

### 0.0.1. Funciones trigonométricas

Considere el siguiente triángulo rectángulo

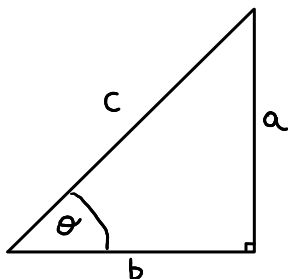


Figura 1: Triangulo rectángulo

donde

- $\theta$  es un ángulo
- $a$  es el cateto opuesto de  $\theta$
- $b$  es el cateto adyacente de  $\theta$
- $c$  es la hipotenusa del triangulo.

Entonces,

$$1. \sin(\theta) = \frac{a}{c}$$

$$2. \cos(\theta) = \frac{b}{c}$$

$$3. \tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{a}{b}$$

$$4. \sec(\theta) = \frac{1}{\cos(\theta)} = \frac{c}{b}$$

$$5. \csc(\theta) = \frac{1}{\sin(\theta)} = \frac{c}{a}$$

$$6. \cot(\theta) = \frac{1}{\tan(\theta)} = \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{b}{a}$$

**0.0.2. Desfase**

1.  $\sin(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
2.  $\cos(-a) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

**0.0.3. Paridad**

1.  $\sin(-a) = -\sin(a)$
2.  $\cos(-a) = \cos(a)$
3.  $\tan(-a) = -\tan(a)$

**0.0.4. Identidades pitágoras**

1.  $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$
2.  $\sec^2(x) = \tan^2(x) + 1$
3.  $\csc^2(x) = \cot^2(x) + 1$

**0.0.5. Identidades de suma de ángulos**

1.  $\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$
2.  $\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$
3.  $\tan(a + b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a) \tan(b)}$

**0.0.6. Identidades del ángulo doble**

1.  $\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(a)$
2.  $\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a)$
3.  $\tan(2a) = \frac{2 \tan(a)}{1 - \tan^2(a)}$

**0.0.7. Identidades del ángulo medio**

$$1. \sin\left(\frac{a}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos(a)}{2}}$$

$$2. \cos\left(\frac{a}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos(a)}{2}}$$

$$3. \tan\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \cos(a)}{\sin(a)}$$

**0.0.8. Identidades deducidas desde el ángulo medio**

$$1. \sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

$$2. \cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

**0.0.9. Identidades de suma y resta de funciones**

Defina  $s = \frac{a+b}{2}$  y  $r = \frac{a-b}{2}$ . Luego,

$$1. \sin(a) + \sin(b) = 2\sin(s)\cos(r)$$

$$2. \sin(a) - \sin(b) = 2\sin(r)\cos(s)$$

$$3. \cos(a) + \cos(b) = 2\cos(s)\cos(r)$$

$$4. \cos(a) - \cos(b) = -2\sin(s)\sin(r)$$

**0.0.10. Identidades de producto de funciones**

$$1. 2\sin(a)\cos(b) = \sin(a+b) + \sin(a-b)$$

$$2. 2\sin(a)\sin(b) = \cos(a-b) - \cos(a+b)$$

$$3. 2\cos(a)\sin(b) = \sin(a+b) - \sin(a-b)$$

$$4. 2\cos(a)\cos(b) = \cos(a+b) + \cos(a-b)$$

**0.0.11. Función sinusoidal**

Defina  $C = \sqrt{A^2 + B^2}$  y  $\phi = \arctan\left(\frac{B}{A}\right)$ . Luego,

$$A \sin(\omega x) + B \cos(\omega x) = C \sin(\omega x + \phi)$$

**0.0.12. Teorema del seno**

$$\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$$

**0.0.13. Teorema del coseno**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

**0.0.14. Formas complejas**

$$1. e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$$

$$2. \sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

$$3. \cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

**0.0.15. Formas hiperbólicas**

$$1. \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$2. \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$3. \tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$