

Exercício 1. Dê uma descrição informal breve para os conjuntos:

1. $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$
2. $\{\dots - 4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$
3. $\{n | n = 2m \text{ para algum } m \text{ em } \mathcal{N}\}$
4. $\{n | n = 2m \text{ para algum } 2m \text{ em } \mathcal{N} \text{ e } n = 3k \text{ para algum } 2k \text{ em } \mathcal{N}\}$
5. $\{n | n \in \mathcal{Z} \text{ e } n = n + 1\}$

Exercício 2. Dê uma descrição formal para os seguintes conjuntos:

1. O conjunto contendo os números 3, 47 e 80
2. O conjunto contendo todos os números inteiros que são maiores que 7.
3. O conjunto contendo todos os números naturais menores que 5.
4. O conjunto contendo a cadeia vazia
5. O conjunto não contendo nada.

Exercício 3. Seja $A = \{a, b, c\}$ e $B = \{a, b\}$

1. A é subconjunto de B ?
2. B é subconjunto de A ?
3. O que é $A \cup B$?
4. O que é $A \cap B$?
5. O que é $A \times B$?
6. O que é o conjunto das partes (conjunto potência) de B ?

Exercício 4. Se A tem a elementos, escrito como $|A| = a$ e B tem b elementos. Quantos elementos tem $A \times B$?

Exercício 5. Se $|A| = a$, quantos elementos tem o conjunto das partes de A ?

Exercício 6. Seja $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $Y = \{6, 7, 8, 9, 10\}$. A função unária $f : X \rightarrow Y$ e a função binária $f : X \times Y \rightarrow Y$, definidas nas tabelas abaixo:

n	$f(n)$
1	6
2	7
3	6
4	7
5	6

g	6	7	8	9	10
1	10	10	10	10	10
2	7	8	9	10	6
3	7	7	8	8	9
4	9	8	7	6	10
5	6	6	6	6	6

1. Qual é o valor de $f(2)$?

2. Quais são os domínios e contradomínio de f ?
3. Qual é o valor de $g(2, 10)$?
4. Quais são os domínios e contradomínio de g ?
5. Qual é o valor de $g(4, f(4))$?

Exercício 7. Considere o grafo não-direcionado $G = (V, E)$, onde $V = \{1, 2, 3, 4\}$ e $E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{2, 4\}, \{1, 4\}\}$. Desenhe o grafo G .

1. Qual é o grau do nó 1?
2. Qual é o grau do nó 3?
3. Indique o caminho do nó 3 ao nó 4.

Exercício 8. A descrição formal da uma AFD M é $M = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{u, d\}, \delta, q_3, \{q_3\})$, onde δ é:

δ	u	d
q_1	q_1	q_2
q_2	q_1	q_3
q_3	q_2	q_4
q_4	q_3	q_5
q_5	q_4	q_5

Dê o diagrama de estados dessa máquina.

Exercício 9. Cada uma das linguagens a seguir é a interseção de duas linguagens mais simples. Em cada caso, construa AFDs para linguagens mais simples e depois, usando a observação do slide que apresenta a prova por construção de que a linguagem regular é fechada com relação a operação de união para compor o autômato para linguagem solicitada.

1. $\{w|w \text{ tem um número par de a's e cada a é seguido por pelo menos um b}\}$.
2. $\{w|w \text{ tem pelo menos três a's e pelo menos dois b's}\}$.
3. $\{w|w \text{ tem um número par de a's e um ou dois b's}\}$.
4. $\{w|w \text{ tem pelo menos três a's e termina com um b}\}$.

Exercício 10. Cada uma das linguagens a seguir é o complemento de uma linguagem mais simples. Em cada caso, construa um AFD para a linguagem mais simples, e use-o para obter o AFD para a linguagem dada.

1. $\{w|w \text{ não contém a subcadeia baba}\}$.
2. $\{w|w \text{ não contém a subcadeia } ab \text{ nem } ba\}$.
3. $\{w|w \text{ é qualquer cadeia que não está em } a^*b^*\}$.
4. $\{w|w \text{ é qualquer cadeia que não está em } a^* \cup b^*\}$.

Exercício 11. Dê diagramas de estados de AFDs que reconhecem as linguagens a seguir. Em todos os casos $\Sigma = \{0, 1\}$.

1. $\{w|w \text{ começa com 1 e termina com 0}\}$

2. $\{w | w \text{ contém pelo menos três 1s}\}$
3. $\{w | w \text{ contém a subcadeia 0110, isto é } w = x0110y, \text{ para algum } x \text{ e algum } y\}$
4. $\{w | w \text{ tem comprimento de pelo menos 3 e seu terceiro símbolo é o 0}\}$

Exercício 12. Considerando os diagramas dos autômatos das Figuras 1, 2 e 3:

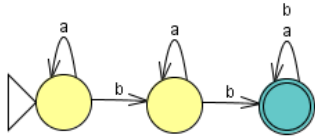


Figura 1: M_1

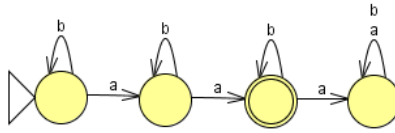


Figura 2: M_2

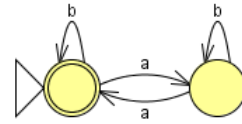


Figura 3: M_3

1. Construa o AFD, usando a prova por construção do fecho sobre a operação de união para AFDs (onde cada estado é um par ordenado):
 - $M_1 \cup M_2$
 - $M_1 \cup M_3$
2. Construa o AFN, usando a prova por construção do fecho sobre a operação de concatenação para AFNs:
 - $M_1 \circ M_2$
 - $M_2 \circ M_3$
3. Construa o AFN, usando a prova por construção do fecho sobre a operação estrela (fecho de Kleene) para AFNs:
 - M_1^*
 - M_3^*

Exercício 13. Converta as seguintes expressões regulares em AFNs, usando o procedimento discutido em sala:

1. $a(ab)^* \cup b$
2. $a^+ \cup (ab)^+$
3. $a^*(ab)b^*$

Exercício 14. Transforme os AFNs obtidos na questão anterior em AFDs

Exercício 15. Simplifique os autômatos obtidos da operação de **união** do exercício 12.