PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
TP2

1) Dados los siguientes datos:

- X = "Probabilidad de que un usuario mire una serie recomendada"

- Verosimilitud: $X|\Theta=p \sim Bin(n=4, p=5/4)$

Parte a)

- A priori: $\Theta \sim U(a=0, b=1.43)$, dado que el soporte de p es $[0,1]$, la información previa $\frac{1}{b-0} = 0,4 \rightarrow b = a + \frac{1}{0,4} \overset{si\ a=0}{\Longrightarrow} b = 1.43$

Parte b)

- A posteriori: Por familias conjugadas se propone Beta

$$\therefore f_{\Theta|X=x^{(p)}} \propto P_{X|\Theta=p^{(x)}} \cdot \pi(p)$$

$$\rightarrow f_{\Theta|X=x^{(p)}} \propto \binom{4}{x} (5/4)^x (1-5/4)^{4-x} \cdot \frac{1}{1,43-0} \cdot \mathbb{I}\{0 \leq x \leq 1\}$$

$$f_{\Theta|X=x^{(p)}} \propto (5/4)^x (1-5/4)^{4-x} \Rightarrow f_{\Theta|X=x^{(p)}} \sim Beta(x+1, -x+6)$$

Parte c) Dado que $P(X \in A) = \int_A \int_0^\infty f_{X|\Theta=p^{(x)}} \cdot f_{\Theta|X=x^{(p)}}$

$$\rightarrow P(X=5) = \sum_{x=5}^{5} \int_0^1 \underbrace{\binom{4}{5} (5/4)^5 (1-5/4)^{4-5}}_{0,32} \cdot p^5 (1-p)^2 \cdot \underbrace{\frac{1}{B(6,2)}}_{42} \cdot \mathbb{I}\{0 \leq p \leq 1\} dp$$

$$P(X=5) = 13,44 \int_0^1 p^5 (1-p)^2 dp \rightarrow P(X=5) = 0,05$$