Lista de exercícios 1

Bruno H. L. N. Peixoto Número USP: 7206666 E-mail USP: bruno.peixoto@usp.br

20 de setembro de 2018

Exercício 1

A. Por hipótese, a frequência de amostragem utilizada satisfaz o critério de Nyquist [1]. Como $t = kT_s = \frac{k}{f_s}$:

$$x[k] = cos(k\frac{\omega}{f_s}) \overset{!}{=} cos(k\alpha) \iff \alpha = \frac{\omega}{f_s} \tag{1}$$

$$\therefore \omega = 250\pi \frac{rad}{s} \tag{2}$$

B. Por (1), conclui-se que $f_s = 12\ kHz$. Dado que a frequência do sistema é $4000\pi\frac{rad}{s}$, pelo teorema de Nyquist $\omega_s > 8000\pi\frac{rad}{s} \approx 24000\frac{rad}{s}$. Devido à violação, não é possível reconstruir o sinal por meio de um passa-baixas ideal.

C. 42

Exercício 2

A.
- $Z\{\sum_{i=0}^{n} x[i]\} = \frac{1}{1-z^{-1}}X(z)$

$$\begin{aligned} Z\{\sum_{i=0}^{n} x[i]\} &= \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} \sum_{i=0}^{n} x[i] \\ &= x[0] + z^{-1}\sum_{i=0}^{1} x[i] + z^{-2}\sum_{i=0}^{2} x[i] + \cdots \\ &= x[0]\sum_{i=0}^{\infty} z^{-i} + x[1]\sum_{i=1}^{\infty} z^{-i} + \cdots \end{aligned} \tag{3}$$

Como

$$\sum_{i=k}^{\infty} z^{-i} :- \frac{z^{-k}}{1-z^{-1}}, |z| < 1 \tag{4}$$

Então

$$\begin{aligned} x[0]\sum_{i=0}^{\infty} z^{-i} + x[1]\sum_{i=1}^{\infty} z^{-i} + \cdots &= x[0]\frac{1}{1-z^{-1}} + x[1]\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} + \cdots \\ &= \frac{1}{1-z^{-1}} \underbrace{\sum_{i=0}^{\infty} x[i].z^{-i}}_{:=X(z)} \end{aligned} \tag{5}$$

[1] $\omega_s \geq 2\omega_0$

$$Z\{\sum_{i=0}^{n} x[i]\} = \frac{1}{1-z^{-1}}.X(z) \quad \blacksquare \tag{6}$$

- $Z\{\sum_{i=0}^{n} x[i-1]\} = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}X(z)$

$$\begin{aligned} Z\{\sum_{i=0}^{n} x[i]\} &= \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} \sum_{i=0}^{n} x[i-1] \\ &= x[-1] + z^{-1}\sum_{i=0}^{1} x[i-1] + z^{-2}\sum_{i=0}^{2} x[i-1] + \cdots \\ &= \underbrace{x[-1]}_{:=0}\sum_{i=0}^{\infty} z^{-i} + x[0]\sum_{i=1}^{\infty} z^{-i} + \cdots \end{aligned} \tag{7}$$

- $\lim\limits_{z \to 1} X(z) = \sum_{i=0}^{\infty} x[i]$

B.

C.

D.

E.