

# Trabajo Practico 1: Datacenter virtualizado

[71.14] Modelos y Optimización I  
Curso 4  
2C 2021

Alumno:	Grassano, Bruno
Número de padrón:	103855
Email:	bgrassano@fi.uba.ar

## Índice

<b>1. Enunciado</b>	<b>2</b>
<b>2. Análisis de la situación problemática</b>	<b>3</b>
<b>3. Objetivo</b>	<b>3</b>
<b>4. Hipótesis y supuestos</b>	<b>3</b>
<b>5. Definición de variables</b>	<b>4</b>
<b>6. Modelo de programación lineal</b>	<b>4</b>
6.1. Funcional . . . . .	4
6.2. Restricciones . . . . .	4
<b>7. Resolución gráfica</b>	<b>5</b>
<b>8. Resolución por software</b>	<b>6</b>
<b>9. Informe de la solución óptima</b>	<b>7</b>
<b>10. Anexo</b>	<b>8</b>

## 1. Enunciado

Una empresa de desarrollo de software está analizando la asignación de recursos para el próximo mes. Cuenta con 48 desarrolladores para asignar a proyectos en clientes nacionales o del exterior.

Los requerimientos de ancho de banda, RAM y espacio en disco para desarrolladores asignados a proyectos nacionales y del exterior se listan en la siguiente tabla.

Recursos por Tipo de proyecto	Nacionales	Del exterior	Disponibilidad
Conectividad [conexiones]	1	2	75
Ancho de banda [GB/seg]	1	3	100
Memoria RAM [GB]	8	10	500
Espacio en disco [TB]	2	1	200

Se requiere que al menos 22 desarrolladores estén asignados a proyectos nacionales y al menos 15 a proyectos del exterior.

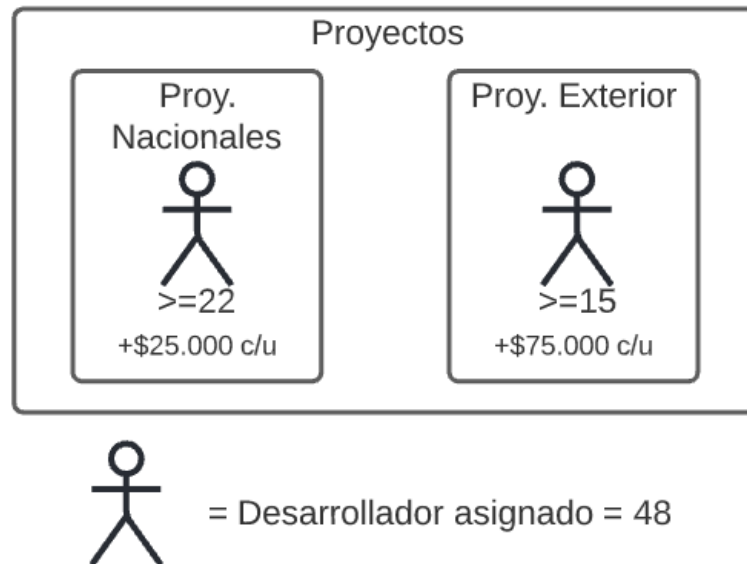
Se estima un beneficio de \$25.000 diarios por cada desarrollador asignado a proyectos nacionales y de \$75.000 por cada desarrollador asignado a proyectos del exterior

¿Qué es lo mejor que puede realizar la empresa con esta información?

*Nota: se debe resolver utilizando dos variables reales continuas, para poder graficarlo.*

## 2. Análisis de la situación problemática

- El problema consiste en planificar como asignar los recursos de una empresa.
- A continuación se puede ver un esquema del problema:



## 3. Objetivo

Determinar la cantidad de desarrolladores a asignar a proyectos nacionales y al exterior para maximizar el beneficio durante un mes.

## 4. Hipótesis y supuestos

1. Los desarrolladores que estén asignados a mismos proyectos (nacionales o del exterior) tienen el mismo rendimiento en cuanto a beneficios.
2. Cada uno de los recursos que requiere cada desarrollador para un proyecto es usado en forma total, es decir, no se utiliza en exceso o por defecto.
3. La disponibilidad total de recursos es exacta.
4. La disponibilidad de los recursos es mensual.
5. Se considera que un mes tiene 20 días laborales.
6. Los desarrolladores siempre cumplen 20 días laborales. No trabajan menos, y no trabajan días extra.
7. Se tiene siempre la cantidad de desarrolladores especificada, no puede ocurrir que despidan/renuncien o contraten más desarrolladores.
8. Los desarrolladores una vez asignados a un proyecto no puede cambiarse a otro del tipo contrario por su propia voluntad.

9. Los desarrolladores siempre aceptan el tipo de proyecto al que se asignaron.
10. Un desarrollador puede asignarse parcialmente a ambos tipos de proyectos durante un mes. Cumpliría unos días en un tipo, y después los restantes en el otro tipo.

## 5. Definición de variables

*\*Con tipos y unidades*

- DN: Cantidad de desarrolladores asignados a proyectos nacionales. (unidad/mes) (continua<sup>1</sup>)
- DE: Cantidad de desarrolladores asignados a proyectos del exterior. (unidad/mes) (continua)

## 6. Modelo de programación lineal

*\*Indicando en cada restricción o grupo de restricciones la función que cumplen.*

### 6.1. Funcional

Estamos buscando maximizar el beneficio obtenido durante un mes laboral, por lo que teniendo el beneficio que genera cada desarrollador de forma diaria en cada proyecto, y la cantidad de días de un mes laboral obtenemos el siguiente resultado.

$$\max( 20\text{días} \cdot (25,000 \frac{\$}{\text{unidad}} \cdot DN + 75,000 \frac{\$}{\text{unidad}} \cdot DE) )$$

### 6.2. Restricciones

Las primeras restricciones que tenemos tienen que ver con la cantidad de desarrolladores de los que disponemos actualmente, y de las cantidades mínimas requeridas en cada tipo de proyecto.

- $DN + DE \leq 48 \frac{\text{unidad}}{\text{mes}}$
- $DN \geq 22 \frac{\text{unidad}}{\text{mes}}$
- $DE \geq 15 \frac{\text{unidad}}{\text{mes}}$

También tenemos restricciones máximas en cuanto a los recursos de los que dispone la empresa para los desarrolladores asignados a los diferentes tipos de proyectos.

- Para la conectividad:  $1 \frac{\text{conexiones}}{\text{unidad}} \cdot DN + 2 \frac{\text{conexiones}}{\text{unidad}} \cdot DE \leq 75 \frac{\text{conexiones}}{\text{mes}}$
- Para el ancho de banda:  $1 \frac{\text{GB}}{\text{seg}} \cdot DN + 3 \frac{\text{GB}}{\text{seg}} \cdot DE \leq 100 \frac{\text{GB}}{\text{mes}}$
- Para la memoria RAM:  $8 \frac{\text{GB}}{\text{unidad}} \cdot DN + 10 \frac{\text{GB}}{\text{unidad}} \cdot DE \leq 500 \frac{\text{GB}}{\text{mes}}$
- Para el espacio en disco:  $2 \frac{\text{TB}}{\text{unidad}} \cdot DN + 1 \frac{\text{TB}}{\text{unidad}} \cdot DE \leq 200 \frac{\text{TB}}{\text{mes}}$

---

<sup>1</sup>Supuesto 10

## 7. Resolución gráfica

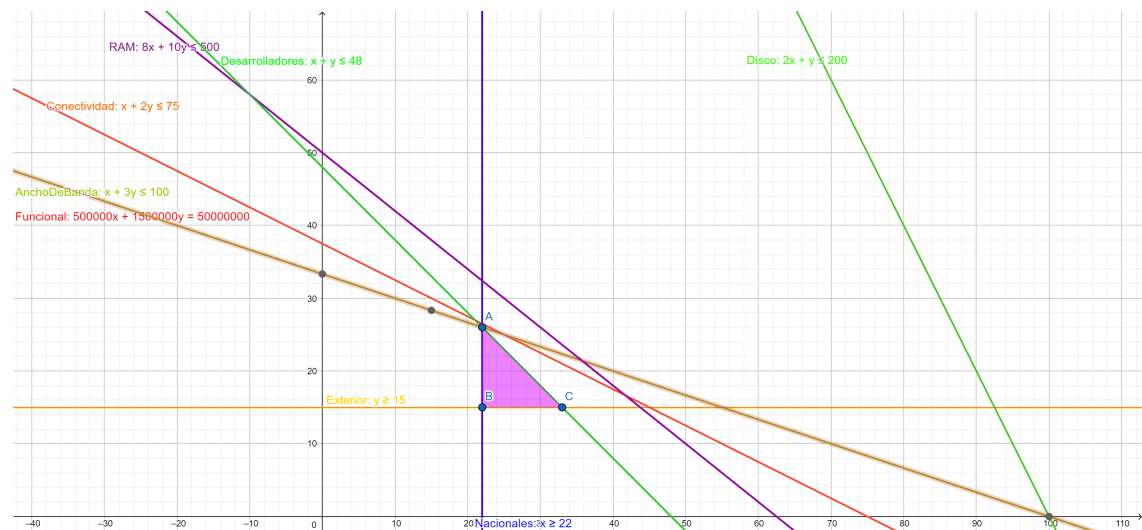


Figura 1: Resolución gráfica donde se ven todas las definiciones. Notar que  $x$  son los desarrolladores asignados a proyectos nacionales e  $y$  a los del exterior

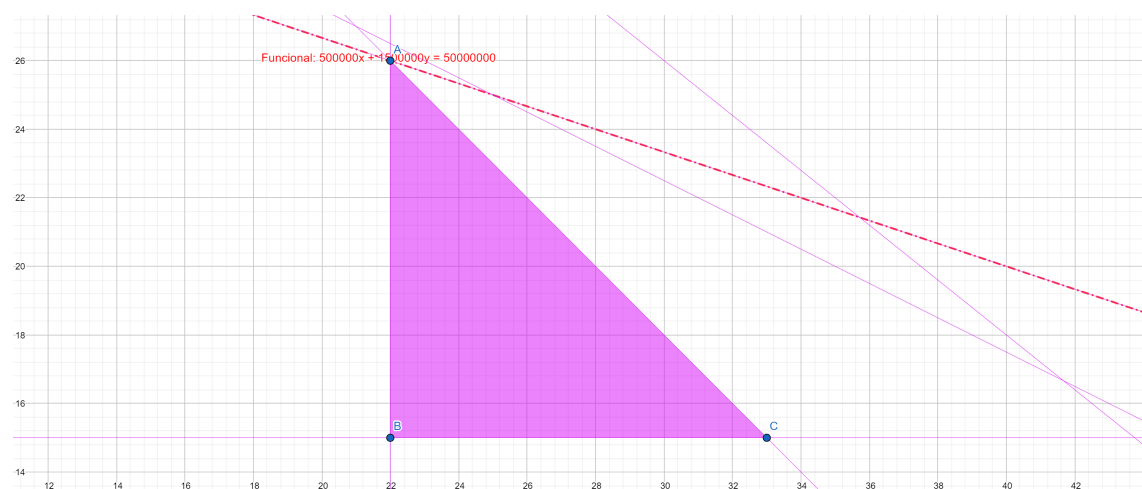


Figura 2: Resolución gráfica donde se realizó un acercamiento a la zona de interés para ver más claramente el resultado. Notar que  $x$  son los desarrolladores asignados a proyectos nacionales e  $y$  a los del exterior

- Observando la imagen, podemos ver que se formó un poliedro delimitado por los vértices  $(22, 15)$ ,  $(33, 15)$ , y  $(22, 26)$ .
- En rojo se puede observar la traza del funcional, que se llevó hasta el punto más alejado posible, coincidiendo con el vértice  $(22, 26)$ . En ese punto se tiene como resultado:

$$20 \text{ dias} \cdot (25,000 \frac{\text{\$}}{\text{unidad}} \cdot 22 \frac{\text{unidad}}{\text{mes}} + 75,000 \frac{\text{\$}}{\text{unidad}} \cdot 26 \frac{\text{unidad}}{\text{mes}}) = 50,000,000 \frac{\text{\$}}{\text{mes}}$$

- Otra cuestión a observar de las imágenes, es que se pueden apreciar que restricciones son limitantes. Se puede observar que se están asignando todos los desarrolladores, que se alcanzó el mínimo de los desarrolladores asignados a proyectos nacionales, y que se esta utilizando completamente el ancho de banda. Este punto viene a ser un punto degenerado.

## 8. Resolución por software

Se deja a continuación el modelo ejecutado en GLPK. En el anexo se adjunta el modelo genérico donde se separan los datos del modelo.

```
#Codigo TP Datacenter virtualizado

/* Declaración de variables */
var DN >= 0;
var DE >= 0;

/* Definicion del funcional */
maximize z: 20 * (25000 * DN + 75000 * DE );

/* Restricciones */
/* Cantidades de desarrolladores */
s.t. totDes: DN + DE <= 48;
s.t. desNac: DN >= 22;
s.t. desExt: DE >= 15;

/* Limites de recursos */
s.t. conectividad: 1 * DN + 2 * DE <= 75;
s.t. anchoBanda: 1 * DN + 3 * DE <= 100;
s.t. memRAM: 8 * DN + 10 * DE <= 500 ;
s.t. espDisco: 2 * DN + 1 * DE <= 200;
end;
```

Los resultados obtenidos son los siguientes:

```
Problem:    sol
Rows:       8
Columns:    2
Non-zeros:  14
Status:     OPTIMAL
Objective:  z = 50000000 (MAXimum)
```

No.	Row name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal
1	z	B	5e+07			
2	totDes	B	48		48	
3	desNac	NL	22	22		< eps
4	desExt	B	26	15		
5	conectividad	B	74		75	
6	anchoBanda	NU	100		100	500000
7	memRAM	B	436		500	
8	espDisco	B	70		200	

No.	Column name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal
-----	-------------	----	----------	-------------	-------------	----------

1	DN	B	22	0
2	DE	B	26	0

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0  
max.rel.err = 0.00e+00 on row 0  
High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0  
max.rel.err = 0.00e+00 on row 0  
High quality

KKT.DE: max.abs.err = 0.00e+00 on column 0  
max.rel.err = 0.00e+00 on column 0  
High quality

KKT.DB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0  
max.rel.err = 0.00e+00 on row 0  
High quality

End of output

Se puede observar de la salida de resolución por software que se obtuvieron resultados que coinciden con la resolución gráfica.

## 9. Informe de la solución óptima

Habiendo realizado el análisis, la mejor forma de asignar a los desarrolladores es asignando 22 a proyectos nacionales, y 26 a proyectos del exterior. De esta forma se estaría obteniendo un beneficio de \$50,000,000 a lo largo de un mes laboral, esto es siempre y cuando se cumplan las hipótesis y supuestos establecidos.

Respecto de los recursos utilizados, se estarían utilizando todos los recursos disponibles de ancho de banda y empleando a los 48 desarrolladores, por lo que si se quiere aumentar aun más el beneficio conviene empezar por esas limitaciones.



## 10. Anexo

### Modelo separado de los datos

El modelo generico:

```
# Conjuntos
set DESARROLLADORES;
set RECURSOS;
# Parametros
param DISP_RECURSOS{j in RECURSOS};
param UTILIZA{j in RECURSOS, i in DESARROLLADORES};

param FUNCIONAL{i in DESARROLLADORES};
param DEM_MAX{i in DESARROLLADORES};
param TIENE_DEM_MAX{i in DESARROLLADORES};
param DEM_MIN{i in DESARROLLADORES};
param TIENE_DEM_MIN{i in DESARROLLADORES};

#Definicion de variables
var prods{i in DESARROLLADORES} >= 0;
/* Funcional */
maximize z: sum{i in DESARROLLADORES} FUNCIONAL[i] * prods[i];
/* Restricciones */
# Utilizacion de los recursos
s.t. proc{j in RECURSOS}: sum{i in DESARROLLADORES} UTILIZA[j,i] * prods[i] <= DISP_RECURSOS[j];
# Demandas.
s.t. max{i in DESARROLLADORES}: TIENE_DEM_MAX[i] * prods[i] <= DEM_MAX[i];
s.t. min{i in DESARROLLADORES}: TIENE_DEM_MIN[i] * prods[i] >= DEM_MIN[i];
end;
```

La sección de los datos.

```
# Data Section
data;
set DESARROLLADORES := DN DE ;
set RECURSOS := desarrolladores conectividad ancho_banda memoria_ram espacio_disco ;
param UTILIZA: DN DE:=
desarrolladores 1 1
conectividad 1 2
ancho_banda 1 3
memoria_ram 8 10
espacio_disco 2 1;
param DISP_RECURSOS :=
desarrolladores 48
conectividad 75
ancho_banda 100
memoria_ram 500
espacio_disco 200;
param FUNCIONAL :=
DN 500000
DE 1500000;
param TIENE_DEM_MAX :=
DN 0
DE 0;
param DEM_MAX :=
DN 0
DE 0;
param TIENE_DEM_MIN :=
DN 1
DE 1;
param DEM_MIN :=
DN 22
DE 15;
end;
```

Al correr el modelo de esta forma se obtienen los mismos resultados que los ya presentados.

Problem: tp  
 Rows: 10  
 Columns: 2  
 Non-zeros: 14  
 Status: OPTIMAL  
 Objective: z = 50000000 (MAXimum)

No.	Row name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal
1	z	B	5e+07			
2	proc[desarrolladores]	B	48		48	
3	proc[conectividad]	B	74		75	
4	proc[ancho_banda]	NU	100		100	500000
5	proc[memoria_ram]	B	436		500	
6	proc[espacio_disco]	B	70		200	
7	max[DN]	B	0		-0	
8	max[DE]	B	0		-0	
9	min[DN]	NL	22	22		< eps
10	min[DE]	B	26	15		

No.	Column name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal
1	prods[DN]	B	22	0		
2	prods[DE]	B	26	0		

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0  
 max.rel.err = 0.00e+00 on row 0  
 High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0  
 max.rel.err = 0.00e+00 on row 0  
 High quality

KKT.DE: max.abs.err = 0.00e+00 on column 0  
 max.rel.err = 0.00e+00 on column 0  
 High quality

KKT.DB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0  
 max.rel.err = 0.00e+00 on row 0  
 High quality

End of output