Ejercicio 3.26

[71.14] Modelos y Optimización I
Curso 4
2C 2021

Alumno:	Grassano, Bruno
Número de padrón:	103855
Email:	bgrassano@fi.uba.ar

Índice

1. Enunciado

Un señor, ya muy mayor, debe efectuar una serie de visitas a sus más queridos amigos (que son en total 6). Estos viejos amigos viven en lugares muy diversos, algunos de estos sitios son realmente inhóspitos, otros son grandes ciudades.

Existen dos medios de transporte: ómnibus y tren. Además, uno de sus amigos es fanático del motociclismo y le tiene prometido ir a buscarlo con la moto al lugar que sea con tal de que vaya a visitarlo.

Este buen señor quiere gastar poco (es muy pobre), pero como también es viejo no puede viajar demasiadas horas; encima algunos de sus amigos tienen el gran defecto de ser muy celosos. Todos estos problemas juntos lo abruman y lo llenan de preocupación. Sin embargo, él sospecha que todo esto no es más que solo problema y realiza el siguiente resumen:

Conoce perfectamente donde viven sus amigos, puede marcar los puntos en un mapa, medir las distancias con toda precisión e identificar el tipo de camino a recorrer (carretera o avenida). Además sabe cuánto cuesta y cuánto tiempo lleva viajar en micro y viajar en tren desde cualquier punto a cualquier otro punto de los marcados en el mapa. También conoce la distancia por carretera, o avenida, desde cualquier punto marcado en el mapa hasta donde vive el de la moto.

Los problemas de celos los puede manejar bien si no visita a Ulises antes sin haber visitado a Alcinoo y a Circe, a menos que Ulises sea el primero que visite.

El punto de las horas de viaje le preocupa, decide que el total de horas netas de viaje (ya sea en ómnibus, tren o moto) no debe superar las 100 horas, a menos que logre visitar en forma consecutiva al Negro y a Eugenio no más tarde de la cuarta visita, ya que como los dos son muy hospitalarios y cuentan con muchísimas comodidades, puede descansar muy bien, y en ese caso se anima a extender su viaje a 120 horas.

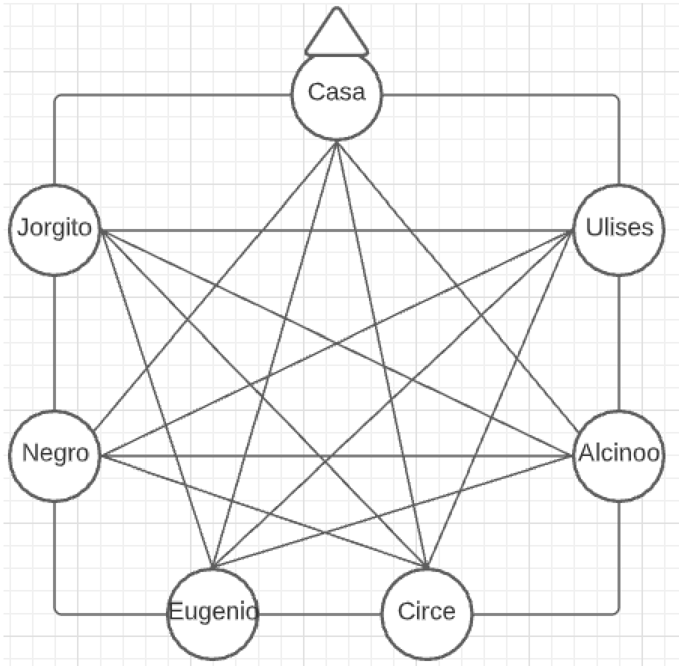
El de la moto no es otro que Jorgito, tiene una Suzuki GSX R 750 y anda siempre a 140 Km/h en las carreteras y 120 Km/h en las avenidas.

Cuando esté en la casa del último amigo visitado piensa descansar unos cuantos días y emprender el regreso visitando nuevamente a todos sus amigos de forma tal de no repetir ningún tramo del camino ya efectuado, aunque lo recorra en sentido inverso.

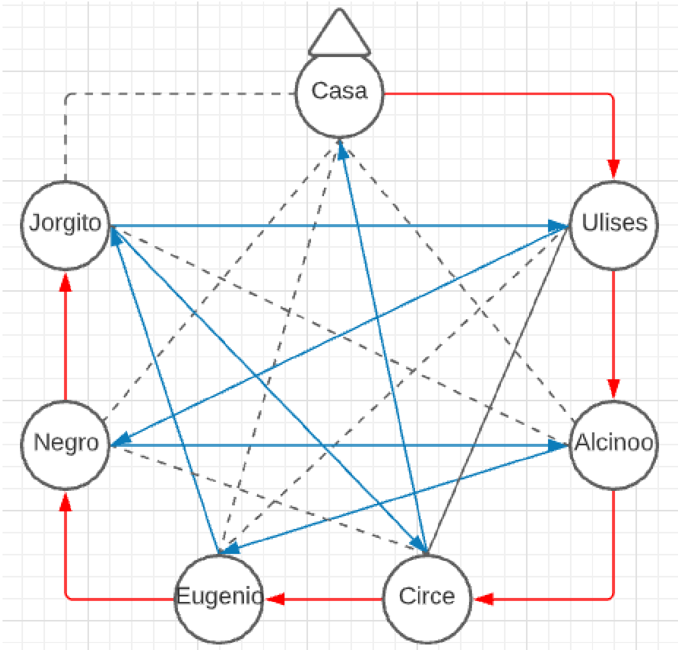
Este segundo viaje lo quiere hacer con el menor costo, sin preocuparse por la duración.

2. Análisis de la situación problemática

- Es un problema de combinatoria, del viajante.
- El problema tiene múltiples formas de ir a de un lado al otro.
- Se ven condiciones bivalentes.
- Se ve un esquema planteándolo como grafo (Es un K7)



En el siguiente esquema se ve un recorrido posible, en rojo la ida, en azul la vuelta.



3. Objetivo

Determinar que recorrido y orden tomar al visitar a los amigos a la ida y a la vuelta incluyendo el medio de transporte empezando y terminando en casa para minimizar el costo de la visita durante lo que dure el viaje.

4. Hipótesis y supuestos

1. Los costos y tiempos de traslado son estables y exactos. (Son ctes en el modelo)
2. Las distancias son exactas.
3. No hay mas problemas de celos.
4. No aparecen otros problemas de celos durante el viaje.
5. En la vuelta a su casa tiene que visitar al ultimo que visito en la ida.
6. Jorgito no tiene problemas en ir a buscarlo a cualquier otro lugar.
7. Ambas direcciones en un camino cuestan lo mismo.
8. Los tiempos de viaje no cambian por demoras en el camino.
9. Los tiempos de espera por el transporte están incluidos en las constantes.
10. El tiempo de viaje es solo de viaje, no incluye el de la visita.
11. Se cuenta con el dinero suficiente para pagar las formas de transporte utilizadas.
12. No se consideran contratiempos ni demoras imprevistas.
13. No hay otros costos que los de transporte.

5. Definición de variables

**Con tipos y unidades*

- YI_{ij}: Vale 1 si se toma el camino de i a j en la ida. $i = 0 \ldots 6, j = 0 \ldots 6, i \neq j$ Bivalente
- YIO_{ij}: Vale 1 si se toma el camino de i a j en la ida con ómnibus. $i = 0 \ldots 6, j = 0 \ldots 6, i \neq j$ Bivalente
- YIT_{ij}: Vale 1 si se toma el camino de i a j en la ida con tren. $i = 0 \ldots 6, j = 0 \ldots 6, i \neq j$ Bivalente
- YIJ_{ij}: Vale 1 si se toma el camino de i a j en la ida con Jorgito. $i = 0 \ldots 6, j = 0 \ldots 6, i \neq j$ Bivalente
- UI_i: Indica el orden en que se visita el amigo i en la ida. $i = 0 \ldots 6$ (Entera)
- YV_{ij}: Vale 1 si se toma el camino de i a j en la vuelta. $i = 0 \ldots 6, j = 0 \ldots 6, i \neq j$ Bivalente
- YVO_{ij}: Vale 1 si se toma el camino de i a j en la vuelta con ómnibus. $i = 0 \ldots 6, j = 0 \ldots 6, i \neq j$ Bivalente
- YVT_{ij}: Vale 1 si se toma el camino de i a j en la vuelta con tren. $i = 0 \ldots 6, j = 0 \ldots 6, i \neq j$ Bivalente
- $YVJA_{ij}$: Vale 1 si se toma el camino de i a j en la vuelta con Jorgito por avenida. $i = 0 \ldots 6, j = 0 \ldots 6, i \neq j$ Bivalente
- $YVJC_{ij}$: Vale 1 si se toma el camino de i a j en la vuelta con Jorgito por carretera. $i = 0 \ldots 6, j = 0 \ldots 6, i \neq j$ Bivalente
- UV_i: Indica el orden en que se visita el amigo i en la vuelta. $i = 0 \ldots 6$ (Entera)
- TI: Indica el tiempo total de la ida. (horas/viaje) (Continua)
- CI: Indica el costo total de la ida. ($/viaje) (Continua)
- CV: Indica el costo total de la vuelta. ($/viaje) (Continua)
- $YUAC$: Vale 1 si visita a Ulises primero. (Bivalente)
- YNE: Vale 1 si visita al Negro y a Eugenio no más tarde de la cuarta visita. (Bivalente)

0 es la casa, 1 es Ulises, 2 Alcino, y así.

6. Modelo de programación lineal

**Indicando en cada restricción o grupo de restricciones la función que cumplen.*

6.1. Funcional

Buscamos minimizar el costo:

$$min(CI + CV)$$

6.2. Restricciones

Empezamos planteando la ida:

- La salida de cada lugar: $\sum_{j=0}^{6} YI_{ij} = 1 \forall i = 0 \ldots 6$
- La llegada de cada lugar: $\sum_{i=0}^{6} YI_{ij} = 1 \forall j = 0 \ldots 6$
- No se permiten subtours: $UI_i - UI_j + 6YI_{ij} \leq 5; \forall i = 1 \ldots 6; \forall j = 1 \ldots 6; i \neq j$

Opciones de transporte posible:

- $YI_{ij} = YIO_{ij} + YIT_{ij} + YIJ_{ij}; \forall i = 0 \ldots 6; \forall j = 0 \ldots 6; i \neq j$
- $YIJ_{ij} = YIJC_{ij} + YIJA_{ij}$

Estamos limitados por el tiempo:

- $TI \leq 100 + 20YNE$
- $TI = \sum_{i=0}^{6} \sum_{j=0}^{6} YIO_{ij} TiempoOmni_{ij} +$
  $\sum_{i=0}^{6} \sum_{j=0}^{6} YIT_{ij} TiempoTren_{ij} +$
  $\sum_{i=0}^{6} \sum_{j=0}^{6} YIJC_{ij} DistMotoC_{ij}/140 +$
  $\sum_{i=0}^{6} \sum_{j=0}^{6} YIJA_{ij} DistMotoA_{ij}/120$

El costo de la ida:

- $CI = \sum_{i=0}^{6} \sum_{j=0}^{6} YIO_{ij} CostoOmni_{ij} + \sum_{i=0}^{6} \sum_{j=0}^{6} YIT_{ij} CostoTren_{ij}$

Los casos especiales de visitas:

- Alcino (2) y Circe (3) antes de Ulises (1): $UI_2 \leq UI_1 + YUACM$ y $UI_3 \leq UI_1 + YUACM$
- Si Ulises es primero (es 2, el 1 es la casa) : $UI_1 - 2 \leq 7(1 - YUAC)$ y $3 - UI_1 \leq 7YUAC$
- Negro (5) y Eugenio (4) de forma consecutiva para mas tiempo antes de la 4 visita (valor 5) : *No se me ocurre como plantearla*

Empieza en la casa:

- $UI_0 = 1$

La vuelta:

- La salida de cada lugar: $\sum_{j=0}^{6} YV_{ij} = 1 \forall i = 0 \ldots 6$
- La llegada de cada lugar: $\sum_{i=0}^{6} YV_{ij} = 1 \forall j = 0 \ldots 6$
- No se permiten subtours: $UV_i - UV_j + 6YV_{ij} \leq 5; \forall i = 1 \ldots 6; \forall j = 1 \ldots 6; i \neq j$

Opciones de transporte posible:

- $YV_{ij} = YVO_{ij} + YVT_{ij} + YVJ_{ij}; \forall i = 0 \ldots 6; \forall j = 0 \ldots 6; i \neq j$
- $YVJ_{ij} = YVJC_{ij} + YVJA_{ij}$

No puede recorrer el mismo camino:

- $YI_{ij} + YV_{ij} \leq 1; \forall i = 0 \ldots 6; ; \forall j = 0 \ldots 6$

El costo de la vuelta:

- $CV = \sum_{i=0}^{6} \sum_{j=0}^{6} YVO_{ij} CostoOmni_{ij} + \sum_{i=0}^{6} \sum_{j=0}^{6} YVT_{ij} CostoTren_{ij}$

Termina en la casa:

- $UV_0 = 7$