

# Proyecto 2: Series de Tiempo I

Prof: Ronny Vallejos

Fecha de Entrega: Lunes 29 de Abril

Este proyecto puede ser abordado por grupos maximo de 2 personas.

**Problema 1:** Considere un modelo de la forma

$$Y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^6 \beta_i \cos(2\pi t/T_i) + \epsilon_t, \quad (1)$$

donde el proceso  $\epsilon_t$  es un ruido blanco con varianza  $\sigma^2$  y  $T_i$  son los periodos de la serie.

- a) Escriba este modelo en la forma  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}$
- b) Explique cómo obtener estimaciones de  $\beta_0, \dots, \beta_6$  y  $\sigma^2$ .
- c) ¿Qué consideraciones hay que establecer para que el modelo (1) incluya una tendencia cuadrática?

**Problema 2:** Sea  $\{X_t : t \in T\}$  un proceso estacionario normal con función de media  $\mu_X$  y función de autocovarianza  $C_X(\cdot)$ . Definamos la serie no lineal

$$Y_t = \exp(X_t), t \in T.$$

- a) Expresé la media del proceso  $Y_t$  en términos de  $\mu_X$  y  $C(0)$ .
- b) Determine la función de autocovarianza de  $Y_t$ .

**Problema 3:** Si  $C_j(h)$  son funciones de covarianza de un proceso estacionario débil para todo  $j = 1, \dots, n$ . Demuestre que  $\sum_{j=1}^n b_j C_j(h)$  también es una función de covarianza si  $b_j \geq 0, \forall j$ .

**Problema 4:** Describa que hace exactamente la siguiente rutina en R

```
x=rnorm(200,0,1)
y=vector(mode="numeric", length=200)
for (i in 2:200){
y[i]=0.5*y[i-1]+x[i]
}
par(mfrow=c(1,2),pty = "s")
plot.ts(y)
acf(y)
```

**Problema 5:** Considere el proceso  $X_t = \delta + X_{t-1} + \epsilon_t$ , donde  $t = 1, 2, \dots$ ,  $\epsilon_t$  es una secuencia de variables aleatorias iid con media cero y varianza  $\sigma^2$ .

- a) Escriba la ecuación del proceso  $X_t$  como sigue

$$X_t = \delta t + \sum_{j=1}^t \epsilon_j$$

- b) Calcule  $\mu(t) = \mathbb{E}[X_t]$  y  $V(t) = \mathbb{V}[X_t]$ .
- c) ¿Es el proceso  $X_t$  débilmente estacionario?

**Problema 6** Sea  $X_t$  un proceso intrínsecamente estacionario. El semivariograma de  $X_t$  se define como

$$\gamma_X(h) = \frac{1}{2}\mathbb{E}[(X_{t+h} - X_t)^2].$$

- a) Si  $X_t$  es un ruido blanco con varianza  $\sigma^2$ , calcule  $\gamma_X(h)$ .
- b) Si  $X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \epsilon_t$ , donde  $\epsilon_t$  es un ruido blanco con varianza  $\sigma^2$ , calcule  $\gamma_X(h)$ .

**Problema 7** Sea  $C_X(\cdot)$  la función de covarianza asociada a un proceso de media nula. Si

$$C_X(t) = C_X(0),$$

para algún  $t > 0$ , Demuestre que  $C_X(\cdot)$  es periódica.