restricciones

Stocks

Empezamos planteando los stocks que debemos cumplir.

- Standard: $SS \geq 50$
- Lujo: $SL \geq 20$

Demandas

Tenemos que cumplir con pedidos mínimos y demandas máximas.

- Standard: $80 \leq VS \leq 800$
- Lujo: $VL_1 + VL_2 \leq 300 + 100 \cdot YB$

Producción

Si producimos menos de 500 nos ahorramos servicios.

- $500(1 - YP) \leq PL + PS \leq 500 \cdot YP + M(1 - YP)$
- Con M valor grande.

Relaciono lo producido con lo que se vende, el stock a tener, y el stock inicial.

- $PS + 100 = VS + SS$
- $PL + 150 = VL_1 + VL_2 + SL$

Diferencia de precio

Cuando vendemos más de 200 autos de lujo, se cambia el precio.

- $200 \cdot YL \leq VL_1 \leq 199 + YL$
- $VL_2 \leq M \cdot YL$
- Si vendo 200 autos de lujo, se habilita la otra variable.
- Con M valor grande.

Bancos

Si el banco recibe menos de 5.000.000 se queda con el 20 %, si recibe más se queda con 30 %.

- Veo si se supera: $(5,000,000 + m) \cdot YB \leq VENTASBANCO \leq 5,000,000 + M \cdot YB$
- $VENTASBANCO = 0,5 \cdot (18,500 \cdot VS + 27,500 \cdot VL_1 + 30,000 \cdot VL_2)$
- m valor chico.

Los descuentos, D termina tomando uno valor que surge de alguna de las dos restricciones.

- $0,2 \cdot VENTASBANCO - M \cdot YB \leq D \leq 0,2 \cdot VENTASBANCO + M \cdot YB$
- $0,3 \cdot VENTASBANCO - M \cdot (1 - YB) \leq D \leq 0,3 \cdot VENTASBANCO + M \cdot (1 - YB)$
- M valor grande.

Si se descuenta menos de 5 millones se quiere vender más lujo que standard.

- $VS - m \leq VL_1 + VL_2 + M \cdot YB$
- M valor grande, m valor chico (1 en este caso al ser unidades).
- Si se superan los 5 millones se anula la restricción.

Los costos se cubren con 'descubiertos bancarios'¹, si esta cantidad es menor a 3 millones nos cobran intereses por \$160.000, si se supera nos cobran \$50.000 más.

- $(3,000,000 + m) \cdot YC \leq PS(5,500 + 2,000 + 1,000) + PL(7,000 + 4,000 + 1,400) \leq 3,000,000 + M \cdot YC$
- Con M valor grande, m valor chico.

¹ Un descubierto bancario es una comisión bancaria que un banco, o entidad financiera, cobra a una empresa o particular por el hecho de quedarse sin saldo en su cuenta corriente. Esta comisión se da cuando nos quedamos en números rojos y tiene un interés muy alto que depende de la cuantía de la deuda y así como de la cantidad.