



SERIES DE TIEMPO

PROYECTO 2

NOMBRES	Bruno Martinez Barrera	CORREOS	bruno.martinez@sansano.usm.cl
	Cristóbal Cancino Adriasola		cristobal.cancino@sansano.usm.cl
PROFESOR	Ronny Vallejos	FECHA	26 de abril de 2022
AYUDANTE	Daniela Diaz		

Problema 1

Considere un modelo de la forma

$$Y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^6 \beta_i \cos\left(\frac{2\pi t}{T_i}\right) + \epsilon_t, \quad (1.1)$$

donde el proceso ϵ_t es un ruido blanco con varianza σ^2 y T_i son los periodos de la serie.

1. Escriba este modelo en la forma $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}$.

SOLUCIÓN. test

2. Explique cómo obtener estimaciones de β_0, \dots, β_6 y σ^2 .

SOLUCIÓN.

3. ¿Qué consideraciones hay que establecer para que el modelo (1.1) incluya una tendencia cuadrática?

SOLUCIÓN.

Problema 2

Sea $\{X_t : t \in T\}$ un proceso estacional normal con función con media μ_X y función de autocovarianzas $C_X(\cdot)$. Definamos la serie no lineal

$$Y_t = \exp(X_t), \quad t \in T. \quad (2.1)$$

1. Exprese la media del proceso Y_t en términos de μ_X y $C(0)$.

SOLUCIÓN. test

2. Determine la función de autocovarianza de Y_t .

SOLUCIÓN. test

Problema 3

Si $C_j(h)$ son funciones de covarianza de un proceso estacionario débil para todo $j = 1, \dots, n$.
Demuestre que $\sum_{j=1}^n b_j C_j(h)$ también es un función de covarianza si $b_j \geq 0, \forall j$.

SOLUCIÓN. test

Problema 4

Describa que hace exactamente la siguiente rutina en R.

```
x=rnorm(200,0,1)
y=vector(mode="numeric", length=200)
for (i in 2:200){
  y[i]=0.5*y[i-1]+x[i]
}
par(mfrow=c(1,2),pty = "s")
plot.ts(y)
acf(y)
```

SOLUCIÓN. test

Problema 5

Considere el proceso $X_t = \delta + X_{t-1} + \epsilon_t$, donde $t = 1, 2, \dots$, ϵ_t es una secuencia de variables aleatorias iid con media cero y varianza σ^2 .

1. Escriba la ecuación del proceso X_t como sigue

$$X_t = \delta t + \sum_{j=1}^t \epsilon_j. \quad (5.1)$$

SOLUCIÓN. test

2. Calcule $\mu(t) = \mathbb{E}[X_t]$ y $V(t) = \mathbb{V}[X_t]$.

SOLUCIÓN. test

3. ¿Es el proceso X_t débilmente estacionario?

SOLUCIÓN. test

Problema 6

Sea X_t un proceso intrínsecamente estacionario. El semivariograma de X_t se define como

$$\gamma_X(h) = \frac{1}{2} \mathbb{E} [(X_{t+h} - X_t)^2].$$

1. Si X_t es un ruido blanco con varianza σ^2 , calcule $\gamma_X(h)$.

SOLUCIÓN. test

2. Si $X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \epsilon_t$, donde ϵ_t es un ruido blanco con varianza σ^2 , calcule $\gamma_X(h)$.

SOLUCIÓN. test

Problema 7

Sea $C_X(\cdot)$ la función de covarianza asociada a un proceso de media nula. Si

$$C_X(t) = C_X(0),$$

para algún $t > 0$. Demuestre que $C_X(\cdot)$ es periódica.

SOLUCIÓN. test