Ejercicio 1.2

[71.14] Modelos y Optimización I
Curso 4
2C 2021

Alumno:	Grassano, Bruno
Número de padrón:	103855
Email:	bgrassano@fi.uba.ar

Índice

1. Enunciado

Hay tres máquinas disponibles para la producción de dos productos. Cada uno de ellos requiere los tiempos de proceso que se indican en la tabla siguiente (expresados en horas/unidad).

Producto	**Máq. A**	**Máq. B**	**Máq. C**
1	2	3	4
2	4	2	2
Disponibilidad (hs/mes)	80	60	100

El esquema del proceso productivo es el siguiente:

- Ambos productos deben pasar sucesivamente por las tres maquinas (en el orden 'A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C') para quedar totalmente terminados. Una maquina puede procesar un solo producto por vez.
- El precio de venta de 1 es de 60 $/u y el de 2 es de 50 $/u. Se planea la operación para el mes que viene.

¿Cuál es el uso óptimo de estos recursos frente al objetivo de maximizar las ventas?
Pregunta adicional: ¿Es conveniente conseguir 20 horas/mes mas de equipo B?

2. Análisis de la situación problemática

La situación consiste en que tenemos una empresa que fabrica dos productos diferentes, los cuales tienen que pasar por tres máquinas (en forma sucesiva) para poder terminar los productos. Estas maquinas están limitadas en cuanto a que solo pueden procesar un solo producto a la vez, por lo que mientras que esta uno de los dos productos, no podemos fabricar el otro.

Nos piden que averigüemos el uso óptimo de los recursos para maximizar las ventas para el mes que viene. Para ello, nos dicen los tiempos de las tres maquinas con ambos productos, y el precio de cada unidad del tipo de producto además de cuanto tiempo pueden usarse las máquinas.

3. Objetivo

Determinar cual es la mejor forma de asignar los recursos para producir la cantidad de productos '1' y '2' que maximicen las ventas para el próximo mes.

4. Hipótesis y supuestos

- Todo lo que se produce se vende.
- El precio de venta se mantendrá constante, no hay inflación.
- Los productos no pueden salir con fallas de las maquinas.
- No hay limite en cuanto a las cantidades de producto antes de pasar por las máquinas.

5. Definición de variables

**Con tipos y unidades*

- **P1**: Cantidad de producto de tipo '1' a vender. (unidad) (entera)
- **P2**: Cantidad de producto de tipo '2' a vender. (unidad) (entera)

6. Modelo de programación lineal

**Indicando en cada restricción o grupo de restricciones la función que cumplen.*

Buscamos maximizar las ventas, por lo que ponemos la cantidad de cada producto con su precio por unidad:

$$max(60\frac{\$}{u} \cdot P_1 + 50\frac{\$}{u} \cdot P_2)$$

Como restricciones tenemos que las tres máquinas tienen un tiempo máximo de disponibilidad en cada mes, por lo que no se podrán usar mas que lo indicado. El tiempo de su uso se consigue en base a la cantidad de productos de cada tipo fabricados, y cuanto toma realizar cada uno.

- $2\frac{hs}{u} \cdot P_1 + 4\frac{hs}{u}P_2 \leq 80hs$
- $3\frac{hs}{u} \cdot P_1 + 2\frac{hs}{u}P_2 \leq 60hs$
- $4\frac{hs}{u} \cdot P_1 + 2\frac{hs}{u}P_2 \leq 100hs$

Otras restricciones serian que las cantidades de producto mínimo es 0, no podemos tener unidades negativas de '1' o '2'.

- $P_1 \geq 0$
- $P_2 \geq 0$

7. Resolución gráfica

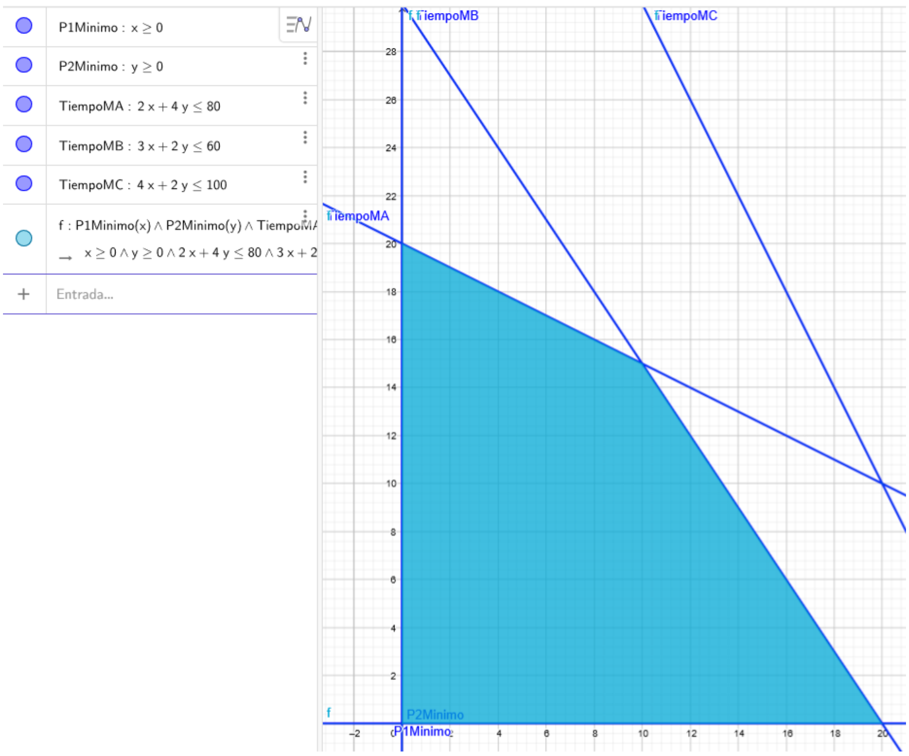

Figura 1: En celeste la región factible. En la imagen $x = P_1$ e $y = P_2$

Notar del gráfico que el tiempo de la máquina C no es limitante, no restringe la cantidad que se puede producir.

Vemos en los vértices con cual valor se maximizan las ventas.

- El (0,0) se descarta, serian 0 de ventas.
- El (20,0) da $60\frac{\$}{u} * 20u + 0 = 1200\$$
- El (0,20) da $0 + 50\frac{\$}{u} * 20u = 1000\$$
- El (10,15) da $60\frac{\$}{u} * 10u + 50\frac{\$}{u} * 15u = 1350\$$

8. Resolución por software

El modelo:

```
MAX 60X + 50Y ! X = P1, Y = P2
SUBJECT TO
TMA) 2X + 4Y < 80
TMB) 3X + 2Y < 60
TMB) 4X + 2Y < 100
MP1) X > 0
MP2) Y > 0
END
```

Los resultados:

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      1350.000

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        X        10.000000          0.000000
        Y        15.000000          0.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
     TMA)         0.000000          3.750000
     TMB)         0.000000         17.500000
     TMC)        30.000000          0.000000
     MP1)        10.000000          0.000000
     MP2)        15.000000          0.000000

NO. ITERATIONS=       2


RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                          OBJ COEFFICIENT RANGES
VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                  COEF          INCREASE         DECREASE
       X        60.000000       15.000000        35.000000
       Y        50.000000       70.000000        10.000000
```

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
TMA	80.000000	40.000000	40.000000
TMB	60.000000	20.000000	20.000000
TMC	100.000000	INFINITY	30.000000
MP1	0.000000	10.000000	INFINITY
MP2	0.000000	15.000000	INFINITY

9. Informe de la solución óptima

Se recomienda fabricar 10 productos de tipo '1' y 15 de tipo '2'. De esta forma, se maximizarían las ventas al obtener 1350$ bajo las condiciones de hipótesis y supuestos establecidos.

Respecto de la pregunta adicional de si conviene conseguir 20 horas/mes más de la máquina B, en la figura 1 se puede ver que la máquina B es uno de los limitantes en cuanto a lo que se puede producir, por lo que es conveniente incrementar la cantidad de horas de disponibilidad que tiene. Viéndolo gráficamente, quedaría de la siguiente forma:

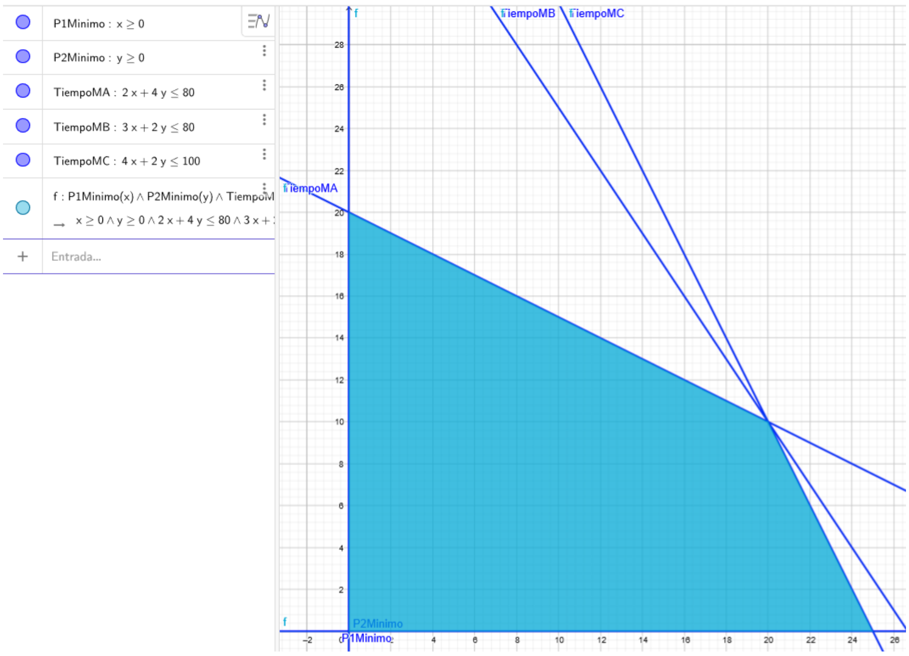

Figura 2: En celeste la región factible. En la imagen $x = P_1$ e $y = P_2$

Se puede apreciar que se corre $TiempoM_B$ y se obtiene como vértice $(20, 10)$, dando como resultado 1700$ por ventas.