proyecto01

April 6, 2022

1 Proyecto 1 - Series de Tiempo I

1.0.1 Bruno Martinez - Cristóbal Cancino

1.0.2 Prof. Ronny Vallejos

1.1 ### 06 de abril de 2022

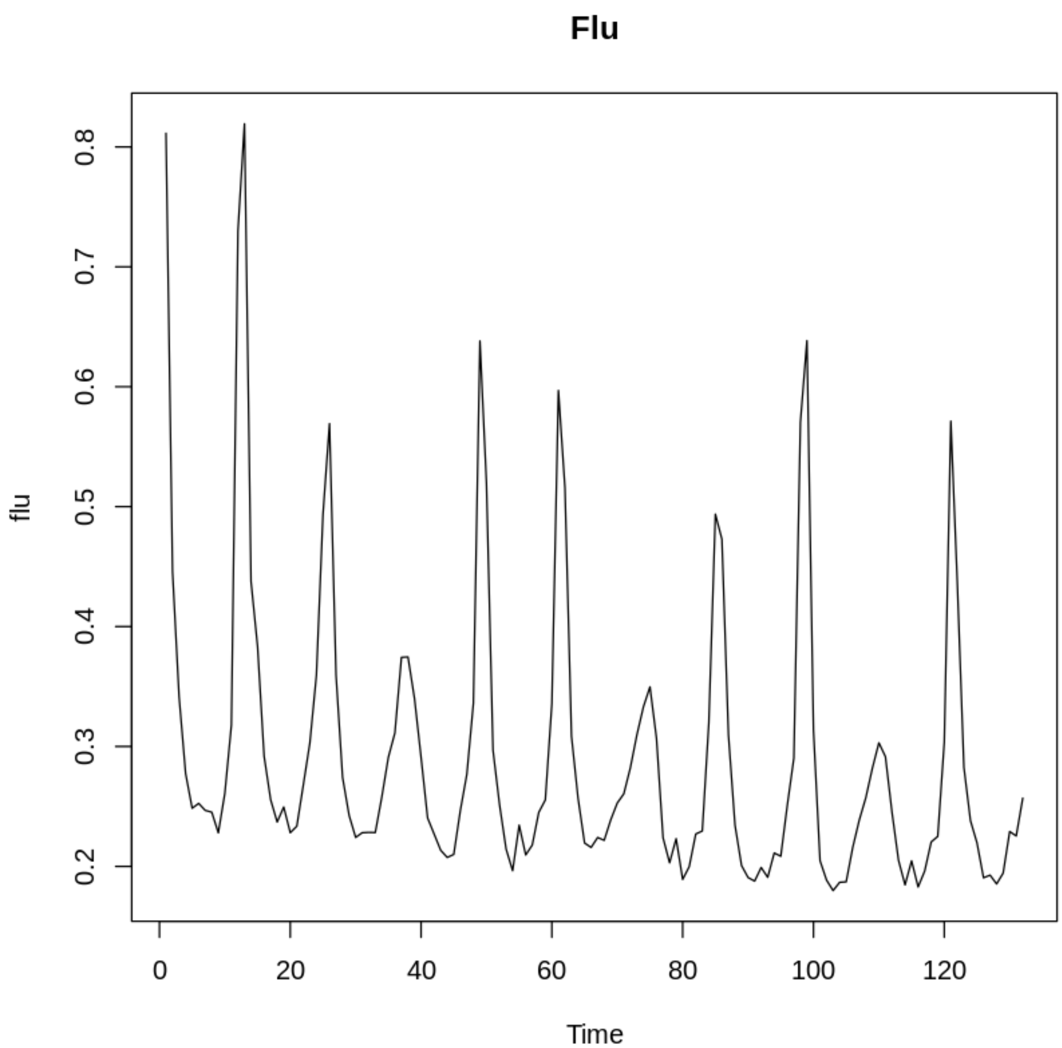
Problema 1

Considere la serie `flu.dat` que puede ser obtenida en el sitio http://www.stat.pitt.edu/stoffer/tsa2/tsa2.html.

1. Transforme la serie adecuadamente para observar el efecto de la transformación en la media y la varianza

Se graficarán los datos

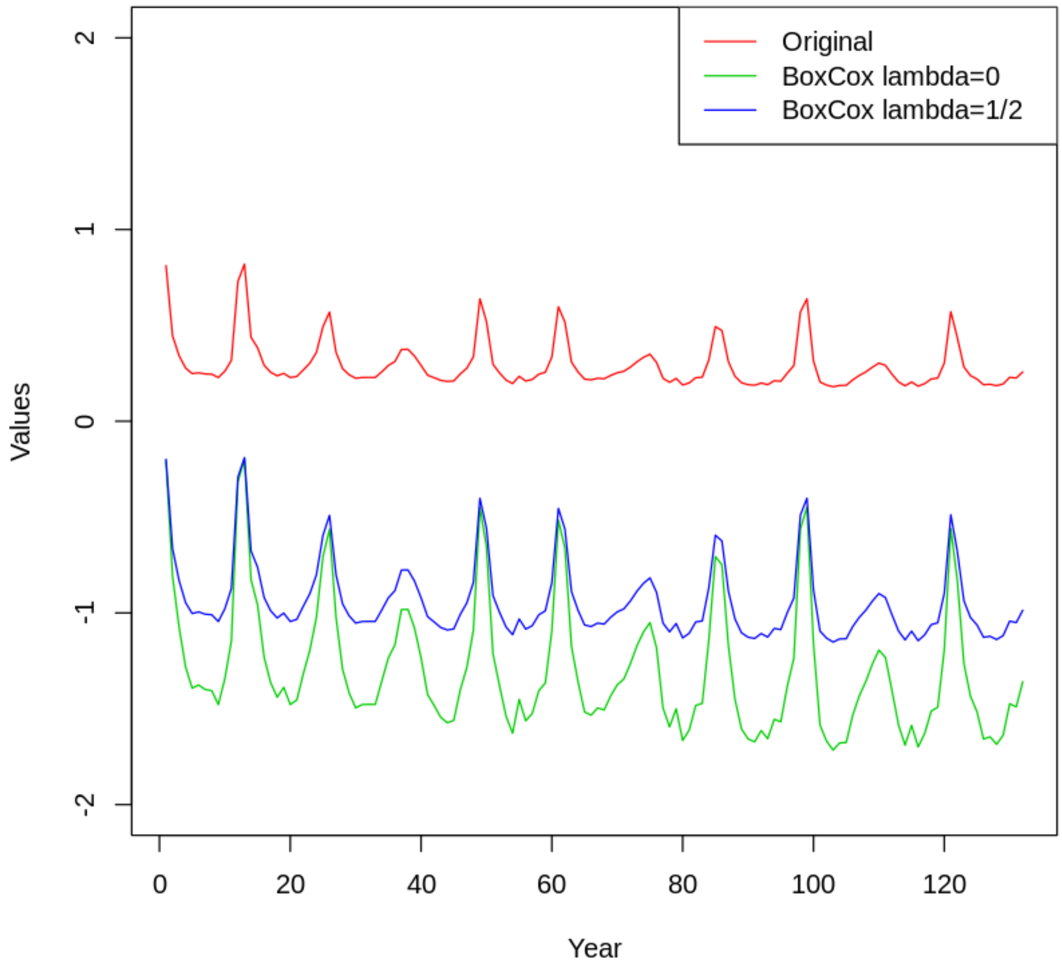
[1]:
```
flu <- ts(read.table("https://www.stat.pitt.edu/stoffer/tsa2/data/flu.dat.txt"))
ts.plot(flu, main = 'Flu')
```



Deseamos estabilizar la varianza, en particular, reducir la dependencia de la variabilidad del tiempo. Para esto, se utilizará la **Transformación de Box-Cox**.

[ ]:
```
library("fpp")
```

[3]:
```
boxcox_flu_0 <- BoxCox(flu, 0)
boxcox_flu_12 <- BoxCox(flu, 1/2)
range <- ts(1:length(flu))
plot(flu, type = "l", col = 2, ylim = c(- 2, 2), xlab = "Year", ylab = "Values")
lines(boxcox_flu_0, type = "l", col = 3)
lines(boxcox_flu_12, type = "l", col = 4)
legend("topright", c("Original", "BoxCox lambda=0", "BoxCox lambda=1/2"), lty =␣
↪1, col = 2:4)
```



2. Se propone un modelo de la forma

$$Z_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j t^j + \epsilon_t$$

donde ϵ_t es un ruido blanco con varianza σ^2.

   1. Proponga un método que permita truncar la serie infinita que define el modelo, de tal modo que el modelo resultante sea de la forma

   $$Z_t = \sum_{j=0}^{p} b_j t^j + u_t,$$

   donde $p \in \mathbb{N}$. Es decir, proponga un método para estimar p.
   2. Estime p usando los datos de la serie `flu.dat`.

3. Estime los parámetros del modelo: β_j, $j = 0, 1, ..., \hat{p}$, donde $\hat{p}$ es la estimación de p propuesta en B. **Solución.**

Se propone transformar el modelo de la forma

$$Z_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j t^j + \epsilon_t \quad \Rightarrow \quad Z_t = \sum_{j=0}^{p} \beta_j t^j + \underbrace{\sum_{j=p+1}^{\infty} \beta_j t^j + \epsilon_t}_{u_t}$$

donde $u_t \approx N(\sum_{j=p+1}^{\infty} \beta_j t^j, \sigma^2)$. Para estimar p, se propone el siguiente método

```
p = 1
while True:
    Estimar b_i desde i=0 hasta p con p+1 puntos a través de interpolación de Lagrange
    Si ECM < tol
        break
    p += 1
return p
```

3. Grafique la serie original y la serie ajustada en un mismo gráfico. Hay evidencia para aseverar que el modelo estimado es una buena representación de los patrones de la serie original? Justifique.

[ ]:
```

```

4. Ajuste un modelo de descomposición a la serie `flu.dat`.

[4]:
```
flu <- ts(read.table("https://www.stat.pitt.edu/stoffer/tsa2/data/flu.dat.
↪txt"),frequency=12)
```

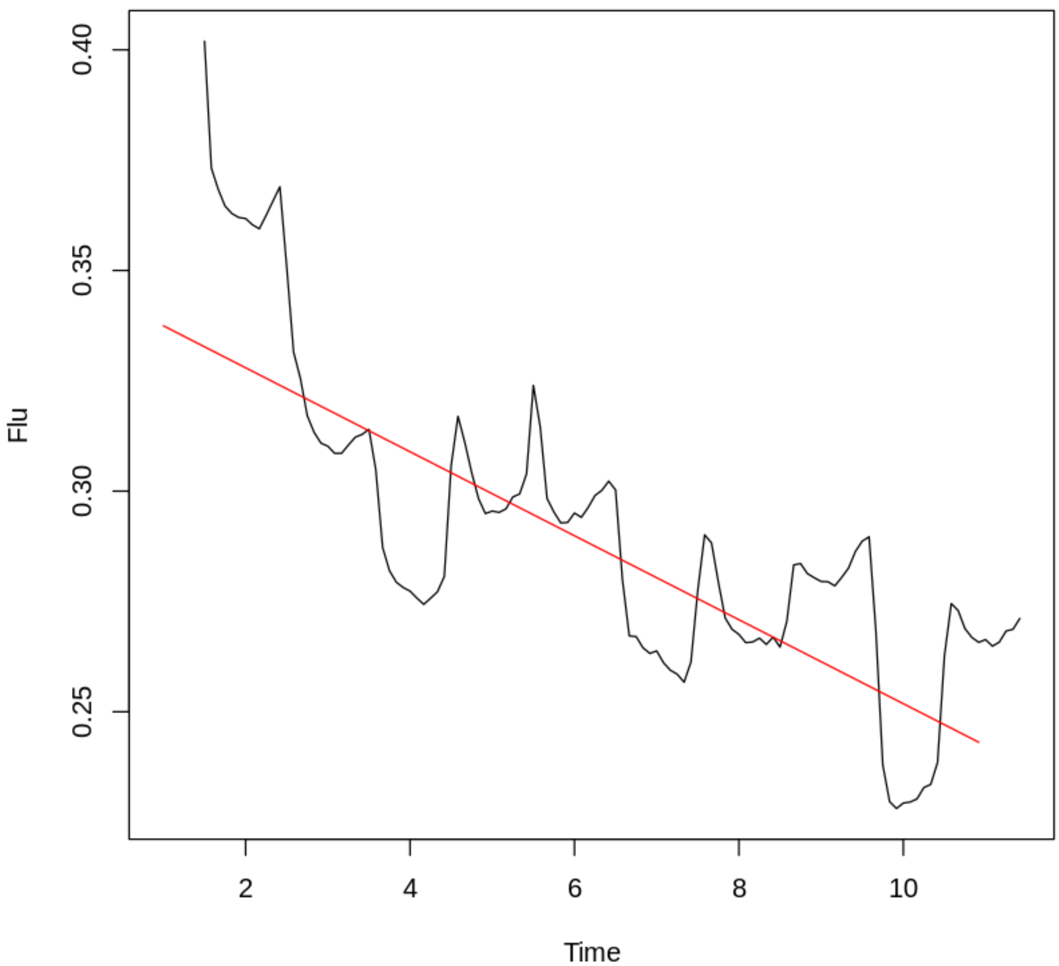
`Se estimará la tendencia a través de un modelo lineal.`

[5]:
```
ma_flu <- rollmean(flu, 13)
range <- ts(1:length(ma_flu))
regression <- lm(ma_flu ~ range)
regression
```

```
Call:
lm(formula = ma_flu ~ range)

Coefficients:
(Intercept)        range
  0.3382540   -0.0007929
```

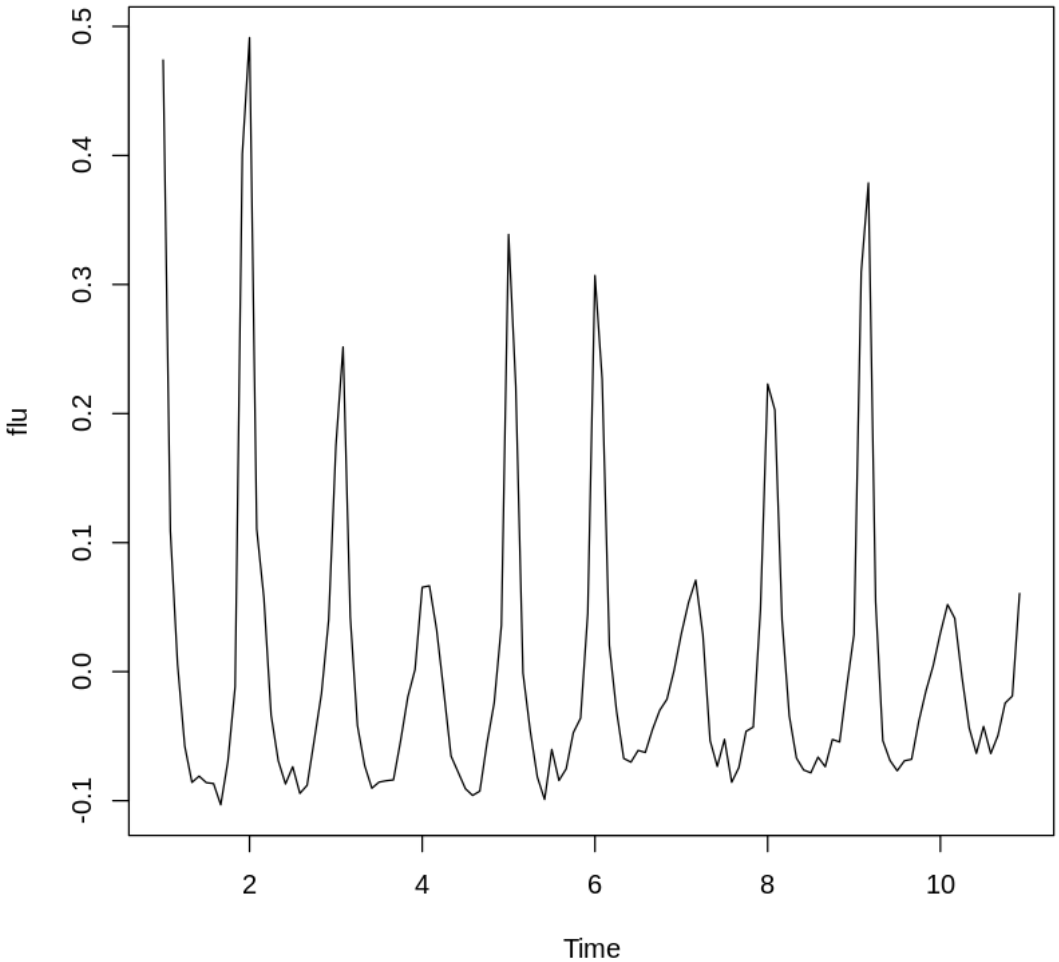
[6]:
```
intercept = regression$coefficients["(Intercept)"]
slope = regression$coefficients["range"]
range <- ts(1:length(ma_flu), frequency=12)
trend <- intercept + slope * range
```

```
seqplot.ts(ma_flu, trend, ylab="Flu")
```

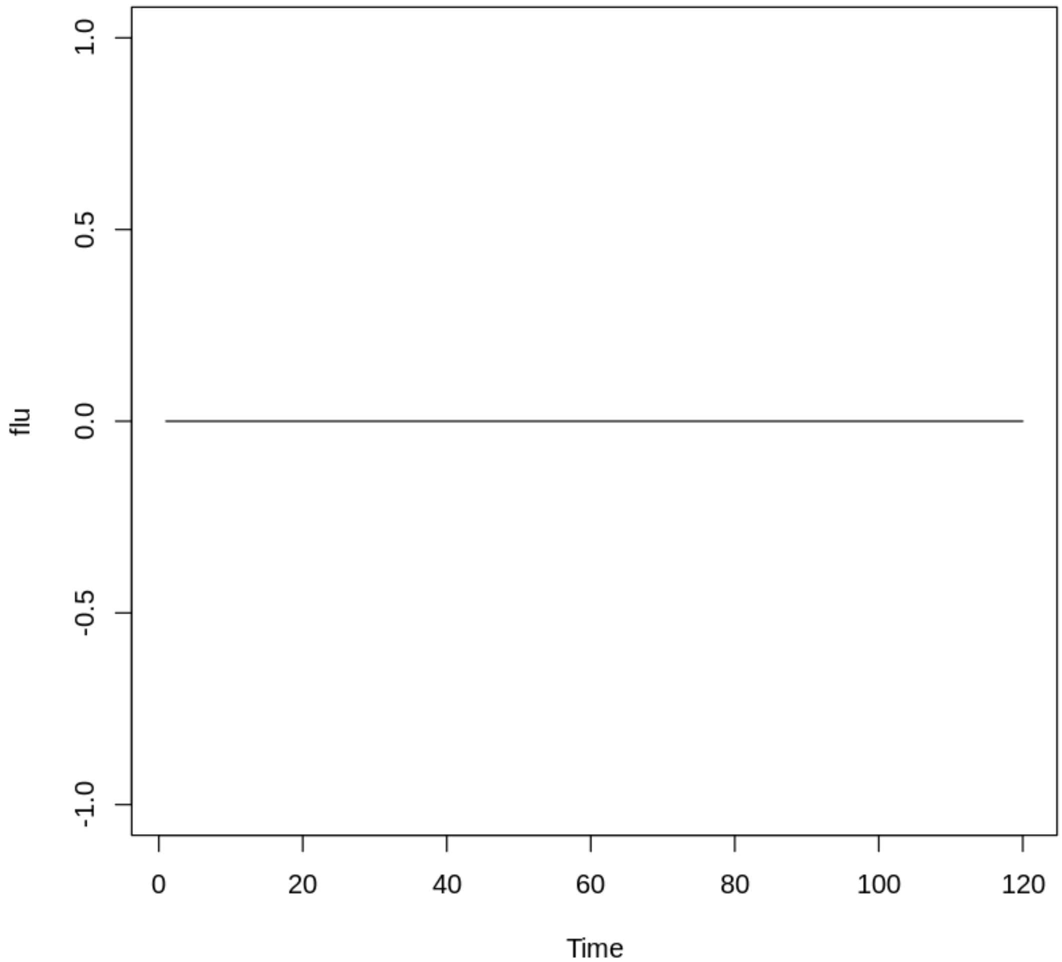


Estimamos entonces el modelo estacional

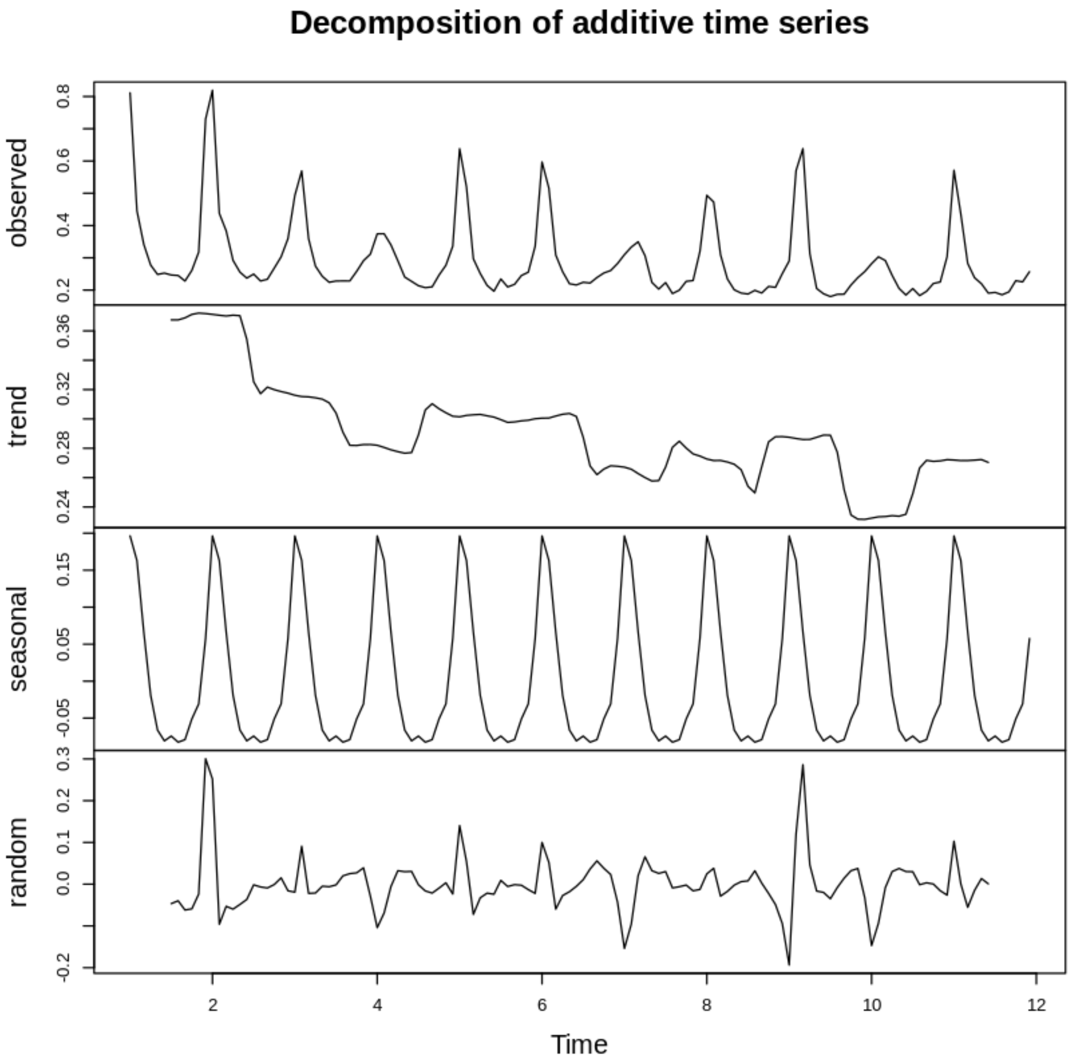
```
[7]: seasonal <- flu - trend
     plot(seasonal)
```



[8]:
```r
linealmodel <- ts(trend + seasonal)
flu <- ts(read.table("https://www.stat.pitt.edu/stoffer/tsa2/data/flu.dat.txt"))
plot(flu-linealmodel)
```



[9]:
```
dec_flu <- ts(flu, frequency=12)
dec <- decompose(dec_flu)
plot(dec)
```

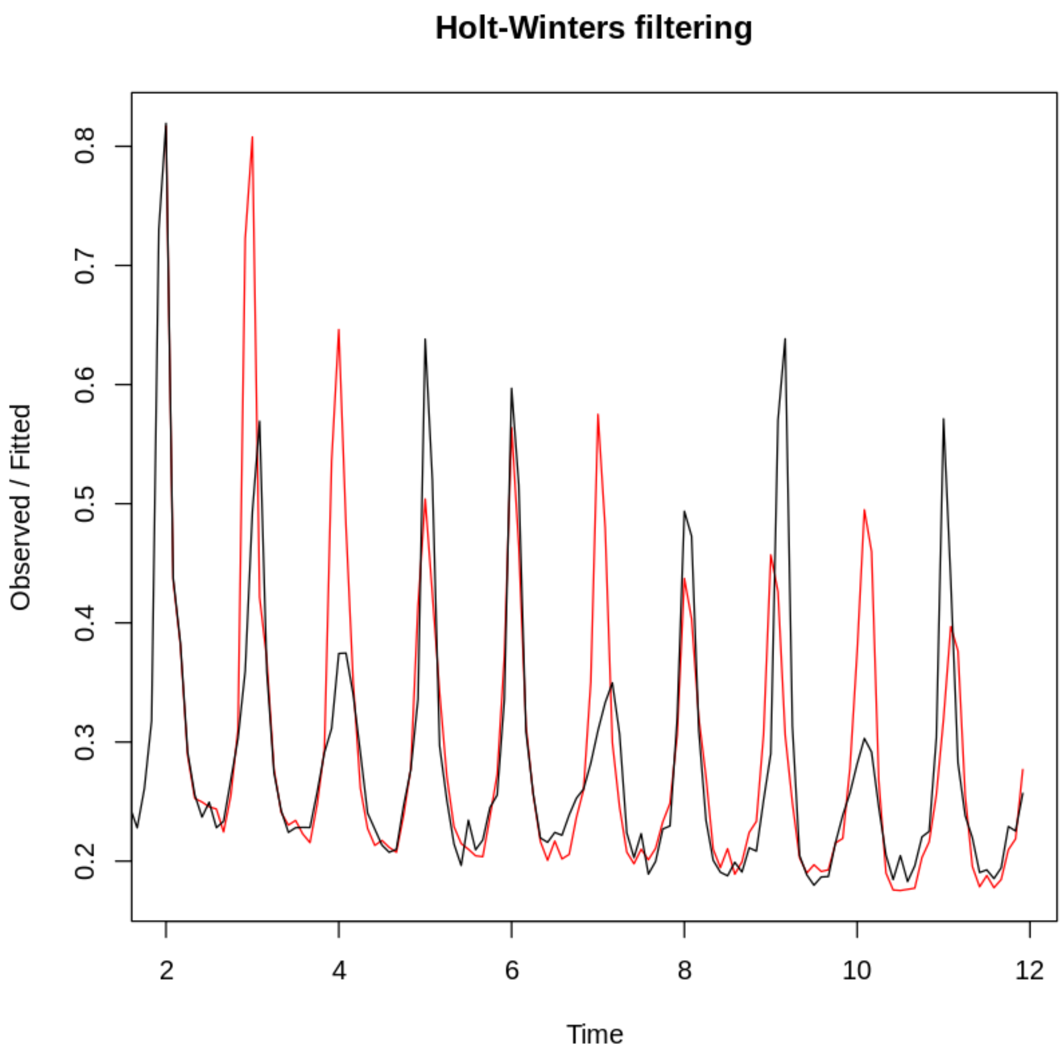


5. Ajuste un modelo de Holt-Winters a la serie `flu.dat`.

[10]:
```
flu <- ts(flu, frequency=12)
hw_flu <- HoltWinters(flu)
plot(hw_flu)
summary(hw_flu)
```

```
                Length Class  Mode
fitted          480    mts    numeric
x               132    ts     numeric
alpha             1    -none- numeric
beta              1    -none- numeric
gamma             1    -none- numeric
coefficients     14    -none- numeric
```

```
seasonal       1    -none- character
SSE            1    -none- numeric
call           2    -none- call
```



6. De los modelos propuestos en la parte 2., 4. y 5., ¿cuál es el más apropiado?

[ ]:

```

```

---

2 Problema 2

En este ejercicio es necesario obtener la serie asociada al calentamiento de la tierra descrito en grados centígrados entre los años 1900-1997. Esta serie es presentada en `Shumway and`

`Stoffer (2000), página 5`. Para bajar el archivo `globtemp.dat`, encuentre el sitio web http://www.stat.pitt.edu/stoffer/tsa2/tsa2.html.

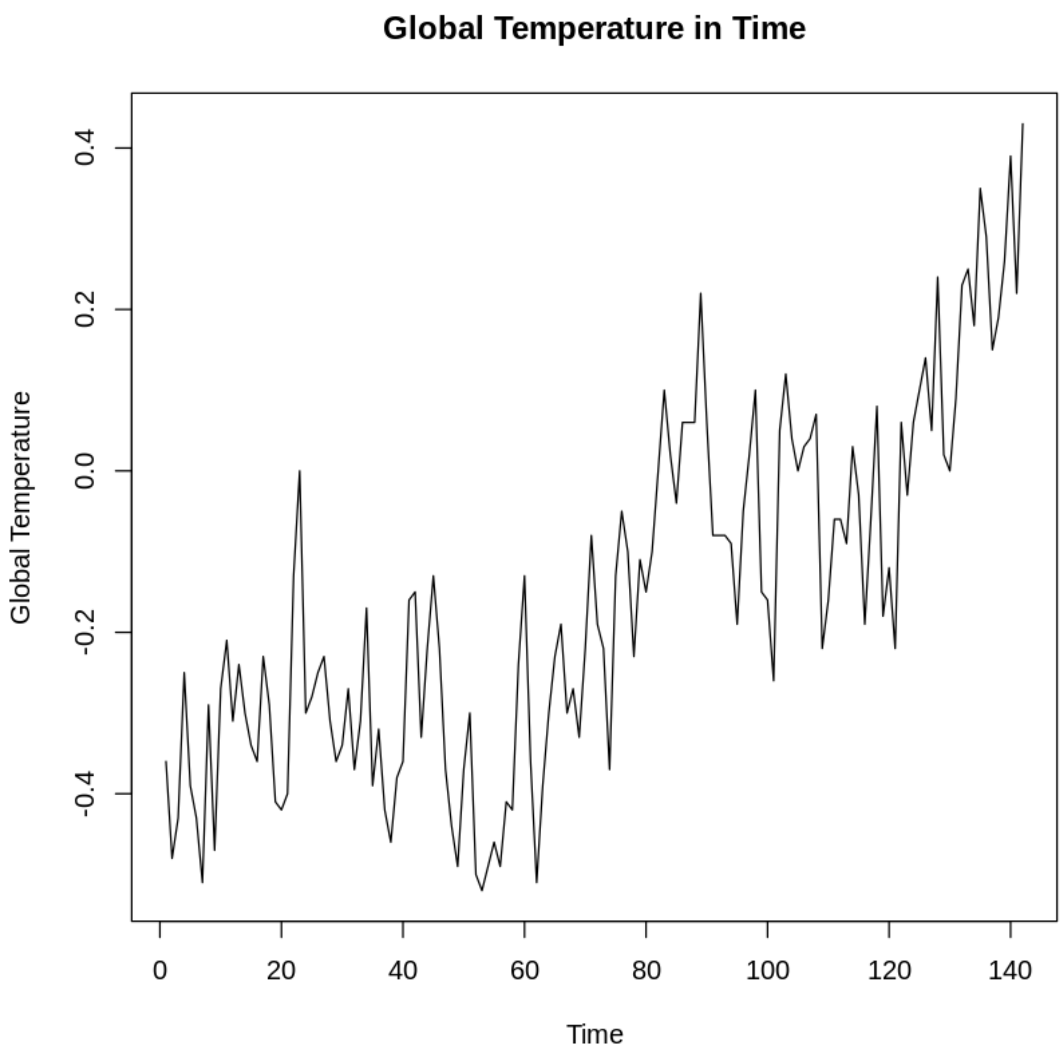
1. Grafique la serie `globtemp.dat` en el tiempo.

[11]:
```
globtemp <- ts(read.table("https://www.stat.pitt.edu/stoffer/tsa2/data/globtemp.
↪dat.txt"))
head(globtemp)
```

A Time Series: 6 × 1

V1
-0.36
-0.48
-0.43
-0.25
-0.39
-0.43

[12]:
```
ts.plot(globtemp, main='Global Temperature in Time', ylab="Global Temperature")
```



2. Use un modelo de suavizamiento exponencial simple para predecir la serie hacia el futuro. Considere un valor apropiado para α.

```
Debemos recordar que para utilizar un modelo de suavizamiento exponencial simple, se deben qui
```

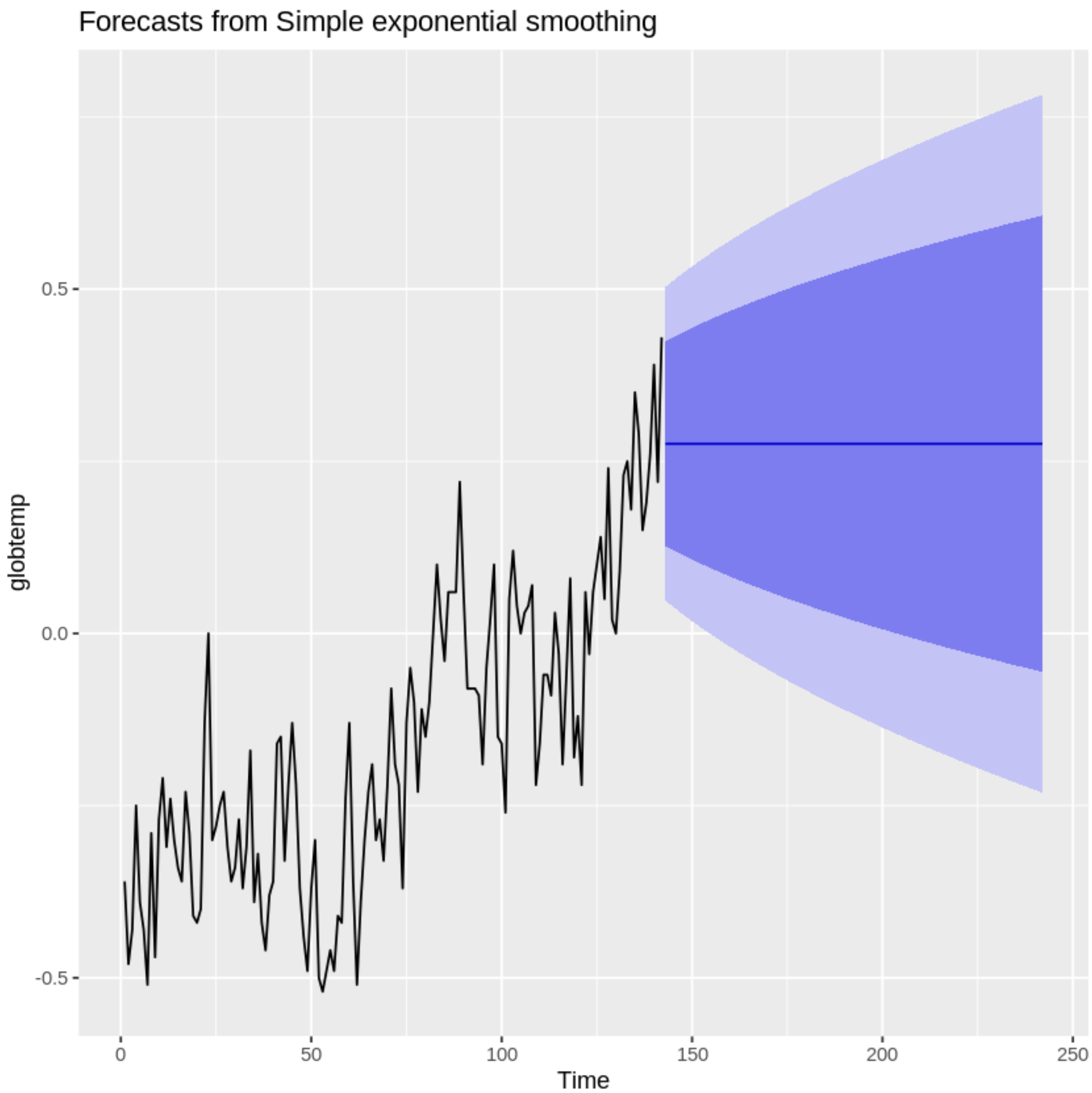
[ ]:
```
library(tidyverse)
library(fpp2)
```

[14]:
```
length(globtemp)
```

142

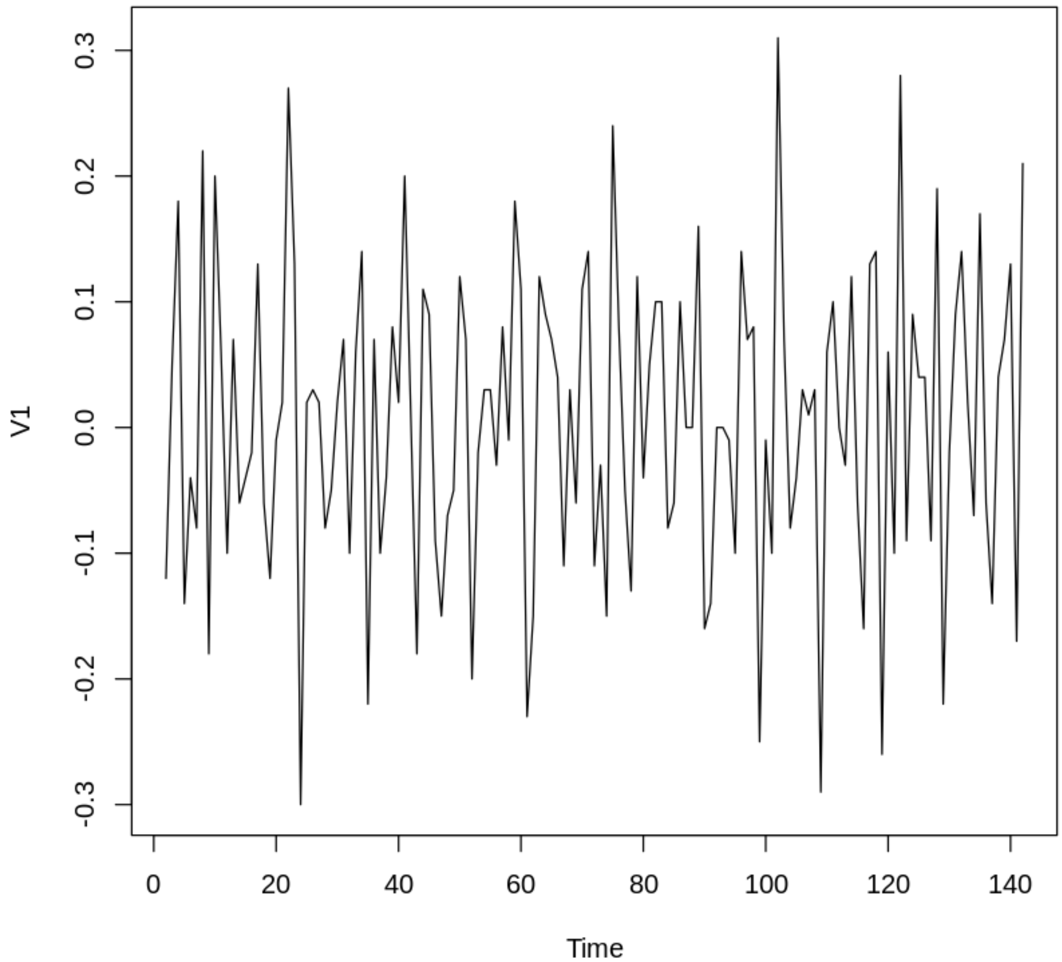
[15]:
```
globtemp.train <- window(globtemp, end = 100)
globtemp.test <- window(globtemp, start = 101)
```

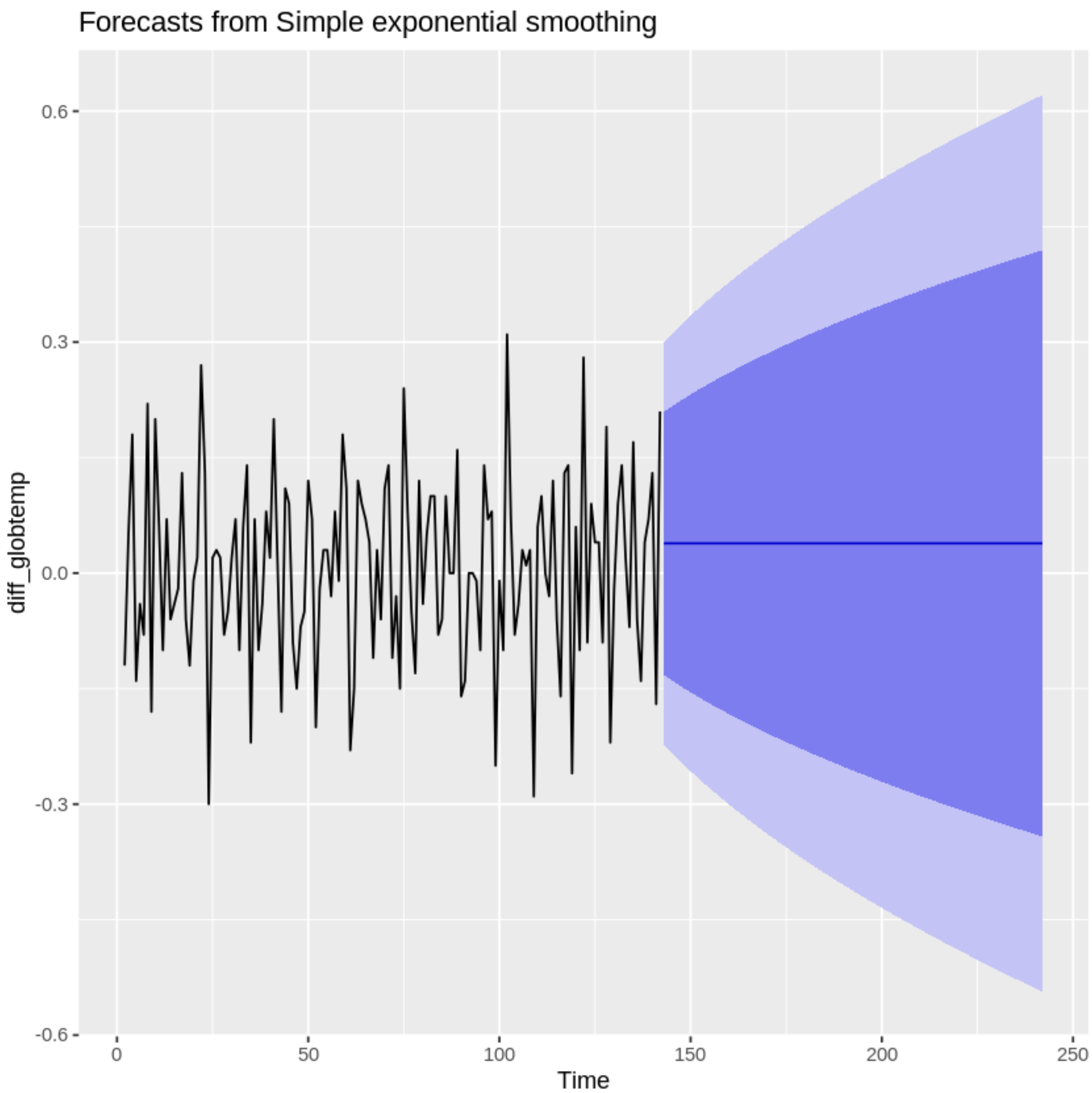
[16]:
```
ses_globtemp <- ses(globtemp, alpha = .2, h = 100)
autoplot(ses_globtemp)
```



Observamos que no está capturando la tendencia correctamente. Esto es porque el Suavizamiento E

[17]:
```
diff_globtemp <- diff(globtemp)
plot(diff_globtemp)
ses_diff_globtemp <- ses(diff_globtemp, alpha = .2, h = 100)
autoplot(ses_diff_globtemp)
```


V1
0.3
0.2
0.1
0.0
-0.1
-0.2
-0.3
0
20
40
60
80
100
120
140
Time

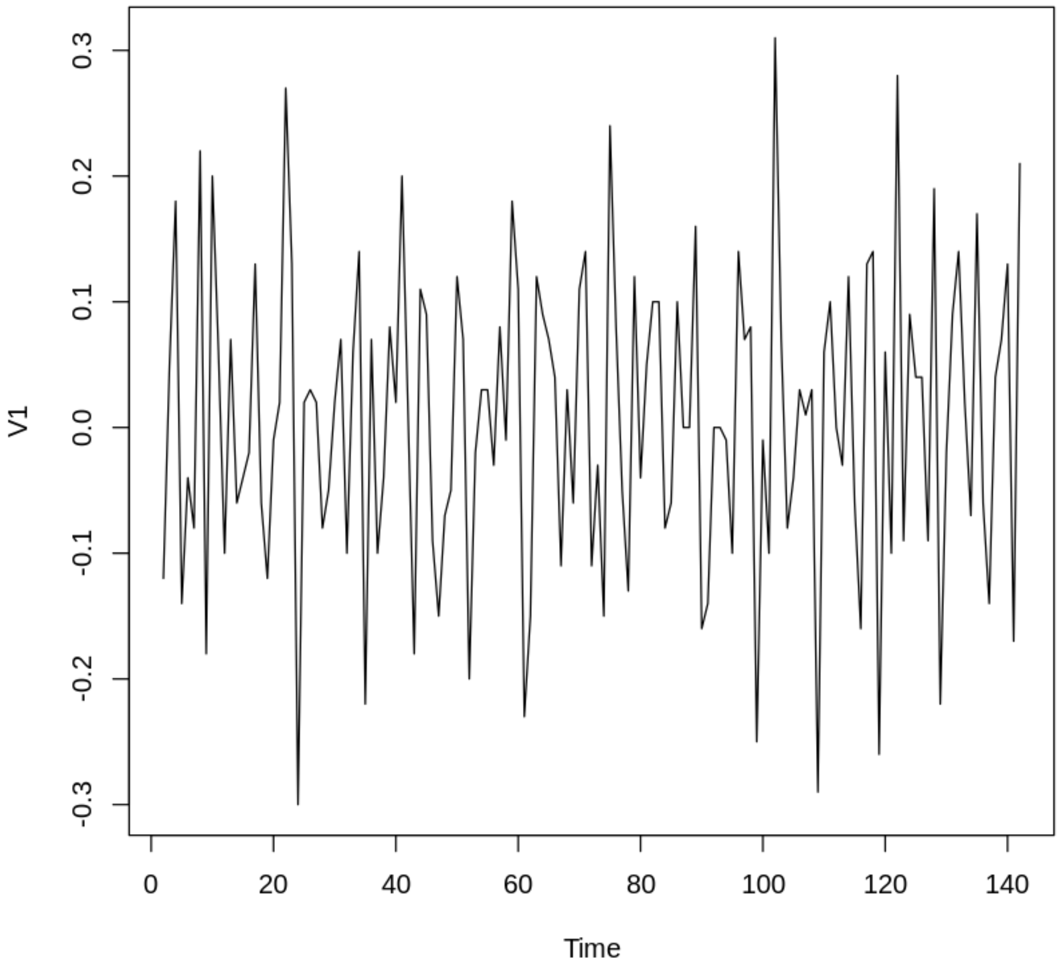


3. Describa las bondades y limitaciones del modelo usado en los puntos anteriores.

```
Entre las bondades que uno puede encontrar, se tiene que le da mayor peso al pasado reciente y

El mayor problema del modelo es que no son precisos al momento de utilizar tendencias, y es po
```

4. A partir de la serie original obtenga una serie sin tendencia.

[18]:
```
diff_globtemp = diff(globtemp)
plot(diff_globtemp)
```



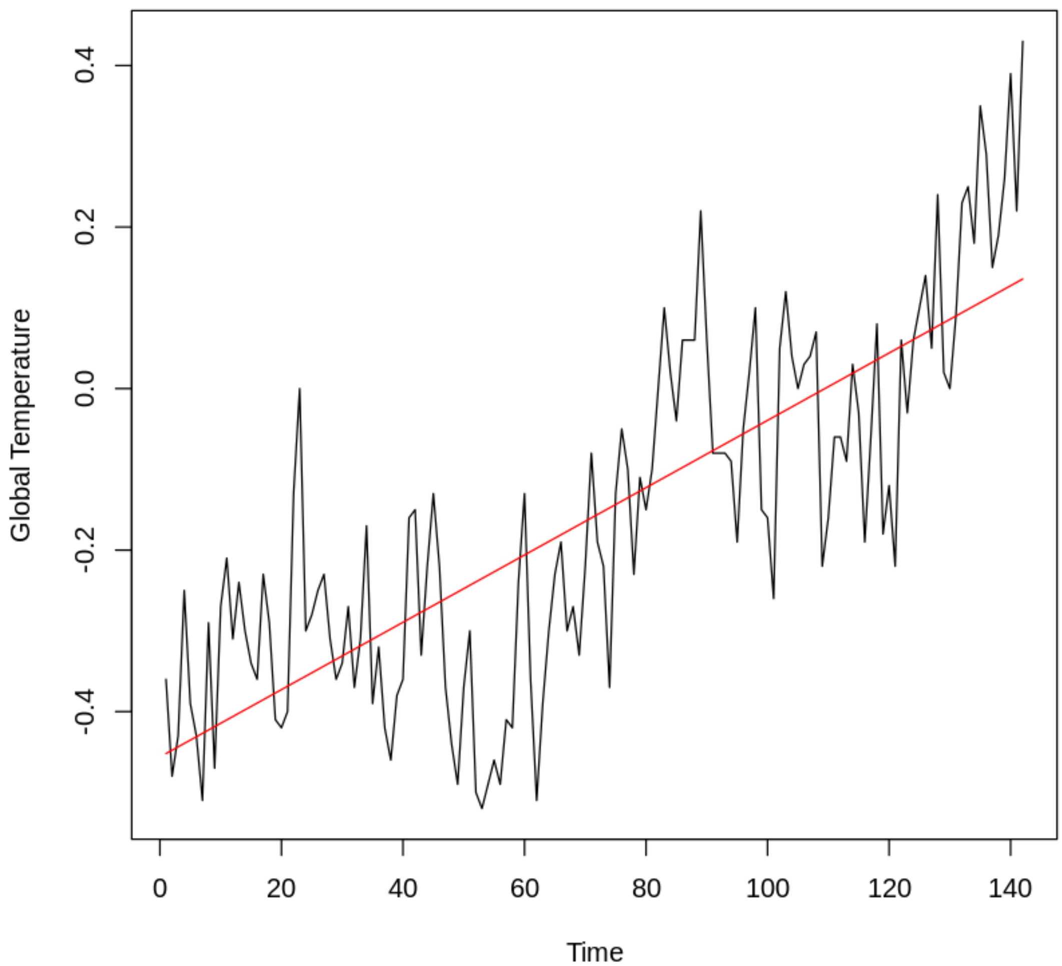
5. Estime un modelo de regresión de la forma

$$Z_t = \beta_0 + \beta_1 t + \epsilon_t,$$

para la serie `globtemp.dat`, donde ϵ_t es una colección de variables aleatorias no correlacionadas en media cero y varianza δ^2. ¿El modelo ajustado luce similar a la serie original?

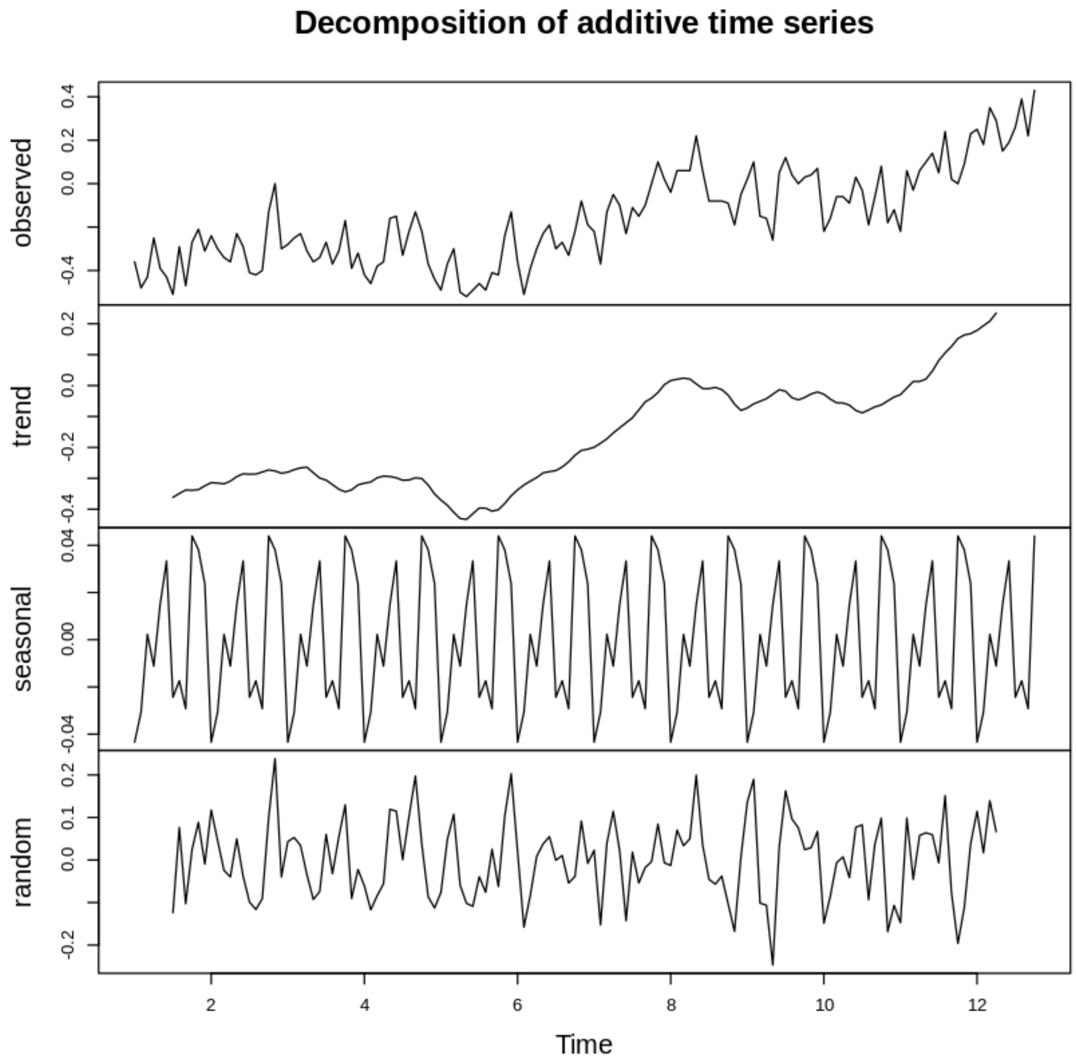
[19]:
```
range <- ts(1:length(globtemp))
regression <- lm(globtemp ~ range)

intercept = regression$coefficients["(Intercept)"]
slope = regression$coefficients["range"]
trend <- intercept + slope * range
```

```r
seqplot.ts(globtemp, trend, ylab="Global Temperature")
```



6. Descomponga la serie `globtemp.dat` en tres partes: una tendencia, una parte estacional y una componente residual. Describa que observa.

[20]:
```r
dec_globtemp <- ts(globtemp, frequency=12)
dec <- decompose(dec_globtemp)
plot(dec)
```



`Podemos observar que los datos poseen una componente estacional notable, asi como la tendencia`

Problema 3

Al analizar cierta serie de tiempo trimestral se usó un método ingenuo obteniéndose:

1. Ecuación de tendencia $T(t) = 84.65 + 4.71t$.
2. Serie de residuos $W(t) = Y(t) - Z(t)$. | Trimestre | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | | | | | |:———:|:——:|:——:|:——:|:——:|:—-:|:—:|:—:|:—:|:—:| | 1 | - | 20 | 15 | 13.75 | 8.75 | | | | | | 2 | - | -6.25 | -7.50 | -7.50 | 2.50 | | | | | | 3 | -11.25 | -11.25 | -21.50 | -13.75 | - | | | | | | 4 | 0.95 | 1.05 | 1.11 | 1.05 | - | | | | |

En base a los resultados de 1. y 2., dado que $t = 1$ corresponde al primer trimestre de 1997, prediga los valores de la serie en cada uno de los trimestres de 2002.

Solución.

Primero obtendremos los valores de los e_i, con $i = 1, ..., 4$. Note que e_i corresponde al promedio de los $W(t)$ de cada trimestre. Calculando:

- $e_1 = (20 + 15 + 13.75 + 8.75)/4 = 14.38$
- $e_2 = (-6.25 - 7.50 - 7.50 + 2.50)/4 = -4.69$
- $e_3 = (-11.25 - 11.25 - 21.50 - 13.75)/4 = -14.44$
- $e_4 = (0.95 + 1.05 + 1.11 + 1.05)/4 = 1.04$

Calculando el promedio de los e_i, para $i = 1, ..., 4$

$$\overline{e} = (14.38 - 4.69 - 14.44 + 1.04)/4 = -0.93$$

Por otra parte la estimacion de la componente estacional, está dada por:

- $\hat{E_1} = e_1 - \overline{e} = 15.31$
- $\hat{E_2} = e_2 - \overline{e} = -3.76$
- $\hat{E_3} = e_3 - \overline{e} = -13.51$
- $\hat{E_4} = e_4 - \overline{e} = 1.97$

Note que la tendencia viene dada por $T_t = 84.65 + 4.71 * t$, y dado que nos piden predecir los valores de Z para el año 2002, entonces tendremos que calcular los trimestres 21,22,23,24. En efecto:

- $\hat{T_{21}} = 183.56$
- $\hat{T_{22}} = 188.27$
- $\hat{T_{23}} = 192.98$
- $\hat{T_{24}} = 197.69$

Finalmente , calculando lo pedido (los valores de la serie para cada trimestre del año 2002).

- $\hat{Z_{21}} = \hat{T_{21}} + \hat{E_1} = 198.87$
- $\hat{Z_{22}} = \hat{T_{22}} + \hat{E_2} = 184.51$
- $\hat{Z_{23}} = \hat{T_{23}} + \hat{E_3} = 179.47$
- $\hat{Z_{24}} = \hat{T_{24}} + \hat{E_4} = 199.66$

Problema 4

Considere una serie de tiempo $\{Z_t : t \in T\}$ descrita por la ecuación:

$$Z_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + S_t + \epsilon_t$$

donde β_0, β_1 y β_2 son parámetros desconocidos del modelo, S_t es un efecto estacional conocido y ϵ_t es un ruido aleatorio con media y varianza constante. Determine las ecuaciones que permiten estimar los parámetros β_0, β_1 y β_2.

```
[ ]:
```