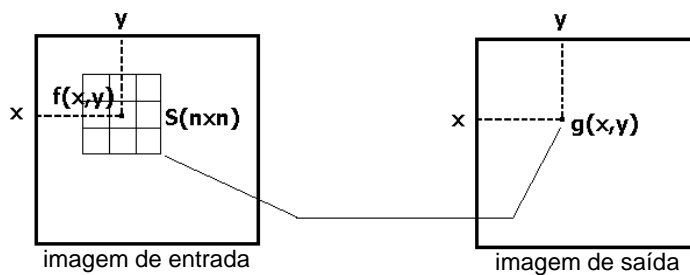


# FILTRAGEM ESPACIAL

## Filtros Digitais no domínio do espaço

### □ Definição

- Também conhecidos como operadores locais ou filtros locais
- Combinam a intensidade de um certo número de pixels, para gerar a intensidade da imagem de saída.



## Filtros Digitais no domínio do espaço

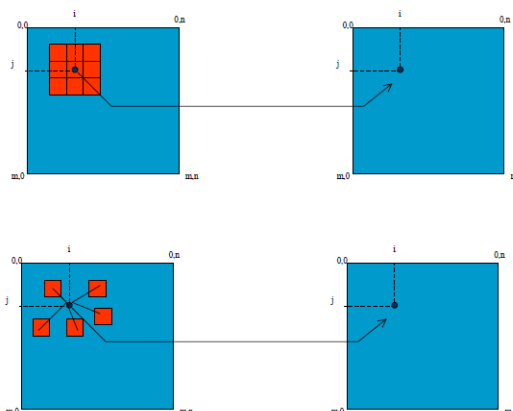
- São técnicas baseadas na convolução de

- ▣ templates

- janelas, matrizes

- ▣ tuplas

- conjunto de pixels

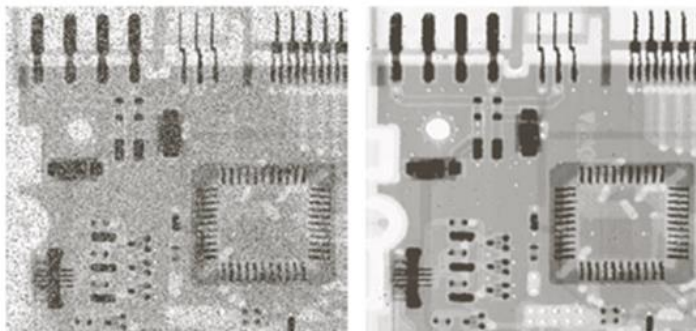


## Filtros Digitais no domínio do espaço

- Uma grande variedade de filtros digitais podem ser implementados através da convolução no domínio do espaço
  - ▣ São os operadores locais mais utilizados em processamento de imagens, com diversas aplicações
    - Pré-processamento
    - Eliminação de ruídos
    - Suavização
    - Segmentação

## Filtros Digitais no domínio do espaço

- Exemplo: remoção de ruído



## Filtragem Espacial

- Refere-se ao plano da imagem
  - Envolve a manipulação direta dos pixels da imagem utilizando uma máscara espacial (kernels, templates, janelas)

$\frac{1}{9} \times$	1	1	1
	1	1	1
	1	1	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

- Valores das máscaras são chamados de coeficientes
  - O processo de filtragem é similar a uma operação matemática denominada **convolução**

## Filtragem Espacial

### □ Processo de filtragem

- ▣ Cada elemento da máscara é multiplicado pelo valor do pixel correspondente na imagem ***f***
- ▣ A soma desses resultados é o novo valor do nível de cinza na nova imagem ***g***
- ▣ Exemplo: ***w*** é uma janela de  $n \times n = k$  pixels. O processo de filtragem para cada pixel na imagem ***g(x,y)*** será dada por

$$g(x, y) = \sum_{i=1}^k w_i \cdot f(x, y)$$

## Filtragem Espacial

### □ Processo de filtragem

- ▣ ***(a,b,c,d,e,f,g,h,i)***: são os valores dos níveis de cinza na vizinhança de ***f(x,y)***
- ▣ ***(w<sub>1</sub> a w<sub>9</sub>)***: são os coeficientes da máscara
- ▣ O valor do pixel ***g(x,y)*** é dado por

$$g(x,y) = w_1 \cdot a + w_2 \cdot b + w_3 \cdot c + w_4 \cdot d + w_5 \cdot e + w_6 \cdot f + w_7 \cdot g + w_8 \cdot h + w_9 \cdot i$$

Imagem --- ***f(x,y)***

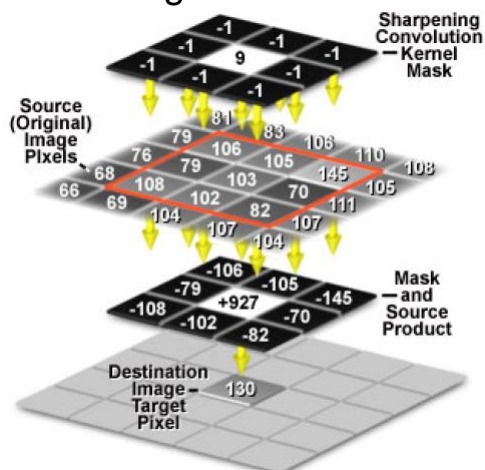
a	b	c
d	e	f
g	h	i

***k = 3 x 3 = 9***

<b><i>w<sub>1</sub></i></b>	<b><i>w<sub>2</sub></i></b>	<b><i>w<sub>3</sub></i></b>
<b><i>w<sub>4</sub></i></b>	<b><i>w<sub>5</sub></i></b>	<b><i>w<sub>6</sub></i></b>
<b><i>w<sub>7</sub></i></b>	<b><i>w<sub>8</sub></i></b>	<b><i>w<sub>9</sub></i></b>

## Filtragem Espacial

### □ Processo de filtragem



## Correlação e Convolução

- Existem dois conceitos matemáticos importantes e que estão relacionados com a filtragem espacial: **correlação** e **convolução**
- **Correlação**
  - ▣ Desloca-se a máscara sobre a imagem e calcula-se a soma dos produtos em cada local
- **Convolução**
  - ▣ Mesmo processo que a correlação, exceto que a máscara é antes espelhada (rotacionada em 180°)

## Correlação e Convolução

### □ Equações para máscaras de tamanho $m \times n$

#### ▣ Correlação

$$w(x, y) \circ f(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)$$

#### ▣ Convolução

$$w(x, y) * f(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x - s, y - t)$$

$$a = (m-1)/2 \quad b = (n-1)/2$$

↑ ↑  
Espelhamento ou  
rotação, feito na  
imagem

## Correlação e Convolução

### □ Observações

- ▣ As equações devem ser avaliadas para todas as posições  $x$  e  $y$  da imagem
- ▣ Se a máscara for simétrica, os resultados da convolução e da correlação são os mesmos
  - No geral, em aplicações de processamento de imagens, as máscaras são simétricas sendo correlação e convolução consideradas como a mesma coisa

## Convoluir uma máscara com uma imagem

- Seguintes conjunto de operações

Desloca, Multiplica, Soma

máscara

1	0
0	1

Imagem

1	1	3	3	4
1	1	4	4	3
2	1	3	3	3
1	1	1	4	4

Resultado

2	5	7	6	*
2	4	7	7	*
3	2	7	7	*
*	*	*	*	*

1	1	3	3	4	0
0	1	4	4	3	1
2	1	3	3	3	
1	1	1	4	4	

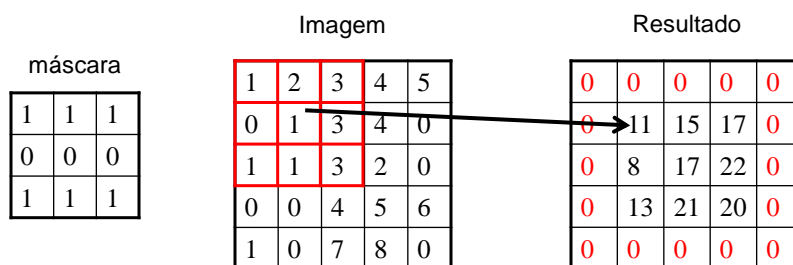
A imagem resultado é menor do que a imagem original. Os valores marcados com \* não podem ser calculados.

## Convolução

- Convenção
  - Nas máscaras de organização par (2 x 2, 4 x 4, ...) o resultado é colocado sobre o primeiro pixel
  - Nas máscaras de organização ímpar (3 x 3, 5 x 5, ...) o resultado é colocado sobre o pixel de centro
  - A imagem resultado da convolução não necessita obrigatoriamente ser menor que a imagem original.
    - Convolução aperiódica
    - Gabarito truncado
    - Convolução periódica

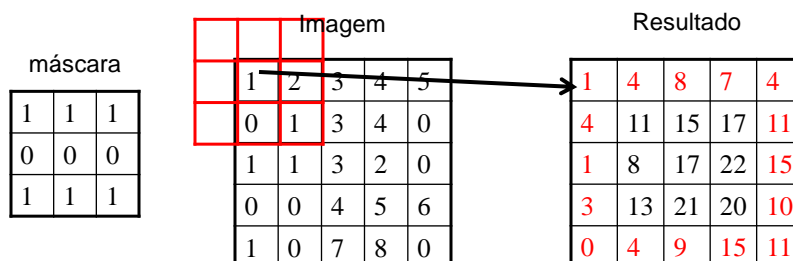
## Convolução aperiódica

- O valor 0 é atribuído aos resultados não calculáveis



## Gabarito truncado

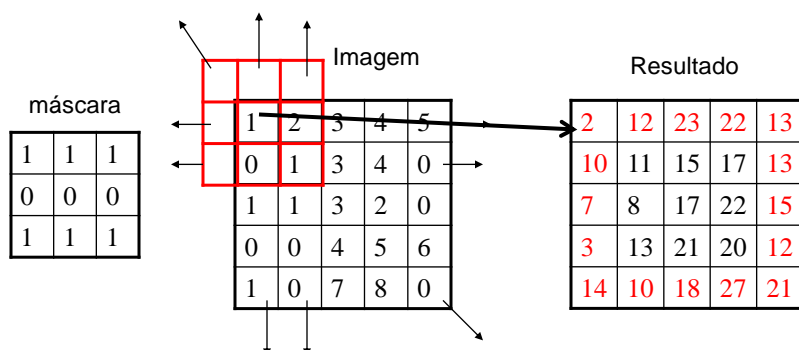
- Centra-se a máscara com o primeiro pixel da imagem atribuindo o valor 0 aos valores inexistentes na imagem





## Convolução periódica

- A máscara é deslocada sobre todos os pixels da imagem original como se esta fosse adjacente em suas extremidades



## Convolução

- O custo computacional da convolução é alto
  - ▣ Em um imagem de tamanho  $M \times M$  e máscara  $N \times N$ , o número de multiplicações é de  $M^2 N^2$
  - ▣ Exemplo: imagem de  $512 \times 512$  e máscara de  $16 \times 16$  = 67.108.864 multiplicações.
- Alternativa: domínio da frequência (Fourier)
  - ▣ Só é justificável se a máscara for maior do que  $32 \times 32$
  - ▣ Custo da Transformada de Fourier

## Máscaras de convolução

- O tamanho da máscara e os valores de seus coeficientes definem o tipo de filtragem produzido
- Exemplos
  - ▣ Passa Baixa e média espacial (suavização)
  - ▣ Filtragem mediana
  - ▣ Passa Alta (realce)
  - ▣ Passa banda
  - ▣ Gradientes (robert, sobel, etc): detectores de borda

## Filtros de Suavização

- Também chamados de filtros passa-baixa
  - ▣ Utiliza uma máscara que realiza a média da vizinhança.
  - ▣ Numa máscara de média, os coeficiente são positivos e a soma deles é igual a 1
  - ▣ Quanto maior a máscara maior efeito de borramento
- Exemplos de máscaras

$$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{32} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 16 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

## Filtros de Suavização

- São filtros usados para o borramento



## Filtros de Suavização

- São filtros usados para a redução de ruídos

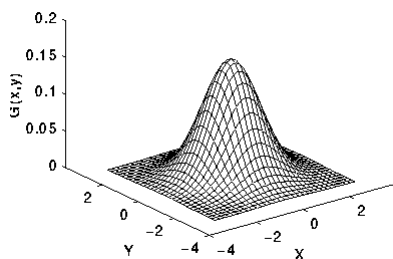


# Filtros de Suavização

## □ Filtro Gaussiano

- Utiliza a função gaussiana para o cálculo dos coeficientes da máscara

$$G(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$



Máscara (sigma = 1)

$\frac{1}{273}$

1	4	7	4	1
4	16	26	16	4
7	26	41	26	7
4	16	26	16	4
1	4	7	4	1

<http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/gsmooth.htm>

# Filtros de Suavização

## □ Gerando a máscara do filtro Gaussiano

```
% Função gaussiana 2D com média
% zero e desvio sigma
function g = GaussXY(x,y,sigma)

    fator = (1/sqrt(2*pi*(sigma^2)));

    g = fator*exp( -(x.^2 + y.^2) ...
        / (2*(sigma.^2)));

end
```

result ~=

$10^{-3} *$

23	34	38	34	23
34	49	56	49	34
38	56	63	56	38
34	49	56	49	34
23	34	38	34	23

```
% Máscara 5x5
result = zeros(5,5);
a = 2; b = 2;

sigma = 1;

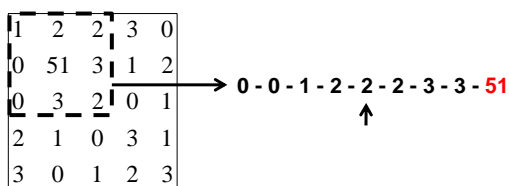
for x=-a:a
    for y=-b:b
        result(x+a+1,y+b+1) ...
            = GaussXY(x,y,sigma);
    end
end

%normalizando o resultado
result = result./sum(result(:));
```

## Filtros de Suavização

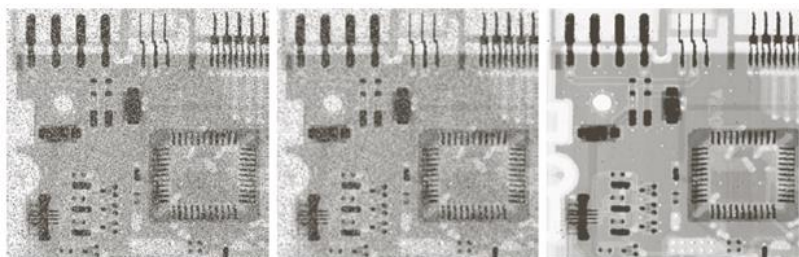
### □ Filtro de mediana

- ▣ Mediana: valor que ocupa a posição central de um conjunto
- ▣ Trata-se de um filtro não linear: não é feita a convolução de uma máscara
- ▣ A intensidade de cada pixel é substituída pela mediana das intensidades na vizinhança daquele pixel.
  - Ex: o ponto de valor 51 é um ruído:



## Filtros de Suavização

### □ Filtro de mediana



Original

Filtro de média 3x3

Filtro de mediana 3x3

## Filtros de Realce

- Também chamados de filtros passa-alta
  - ▣ O realce (*sharpening*) tem como objetivo destacar as transições de intensidade na imagem
  - ▣ Utiliza um tipo de máscara que tende a realçar as diferenças de níveis de cinza na imagem



## Filtros de Realce

- Analogias
  - ▣ Filtro de média (suavização)  $\Leftrightarrow$  Integração
  - ▣ Realce  $\Leftrightarrow$  Derivação
- As derivadas de uma função digital são definidas em termos de diferenças entre os pixels

## Filtros de Realce

- Derivadas são proporcionais ao grau de descontinuidade na imagem
  - ▣ Enfatizam as regiões de bordas e os ruídos
  - ▣ Não enfatizam regiões constantes ou com variações de intensidade suaves
- Filtros
  - ▣ Laplaciano
  - ▣ *Unsharp masking e highboost filtering*
  - ▣ Derivativos

## Filtros de Realce

- Filtro Laplaciano
    - ▣ Utiliza derivadas de segunda ordem
      - Resposta mais acentuada a detalhes finos como pontos isolados e linhas
- $$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$
- ▣ É um filtro isotrópico
    - A resposta é independente da direção da descontinuidade na imagem em que o filtro é aplicado (invariante à rotação);

## Filtros de Realce

### □ Máscaras para o filtro Laplaciano

- ▣ Centro negativo: remove bordas exteriores
- ▣ Centro positivo: remove bordas interiores

0	1	0	1	1	1
1	-4	1	1	-8	1
0	1	0	1	1	1
0	-1	0	-1	-1	-1
-1	4	-1	-1	8	-1
0	-1	0	-1	-1	-1

## Filtros de Realce

### □ Filtro Laplaciano

- ▣ Realça bordas ou descontinuidades na imagem, porém ameniza regiões com nível de cinza constante





## Filtros de Realce

- Note que o fundo da imagem foi “perdido”
  - ▣ O fundo pode ser “reconstruído”, preservando as descontinuidades, somando a imagem Laplaciana à imagem original

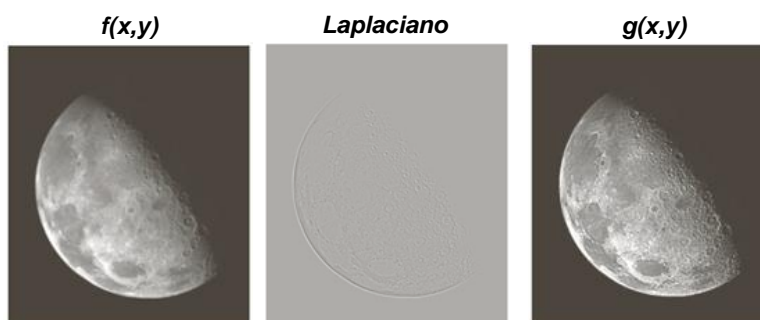
$$g(x, y) = f(x, y) + c[\nabla^2 f(x, y)]$$

- ▣  $c$  é uma constante
  - $c = -1$  se o centro da mascara é negativo
  - $c = 1$ , caso contrário

## Filtros de Realce

- “Recuperando” o fundo da imagem

$$g(x, y) = f(x, y) + c[\nabla^2 f(x, y)]$$



## Filtros de Realce

- Como o filtro Laplaciano é linear, existem máscaras que já combinam as duas operações
  - ▣ Realce + reconstrução do fundo da imagem

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

## Filtros de Realce

- Um processo para aumentar a nitidez das imagens consiste em subtrair uma versão não nítida (*suavizada*) de uma imagem da imagem original
- Passos
  - ▣ Borrar a imagem original
  - ▣ Subtrair a imagem borrada da original – a diferença resultante é chamada de *máscara*
  - ▣ Adicionar a *máscara* à imagem original

## Filtros de Realce

- *Unsharp masking* (máscara de nitidez) e filtragem *highboost*
  - ▣ Seja  $s(x,y)$  uma suavização da imagem  $f(x,y)$

$$g_{mask}(x, y) = f(x, y) - s(x, y)$$

$$g(x, y) = f(x, y) + g_{mask}(x, y)$$

## Filtros de Realce

- Generalizando
  - ▣  $k = 1 \rightarrow$  *unsharp masking*
  - ▣  $K > 1 \rightarrow$  *highboost filtering* (filtragem alto-reforço)
  - ▣  $K < 1 \rightarrow$  *atenua a contribuição da máscara de nitidez*

$$g_{mask}(x, y) = f(x, y) - s(x, y)$$

$$g(x, y) = f(x, y) + k.g_{mask}(x, y)$$

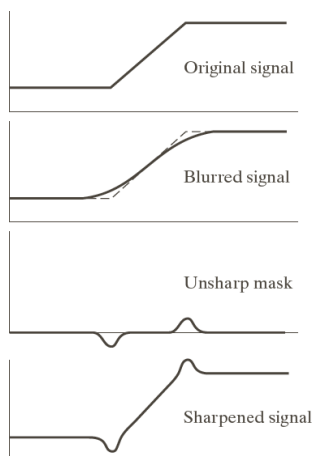
## Filtros de Realce

- Exemplo unidimensional para entender o processo

Sinal Suavizado →

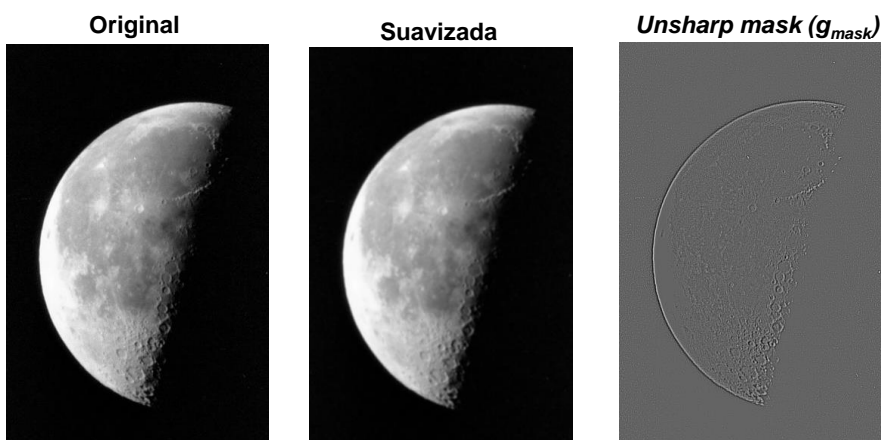
Diferença entre sinal suavizado e o original →

Sinal realçado →



## Filtros de Realce

- Unsharp masking* e filtragem *highboost*



## Filtros de Realce

- *Unsharp masking* e filtragem *highboost*

Resultado usando  
*unsharp mask*



Resultado usando filtragem  
*highboost (k=2)*



## Detectores de Bordas

- São filtros derivativos
  - ▣ Utilizam derivadas de primeira ordem
  - ▣ Utilizam a magnitude do gradiente
- Gradiente
  - ▣ Vetor que indica a direção de maior variação de uma função

$$\nabla f \equiv \text{grad}(f) = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

## Detectores de Bordas

### □ Magnitude

- ▣ Comprimento do vetor gradiente
- ▣ A magnitude do vetor gradiente de  $\nabla f(\quad)$ , denotado por  $M(x,y)$  é dado por

$$M(x, y) = \text{mag}(\nabla f) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} \approx |g_x| + |g_y|$$

- ▣  $M(x,y)$  indica, no ponto  $(x,y)$ , a taxa de mudança na direção do vetor gradiente
  - A imagem gradiente tem o mesmo tamanho que a imagem original

## Detectores de Bordas

### □ Observações

- ▣ As componentes do vetor gradiente são derivadas e portanto são operadores lineares
- ▣ A magnitude não é linear por causa da exponenciação e da radiciação
- ▣ As derivadas parciais não são invariantes à rotação (isotrópicas), mas a magnitude do gradiente é

## Detectores de Bordas

- Em algumas implementações é apropriado obter o gradiente de  $f$  como:

$$M(x, y) \approx |g_x| + |g_y|$$

- Esta representação preserva as mudanças relativas na intensidade, mas a propriedade isotrópica é perdida, de uma maneira geral
  - ▣ As máscaras mais populares para aproximar o gradiente são isotrópicas em rotações múltiplas de  $90^\circ$

## Detectores de Bordas

- Cálculo da derivada para funções discretas
  - ▣ Devemos construir máscaras
  - ▣ Convolução
- Máscaras Propostas na literatura
  - ▣ Operador gradiente cruzado de Roberts
    - Ou, detector de Bordas de Roberts
  - ▣ Operador de Prewitt
    - Ou, detector de Bordas de Prewitt
  - ▣ Operador de Sobel
    - Ou, detector de Bordas de Sobel

## Detectores de Bordas

- Operador gradiente-cruzado de Roberts

- ▣ Máscaras

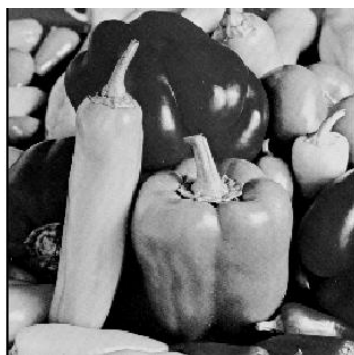
$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

- ▣ Gradiente

$$|\nabla f(x, y)| \approx \sqrt{(f * h_1)^2 + (f * h_2)^2}$$

## Detectores de Bordas

- Operador gradiente-cruzado de Roberts





## Detectores de Bordas

### □ Operador de Prewitt

#### ▣ Máscaras

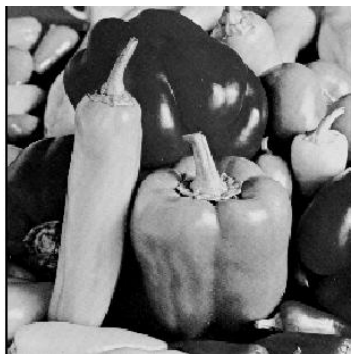
$$h_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

#### ▣ Gradiente

$$|\nabla f(x, y)| \approx \sqrt{(f * h_1)^2 + (f * h_2)^2}$$

## Detectores de Bordas

### □ Operador de Prewitt



## Detectores de Bordas

### □ Operador de Sobel

#### ▣ Máscaras

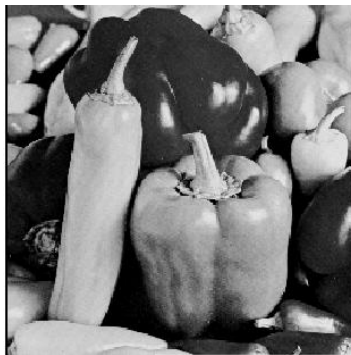
$$h_1 = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

#### ▣ Gradiente

$$|\nabla f(x, y)| \approx \sqrt{(f * h_1)^2 + (f * h_2)^2}$$

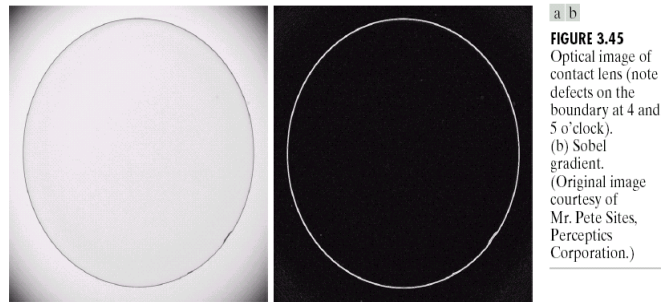
## Detectores de Bordas

### □ Operador de Sobel



# Detectores de Bordas

## □ Operador de Sobel



# Detectores de Bordas

