PTC5611 - Controle Digital de Sistemas Dinâmicos

Lista de Exercícios 2

Prof. Bruno A. Angélico

Exercício 1: Considere um sistema com a seguinte função de transferência

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)}$$

Projete um controlador digital pelo método do lugar das raízes de forma a satisfazer as seguintes especificações:

- Máximo sobressinal menor ou igual a 15%;
- Tempo de acomodação menor ou igual a 3 segundos;
- erro nulo em regime estacionário para entrada degrau.

Faça a simulação do sistema no Matlab utilizando a equação de diferenças do controlador de acordo com o apêndice A da apostila. Apresente o código do bloco `Matlab Function` e a Figura com o diagrama de simulação no Simulink.

Apresente o lugar das raízes do sistema compensado juntamente com as linhas no plano-z que definem a especificação.

Exercício 2: Considere um processo descrito pela seguinte função de transferência

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{(5s+1)(3s+1)}$$

Assuma que o período de amostragem é $T_s = 0,5$ segundos.

Obtenha um controlador tipo Dahlin, assumindo que a resposta desejada tenha uma constante de tempo $q = 1$s. Verifique se a resposta apresenta *ripple* entre instantes de amostragem. Se sim, reprojete o controlador para eliminar esse efeito oscilatório. Faça as simulações de ambos os casos no Matlab utilizando a equação de diferenças do controlador de acordo com o apêndice A da apostila. Apresente o código do bloco `Matlab Function` e a Figura com o diagrama de simulação no Simulink.

Exercício 3: Considere o sistema LIT descrito por

$$\mathbf{x}[n+1] = \mathbf{\Phi}\mathbf{x}[n] + \mathbf{\Gamma}\mathbf{u}[n], \quad \mathbf{y}[n] = \mathbf{C}\mathbf{x}[n]$$

Mostre que, se tal sistema é controlável, o sistema aumentado com integrador na forma *Forward* também é controlável.

Exercício 4: [adaptado de *Control Tutorials for MATLAB and Simulink (CTMS)*] O sistema barra e bola é apresentado na Figura 1

A função de transferência em malha aberta linearizada deste sistema é tal que

$$G(s) = \frac{R(s)}{\Theta(s)} = -\frac{mgd}{L(\frac{J}{R^2}+m)}\frac{1}{s^2} \text{ [m/rad]}$$

Um modelo linear em espaço de estados é:

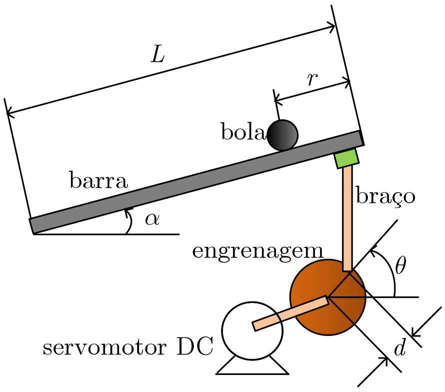

Figura 1: Esquema barra e bola do Exercício 4.

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \ddot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{mgd}{L\left(\frac{J}{R^2}+m\right)} \end{bmatrix} \theta$$

Considere os seguintes parâmetros do modelo: $m = 0,1$ Kg (massa da bola); $R = 0,01$ m (raio da bola); $g = -9,8$ m/s^2; $L = 0,5$ m; $d = 0,07$ m; $J = 4,1290 \times 10^{-6}$ Kg·m^2. A frequência de amostragem deve ser $f_s = 20$Hz. Projete um controlador para a planta barra e bola para garantir as seguintes especificações: sobressinal menor do que 15%, tempo de assentamento menor do que 4 segundos e que o sistema tenha integrador na entrada.

a) Utilizando realimentação de estados medidos (suponha que todos os estados são medidos);

b) Utilizando realimentação de estados observados (observador de ordem completa).

c) Utilizando realimentação de um estado observado e da saída (suponha que apenas a saída é medida - observador de ordem reduzida).

Faça as simulações dos três casos no Matlab utilizando as equações de diferenças dos controladores de acordo com o apêndice A da apostila. Apresente o código do bloco `Matlab Function` e as Figuras com os diagramas de simulação no Simulink. Faça a posição da bola seguir como trajetória uma onda quadrada de 0,2 a 0,4 m, com 0,05 Hz de frequência fundamental.

Exercício 5: Considere novamente o esquema do Exercício 4. O servo motor DC foi substituído por um motor DC. Assuma que a relação entre a posição angular do motor DC e a tensão de armadura seja dada pela seguinte função de transferência: $G_M(s) = \frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{18{,}7}{s\cdot(s+1)}$ (m/rad). Encontre um modelo em espaço de estados para o sistema considerando $x = [\theta \ \omega \ \ r \ \dot{r}]^\top$ e como entrada a tensão v da armadura. Projete um controlador LQR considerando um integrador para garantir erro estacionário nulo. Encontre as matrizes Q e R adequadas, considerando que o tempo de assentamento deva ser menor do que 1,5 s e que a tensão da armadura seja limitada em -12V a + 12V.

Faça as simulações no Matlab utilizando as equações de diferenças dos controladores de acordo com o apêndice A da apostila. Apresente o código do bloco `Matlab Function` e a Figura com o diagrama de simulação no Simulink.

Exercício 6: [*Control Tutorials for MATLAB and Simulink (CTMS)*] O sistema pêndulo invertido translacional é apresentado na Figura 2. Para este sistema, a entrada é a força F que move o carrinho horizontalmente, e as saídas são a posição angular do pêndulo θ e a posição horizontal do carrinho x.

Considere os seguintes parâmetros do modelo:

- massa do carro $M = 0,5$ kg;
- massa do pêndulo $m = 0,2$ kg;
- coeficiente de atrito $b = 0,1$ N/m/s;
- distância do centro de massa do pêndulo $\ell = 0,3$ m;

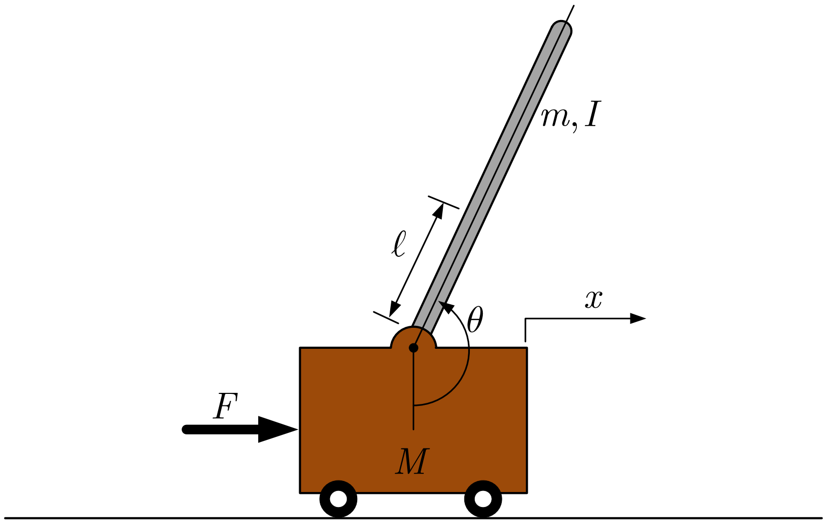

Figura 2: Esquema pêndulo invertido do Exercício 8.

- momento de inércia do pêndulo $I = 6 \times 10^{-3}$ kg·m^2.

O modelo do sistema em espaço de estados, linearizado em torno do ponto de equilíbrio $\theta = \pi$, pode ser dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(I+m\ell^2)b}{I(M+m)+Mm\ell^2} & \frac{m^2 g\ell^2}{I(M+m)+Mm\ell^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-m\ell b}{I(M+m)+Mm\ell^2} & \frac{mg\ell(M+m)}{I(M+m)+Mm\ell^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{I+m\ell^2}{I(M+m)+Mm\ell^2} \\ 0 \\ \frac{m\ell}{I(M+m)+Mm\ell^2} \end{bmatrix} u$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

onde ϕ representa o desvio da posição de equilíbrio do pêndulo, isto é, $\theta = \pi + \phi$. Considere as seguintes especificações:

- tempo de assentamento para x e θ menor do que 5 s.
- tempo de subida para x menor do que 0,5 s.
- ângulo ϕ nunca maior do que 0,15 rad em módulo

a) Projete um controlador LQR para o sistema. Verifique o desempenho considerando a condição inicial $\phi_0 = -0,1$ rad. Assuma que todos os estados medidos.

b) Projete um controle LQR com integrador para garantir erro estacionário nulo para entrada degrau referente à posição do carro e avalie o desempenho assumindo que na entrada referente à posição do carro há uma onda quadrada com 20 cm de amplitude e período igual 20 s.

Faça as simulações no Matlab utilizando as equações de diferenças dos controladores de acordo com o apêndice A da apostila. Apresente o código do bloco `Matlab Function` e a Figura com o diagrama de simulação no Simulink.

Exercício 7: Refaça o Exercício 6, considerando como entrada a tensão de armadura do motor conforme o diagrama abaixo.

As seguintes relações são conhecidas:

- $V = I_m R_m + K_e \omega$; (equação do motor),
- $\omega = n\dot{x}/R$ (relação entre a velocidade angular do motor e a linear do pêndulo)

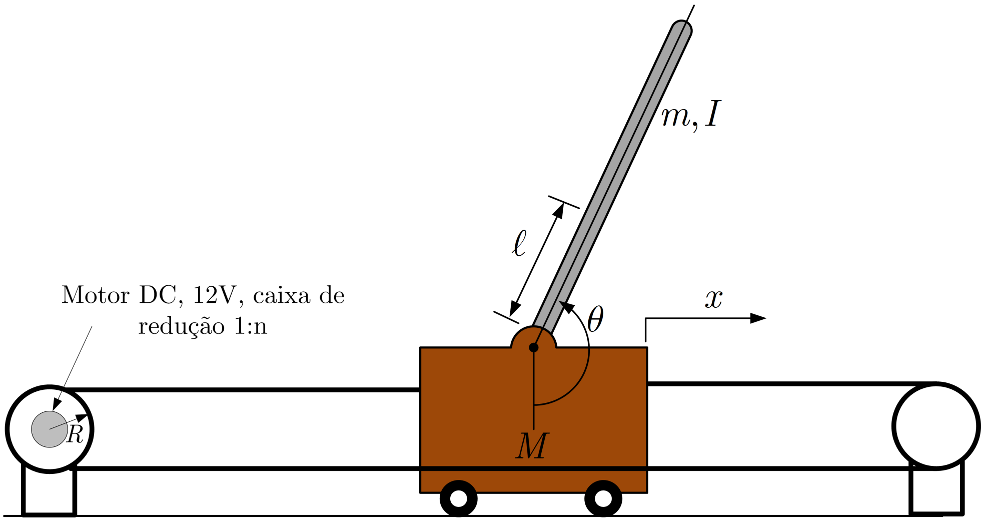

Figura 3: Esquema pêndulo invertido do Exercício 9.

- $T = K_t n I_m$ (torque do motor),
- $F = T/R$ (força aplicada no carro),
- $PWM = V/12$ (sinal PWM),

onde $R = 1,5$ cm é raio da polia do motor; $K_t(Nm/A) = K_e(V/rad/s) = 0,016$ são constantes do motor; V, I_m e $R_m = 2\Omega$ são tensão, corrente e resistência da armadura; $n = 10$ é a redução do motor. Encontre a representação em espaços de estados para a entrada $u = PWM$. Projete um controlador LQR com integrador para o sistema tal que o pêndulo se equilibre e a posição do carro siga uma referência onda quadrada com 20 cm de amplitude e período igual 20 s.

Faça as simulações no Matlab utilizando as equações de diferenças dos controladores de acordo com o apêndice A da apostila. Apresente o código do bloco `Matlab Function` e a Figura com o diagrama de simulação no Simulink.

Exercício 8: Refaça o Exercício 7, mas considerando que há sensores apenas para medir os ângulos e as velocidades devem ser estimadas por um Filtro de Kalman estacionário. Assuma que há ruído branco de medição com variância normalizada igual a 1×10^{-6} e ruído de processo (nos demais estados) com variância normalizada igual a 1×10^{-4}.