Universidad Técnica Federico Santa María
Departamento de Matemática
Ingeniería Civil Matemática

MATXXX

Nombre del Ramo
Tarea X

Nombre | Rol
Profesor | Fecha 14 de septiembre de 2020
Ayudante

Pregunta 1

Una función $f : X \to \overline{\mathbb{R}}$ es medible si y solo si, los conjuntos

$$A := \{x \in X : f(x) = +\infty\} \ \text{ y } B := \{x \in X : f(x) = -\infty\}$$

pertenecen a $\mathcal{A}$ y la función con valores reales dada por

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \notin A \cup B, \\ 0 & \text{si } x \in A \cup B, \end{cases}$$

es medible.

Dem. $(\Rightarrow)$ Sea $f \in M(X, \mathcal{A})$. Observe que

$$A = \{x \in X : f(x) = +\infty\} = \bigcap_{n=1}^{\infty} \{x \in X : f(x) > n\},$$
$$B = \{x \in X : f(x) = -\infty\} = \left[\bigcup_{n=1}^{\infty} \{x \in X : f(x) > -n\}\right]^c$$

de esta forma, $A, B \in \mathcal{A}$. Ahora, se probará que $\tilde{f}$ es medible. Para $\alpha \in \mathbb{R}$, se tendrá que

$$\left\{x \in X : \tilde{f}(x) > \alpha\right\} = \begin{cases} \{x : f(x) > \alpha\} \setminus A & \text{si } \alpha \geq 0, \\ \{x : f(x) > \alpha\} \cup B & \text{si } \alpha < 0. \end{cases}$$

Así, concluimos que $\tilde{f}$ es medible.

Pregunta 2

Una funcion $f : X \to$ es medible si y solo si, los conjuntos

$$A := \{x \in X : f(x) = +\infty\} \text{ y } B := \{x \in X : f(x) = -\infty\} \tag{1}$$

pertenecen a $\mathcal{A}$ y la función con valores reales dada por

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \notin A \cup B \\ 0 & \text{si } x \in A \cup B \end{cases} \tag{2}$$

es medible.

Dem. Se tiene

$$a = 0 \tag{3}$$

de esta forma

$$b = 0 \tag{4}$$

Pregunta 3

Una funcion $f : X \to$ es medible si y solo si, los conjuntos

$$A := \{x \in X : f(x) = +\infty\} \text{ y } B := \{x \in X : f(x) = -\infty\} \tag{5}$$

pertenecen a $\mathcal{A}$ y la función con valores reales dada por

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \notin A \cup B \\ 0 & \text{si } x \in A \cup B \end{cases} \tag{6}$$

es medible.

Dem. Se tiene

$$a = 0 \tag{7}$$

de esta forma

$$b = 0 \tag{8}$$