Considere un modelo de la forma

$$Y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{6} \beta_i \cos\left(\frac{2\pi t}{T_i}\right) + \epsilon_t, \tag{0.1}$$

donde el proceso ε_t es un ruido blanco con varianza σ^2 y T_i son los periodos de la serie.

1. Escriba este modelo en la forma $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}$.

Solución. Defina las siguientes matrices

- $\boldsymbol{Y} = \begin{pmatrix} y_{t_1} & \cdots & y_{t_n} \end{pmatrix}^t$
- $\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 1 & \cos\left(\frac{2\pi t_1}{T_1}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_1}{T_2}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_1}{T_3}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_1}{T_4}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_1}{T_5}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_1}{T_6}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos\left(\frac{2\pi t_n}{T_1}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_n}{T_2}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_n}{T_3}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_n}{T_4}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_n}{T_5}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_n}{T_6}\right) \end{pmatrix}$
- $\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 & \beta_6 \end{pmatrix}^t$
- $\boldsymbol{e} = \begin{pmatrix} e_{t_1} & \cdots & e_{t_n} \end{pmatrix}^t$

Luego, (0.1) puede ser escrito como $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}$.

2. Explique cómo obtener estimaciones de $\beta_0, ..., \beta_6$ y σ^2.

Solución.

3. ¿Qué consideraciones hay que establecer para que el modelo (0.1) incluya una tendencia cuadrática?

Solución.