

Ejercicio 3.4

[71.14] Modelos y Optimización I
Curso 4
2C 2021

Alumno:	Grassano, Bruno
Número de padrón:	103855
Email:	bgrassano@fi.uba.ar

Índice

1. Enunciado	2
2. Análisis de la situación problemática	3
3. Objetivo	3
4. Hipótesis y supuestos	3
5. Definición de variables	3
6. Modelo de programación lineal	4
6.1. Funcional	4
6.2. Restricciones	4
7. Resolución por software	5
8. Informe de la solución óptima	9

1. Enunciado

Una importante firma está planeando la formación de un grupo de trabajo para encarar un nuevo proyecto de gran importancia.

Como va a ser un proyecto de largo alcance, se debe tratar con cuidado la selección del personal que ocupará los cargos de gerencia.

La firma decidió elegir los miembros que conformarán ese grupo, de tal manera que se minimice el costo de reemplazo de ese personal en el puesto que ocupa actualmente.

El grupo será de 6 personas que se elegirán entre una lista de 12; las características y los costos de reemplazo se dan en la tabla.

	Personas	Profesión	Costo de reemplazo	Carácter	Observaciones
1-	José Doport	Contador	2.500	1	
2-	Roberto Marino	Químico	2.000	4	Personalidad conflictiva con Ricardo Vidal (Nº 11)
3-	Carlos Bettega	Ingeniero	1.800	3	Personalidad conflictiva con Ricardo Marotta (Nº 4)
4-	Ricardo Marotta	Contador	3.000	2	Mentor de Juan Lima (Nº 6). Personalidad conflictiva con Carlos Bettega (Nº 3).
5-	Saúl Ramoa	Contador	2.500	1	
6-	Juan Lima		1.500	4	Protegido por Ricardo Marotta (Nº 4)
7-	Jorge Smith	Químico	3.500	1	
8-	Andrés Campbell	Contador	4.000	2	
9-	Francisco Flores	Ingeniero	2.800	3	
10-	María Ferreiro	Ingeniera	3.000	3	
11-	Ricardo Vidal	Contador	2.500	2	Personalidad conflictiva con Roberto Marino (Nº 2)
12-	Carlos Salmain		5.000	2	

De los cuatro caracteres definidos en la tabla, los extremos 1 y 4 son antagónicos, y si tenemos miembros del grupo 1 no podemos tener del 4, y viceversa. Si hay dos benevolentes o más se ahorran \$ 100.

Otras restricciones

- Debe haber por lo menos 1 ingeniero, 1 químico y 2 contadores.
- No deben encontrarse en el grupo 2 personalidades antagónicas.
- Protegido y mentor significa que el protegido es sólo eficiente si está el mentor.
- No puede haber más de 3 contadores, salvo que pertenezcan Vidal y Smith al grupo, entonces puede haber hasta 4 contadores.

Código de carácter
1- Autoritario
2- Benevolente
3- Efectúa consultas
4- Partidario del trabajo de grupo

2. Análisis de la situación problemática

- Se puede ver que nos plantean diferentes cuestiones en cuando a los empleados, teniendo varias combinaciones posibles.
- Cada empleado puede estar o no, variables binarias.
- No nos especifican el tiempo en que transcurre el problema.

3. Objetivo

Determinar los 6 empleados que conformaran el grupo para minimizar los costos de remplazo durante el periodo que dure el proyecto.

4. Hipótesis y supuestos

1. Los costos de remplazo son exactos.
2. El carácter de cada persona esta correctamente definido y no puede cambiar.
3. Los empleados no se pueden negar si son elegidos.
4. Los empleados van a ser parte del proyecto mientras dure (no pueden irse)
5. Las cantidades especificadas de profesiones necesitadas son exactas.
6. Ser eficiente significa que trabajara correctamente. (Si no lo es no sirve para el grupo)
7. Las personas con la misma profesión son igual de eficientes.
8. La personalidad conflictiva de algunas personas significa que si están ambos, no son eficientes. Trabajarán correctamente si solo esta uno.
9. Las personalidades conflictivas no se pueden resolver mientras dura el proyecto.
10. No se generan personalidades conflictivas durante el proyecto.
11. Las personas sin profesión especifica se consideran como que no tienen profesión. (No pueden realizar el trabajo de los otros)
12. Los otros dos caracteres no son antagónicos.

5. Definición de variables

**Con tipos y unidades*

- Y_i : Indica si la persona i se encuentra en el grupo. ($i = 1 \dots 12$) (Bivalente) (1 si pertenece, 0 no pertenece)
- $AHORRO$: Indica si tenemos dos benevolentes o mas. (Bivalente) (1 si tenemos mas o dos, 0 sino)
- VS : Indica si Vidal y Smith están en el grupo. (Bivalente) (1 están, 0 no están)

6. Modelo de programación lineal

**Indicando en cada restricción o grupo de restricciones la función que cumplen.*

6.1. Funcional

Buscamos minimizar los costos de armar el grupo, esto lo conseguimos sabiendo si esta cada persona y su costo de remplazo.

$$\min(2,500Y_1 + 2,000Y_2 + 1,800Y_3 + 3,000Y_4 + 2,500Y_5 + 1,500Y_6 + 3,500Y_7 + 4,000Y_8 + 2,800Y_9 + 3,000Y_{10} + 2,500Y_{11} + 5,000Y_{12} - 100AHORRO)$$

6.2. Restricciones

Empezamos planteando la restricción que indica la cantidad de miembros que va a tener el grupo:

$$\blacksquare \sum_{i=1}^{12} Y_i = 6$$

Vemos ahora las restricciones en cuanto a la cantidad de profesiones específicas que debe de tener el grupo.

- Ingenieros: $Y_3 + Y_9 + Y_{10} \geq 1$
- Químicos: $Y_2 + Y_7 \geq 1$
- Contadores: $Y_1 + Y_4 + Y_5 + Y_8 + Y_{11} \geq 2$

No pueden encontrarse en el grupo 2 personalidades antagónicas (La 1 con la 4 y viceversa). Además están las personalidades conflictivas, estas las tratamos como si fueran antagónicas.

- $Y_i + Y_j \leq 1$
- Carácter tipo 1: $i = 1, 5, 7$
- Carácter tipo 4: $j = 2, 6$
- Personalidad conflictiva 1: $Y_2 + Y_{11} \leq 1$
- Personalidad conflictiva 2: $Y_3 + Y_4 \leq 1$

Si contratamos al protegido, significa que tiene que estar el mentor también para ser eficiente, pero podemos contratar al mentor sin el protegido.

$$\blacksquare Y_6 \leq Y_4$$

Si tenemos 2 benevolentes o mas nos ahorramos \$100.

$$\blacksquare 2AHORRO \leq Y_4 + Y_8 + Y_{11} + Y_{12} \leq 1 + 3AHORRO$$

Nos queda la restricción de que no puede haber mas de 3 contadores, salvo que Vidal y Smith estén en el grupo. En ese caso puede haber hasta 4 contadores.

- Si tengo a Vidal y Smith: $2VS \leq Y_7 + Y_{11} \leq 1 + VS$
- $Y_1 + Y_4 + Y_5 + Y_8 + Y_{11} \leq 3 + VS$

7. Resolución por software

El modelo:

```
set Personas;

param Costo{i in Personas};

var Y{i in Personas} >=0 binary;
var AHORRO >=0 binary;
var VS >=0 binary;

minimize z: sum{i in Personas} Y[i] * Costo[i] - 100 * AHORRO;

s.t. cantGrupo: sum{i in Personas} Y[i] = 6;

s.t. ingenieros: Y[3] + Y[9] + Y[10] >= 1;
s.t. quimicos: Y[2] + Y[7] >= 1;
s.t. contadores: Y[1] + Y[4] + Y[5] + Y[8] + Y[11] >= 2;

s.t. personaConflic: Y[2] + Y[11] <= 1;
s.t. personaConflic2: Y[3] + Y[4] <= 1;

s.t. caract1: Y[1] + Y[2] <= 1;
s.t. caract2: Y[5] + Y[2] <= 1;
s.t. caract3: Y[7] + Y[2] <= 1;
s.t. caract4: Y[1] + Y[6] <= 1;
s.t. caract5: Y[5] + Y[6] <= 1;
s.t. caract6: Y[7] + Y[6] <= 1;

s.t. protegidoMentor: Y[6] <= Y[4];

s.t. benevolentes: 2 * AHORRO <= Y[4] + Y[8] + Y[11] + Y[12];
s.t. benevolentes2: Y[4] + Y[8] + Y[11] + Y[12] <= 1 + 3 * AHORRO;

s.t. estanVS: 2 * VS <= Y[7] + Y[11];
s.t. estanVS2: Y[7] + Y[11] <= 1 + VS ;

s.t. contadoresMax: Y[1] + Y[4] + Y[5] + Y[8] + Y[11] <= 3 + VS;

data;
set Personas := 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12;

param Costo :=
1 2500
2 2000
3 1800
4 3000
5 2500
6 1500
7 3500
8 4000
9 2800
10 3000
```

```
11 2500  
12 5000;  
  
end;
```

Los resultados:

Problem: 3
 Rows: 19
 Columns: 14 (14 integer, 14 binary)
 Non-zeros: 75
 Status: INTEGER OPTIMAL
 Objective: z = 15600 (MINimum)

No.	Row name	Activity	Lower bound	Upper bound
1	z	15600		
2	cantGrupo	6	6	=
3	ingenieros	2	1	
4	quimicos	1	1	
5	contadores	3	2	
6	personaConflic	1		1
7	personaConflic2	1		1
8	caract1	1		1
9	caract2	1		1
10	caract3	1		1
11	caract4	1		1
12	caract5	1		1
13	caract6	1		1
14	protegidoMentor	0		-0
15	benevolentes	-1		-0
16	benevolentes2	1		1
17	estanVS	0		-0
18	estanVS2	1		1
19	contadoresMax	2		3

No.	Column name	Activity	Lower bound	Upper bound
1	Y[1] *	1	0	1
2	Y[2] *	0	0	1
3	Y[3] *	1	0	1
4	Y[4] *	0	0	1
5	Y[5] *	1	0	1
6	Y[6] *	0	0	1
7	Y[7] *	1	0	1
8	Y[8] *	0	0	1
9	Y[9] *	1	0	1
10	Y[10] *	0	0	1
11	Y[11] *	1	0	1
12	Y[12] *	0	0	1
13	AHORRO *	0	0	1
14	VS *	1	0	1

Integer feasibility conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
High quality

End of output

8. Informe de la solución óptima

La mejor forma de minimizar los costos es contratando a:

- 1 - José Doporto
- 3 - Carlos Battega
- 5 - Saúl Ramoa
- 7 - Jorge Smith
- 9 - Francisco Flores
- 11 - Ricardo Vidal

De esta forma se estaría obteniendo un costo de remplazo de \$15.600 en total.