Universidad Nacional Autónoma de México

Escuela Nacional de Estudios Superiores

Unidad Juriquilla

Computación II

Practica 1

Aplicación de cálculo de inversa usando método de Gauss Jordan

Bruno Arturo López Pacheco

Dr. Ulises Olivares Pinto

No. De Cuenta 317347140

Licenciatura en Tecnología

Objetivo

Utilizar el método de eliminación gaussiana para calcular matriz inversa y aplicarlo para resolver un sistema de ecuaciones.

Marco teórico

Método de Gauss Jordan

El método de Gauss Jordan es un algoritmo usado para determinar la ivnersa de una matriz y las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales. Un sistema de ecuaciones se resuelve por el método de Gauss cuando se obtienen sus soluciones mediante la reducción del sistema dado a otro equivalente en el que cada ecuación tiene una incógnita menos que la anterior. El método de Gauss transforma la matriz de coeficientes en una matriz triangular superior. El método de Gauss-Jordan continúa el proceso de transformación hasta obtener una matriz diagonal.

El algoritmo es el siguiente:

1.- Ir a la primera columna número cero de izquierda a derecha.

2.- Si la primera fila tiene un cero en esta columna, intercambiarlo con otra que no lo tenga.

3.- Luego, obtener ceros debajo de este elemento delantero, sumando múltiplos adecuados del renglón superior a los renglones debajo de él.

4.- Cubrir el renglón superior y repetir el proceso anterior con la submatriz restante. Repetir con el resto de los renglones (en este punto la matriz se encuentra en forma escalonada).

5.- Comenzando con el último renglón no cero, avanzar hacia arriba: para cada renglón obtener 1 delantero e introducir ceros arriba de este sumando múltiplos correspondientes a los renglones correspondientes.

Cálculo de la inversa usando Gauss Jordan

Se puede usar la eliminación gaussiana para encontrar inversas de matrices nxn; se hace aumentando la matriz con una matriz identidad. Se realizan las operaciones elementales sobre las filas de la matriz aumentada que sean necesarias para obtener la forma escalonada reducida de la matriz.

Método de la inversa para resolver sistemas

Supongamos que se tiene un sistema de n ecuaciones lineales con n incógnitas, pudiendo representar el sistema de forma matricial como

$$Ax = b$$

Donde

- La matriz A es de dimensión nxn y contiene en cada fila los coeficientes de las incógnitas de cada ecuación.
- La matriz x es de dimensión nx1 (vector columna) y contiene las n incógnitas del sistema.
- La matriz b es de dimensión nx1 y contiene los términos independientes de las ecuaciones.

Si el sistema tiene una única solución, entonces la matriz A es regular y por tanto existe su matrix inversa A^{-1}.

Entonces se puede multiplicar toda la ecuación por la inversa de A^{-1}:

$$A^{-1} \cdot Ax = A^{-1} \cdot b$$

$$x = A^{-1} \cdot b$$

Es decir, si la matriz A es regular, entonces la matriz columna resultante del producto matricial $A^{-1} \cdot b$ contiene la solución del sistema $Ax = b$.

Metodología

Prueba usando un sistema de ecuaciones

Se analizará un sistema de ecuaciones de la forma

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ -3 & -1 & 2 & -11 \\ -2 & 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

Como se puede observar, y tomando la notación anterior:

Nuestra matriz A es

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Nuestro vector columna b es

$$\begin{bmatrix} 8 \\ -11 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Resultados

Usando el método de Gauss Jordan, se tiene la matriz inversa

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ 5 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

Haciendo la multiplicación de matrices se tiene el conjunto de variables que satisfacen este sistema

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Conclusión

El método de solución de sistemas de ecuaciones por el cálculo de la inversa es eficiente, pero siempre se debe tener en cuenta el cálculo del determinante para así conocer si la matriz es regular (determinante diferente de 0). Este cálculo del determinante de una matriz viene ya implementado en la librería de numpy, lo cuál hace aún más eficiente este método.

Referencias

Chapra, S., & Canale, R. (2011). METODOS NUMERICOS PARA INGENIEROS (Spanish Edition) (6th ed.). McGraw-Hill Interamericana de España S.L.