

Universidade Estadual do Norte do Paraná

Computação Gráfica

Prof. Bruno Miguel

Morfologia Matemática

Surgiu na França na década de 60 – École de Mines de Paris;

Morfologia = Estudo das Estruturas;

Estudo das estruturas geométricas e topologia das entidades presentes em uma imagem.

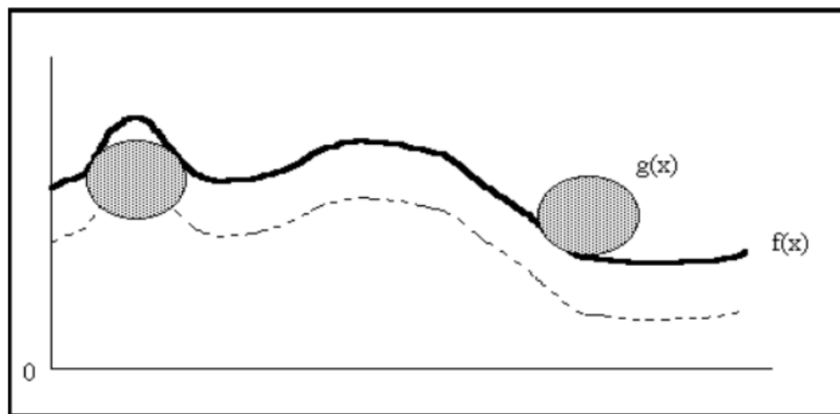
Em termos de imagens a morfologia matemática permite processar imagens com objetivos de: realce, segmentação, detecção de bordas esqueletização, afinamento, análise de formas, compressão.

O princípio básico da morfologia matemática usa de um elemento estruturante (como se fosse uma régua – ter parâmetro de medição) para realizar transformações na imagem, visando extrair informações quanto a topologia e a geometria de um subconjunto da imagem.

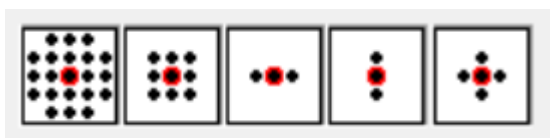
Existem basicamente três tipos de morfologia matemática: morfologia binária, em escala de cinza e em cores.

Dois operadores são a base da Morfologia Matemática: Erosão e Dilatação;

Imagine uma imagem em escala de cinza, onde as cores podem ser representadas por relevos, onde cores mais escuras estão em níveis mais baixos e cores mais claras em níveis mais altos;



Exemplos de elementos estruturantes:




Erosão -> Min

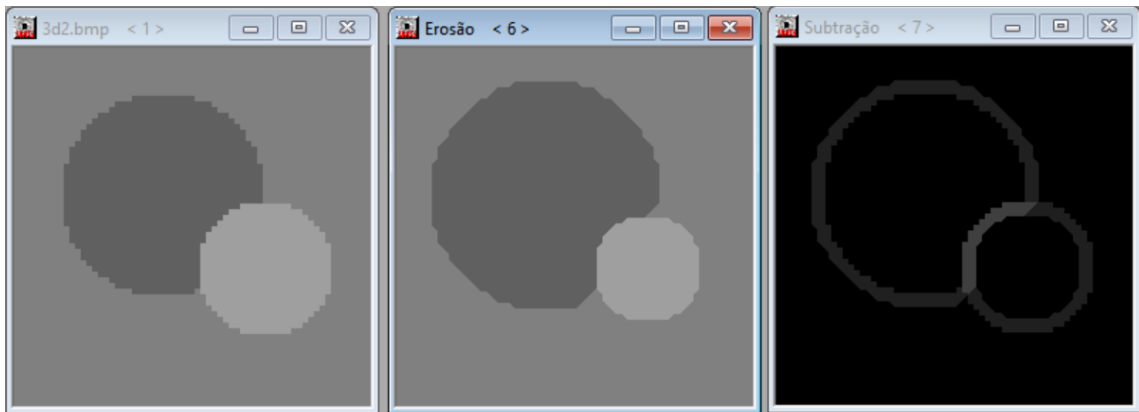
A Equação da erosão para escala de cinza, pode ser definida matematicamente pela equação:

$$\varepsilon^g = \text{Min} \{ f(y) : y \in D[g] \}$$

Onde, g é o elemento estruturante, f é a imagem original, D[g] são os pixels vizinhos ao pixel central y.

Troca de Estruturas mais claras em estruturas mais escuras (Diminui Branco), portanto, $\text{ImgErodida} < \text{ImgOriginal}$.

Aplicando Erosão com 10 iterações usando o elemento estruturante do tipo cruz :



A imagem 1 é a imagem original, a imagem 2 é a imagem erodida 10x usando a cruz como elemento estruturante, a Imagem 3 representa a diferença entre imagem 1 e imagem 2. Note que houve um **aumento das partes escuras** da imagem, e uma diminuição das partes mais claras.


Dilatação -> Max

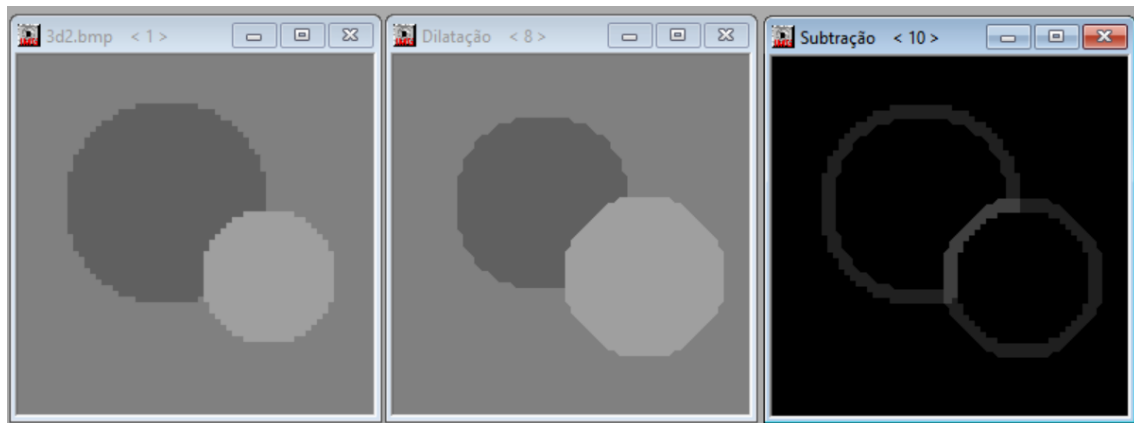
A Equação da dilatação para escala de cinza, pode ser definida matematicamente pela equação:

$$\delta^g = \text{Max} \{ f(y) : y \in D[g] \}$$

Onde, g é o elemento estruturante, f é a imagem original, D[g] são os pixels vizinhos ao pixel central y.

Troca de Estruturas mais escuras por estruturas mais claras (Diminui Partes Escuras), portanto, $\text{ImgDilatada} > \text{ImgOriginal}$.

Aplicando Erosão com 10 iterações usando o elemento estruturante do tipo cruz :



A imagem 1 é a imagem original, a imagem 2 é a imagem dilatada 10x usando a cruz como elemento estruturante, a Imagem 3 representa a diferença entre imagem 2 e imagem 1. Note que houve um **aumento das partes claras** da imagem, e uma diminuição das partes mais escuras.

Abertura – Erosão + Dilatação

- Separar picos próximos
- Eliminar picos inferiores ao elemento estruturante
- Conservar vales afastados;
- Juntar vales próximos
- Deixar imagem resultante mais regular e rica em detalhes que a imagem original

$$\gamma^g(f) = \delta^g(\varepsilon^g(f))$$

Atenção, a realização da abertura para N iterações implica em realizar N iterações de erosão e então N iterações de dilatação.

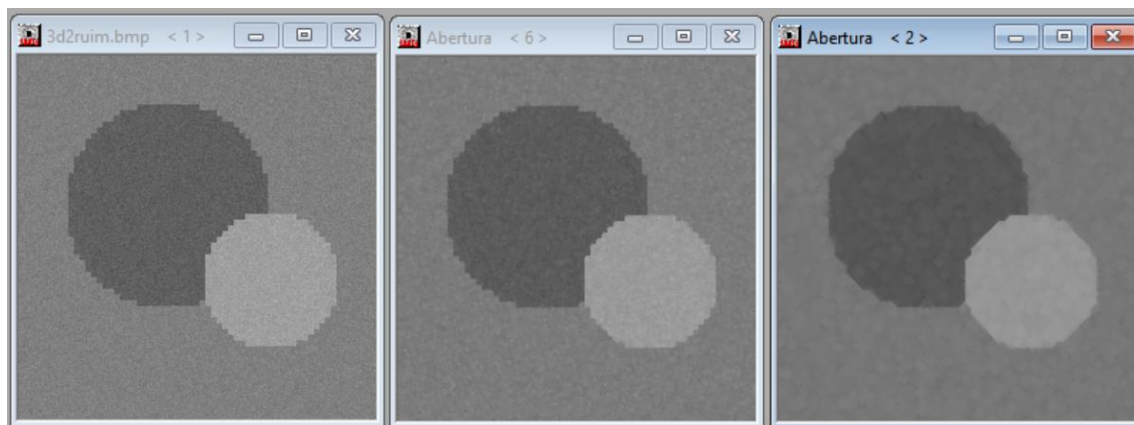


Imagem 1 – Original, Imagem 2 – Abertura 1 iteração, Imagem 3 – Abertura 3 iterações (EE do tipo Cruz)

Fechamento – Dilatação+Erosão

- Juntar picos próximos;
- Eliminar vales inferiores ao elemento estruturante
- Conservar picos afastados;
- Separar vales próximos
- Deixar imagem resultante mais regular e menos rica em detalhes que a imagem original

$$\varphi^g(f) = \varepsilon^g(\delta^g(f))$$

Atenção, a realização do fechamento para N iterações implica em realizar N iterações de dilatação e então N iterações de erosão.

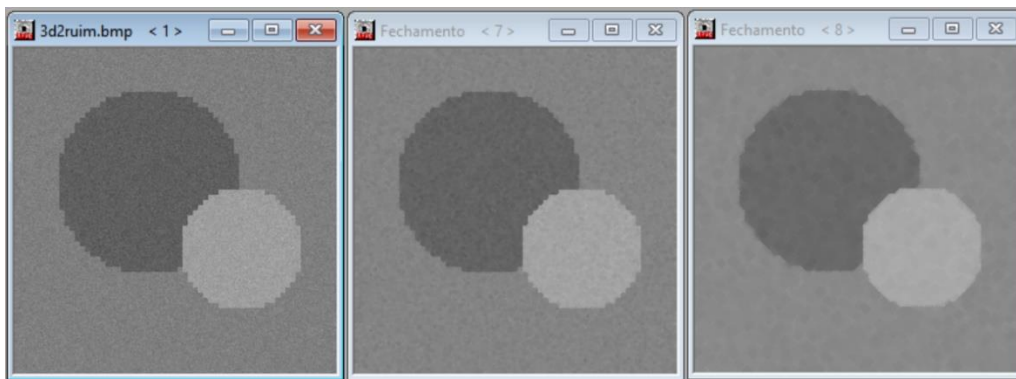


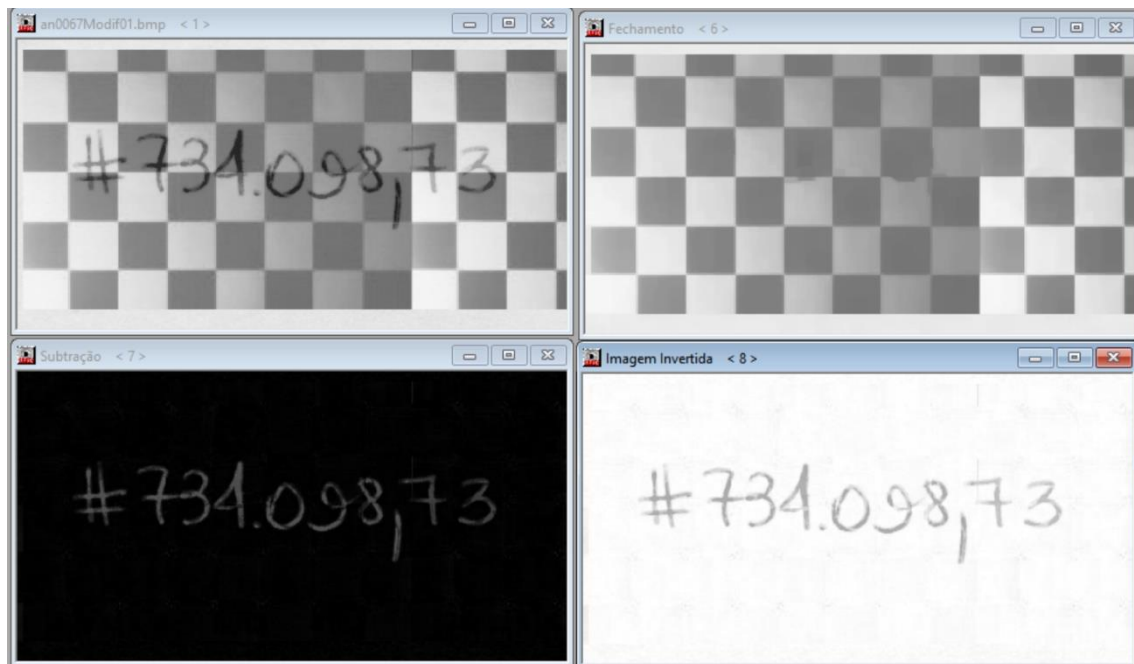
Imagem 1 – Original, Imagem 2 – Fechamento 1 iteração, Imagem 3 – Fechamento 3 iterações (EE do tipo Cruz)



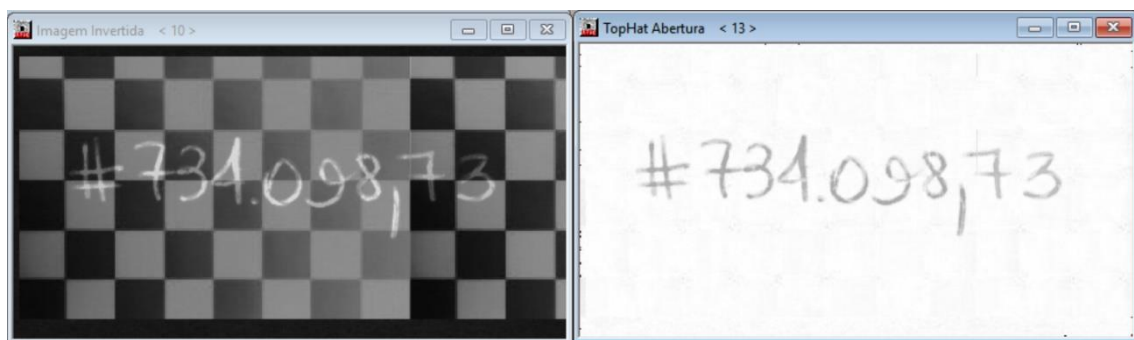
Diferença entre as Imagens de Fechamento 3 iterações e Abertura 3 iterações

Top-Hat

TopHat de Fechamento = Imagem Inverso (Fechamento – Imagem Original)



Tophat de Abertura = Imagem Inverso(Imagem Original – Abertura)



Reconstrução

A reconstrução, é uma operação que depende da dilatação geodésica. A Dilatação geodésica consiste em uma operação compondo elemento estruturante, um marcador e uma imagem máscara.

Dilatação Geodésica

A Dilatação geodésica consiste em compor operadores morfológicos com uma máscara. Ela permite a “reconstrução” dos objetos marcados pelo marcador e pela máscara em uma imagem resultante.

m = marcador

g = elemento estruturante

f = imagem máscara

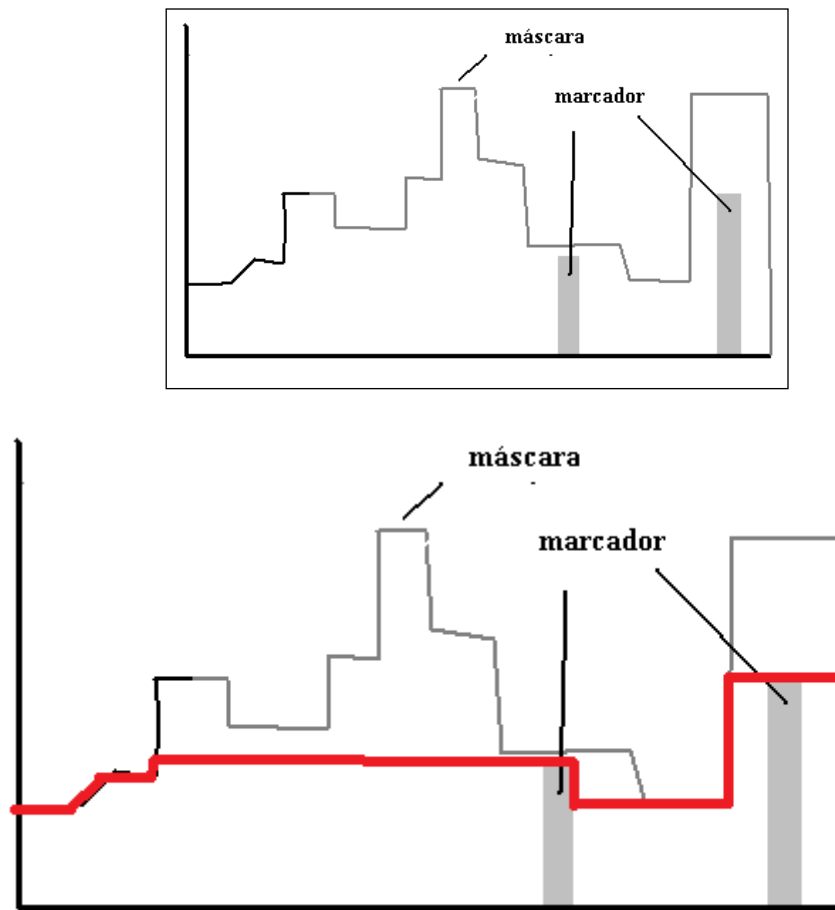
x = pixel na imagem

$$\delta_f(m)(x) = (\delta^g(m) \wedge f)(x)$$

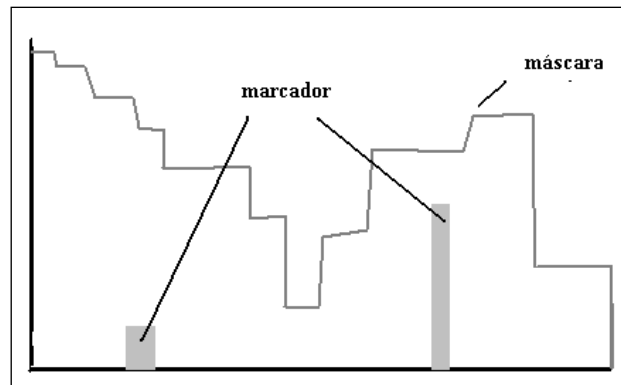
A Reconstrução é o limite de n iterações tendendo ao infinito de dilatações geodésicas (limitado às iterações de dilatações geodésicas possíveis na imagem).

$$\varrho_f(m) = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_f(\delta_f(\dots(m) \dots))$$

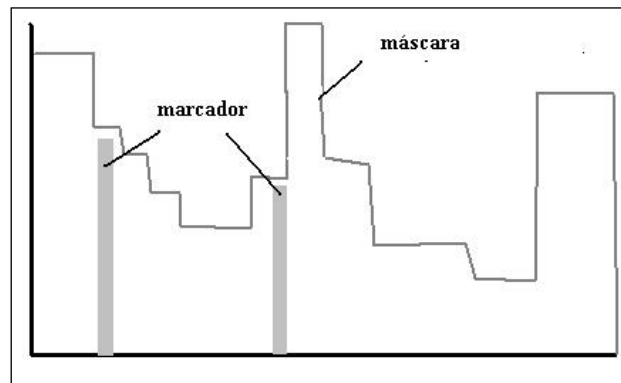
Exemplo



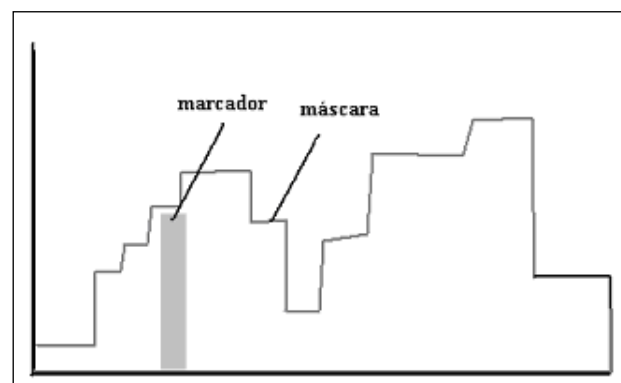
Exercício 1: Aplique a reconstrução do marcador g em relação à máscara f .



Exercício 2: Aplique a reconstrução do marcador g em relação à máscara f.



Exercício 3: Aplique a reconstrução do marcador g em relação à máscara f.



Exercício 4: Aplique a reconstrução do marcador g em relação à máscara f.

