

# PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

## TP 2

### Parte a)

Como no se especifica información previa sobre la distribución a priori y tampoco tengo creencias sobre dicho escenario, parto de una distribución inicial no-informada (uniforme).

$$\Theta \sim \text{Beta}(a=1, b=1) = U(0,1)$$

↑  
Caso particular  
uniforme

### Parte b)

Sea  $X =$  "probabilidad de que un usuario mire una serie recomendada"

Dado los siguientes datos:

- $X \sim \text{Binomial}(n=1, p=0,4) = \text{Ber}(p=0,4)$
- $X$  es una variable aleatoria discreta.
- Distribución a priori:  $\Theta \sim \text{Beta}(a=1, b=1)$
- Verosimilitud:  $X | \Theta = \theta \sim \text{Binomial}(n_r=4, p_r = \theta)$
- Según la tabla de familias conjugadas, mi distribución a posteriori podría ser Beta

$$\cdot \text{Beta}(a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \cdot x^{a-1} (1-x)^{b-1} \cdot \mathbb{I}\{0 < x < 1\}$$

↪ Funcion beta. de parametros  $a$  y  $b$   
 $B(a, b)$

$$\cdot \text{Binomial}(n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$\therefore f_{\Theta|X=x}^{(r)} = P_{X|\Theta=0}(x) \cdot \pi(\sigma)$$

$$\Rightarrow f_{\Theta|X=x}^{(r)} = \left(\frac{5}{4}\right)^x \left(1 - \frac{5}{4}\right)^{4-x} \cdot x^0 (1-x)^0 \cdot \mathbb{I}\{0 < x < 1\}$$

$$f_{\Theta|X=x}^{(r)} = \left(\frac{5}{4}\right)^{x+1} \left(1 - \frac{5}{4}\right)^{4-x} \sim \text{Beta con } a = x+1 \text{ y } b = 4-x+1$$

$$\Rightarrow f_{\Theta|X=x}^{(r)} \sim \text{Beta}(x+1, n-x+1)$$

Parte c)

$$\text{Dado que } P(X \in A) = \int_A \underbrace{f_{X|\Theta=0}(x)}_{\text{Binomial}(n=4, p=5/4)} \cdot \underbrace{f_{\Theta|X=x}^{(r)}}_{\text{Beta}(x+1, n-x+1)} d\sigma dx$$

$$\Rightarrow P(X=5) = \sum_{x=5}^{\infty} \int_0^1 \text{Binomial}(n=4, p=5/4) \cdot \text{Beta}(6, 6) d\sigma$$

$$P(X=5) = \int_0^1 \left(\frac{4}{5}\right)^5 \left(1 - \frac{4}{5}\right)^{4-5} \cdot \frac{\sigma^5 (1-\sigma)^5}{B(6, 6)} \cdot \mathbb{I}\{0 < \sigma < 1\} d\sigma$$

$$P(X=5) = \frac{0,31}{B(6, 6)} \cdot 0,0004 = \underline{\underline{0,31}}$$