

Ejercicio 6.12

[71.14] Modelos y Optimización I

Alumno:	Grassano, Bruno
Padrón:	103855
Email:	bgrassano@fi.uba.ar

Índice

1. Enunciado	3
2. Resolución	5
a. Disponiendo de \$16 y sabiendo que se puede comprar recurso 1 a \$2, recurso 2 a \$1 y recurso 3 a \$5 cada unidad. ¿Qué conviene más?	5
b. Decidir qué máquina comprar.	8

1. Enunciado

6.12.

Dadas la tabla óptima directa y dual de un problema de P.L. que consiste en la producción de tres productos (X_1 , X_2 y X_3) a partir de tres recursos de los que se dispone de 12, 12 y 4 unidades respectivamente, se pide:

- a- Disponiendo de \$ 16 y sabiendo que se puede comprar recurso 1 a \$ 2, recurso 2 a \$ 1 y recurso 3 a \$ 5 cada unidad. ¿Qué es lo más conveniente? Indique claramente: Hipótesis necesarias para el análisis, cómo selecciona la mejor alternativa, por qué lo hace de esa forma
- b- Para el mismo problema del punto anterior se debe decidir la compra de una máquina. Existen tres alternativas excluyentes:

AIt.	Máquina para producir recurso	Tiempo de amortización	Incrementa la disponibilidad del recurso en	Costo de la máquina
a	1	un año	5 unidades	\$36
b	2	un año	8 unidades	\$140
c	3	un año	10 unidades	\$74

☞ *Aclaración: amortizar significa recuperar una inversión en un tiempo prefijado*

Para financiar la compra se cuenta con una línea de crédito especial con un costo del 20% anual (sobre el valor de la máquina).

Se pide: hipótesis necesarias para el análisis, cuál máquina comprar (si es que conviene alguna). Justificar la respuesta y explicar el criterio de selección utilizado.

☞ *Nota: es un programa mensual*

Modelo

$$\begin{aligned}
 2 X_1 + X_2 + 3 X_3 &\leq 12 \\
 X_1 + 2 X_2 + 3 X_3 &\leq 12 \\
 X_1 - 2 X_2 + 3 X_3 &\leq 4 \\
 Z = 4 X_1 + 5 X_2 + 6 X_3 &\rightarrow \text{Máx.}
 \end{aligned}$$

Tabla óptima directa

			4	5	6			
C _k	X _k	B _k	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆
4	X ₁	4	1	0	1	2/3	-1/3	0
5	X ₂	4	0	1	1	-1/3	2/3	0
	X ₆	8	0	0	4	-4/3	5/3	1
Z = 36			0	0	3	1	2	0

Tabla óptima dual

			12	12	4			
B _k	Y _k	C _k	A' ₁	A' ₂	A' ₃	A' ₄	A' ₅	A' ₆
12	Y ₁	1	1	0	4/3	-2/3	1/3	0
12	Y ₂	2	0	1	-5/3	1/3	-2/3	0
	Y ₆	3	0	0	-4	-1	-1	1
Z = 36			0	0	-8	-4	-4	0

2. Resolución

Producción de producto 1. (Real)	X1	Y4	Costo de oportunidad de X1.
Producción de producto 2. (Real)	X2	Y5	Costo de oportunidad de X2.
Producción de producto 3. (Real)	X3	Y6	Costo de oportunidad de X3.
Sobrante de R1. (Slack)	X4	Y1	VM de R1.
Sobrante de R2. (Slack)	X5	Y2	VM de R2.
Sobrante de R3. (Slack)	X6	Y3	VM de R3.

a. Disponiendo de \$16 y sabiendo que se puede comprar recurso 1 a \$2, recurso 2 a \$1 y recurso 3 a \$5 cada unidad. ¿Qué conviene más?

Veo el valor marginal de cada uno para decidir cuál conviene priorizar, y hasta que rango conviene. Esto se ve en la tabla del dual.

Para decidir con cual empezar a analizar, veo el VM de cada recurso de la tabla óptima directa.

R1 \rightarrow \$1

R2 \rightarrow \$2

R3 \rightarrow \$0 (Sobran 8)

Por cada unidad extra de R1 se gana \$1, pero para esto gastamos \$2 por fuera del modelo, por lo que estaríamos perdiendo plata (se pierde \$1 por unidad) al gastar en este recurso.

Para el caso de R3, tenemos sobrante, por lo que no nos afectaría a la producción si tuviésemos más.

Respecto de R2, el valor marginal es de \$2 y lo compramos a \$1, por lo que este es un caso que nos puede convenir. Podríamos llegar a comprar hasta 16 unidades de R2 ya que vale \$1. Vemos hasta cuando podemos comprar realmente.

			12	12	4			
CK	YK	BK	A1	A2	A3	A4	A5	A6
12	Y1	1	1	0	4/3	-2/3	1/3	0
12	Y2	2	0	1	-5/3	1/3	-2/3	0
	Y6	3	0	0	-4	-1	-1	1
Z = 36			0	0	-8	-4	-4	0

Parametrizamos la disponibilidad del recurso R2.

			12	a	4			
CK	YK	BK	A1	A2	A3	A4	A5	A6
12	Y1	1	1	0	4/3	-2/3	1/3	0
a	Y2	2	0	1	-5/3	1/3	-2/3	0
	Y6	3	0	0	-4	-1	-1	1
Z = ???			0	0				0

$$Z3 - c3 = 12 * (4/3) + a * (-5/3) - 4 \leq 0$$

$$\rightarrow a \geq 7,2$$

$$Z4 - c4 = 12 * (-2/3) + a * (1/3) \leq 0$$

$$\rightarrow a \leq 24$$

$$Z5 - c5 = 12 * (1/3) + a * (-2/3) \leq 0$$

$$\rightarrow a \geq 6$$

‘a’ se puede mover desde 7,2 a 24.

El rango obtenido no alcanza para comprar 16 unidades de R2, por lo que solo podemos comprar 12 unidades.

			12	24	4			
CK	YK	BK	A1	A2	A3	A4	A5	A6
12	Y1	1	1	0	$4/3$	$-2/3$	$1/3$	0
24	Y2	2	0	1	$-5/3$	$1/3$	$-2/3$	0
	Y6	3	0	0	-4	-1	-1	1
Z = 60			0	0	-28	0	-12	0

Luego de esto, nos quedan \$4 para gastar (Se comprarían 12 unidades de R2 a \$1)

Luego de este punto, entraría Y4 a la base, pero el único que puede salir de la base es Y2 (los otros valores son negativos), por lo que el valor marginal del recurso 2 a partir de ese punto va a valer 0 y no nos va a convenir seguir comprando.

Por lo tanto, lo que conviene es comprar 12 unidades del recurso 2 a \$1 y guardarse los \$4 restantes. De esta forma se tiene un beneficio adicional de \$24 en el funcional. Al considerar lo gastado nos queda que ganamos \$12.

b. Decidir qué máquina comprar.

A1t.	Máquina para producir recurso	Tiempo de amortización	Incrementa la disponibilidad del recurso en	Costo de la máquina
a	1	un año	5 unidades	\$36
b	2	un año	8 unidades	\$140
c	3	un año	10 unidades	\$74

Nos ofrecen la posibilidad de comprar una de tres máquinas disponibles que generan cada una un recurso. Para realizar la compra, se utiliza un crédito por el cual hay que pagar 20% más al finalizar el año. Para que la máquina sea conveniente, se debe cubrir el gasto mencionado y generar ganancias en lo posible durante el año que toma el periodo de amortización

Antes de realizar el ejercicio, hay que mencionar los siguientes supuestos:

- No hay inflación.
- El plan de producción es constante.
- Los recursos producidos por las máquinas son indistinguibles de los que se tienen.
- No se rompen las máquinas o producen recursos defectuosos.

Se puede descartar directamente la máquina C sin realizar un análisis más detallado debido a que tenemos sobrante actualmente (8 unidades), por lo que comprar la máquina no nos va a generar un ingreso adicional, solamente nos daría pérdida.

Vemos con la máquina A entonces. En este caso la máquina cuesta \$36 y al finalizar el año vamos a tener que pagar \$43,2, por lo que se debe de ganar por lo menos esto adicional.

			17	12	4			
CK	YK	BK	A1	A2	A3	A4	A5	A6
17	Y1	1	1	0	4/3	-2/3	1/3	0
12	Y2	2	0	1	-5/3	1/3	-2/3	0
	Y6	3	0	0	-4	-1	-1	1
Z =			0	0				0

$$Z3 - c3 = 17 * (4/3) + 12 * (-5/3) - 4 = -4/3$$

$$Z4 - c4 = 17 * (-2/3) + 12 * (1/3) = -22/3$$

$$Z5 - c5 = 17 * (1/3) + 12 * (-2/3) = -7/3$$

Es óptima la tabla.

			17	12	4			
CK	YK	BK	A1	A2	A3	A4	A5	A6
17	Y1	1	1	0	4/3	-2/3	1/3	0
12	Y2	2	0	1	-5/3	1/3	-2/3	0
	Y6	3	0	0	-4	-1	-1	1
Z = 41			0	0	-4/3	-22/3	-7/3	0

Por lo tanto, en un año se están obteniendo \$60 adicionales que si no compramos la máquina. ($5u * \$1 * 12$ meses).

La ganancia que se obtiene es $\$60 - \$43,2 = \$16,8$. con un rendimiento de $16,8/43,2 = 0,389$.

Analizamos la máquina B. Del ejercicio anterior sabemos que se puede aumentar en 8 unidades y obtenemos \$16. En total se generan \$192 más que si no tuviéramos la máquina. ($8u * \$2 * 12$ meses).

Para la máquina B hay que pagar $\$140 * 1,2 = \168 al finalizar el año. Esto se llega a cubrir con lo ganado, quedandonos de ganancia \$24 y un rendimiento de $24/168 = 0,143$

Como conclusión al ejercicio, convendría más comprar la máquina A que la máquina B debido a que tiene un mejor rendimiento sobre la plata que se tuvo que poner.