



# *ADS – 1º*

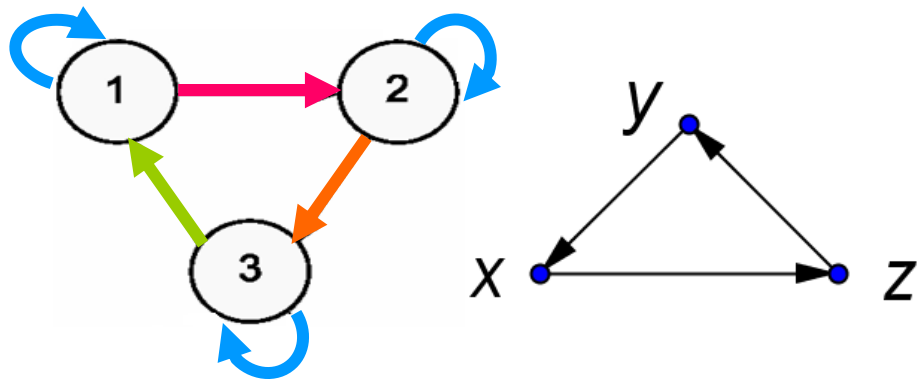
## *Matemática Discreta*

*Aula 07 – Noções de Grafos e Árvores*

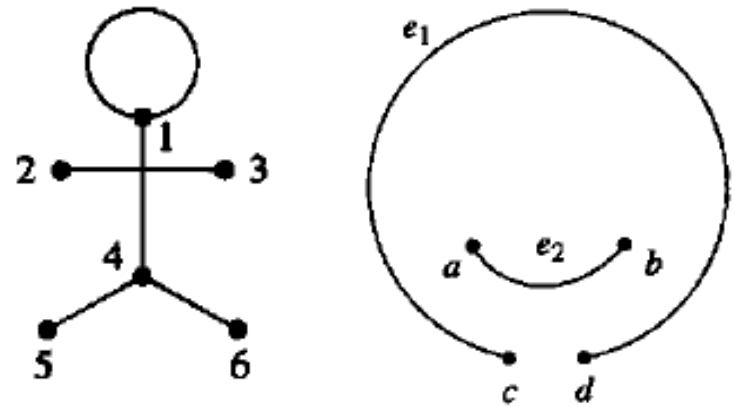
*Prof<sup>a</sup> Carlota*

Um **grafo** é um modelo matemático para representar uma coleção de objetos (nós ou vértices – pontos ou círculos) que são ligados aos pares (por arcos ou arestas – linhas ou setas) com outra coleção de objetos.

Grafos direcionados (orientados)



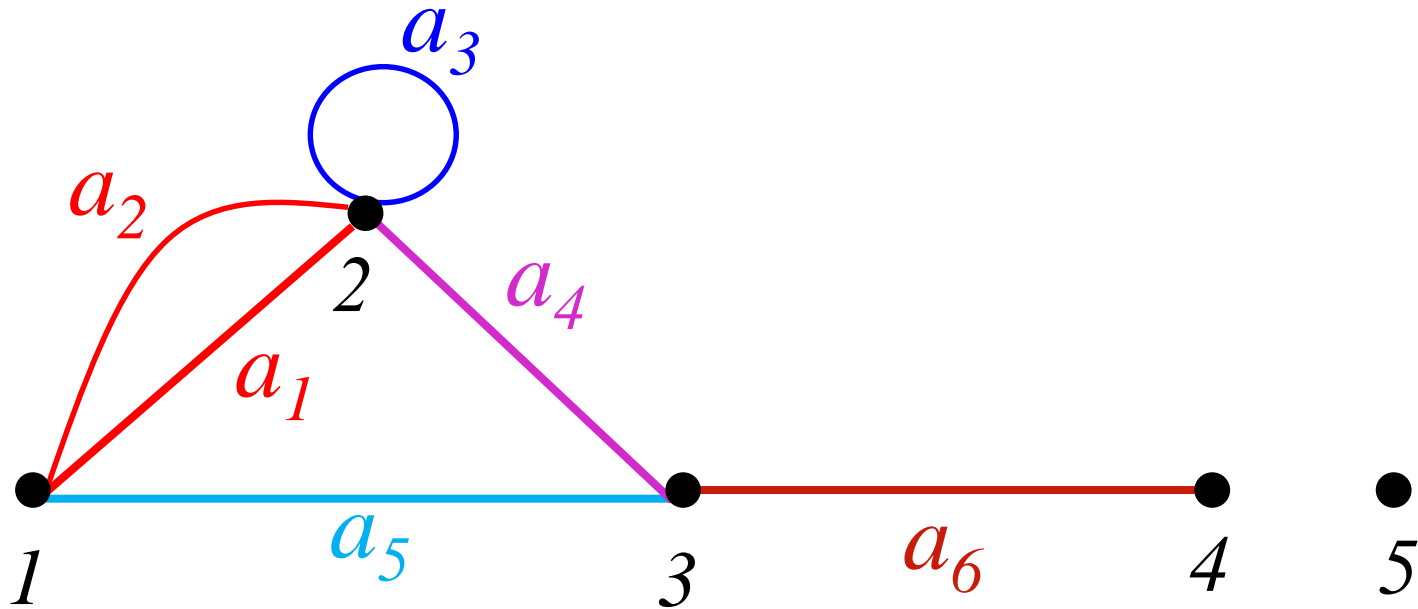
Grafos não direcionados



As posições dos vértices e a forma das linhas são irrelevantes – apenas representa quem está ligado a quem.

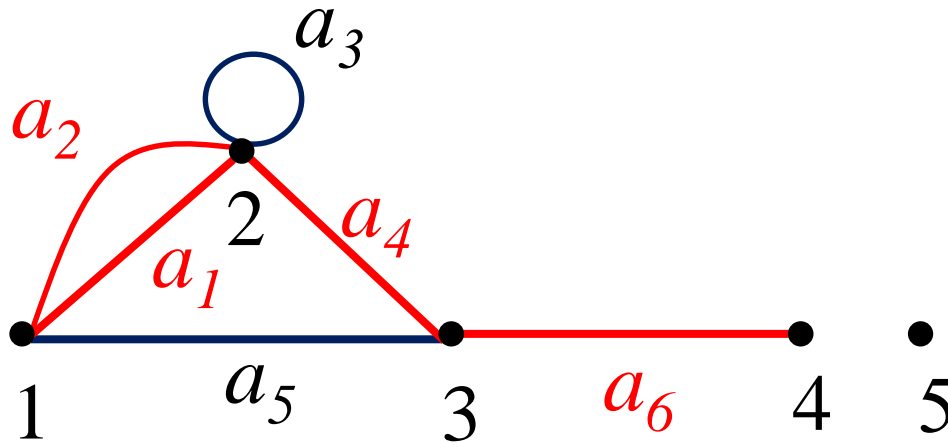
# Terminologia

1 e 3 são vértices adjacentes, mas 1 e 4 não são.  
Vértices 1 e 3 têm grau 3. O vértice 2 tem grau 5.  
5 é vértice isolado (tem grau 0).  
As arestas  $a_1$  e  $a_2$  são paralelas.  
A aresta  $a_3$  é um laço.



## Terminologia (continuação)

A sequência  $2, a_1, 1, a_2, 2, a_4, 3, a_6, 4$  é um caminho do vértice 2 ao vértice 4, de comprimento 4 (quantidade de arestas utilizadas).

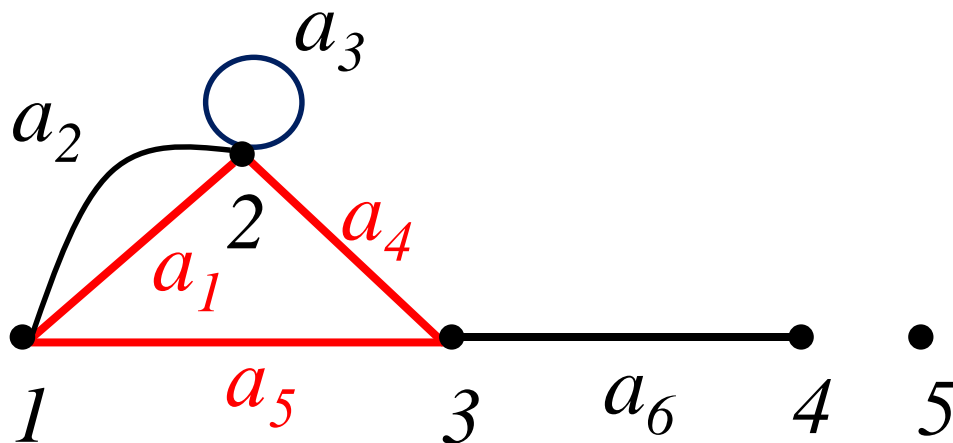


Um grafo é conexo se houver um caminho entre quaisquer dois vértices. Logo, o grafo acima não é conexo (devido ao 5).

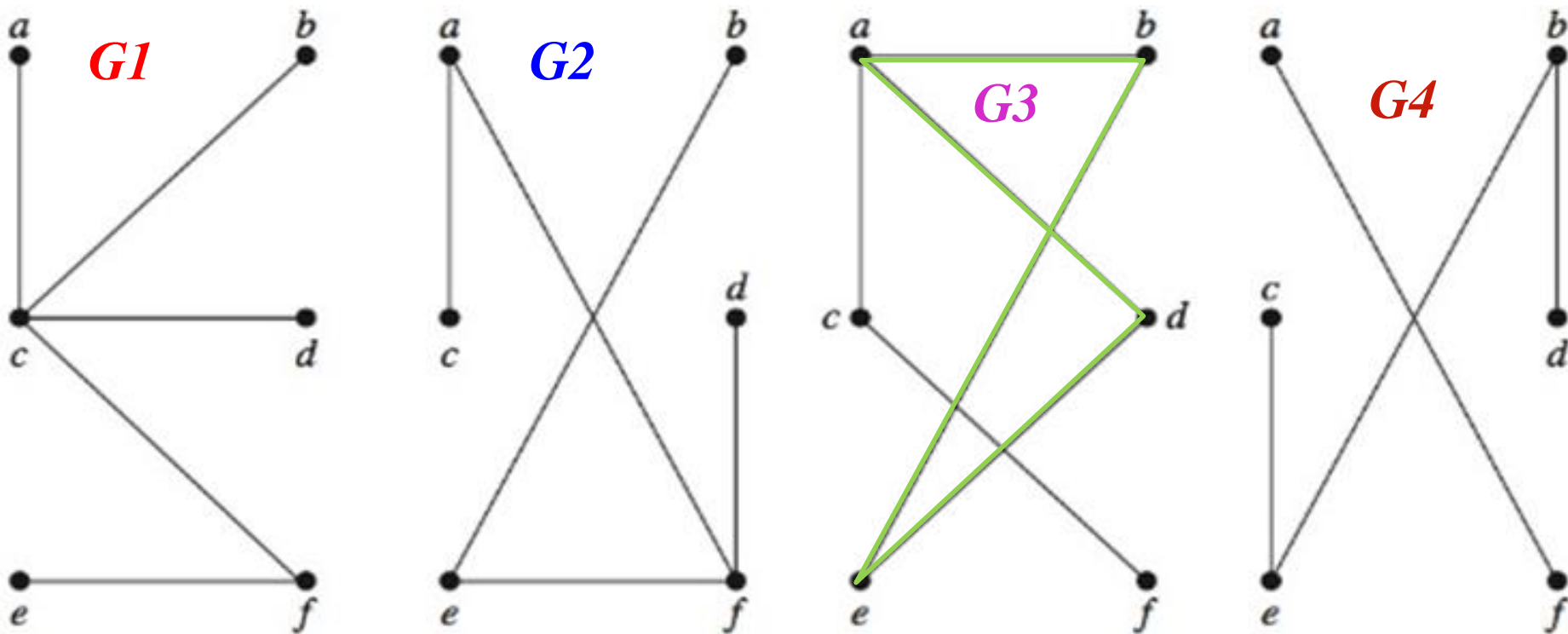
# Terminologia (continuação)

Um **ciclo** em um grafo é um caminho de algum vértice  $n_0$  até  $n_0$  de forma que nenhum vértice (diferente de  $n_0$ ) ocorra mais de uma vez no caminho.

Exemplo: No grafo abaixo,  $1, a_1, 2, a_4, 3, a_5, 1$  é um ciclo.

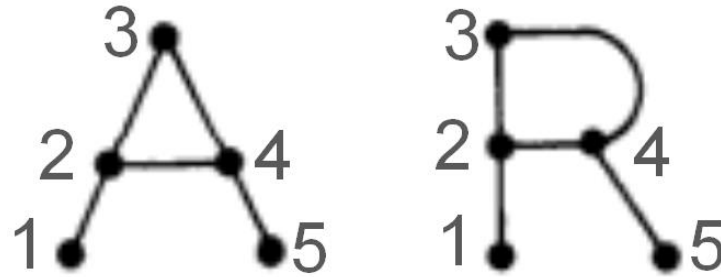


Uma **árvore** é um grafo não orientado conexo que não possui nenhum ciclo.

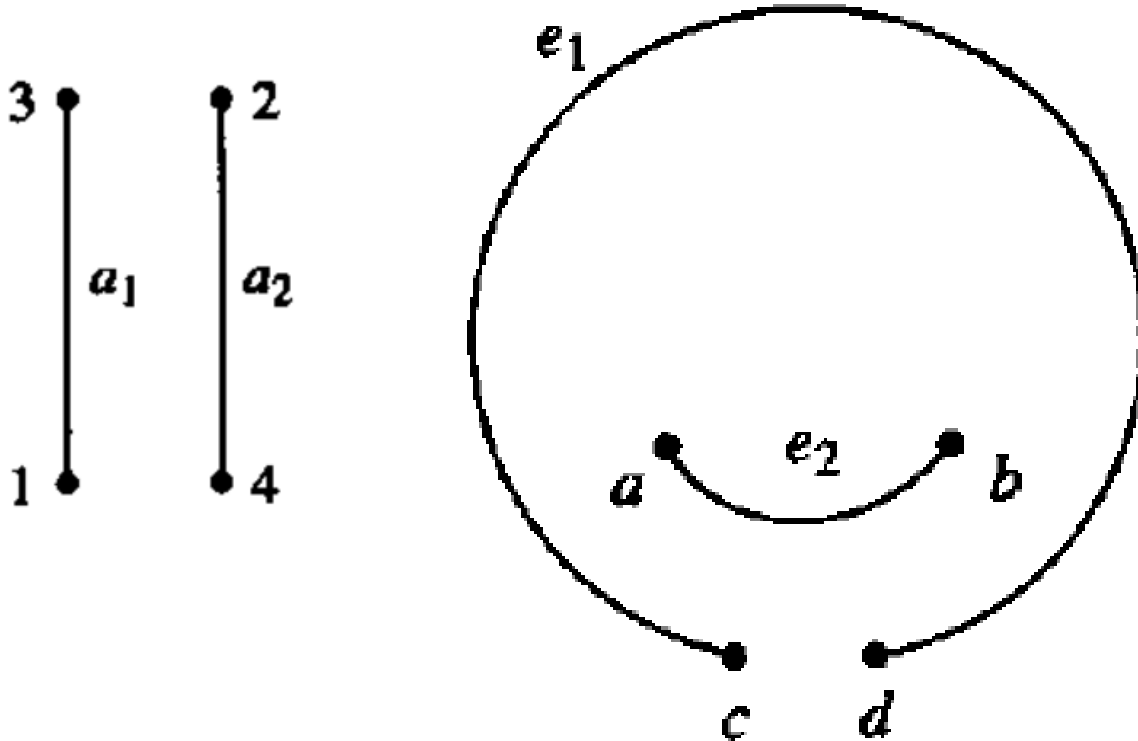


G1 e G2 são árvores, pois são grafos conexos sem ciclos.  
G3 não é uma árvore, pois **e, b, a, d, e** é um ciclo.  
G4 não é uma árvore, pois não é conexo.

Os grafos abaixo são isomorfos entre si.



Assim como os dois grafos abaixo.



*Associação  
(Isomorfismo)*

$$1 \rightarrow a$$

$$2 \rightarrow c$$

$$3 \rightarrow b$$

$$4 \rightarrow d$$

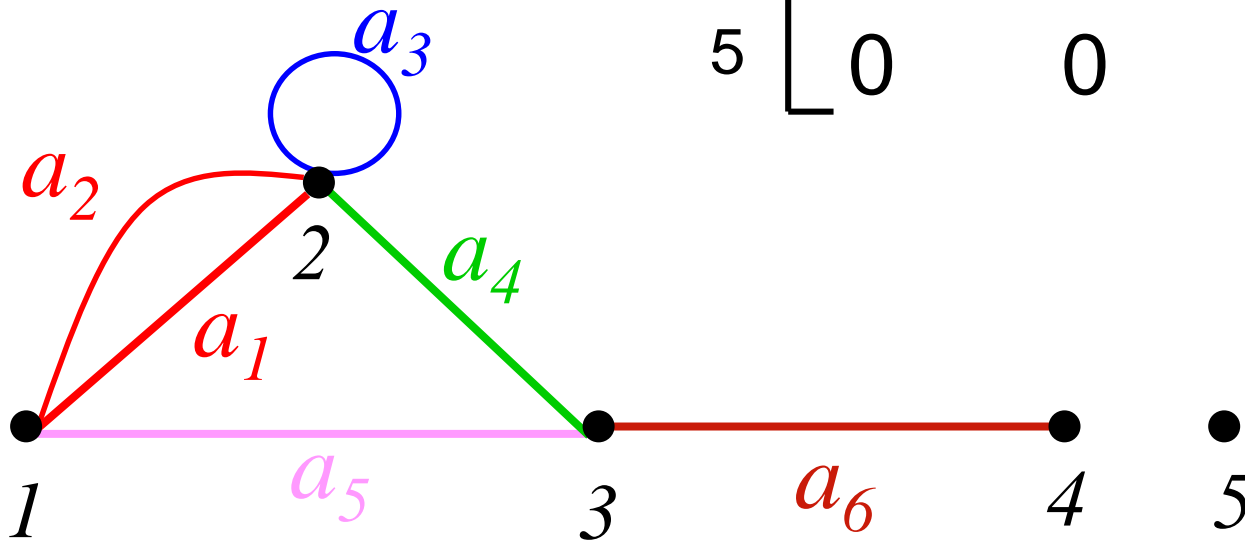
$$a_1 \rightarrow e_2$$

$$a_2 \rightarrow e_1$$

# Matriz de Adjacência de um grafo

Quantidade  
de arestas  
do nó 1 ao 2.

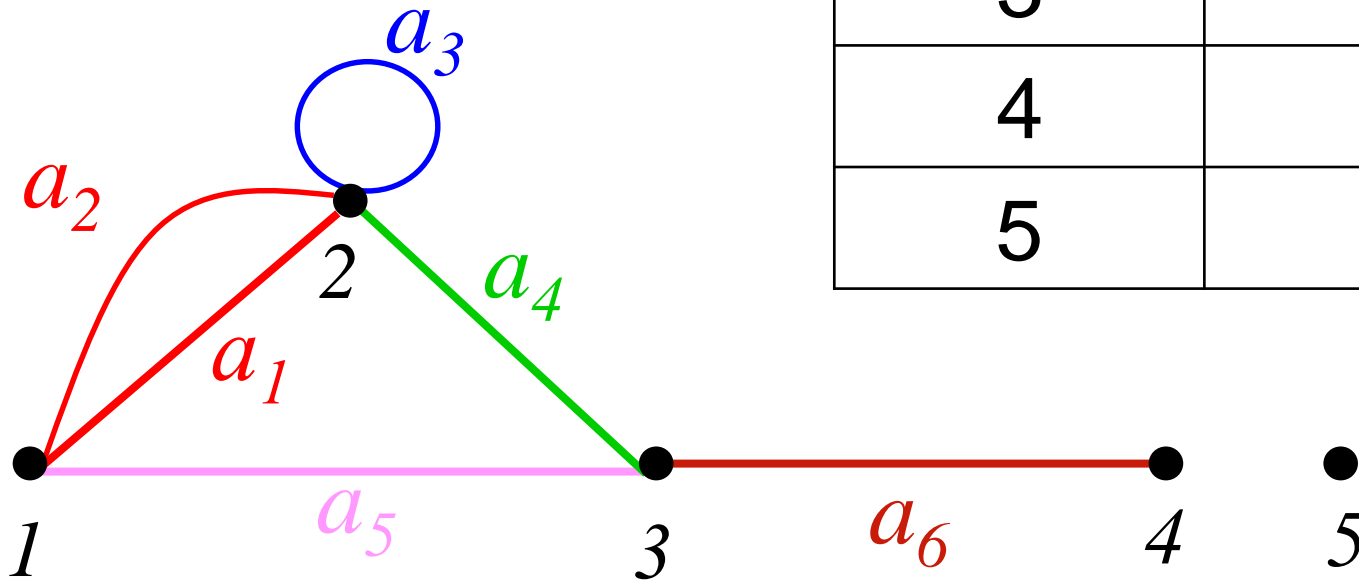
	1	2	3	4	5
1	0	2	1	0	0
2	2	1	1	0	0
3	1	1	0	1	0
4	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	0



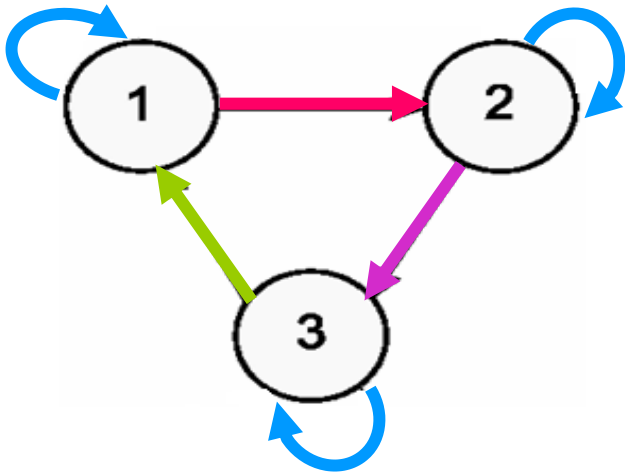


# Lista de Adjacências de um grafo

Vértices (ou nós)	Lista de Adjacências
1	2, 2, 3
2	1, 1, 2, 3
3	1, 2, 4
4	3
5	



# Matriz e lista de adjacência de um grafo orientado



$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Vértices	Lista de Adjacências
1	1, 2
2	2, 3
3	1, 3

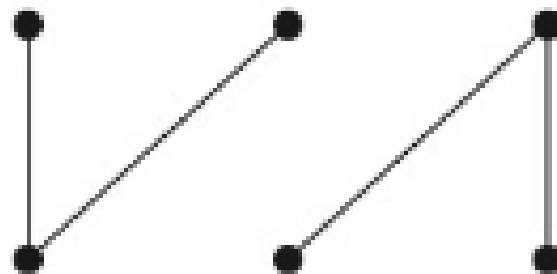
## Exercício 1

Quais destes grafos são árvores?

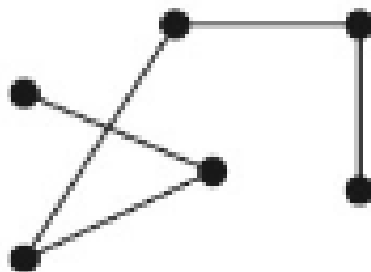
a)



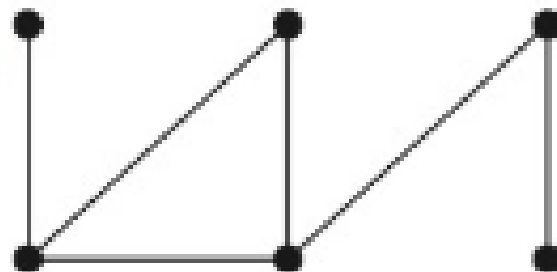
b)



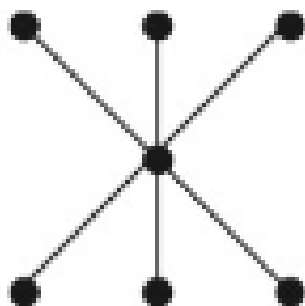
c)



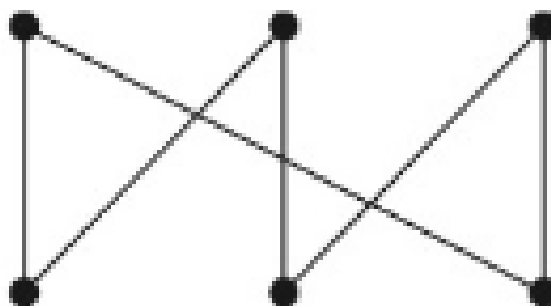
d)



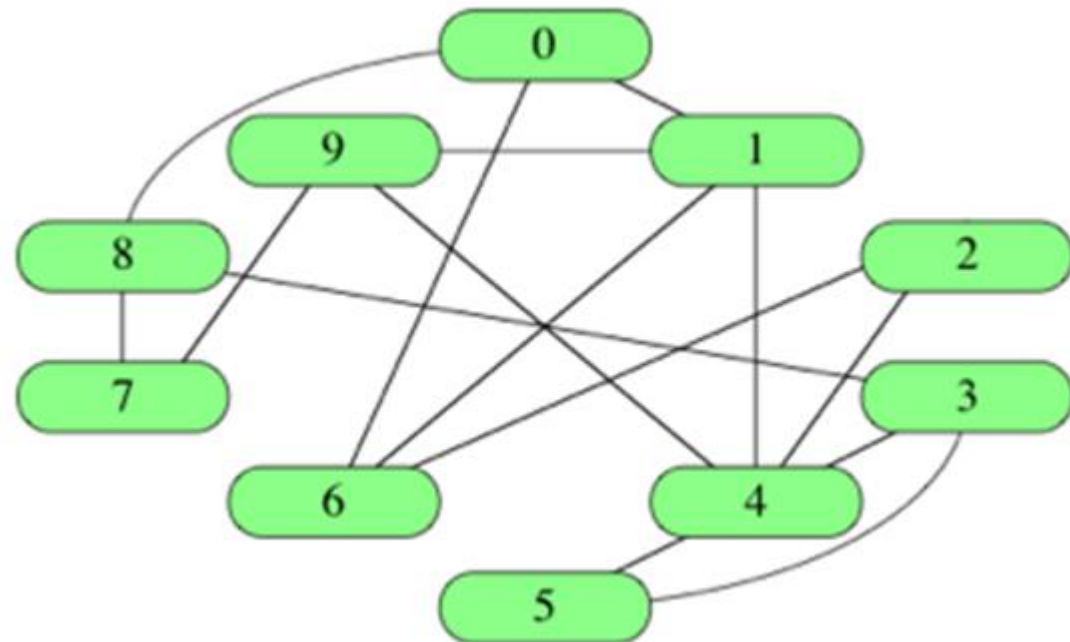
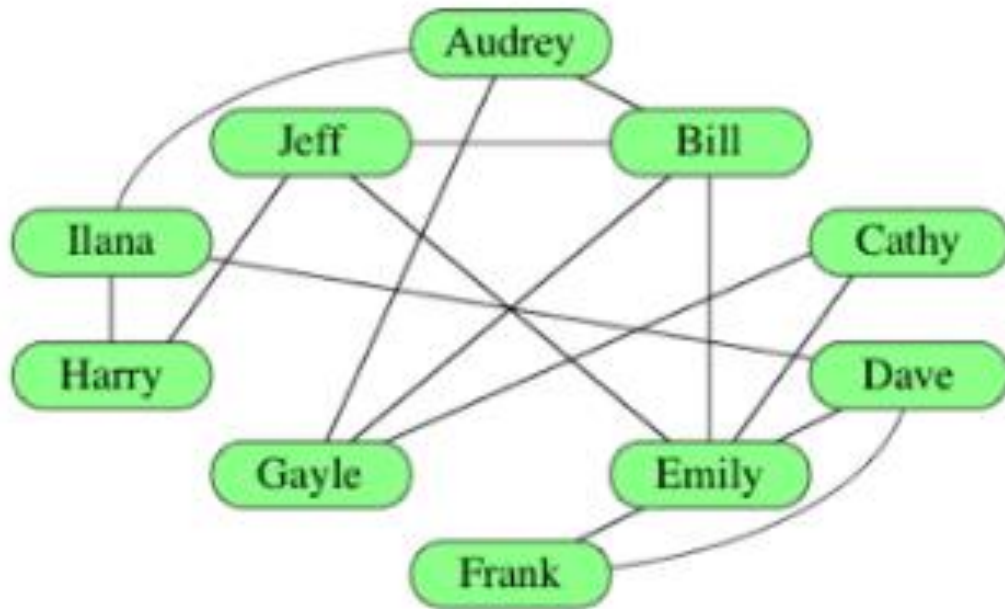
e)



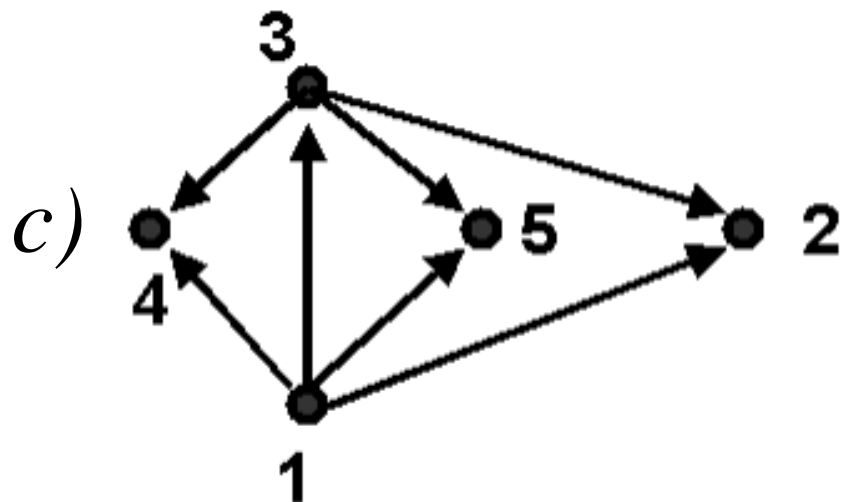
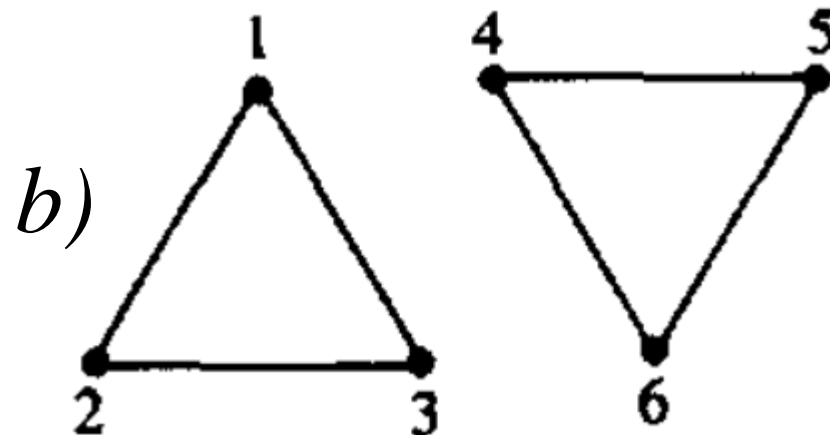
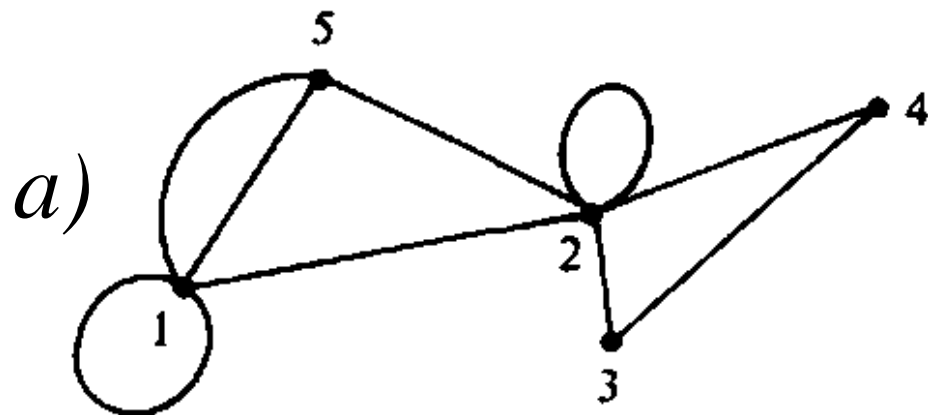
f)



**Exercício 2**      Escreva a lista e a matriz de adjacência do grafo que represente a rede de contatos abaixo.



**Exercício 3** Escreva a lista e a matriz de adjacência dos grafos.



**Exercício 4** Desenhe um grafo representado pela matriz.

$$a) \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

**Exercício 5** Desenhe um grafo representado pela matriz.

$$a) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Referências

- LIPSCHUTZ, Seymour; LIPSON, Marc Lars. Matemática Discreta. 3.ed. Porto Alegre: Bookman, 2013. (<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788565837781>)
- MENEZES, Paulo Blauth. Matemática Discreta para Computação e Informática. Col. Livros Didáticos, V.16. Bookman, 2008. (<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582600252>)
- GERSTING, Judith L. Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação. Rio de Janeiro: LTC, 2004.



MENEZES, Paulo Blauth et. al. **Aprendendo Matemática Discreta com Exercícios**. Vol. 19. São Paulo: Artmed Editora S.A., 2009.

(<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788577805105>)

Rosen, Kenneth H. **Matemática discreta e suas aplicações**. 6. ed. São Paulo: McGraw-Hill Interamericana do Brasil Ltda. , 2009

(<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788563308399>)