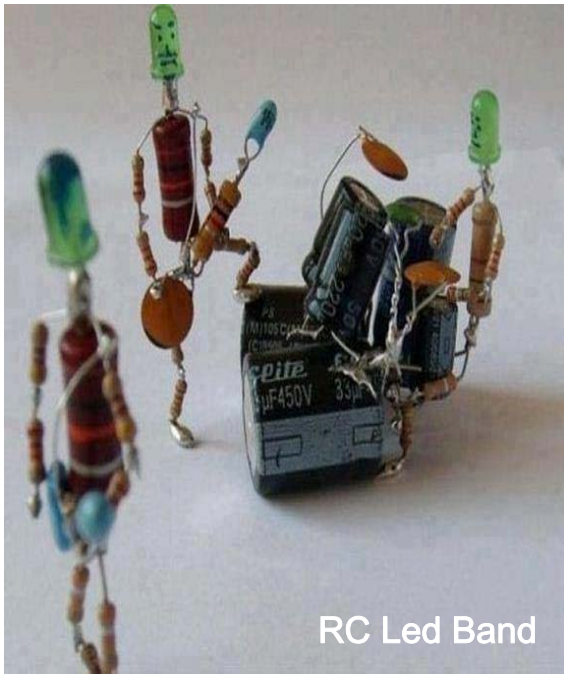



# CIRCUITOS ELÉCTRICOS

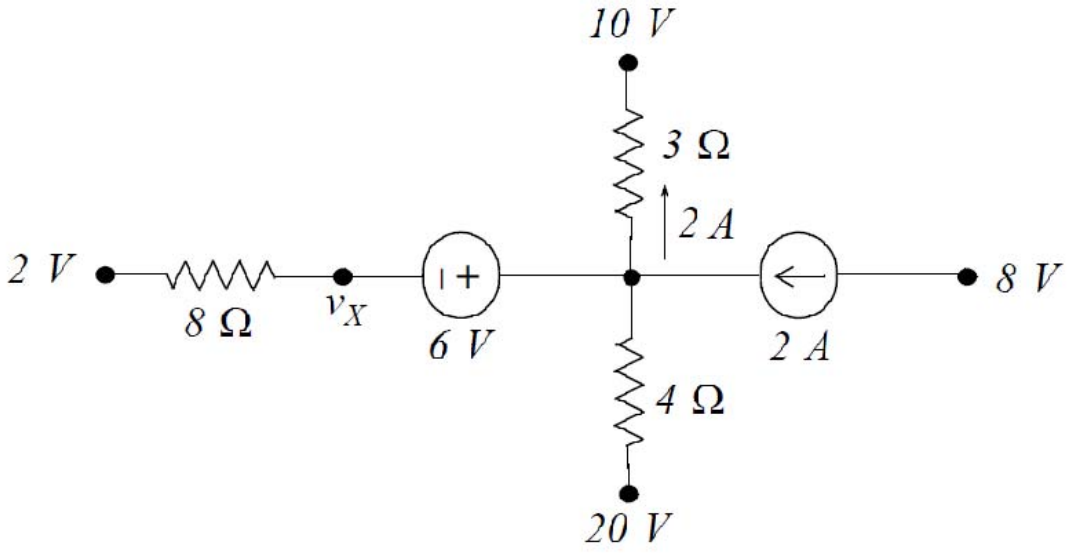
## *Problemas resolvidos*

## *III*

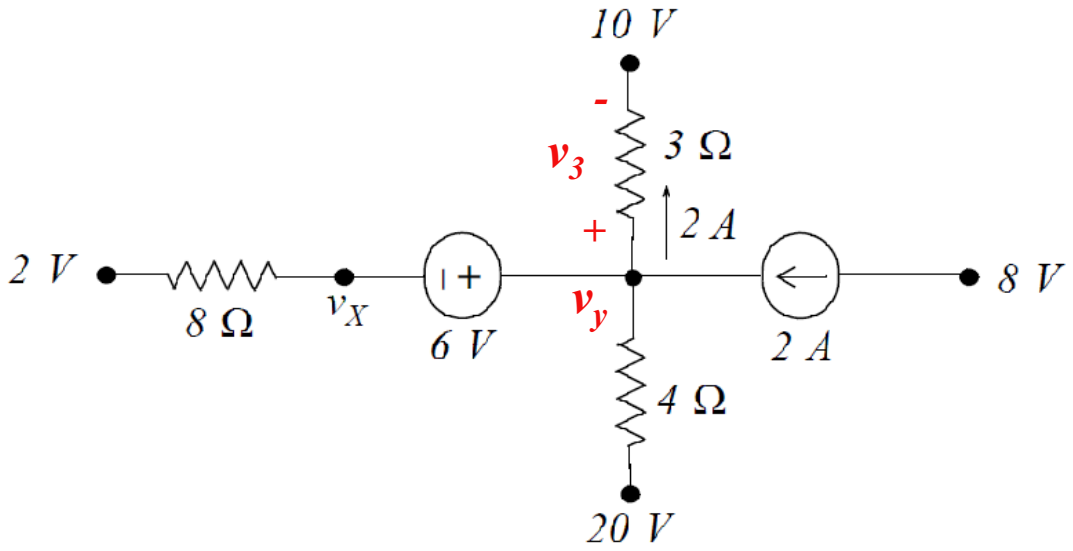
Ernesto Martins
evm@ua.pt
DETI (gab. 4.2.38)
Universidade de Aveiro



**1 – As tensões indicadas nos terminais do circuito abaixo são relativas a um nó de referência não representado. Calcule o valor da tensão nodal $v_x$ e a potência fornecida pela fonte de *6V*.**



## 1: calculo de $v_x$



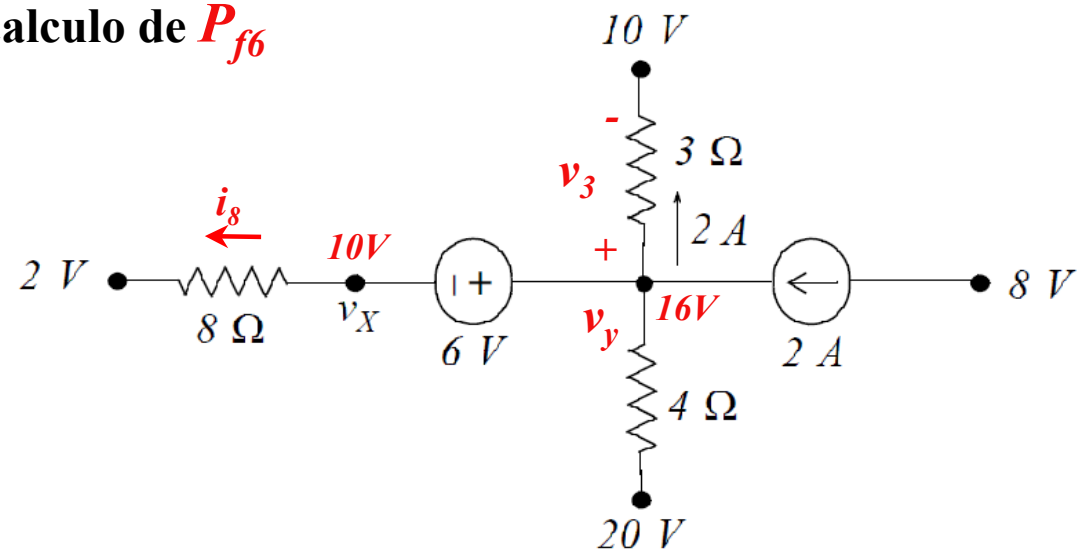

$$v_y = v_3 + 10 \quad \Leftrightarrow v_y = (3)(2) + 10 = 16V$$

$$v_y - v_x = 6 \quad \Leftrightarrow v_x = v_y - 6 = 10V$$





## 2: calculo de $P_{f6}$

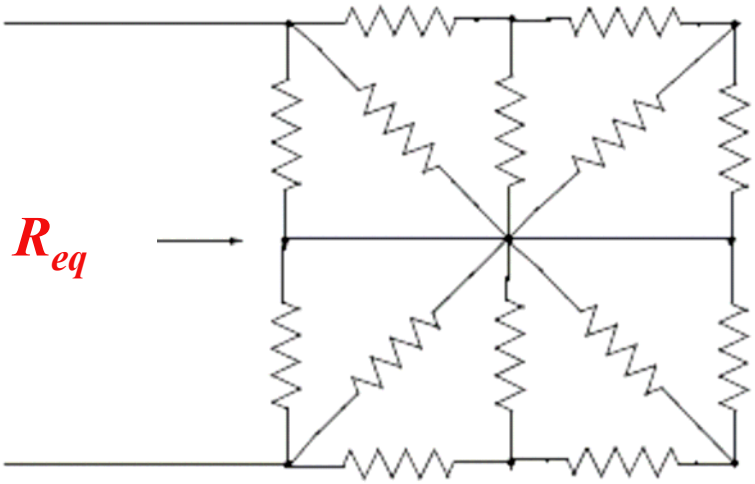



$$i_8 = \frac{10 - 2}{8} = 1A$$

$$P_{a6} = VxI = 6x1 = 6W \longleftarrow \text{É a potência absorvida!}$$

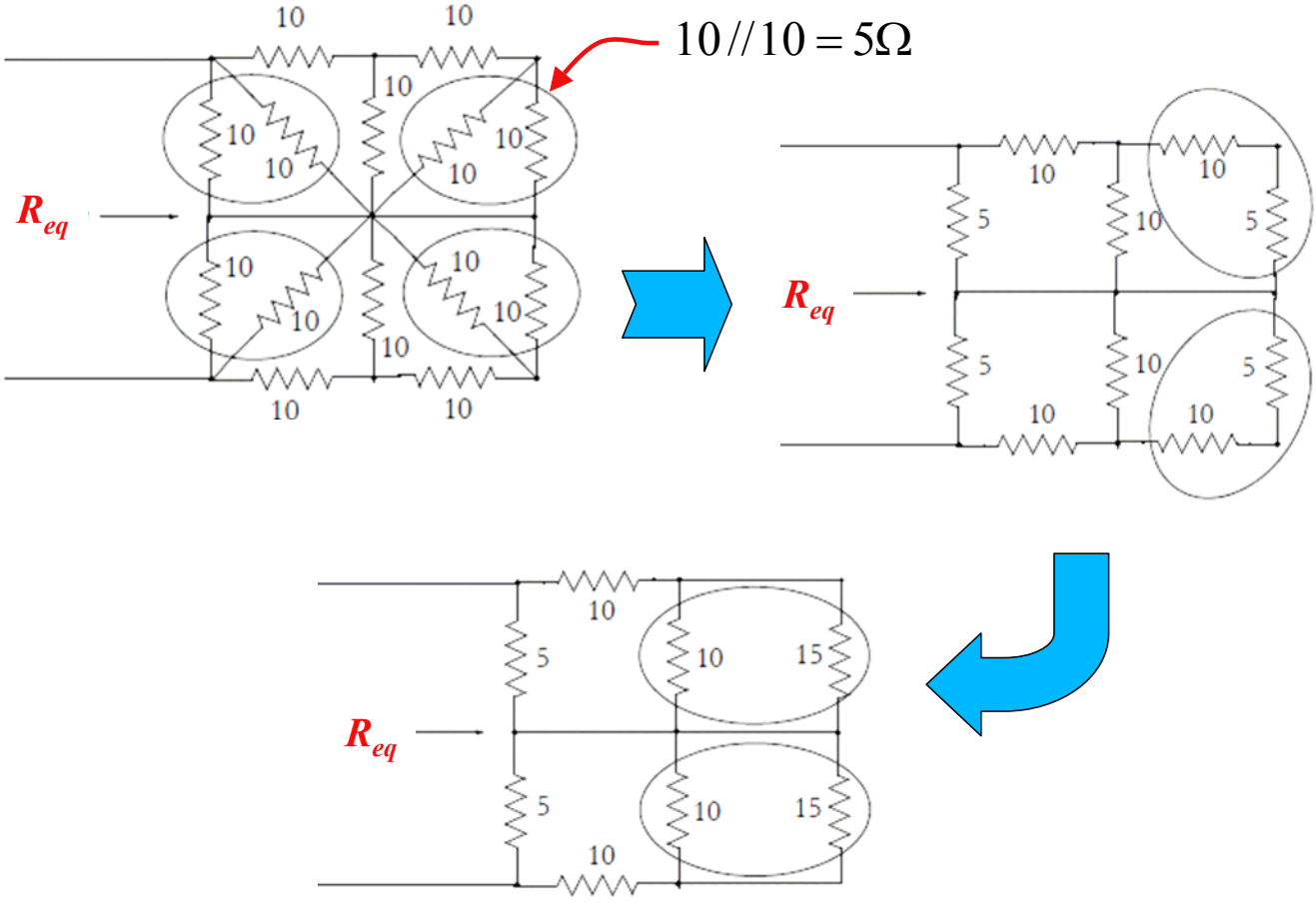
$$P_{f6} = -6W$$

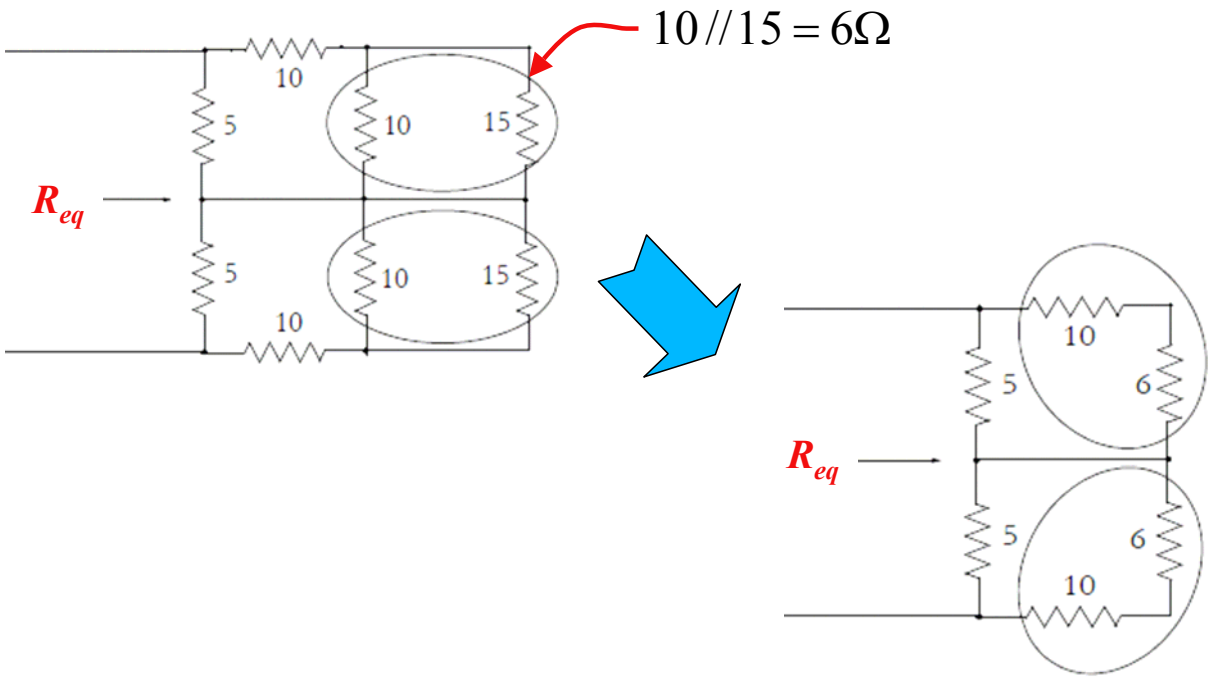
# 2 - Calcule *Req* (o valor de todas as resistências é *10Ω*)







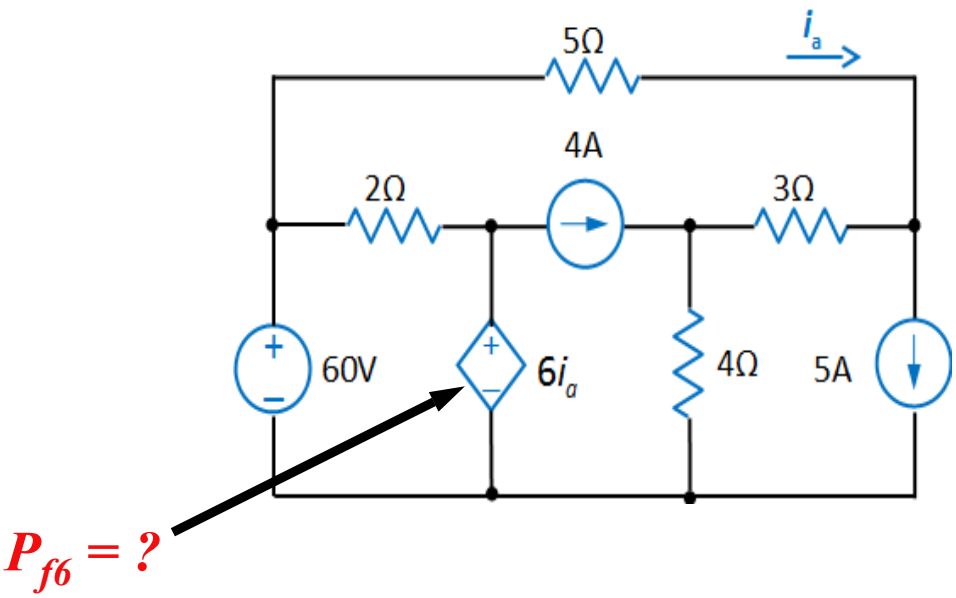



$$R_{eq} = (16 // 5) + (16 // 5) = 7.62\Omega$$

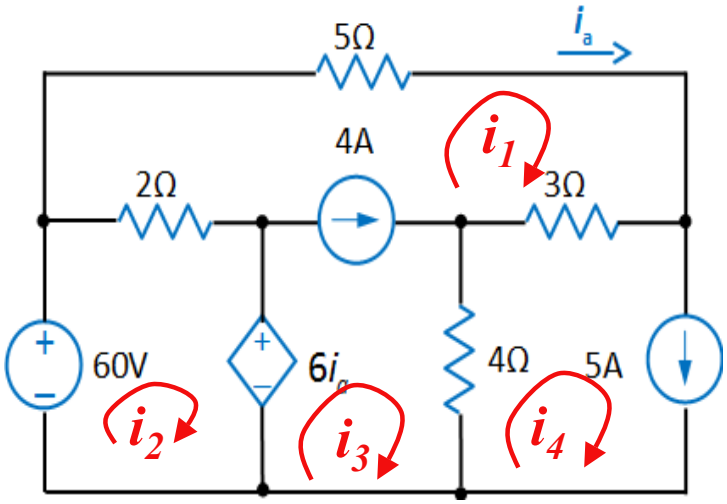




**3 – Usando Análise de Malhas calcule a potência fornecida pela fonte dependente.**



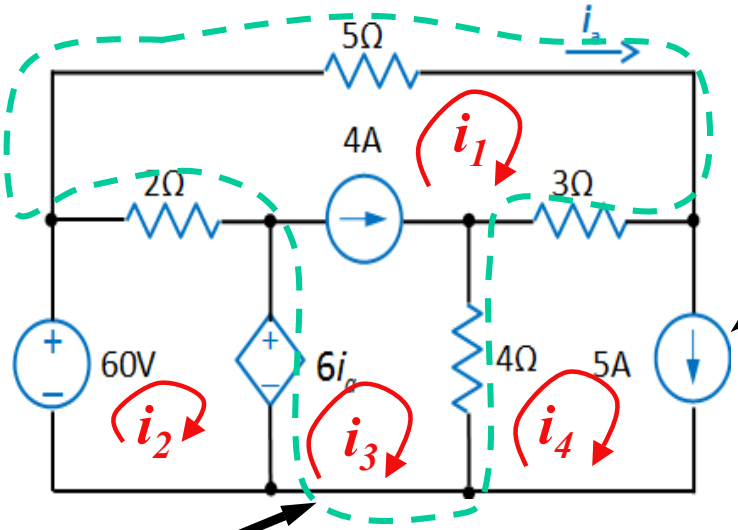
**1º Passo: identificar as malhas do circuito e atribuir correntes de malha…**








**2º Passo: identificar super-malhas e malhas com fontes de corrente na periferia**

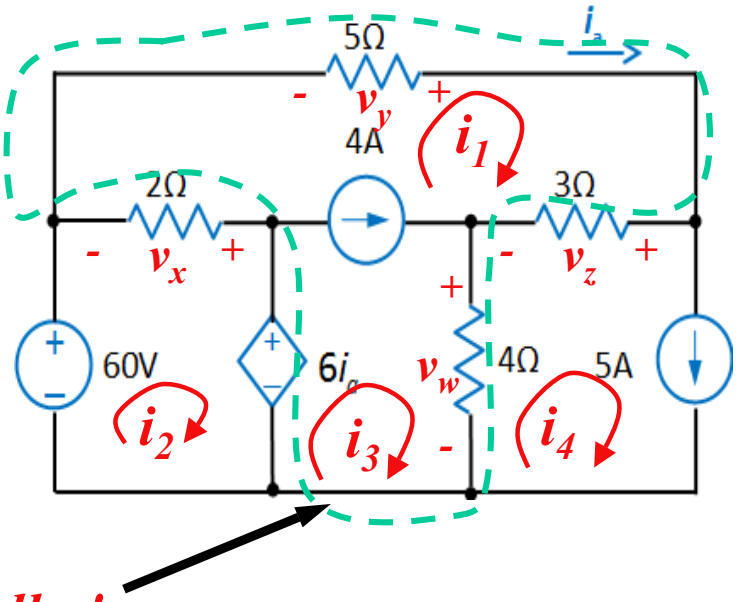



**Fonte de corrente na periferia:**

$i_4 = 5A$

*Super-malha!*

## 3º Passo: marcar tensões nas resistências…




$i_4 = 5A$

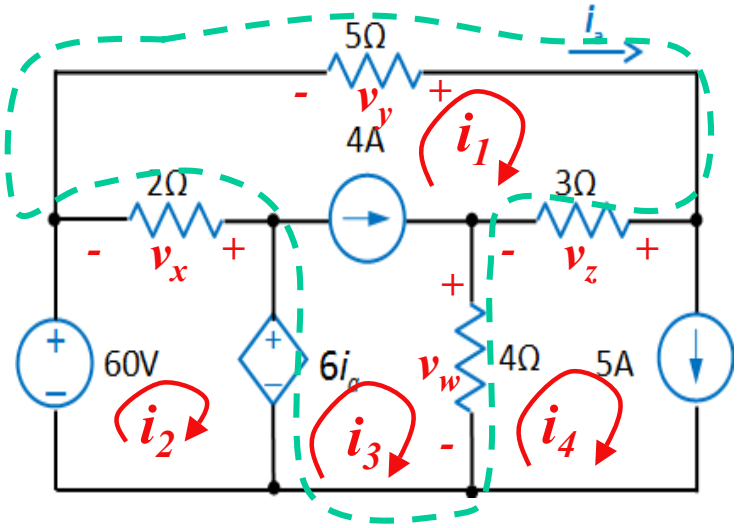
*Super-malha!*





## 4º Passo: Aplicar KVL à malha e super-malha…

- **Temos de escrever:**
  - **uma equação para a malha 2;**
  - **uma equação para a super-malha.**




**Malha 2:** $-60 - v_x + 6i_a = 0$

**Super-malha:** $-6i_a + v_x - v_y + v_z + v_w = 0$

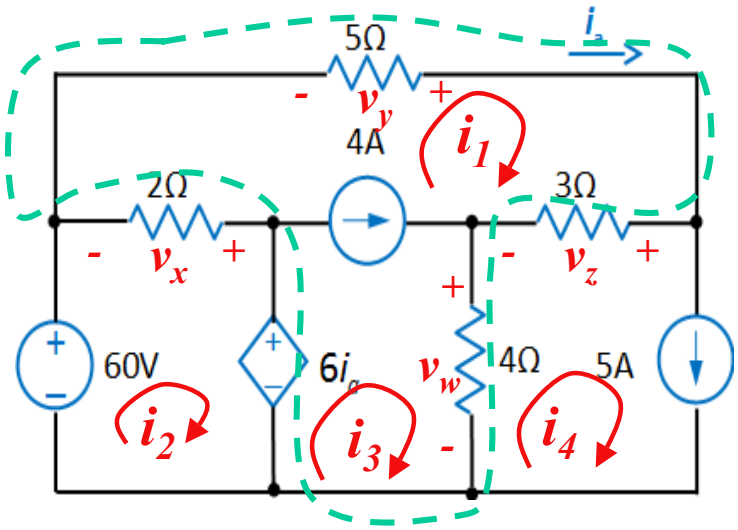
## 5º Passo: Exprimir tensões em função das correntes de malha…

$$v_x = 2(i_1 - i_2)$$

$$v_y = -5i_1$$

$$v_z = 3(i_1 - i_4)$$

$$v_w = 4(i_3 - i_4)$$








## 6º Passo: Resolver equações...

**Sabendo que**

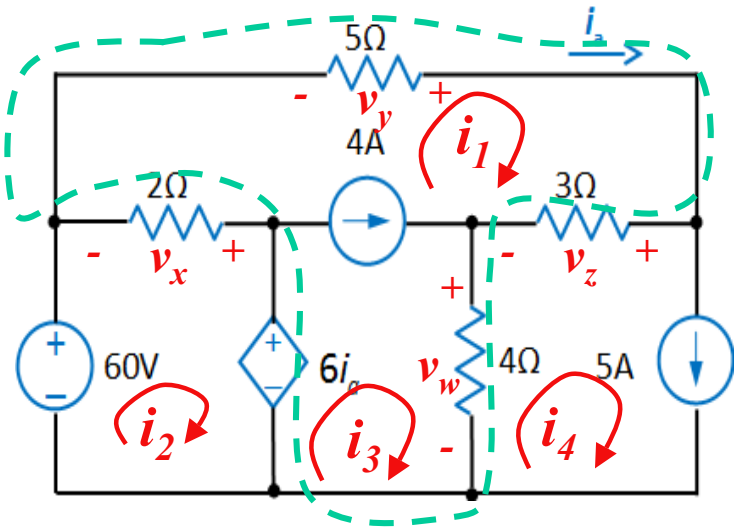
$$i_4 = 5A$$

$$i_a = i_1$$

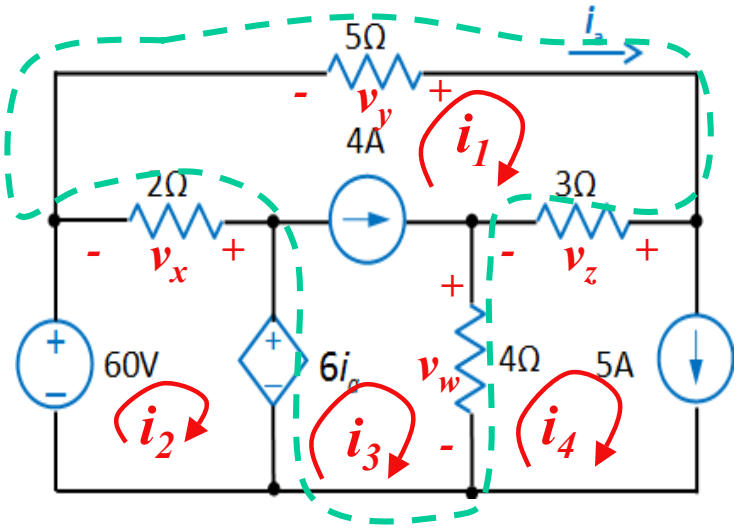
$$i_3 - i_1 = 4$$

**e substituindo tudo nas equações da malha 2 e da super-malha…**

$$\begin{cases} 2i_1 + i_2 = 30 \\ 4i_1 - 2i_2 + 4i_3 = 35 \\ i_3 - i_1 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = 6.58A \\ i_2 = 16.83A \\ i_3 = 10.58A \end{cases}$$



## 7º Passo: Calcular o que é pedido...




**A potência absorvida pela fonte dependente é**

$$P_{a6} = VxI = (6i_a)(i_2 - i_3)$$
$$= (6x6.58)(16.58 - 10.58)$$
$$= 236.9W$$

**A potência fornecida é**

$$P_{f6} = -P_{a6} = -236.9W$$

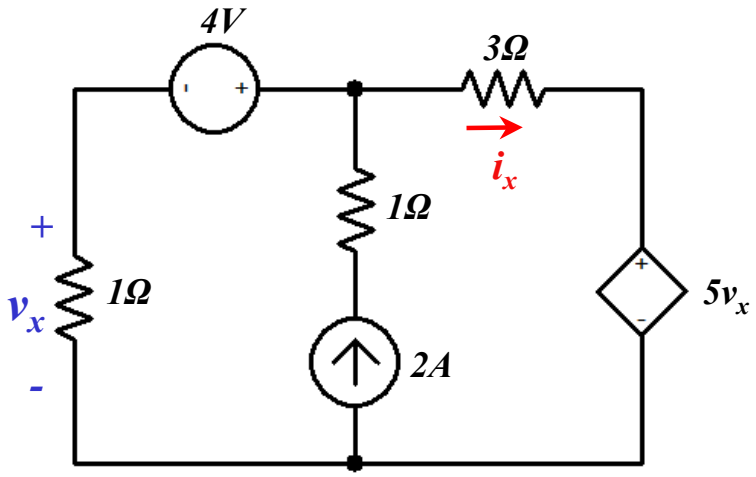




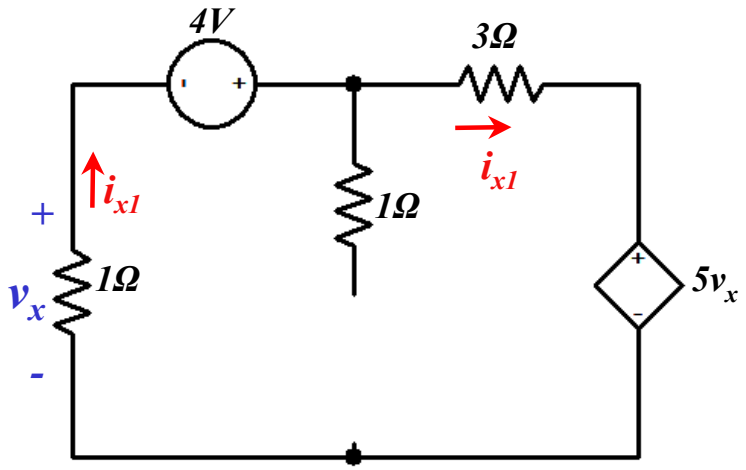
## 4 – Usando teorema da sobreposição calcule

a) O valor de $i_x$

b) O valor que deverá ter a fonte de corrente, para que $i_x$ diminua para metade do valor obtido em a)



## a) Desactivemos primeiro a fonte de corrente…




**Usando KVL:** $-v_x - 4 + 3i_{x1} + 5v_x = 0$

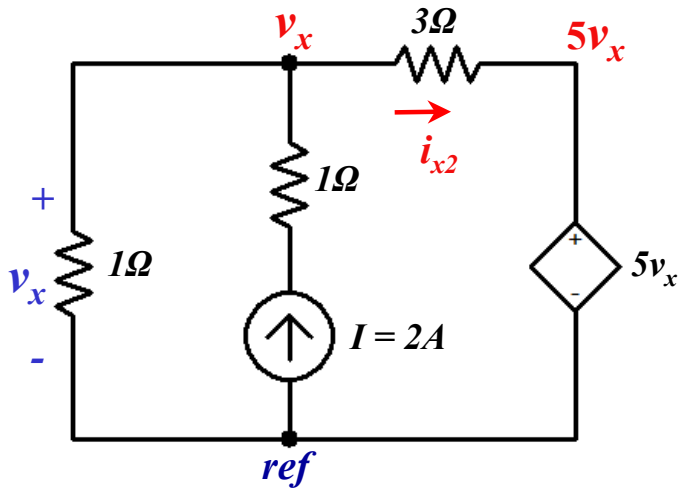
**Substituindo:** $v_x = -1i_{x1} \Rightarrow i_{x1} - 4 + 3i_{x1} - 5i_{x1} = 0$

$$i_{x1} = -4A$$





## a) … e agora anulamos a fonte de tensão de *4V*.




**Aplicando KCL:**

$$i_{x2} + \frac{v_x}{1} = I$$

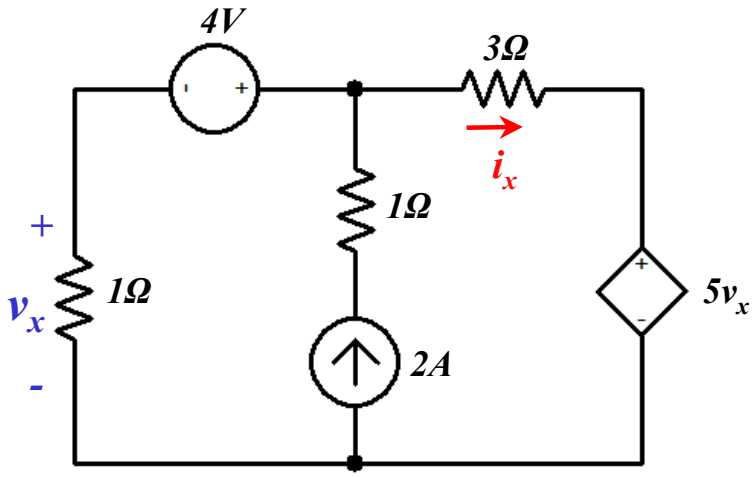
**e sabendo que:**

$$\frac{v_x - 5v_x}{3} = i_{x2} \Leftrightarrow v_x = -\frac{3}{4} i_{x2}$$

**substituindo…**

$$i_{x2} - \frac{3}{4} i_{x2} = I \Leftrightarrow i_{x2} = 4I \qquad i_{x2} = 8A$$

## a) Aplicamos o Teorema da Sobreposição para obter $i_x$




$$i_x = i_{x1} + i_{x2} = -4 + 8 = 4A$$

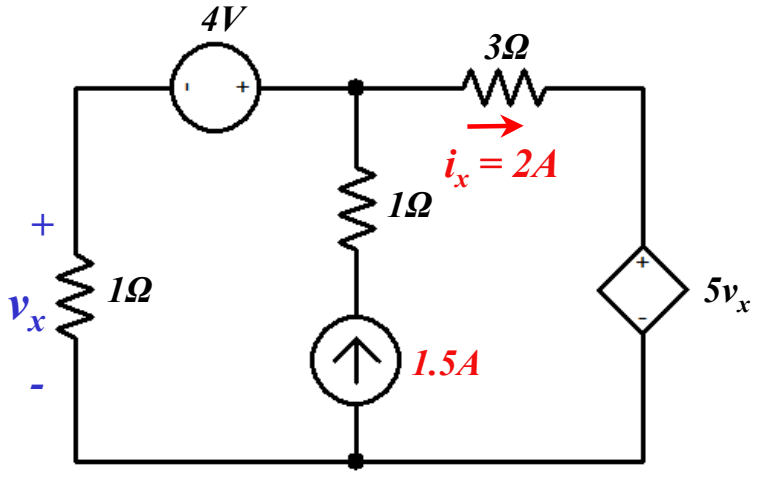




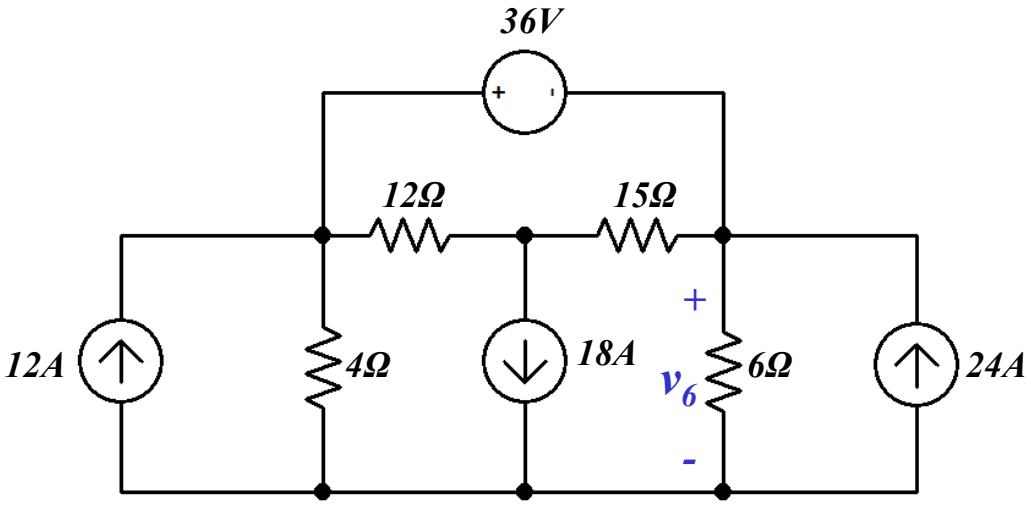
## b) Para obter metade do valor anterior de $i_x$…

$$i_x = i_{x1} + i_{x2} = -4 + 4I = 4/2$$

$$I = 1.5A$$



# 5 - Calcule $v_6$ pelo Teorema da Sobreposição

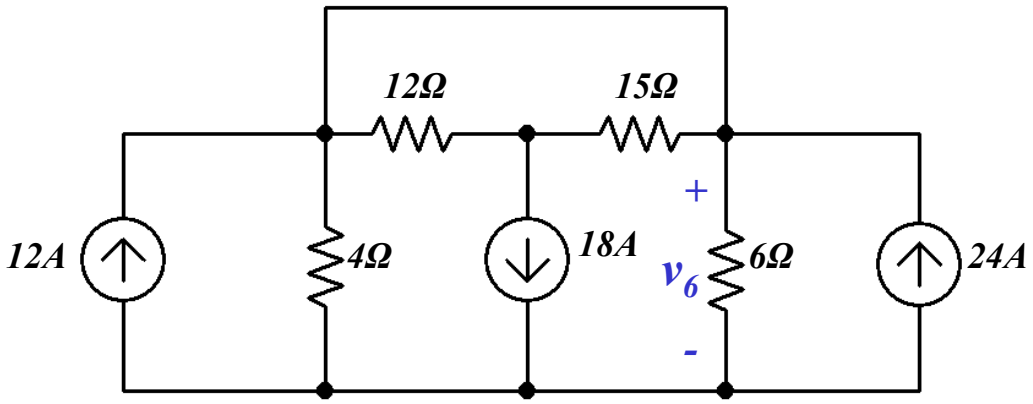


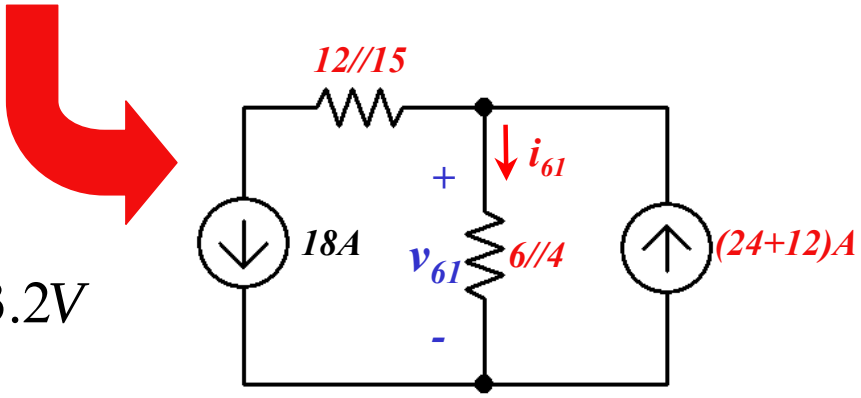

**A aplicação do Teorema da Sobreposição não obriga que se considere o efeito individual de cada uma das fontes. Por vezes é mais útil agrupar fontes e considerar o efeito de cada grupo. Este exemplo ilustra este ponto.**





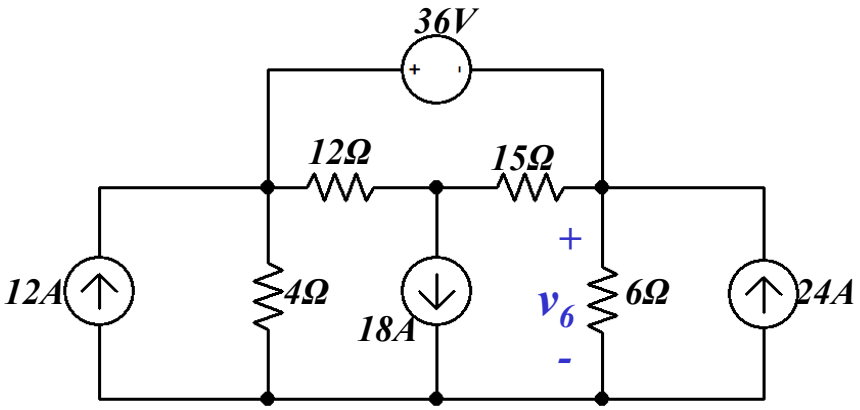
## 1º Passo: consideremos o efeito só das fontes de corrente

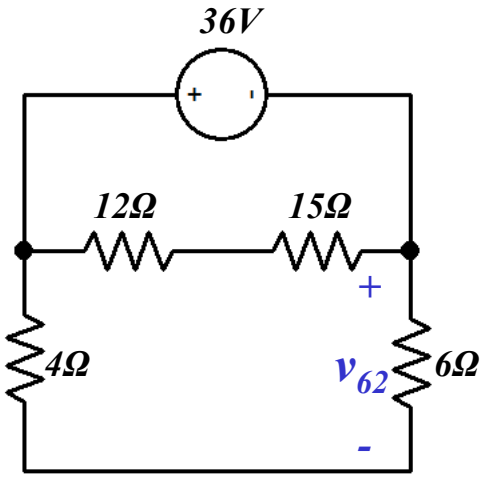



$$v_{61} = (6 // 4)\, i_{61} =$$
$$= (6 // 4)(36 - 18) = 43.2V$$

## 2º Passo: … e agora apenas o efeito da fonte de tensão




$$v_{62} = -\frac{6}{6+4}36 = -21.6V$$

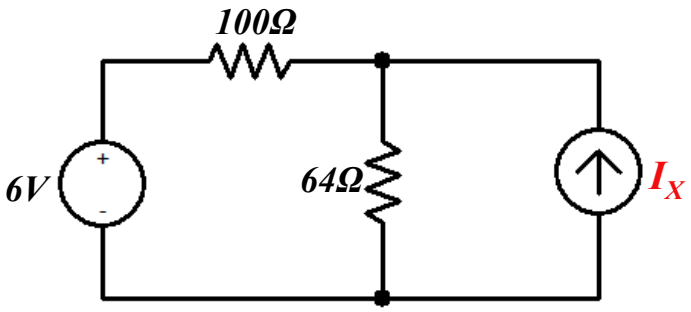
$$v_6 = v_{61} + v_{62} =$$

$$43.2 - 21.6V = 21.6V$$

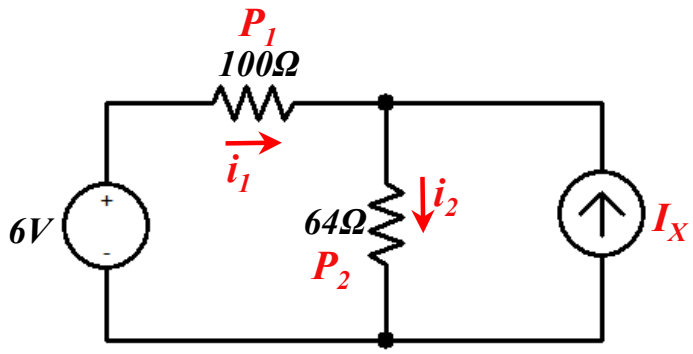




**6 – Usando o Teorema da Sobreposição, determine o intervalo de valores da corrente $I_X$ que garante que a potência dissipada em qualquer uma das resistências do circuito não ultrapassa os *250mW*.**



**1º Passo: comecemos por calcular os limites das correntes em cada uma das resistências.**



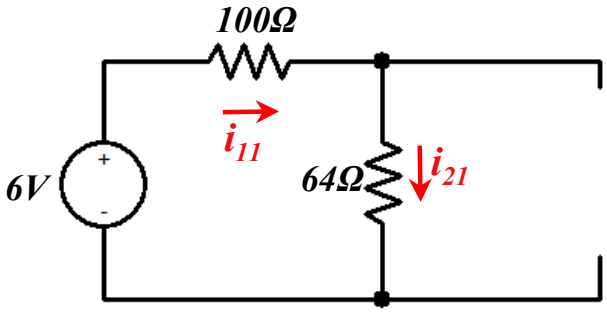

$$P_1 = 100(i_1)^2 < 250mW \quad \Leftrightarrow \quad |i_1| < 50mA$$

$$P_2 = 64(i_2)^2 < 250mW \quad \Leftrightarrow \quad |i_2| < 62.5mA$$



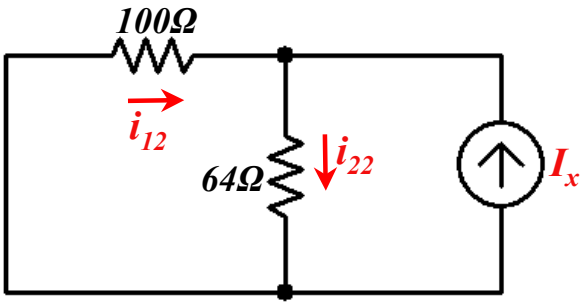


**2º Passo: consideremos agora só a fonte de tensão**




$$i_{11} = i_{21} = \frac{6}{100+64} = 36.6mA$$

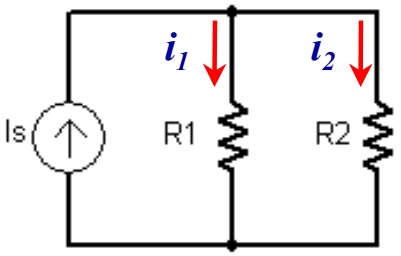
## 3º Passo: consideremos agora só a fonte de corrente




**Aplicando a fórmula do divisor de corrente:**

$$i_{12} = -\frac{64}{100+64} I_X = -0.39 I_X$$

$$i_{22} = \frac{100}{100+64} I_X = 0.61 I_X$$



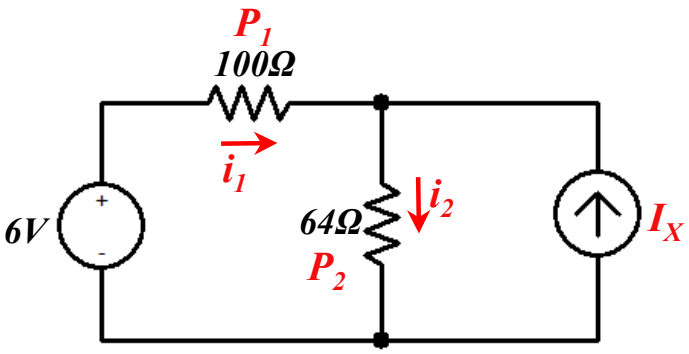

**Divisor de corrente**

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_s$$





## 4º Passo: aplicamos agora o Teorema da Sobreposição




$$i_1 = i_{11} + i_{12} = 36.6 - 0.39 I_X$$

$$i_2 = i_{21} + i_{22} = 36.6 + 0.61 I_X$$

**5º Passo: finalmente obtemos os limites de $I_X$ para cada resistência**

**Resistência de 100Ω**

$$i_1 = 36.6 - 0.39 I_X$$

**Sabendo que**

$$|i_1| < 50mA \quad \text{ou} \quad -50 < i_1 < 50$$

**Obtém-se**

$$-34.4mA < I_X < 222.1mA$$

**Resistência de 64Ω**

$$i_2 = 36.6 + 0.61 I_X$$

$$|i_2| < 62.5mA$$

$$-62.5 < i_2 < 62.5$$

$$-162.5mA < I_X < 42.5mA$$

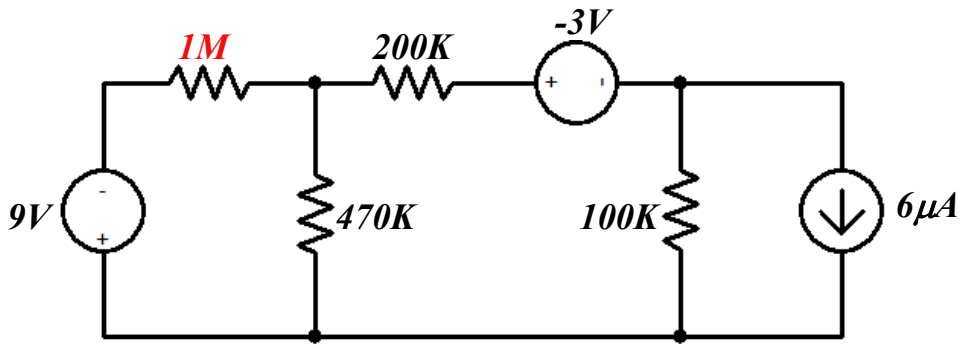
**O intervalo de valores permissível para $I_X$ será pois:**

$$-34.4mA < I_X < 42.5mA$$

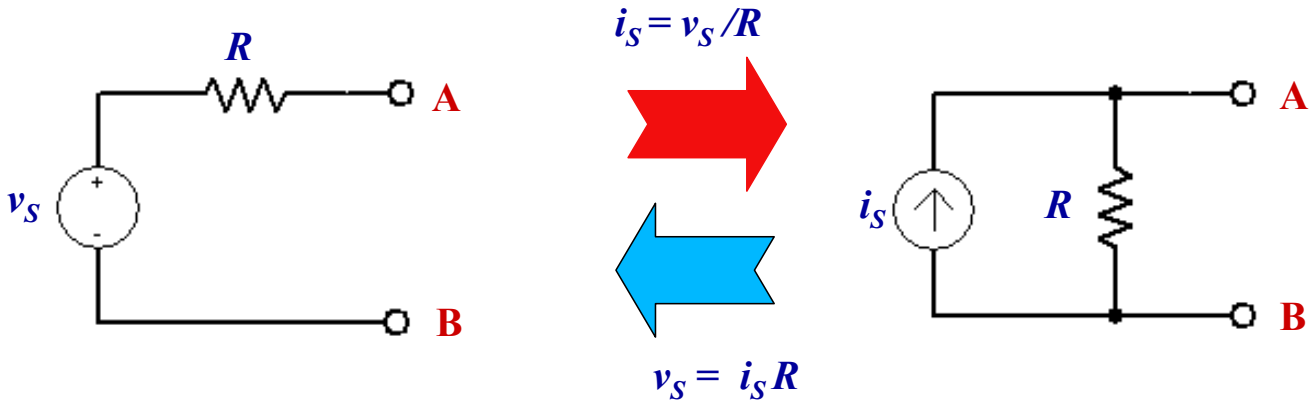




**7 – Calcule a potência dissipada na resistência de *1M*. Comece por simplificar o circuito usando sucessivas transformações de fontes.**

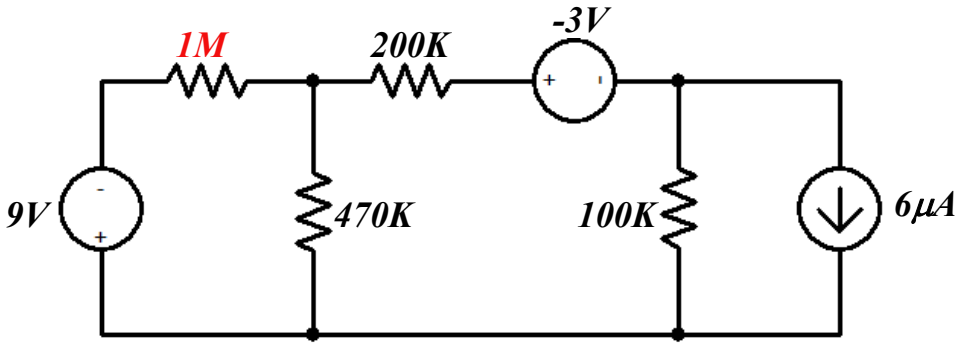


# Recordando a Transformação de fontes…

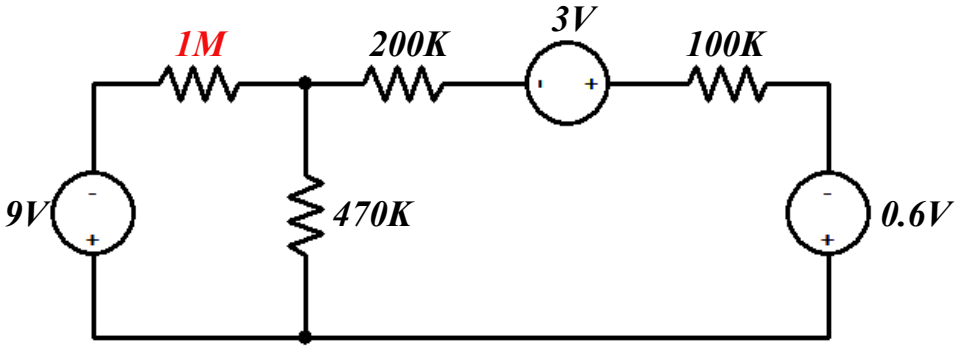






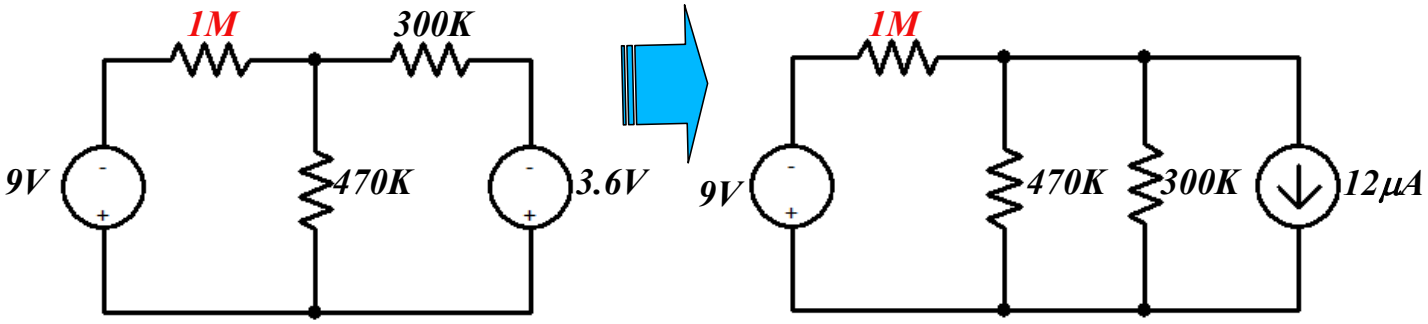

$$(100K)\text{x}(6\mu A) = 0.6V$$



$3+0.6=3.6V$

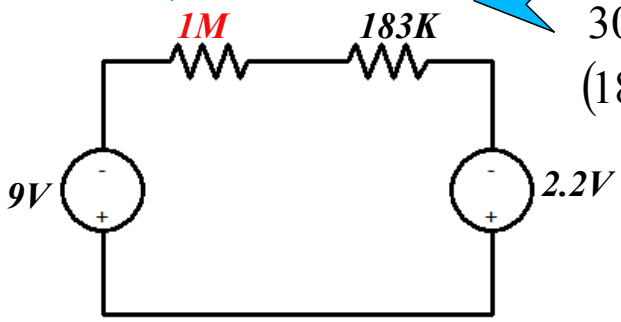
$100+200=300K$

$(3.6V/300K)=12\mu A$




$300K \,//\, 470K = 183K$

$(183K)\text{x}(12\mu A)=2.2V$




$P = RI^2$

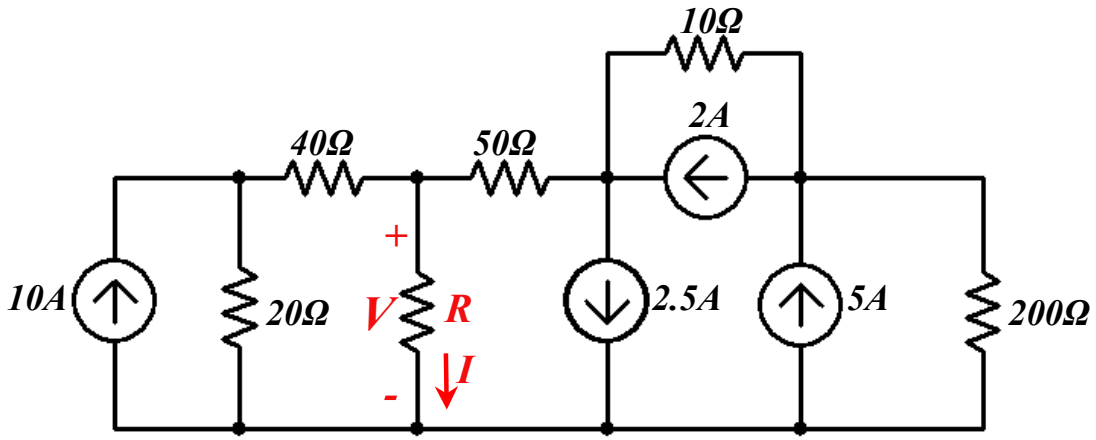
$=1M\left(\frac{9-2.2}{1.183M}\right)^2$

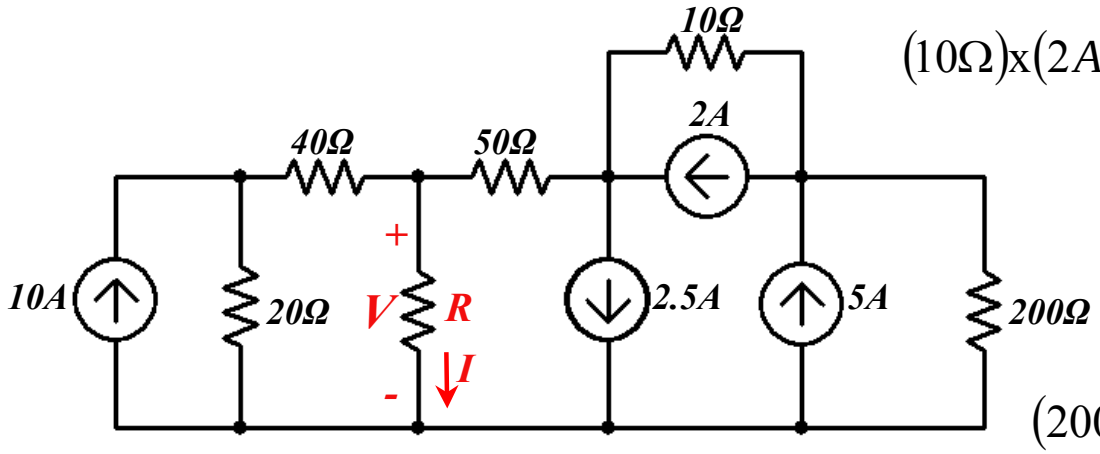
$=33.04\mu W$





**8 – Usando transformação de fontes, determine o valor máximo de *V* e o valor máximo de *I*.**

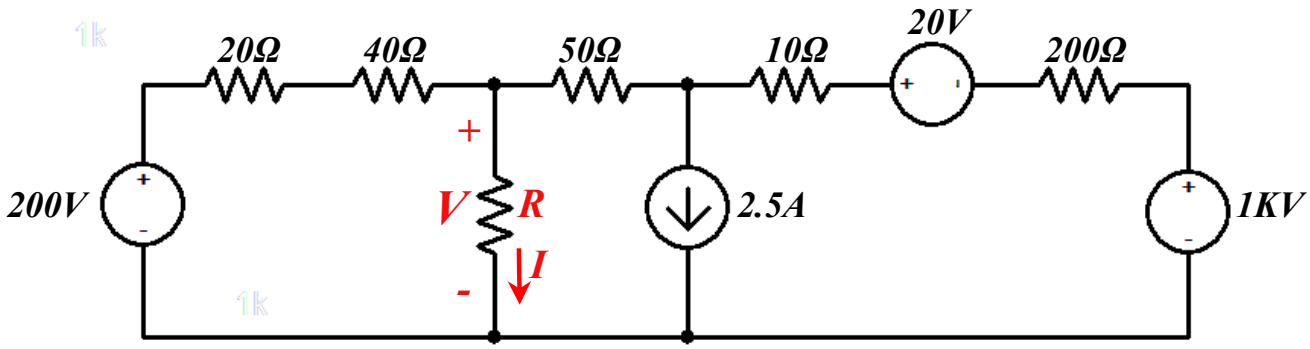





$(10\Omega)\mathrm{x}(2A)=20V$

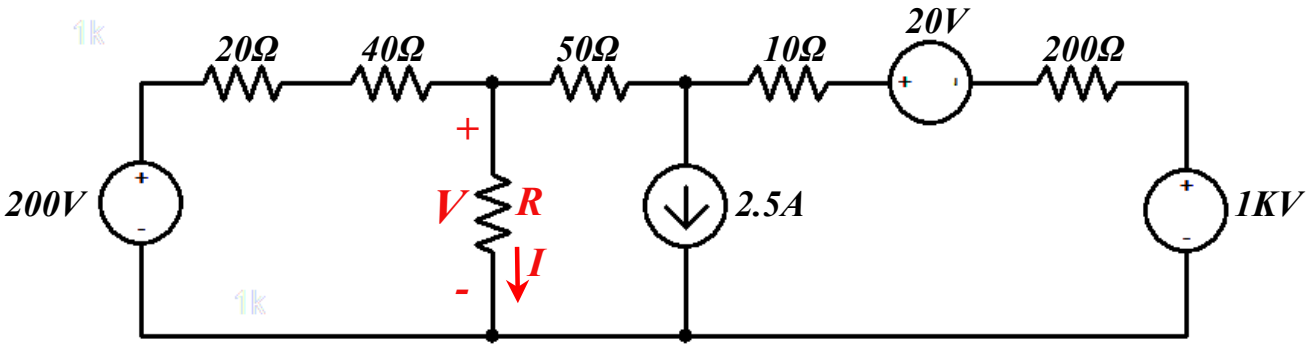
$(200\Omega)\mathrm{x}(5A)=1KV$

$(20\Omega)\mathrm{x}(10A)=200V$

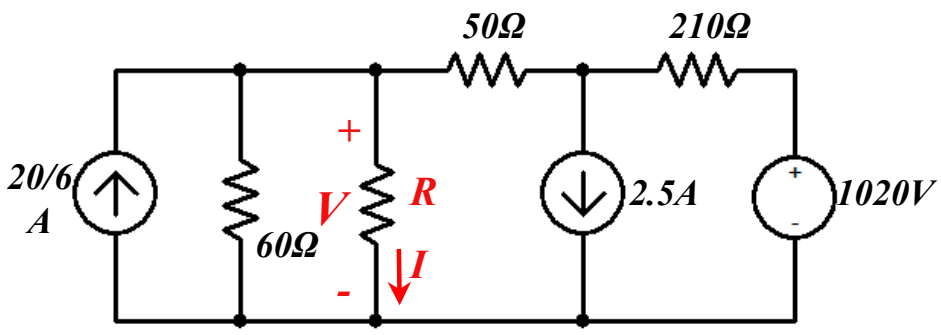


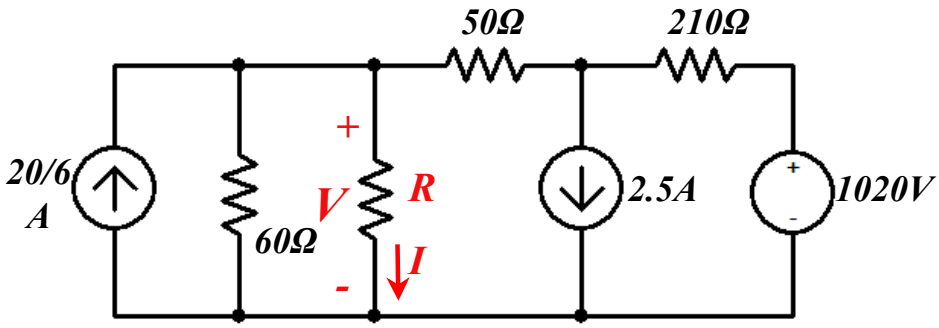




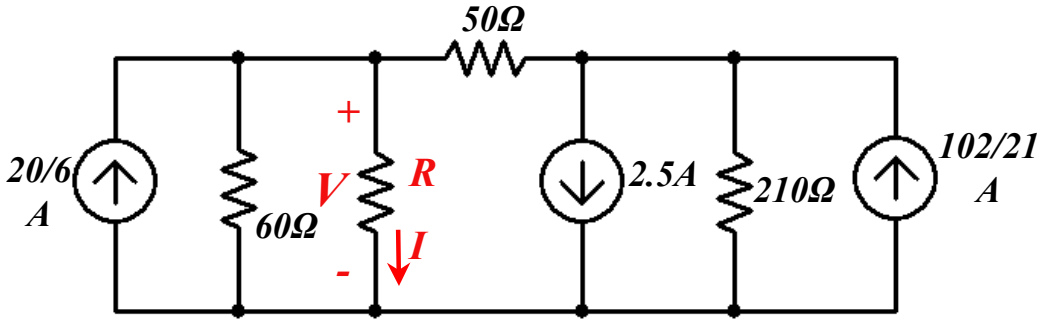




$(200V)/(60\Omega)=\frac{20}{6}A$



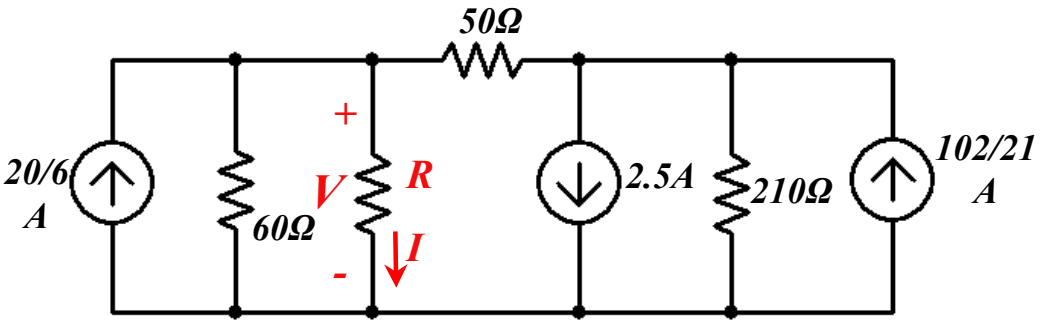



$$(1020V)/(210\Omega) = \frac{102}{21} A$$



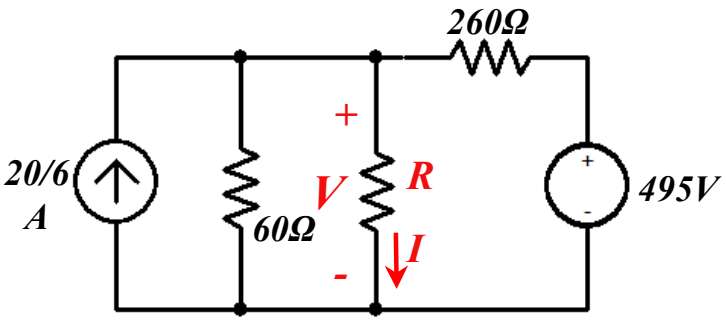


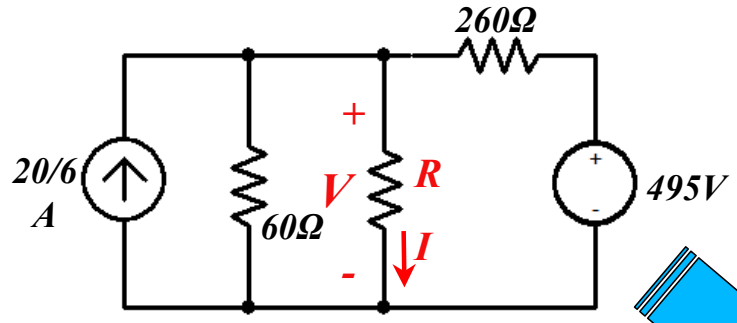


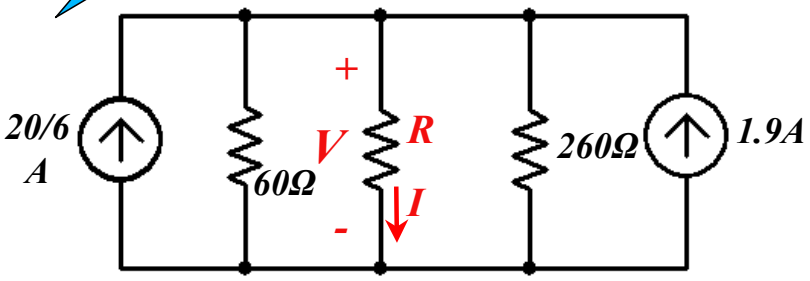

$$\left(\frac{102}{21} - 2.5\right) \text{x} (210\Omega) = 495V$$

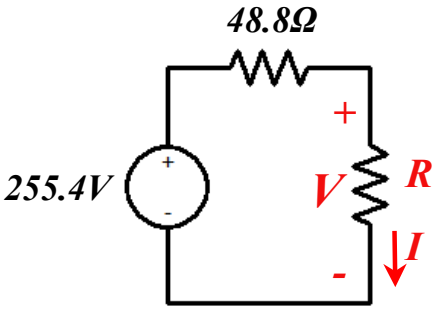
$$210 + 50 = 260\Omega$$






$$(495V)/(260\Omega) = 1.9A$$



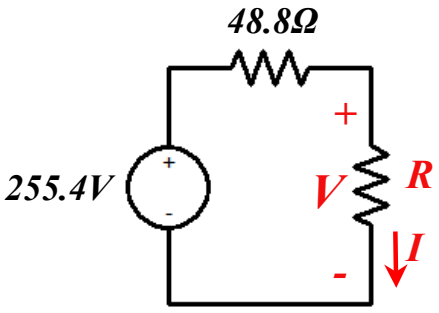

$$(60\Omega)//(260\Omega) = 48.8\Omega$$

$$\left(\frac{20}{6} + 1.9\right) \text{x} (48.8\Omega) = 255.4V$$





## … finalmente obtemos os valores máximos de *V* e de *I*




- **Se $R = \infty$ (circuito aberto) $\Rightarrow$ $I = 0$**

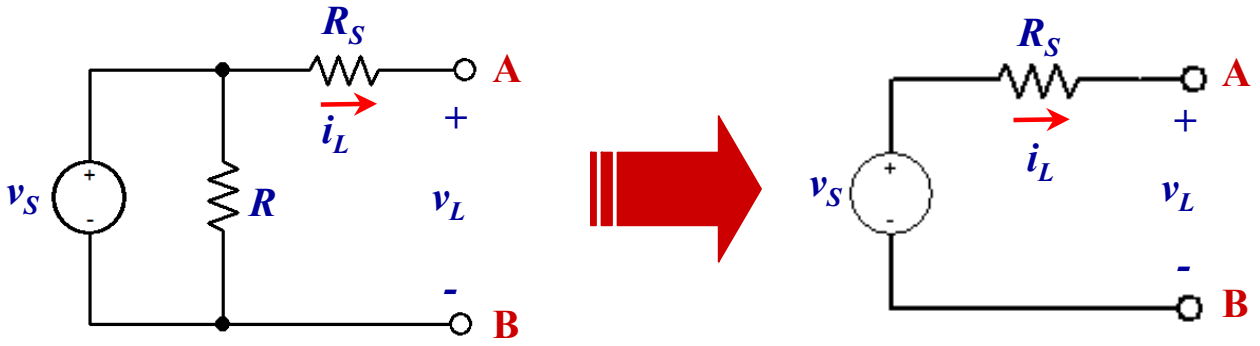
$$V_{max} = 255.4V$$

- **Se $R = 0$ (curto-circuito) $\Rightarrow$ $V = 0$**

$$I_{max} = \frac{255.4}{48.8} = 5.23A$$

# Relembrando…

## → Resistência em paralelo com fonte de tensão




- **Aplicando KVL ao circuito:**

$$-v_S + R_S i_L + v_L = 0$$

$$v_L = -R_S i_L + v_S$$

- **… igual à fonte real de tensão!**

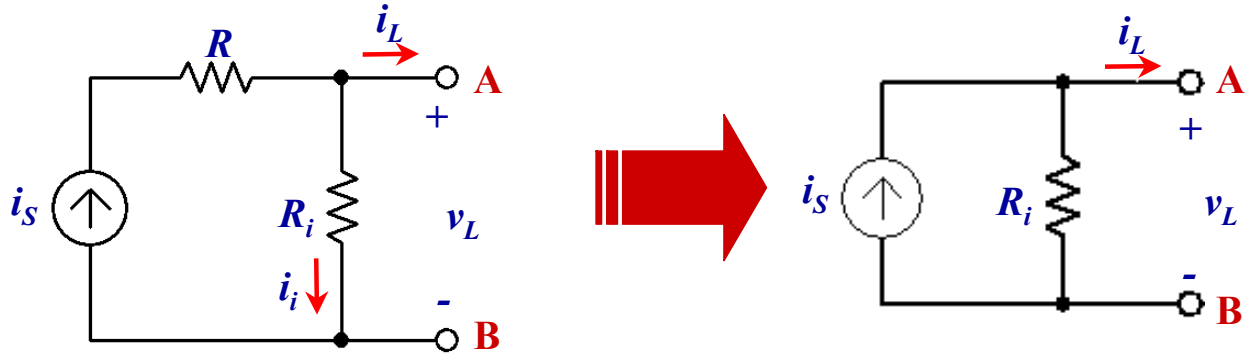
- **Do <u>ponto de vista dos terminais A e B</u>, o circuito é equivalente a uma fonte real de tensão.**





# Relembrando…

## → Resistência em série com fonte de corrente



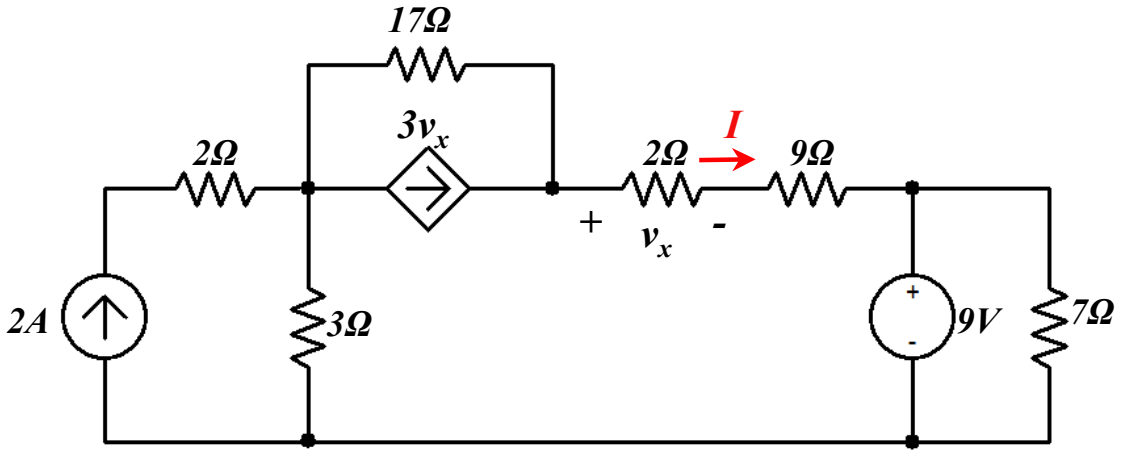

- **Aplicando KCL ao nó superior:**

$$i_L = -i_i + i_S = -\frac{1}{R_i} v_L + i_S$$

- **… igual à fonte real de corrente!**

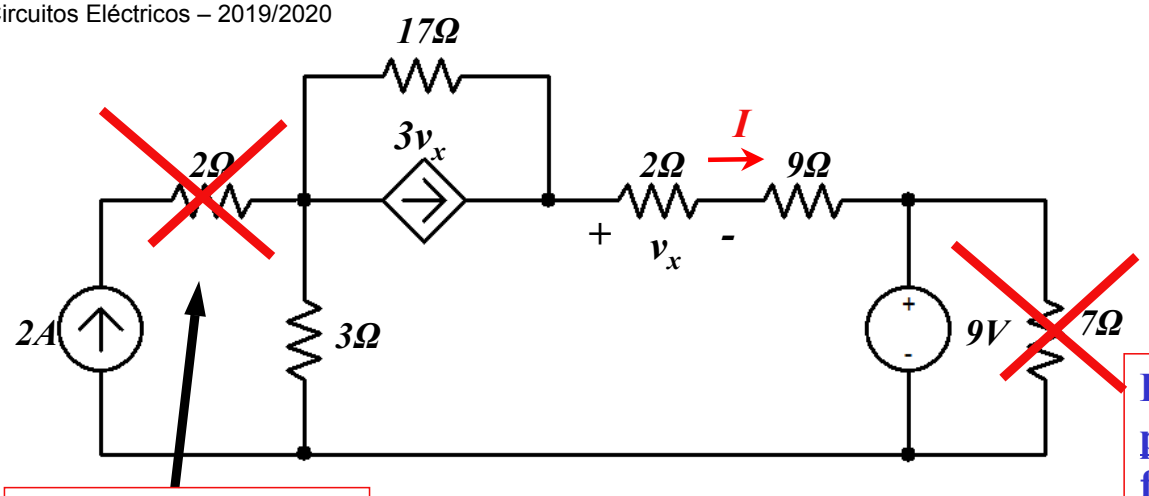
- **Do <u>ponto de vista dos terminais A e B</u>, o circuito é equivalente a uma fonte real de corrente.**

**9 – Calcular *I*. Simplificar primeiro o circuito usando transformações de fontes.**



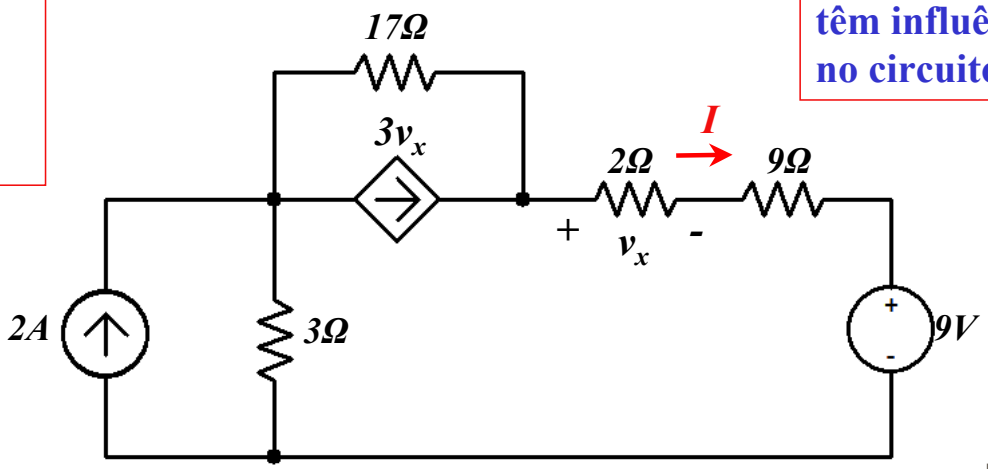


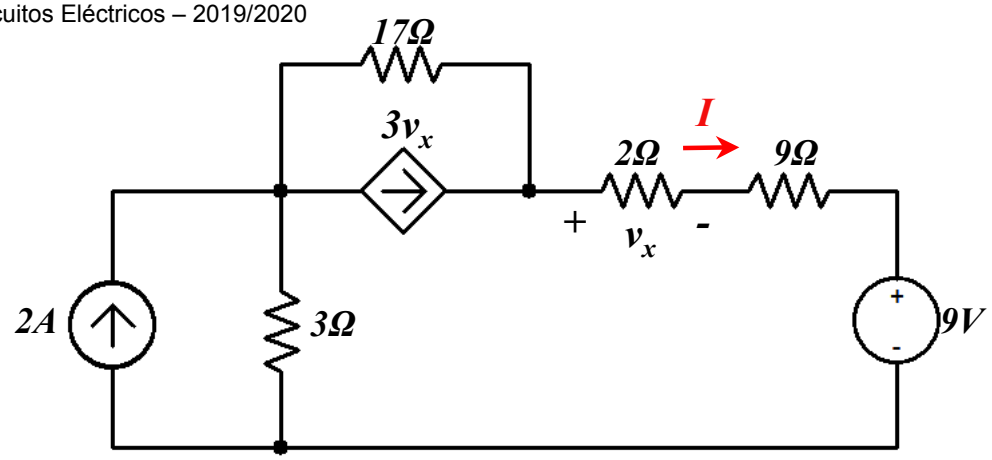



**Elementos em série com fontes de corrente não têm influência no circuito!**

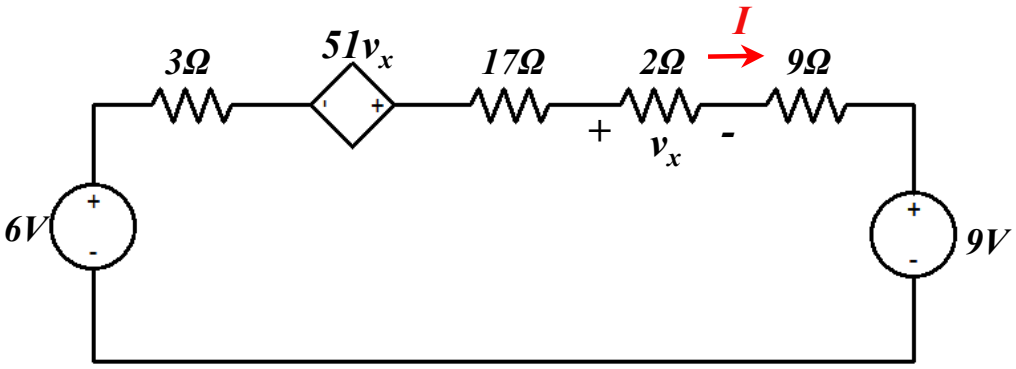
**Elementos em paralelo com fontes de tensão não têm influência no circuito!**





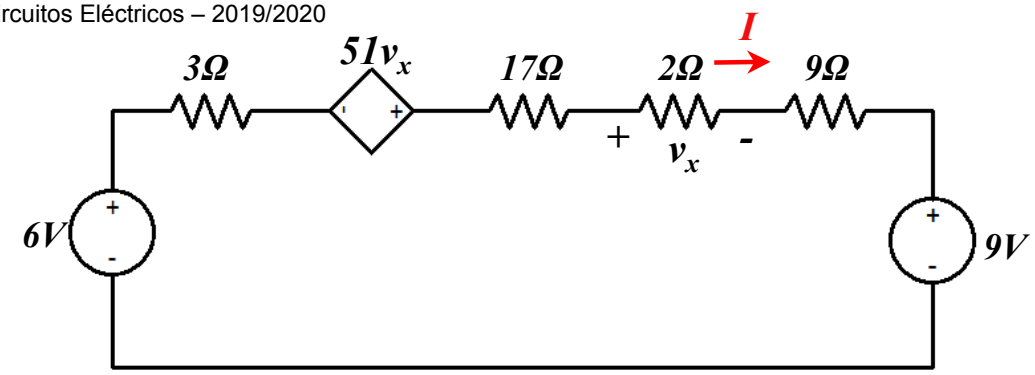

$(2A)\text{x}(3\Omega) = 6V$

$(3v_x)\text{x}(17\Omega) = 51v_x$







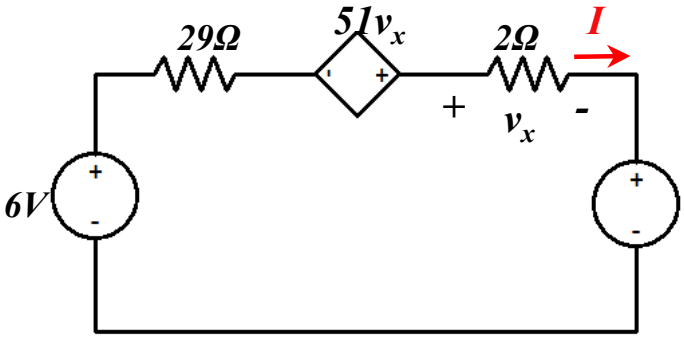




$$-6 + 29I - 51v_x + v_x + 9 = 0$$

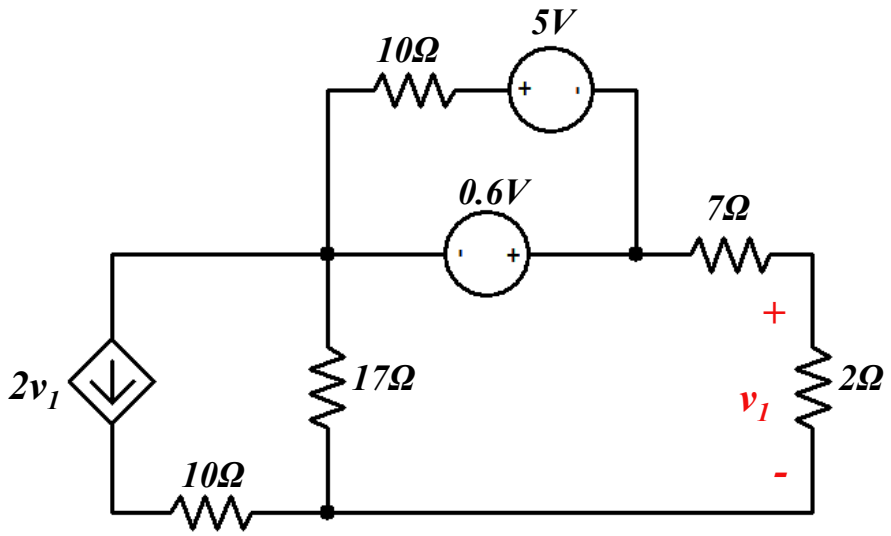
$$v_x = 2I$$

**De onde se tira**

$$I = 43.2mA$$

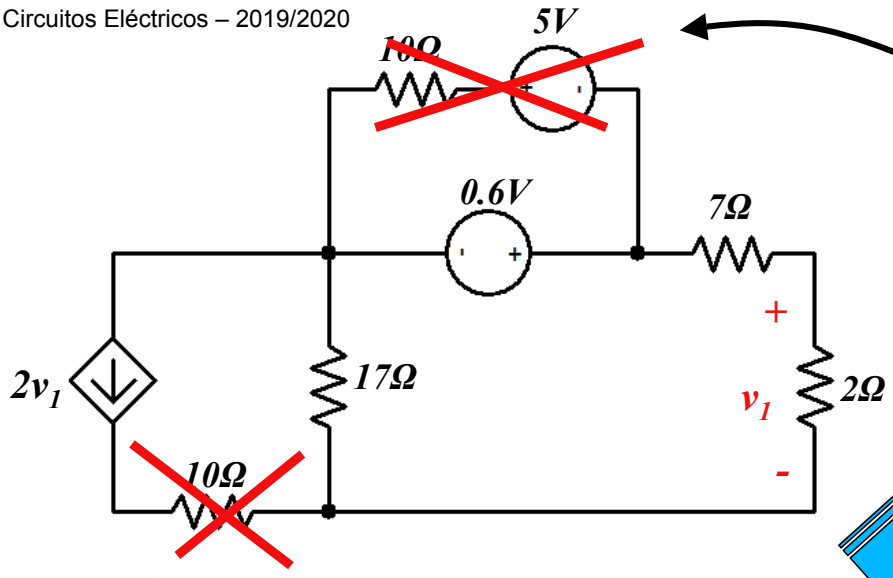


**10 – Calcular $v_1$. Simplificar primeiro o circuito usando transformações de fontes.**



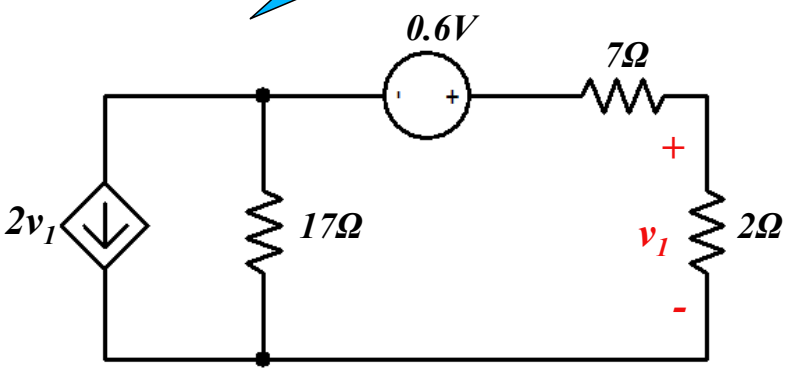


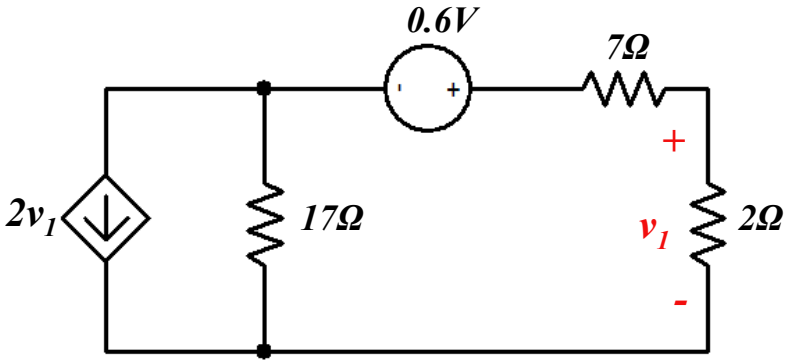


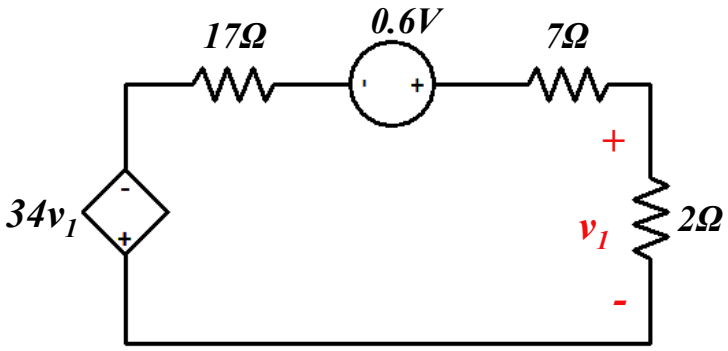

**Elementos em paralelo com fontes de tensão não têm influência no circuito!**

**Elementos em série com fontes de corrente não têm influência no circuito!**



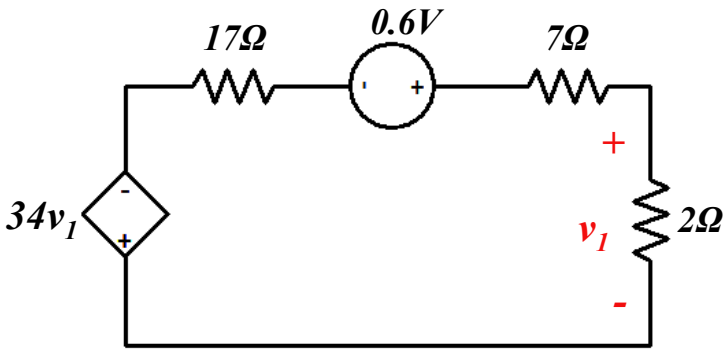



$$(2v_1)\text{x}(17\Omega) = 34v_1$$








$$v_1 = -\frac{2}{2+24}(34v_1 - 0.6)$$

**Donde**

$$v_1 = 12.8mV$$