Aplikovaná statistika (3)

Hana Skalská

Hypotézy pro dva výběry

Kvantitativní data spojitá:

Test shody středních hodnot (dva výběry navzájem závislé, nebo nezávislé)

Test shody rozptylů (dva nezávislé výběry - vzorky)

Kvalitativní znak – veličina diskrétní

Test shody podílů (dva nezávislé výběry - vzorky)

Testy hypotéz o dvou parametrech

Kvantitativní veličina spojitá

- Hypotéza o středních hodnotách závislých výběrů

    Párový t – test

- Hypotéza o shodě rozptylů (F – test)
- Hypotéza o středních hodnotách nezávislých výběrů, populační rozptyly neznámé

    t – test při shodných rozptylech

    t – test při neshodných rozptylech

Kvalitativní znak binární, veličina: počet výskytů znaku

- Hypotéza o parametrech binomického rozdělení

    Limitní test

    Přesný test binomický – nepovinné téma

Testy hypotéz

Kvantitativní data – spojitá

Jeden výběr (viz prezentace 2)

– test hypotézy o střední hodnotě

Dva výběry (prezentace 3), závislé vzorky

– test hypotézy o shodě středních hodnot

Dva výběry, nezávislé vzorky (prezentace 3)

– test hypotézy o shodě průměrů pro shodné rozptyly a neshodné rozptyly

– test shody rozptylů

Více než dva výběry

– shoda středních hodnot ANOVA – (prezentace 4)

Testy hypotéz

Kvalitativní data (binární proměnná)

Jeden výběr (prezentace 2)

Hypotéza o parametru binomického rozdělení

Dva výběry – navzájem nezávislé (prezentace 3)

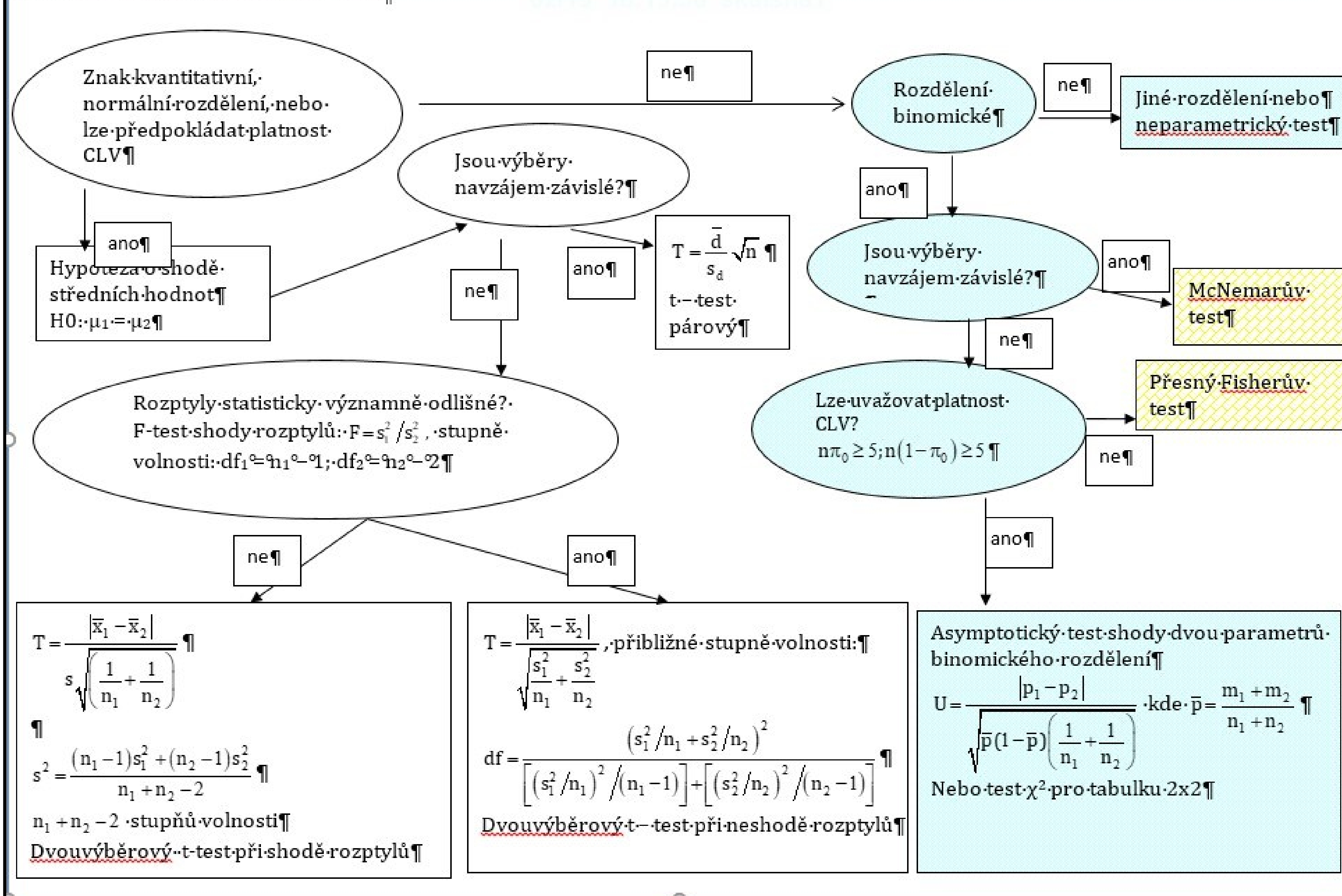
Hypotéza o shodě dvou parametrů binomického rozdělení (Test se také nazývá „test shody podílů“):

Zde je vysvětlená limitní metoda, která vyžaduje splnění předpokladů o konvergenci binomického rozdělení k rozdělení normálnímu, jinak se použije přesný test binomický (nepovinný pro studium).

Cíle všech kapitol o testování hypotéz

- Porozumět logice statistického zobecňování výsledků ze vzorků na populaci (statistická inference).
- Pro určitá data (úlohu) rozhodnout, jaké parametry se testují, jak budou formulovány hypotézy a jaký typ testu je vhodný.
- Porozumět principu rozdělení testového kritéria, aplikovat rozhodovací pravidlo, vysvětlit výsledek testu ve vztahu k řešenému problému (interpretovat výsledek testu).

B2. HYPOTÉZY PRO DVA VÝBĚRY



Test hypotézy střední hodnotě

Dvoustranná alternativa versus jednostranná:

Při stejné hladině významnosti:

Různé vymezení kritické oblasti (kritické hodnoty)

Kritická hodnota je určena:

- ✓ Pravděpodobnostním rozdělením testového kritéria při platnosti H_0 (souvisí s rozsahem výběru a rozdělením sledované statistiky – testového kritéria)
- ✓ Zvolenou hladinou významnosti
- ✓ Formulací alternativní hypotézy (oboustranná, levostranná, pravostranná)

Párový t-test (Test shody středních hodnot závislých výběrů)

Rozdíly $d_i = x_i^{(2)} - x_i^{(1)}$ mají rozdělení N(Δ, σ_d^2) v populaci, ze které byli jedinci vybráni.

Dvouvýběrový test hypotézy o shodě průměrů je převeden na jednovýběrový t – test o střední hodnotě Δ.

Test H_0: Δ = Δ_0 proti H_1: Δ ≠ Δ_0 na hladině významnosti α.

$\bar{d} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i$ Průměrný rozdíl odhaduje Δ

$s_d = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}$ Výběrová směrodatná odchylka rozdílů

Testové kritérium $T = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{s_d}\sqrt{n}$

$$W_\alpha = \left\{ t : |t| > t_{1-\alpha/2,n-1} \right\} = \left\{ t : t < t_{\alpha/2,n-1} \quad \text{nebo} \quad t > t_{1-\alpha/2,n-1} \right\}.$$

Příklad – párový t-test (Data k příkladu jsou v Bb)

Hypermarkety A a B v určité lokalitě jsou srovnatelné z hlediska nabízeného sortimentu. Zákazníci se domnívají, že v hypermarketu A jsou vyšší ceny než v B. V obchodě A bylo náhodně vybráno 100 nákupů a zaznamenána jejich cena. Potom byla stanovená cena, jakou by stejný nákup stál v obchodě B (párování pomocí mačování).

Zákazník i	**Cena v A**	**Cena v B**	**Rozdíly d_i**
1	141,5	118,5	23
2	118,5	109,9	8,6
….	…	…	…
100	195,3	184,3	11

Data – Arltová a kol.: UKAZKY\SKALSKA\...\DATA\prodejny.xls

$H_0 : \Delta = 0$ proti alternativě $H_1 : \Delta > 0$ zvolené $\alpha = 0,01$

$\bar{d} = 8,927$ $s_d^2 = 55,9343$ hodnota testového kritéria t =11,936

Kritická hodnota: $t_{0,99;(100-1)}$ =2,364 = T.INV(0.01;99)

Na 1% hladině významnosti je prokázána statisticky významně vyšší průměrná úroveň cen hypermarketu A než v hypermarketu B.

Test shody rozptylů F-test

Předpoklad: nezávislé náhodné výběry byly získány z populací s rozdělením $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ a $N(\mu_2, \sigma_2^2)$. Uvažujme $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$.

Testujeme $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ proti $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ na hladině významnosti α.

Pokud platí H_0, má testové kritérium $F = \dfrac{s_1^2}{s_2^2}$

Snedecorovo F rozdělení pro $(n_1 - 1, n_2 - 2)$ stupňů volnosti.

Kritický obor: $W_\alpha = \left\{ F : F > F_{1-\alpha/2, n_1 - 1, n_2 - 1} \right\}$

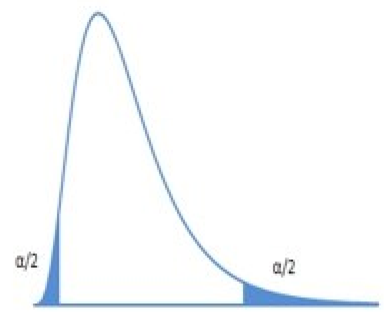
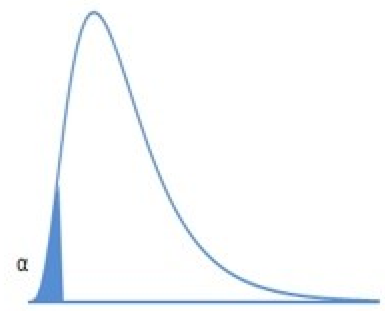
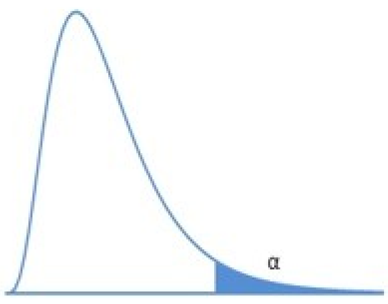
Přesná hladina významnosti při dvoustranné alternativě:

$$p = 2 \cdot (1 - F(t)) = 2 \cdot \left(1 - \int_{-\infty}^{F} f(x) dx \right) = 2 \cdot \int_{t}^{+\infty} f(x) dx$$

f(x) je hustota F rozdělení při $(n_1 - 1, n_2 - 2)$ stupních volnosti.

Pokud není větší rozptyl v čitateli testového kritéria, je kritický obor testu $W_\alpha = \left\{ F; F < F_{\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1) \quad \text{nebo} \quad F > F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1) \right\}$

A3. Hypotéza shody rozptylů (F – test)

	$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ Volíme označení tak, že $s_1^2 \geq s_2^2$. Potom pro kvantil stačí pravá část rozdělení. Stupně volnosti čitatele a jmenovatele: $n_1 - 1$, $n_2 - 1$			
Hodnoty kvantilů – příklad: $df_1 = n_1 - 1 = 10$, $df_2 = n_2 - 1 = 25$	$\alpha = 0{,}05$ $F = 2{,}635$	$\alpha = 0{,}05$ $F = 0{,}3663$	$\alpha = 0{,}05$ $F = 2{,}2365$
MsExcel od v. 2010	F.INV.RT(0,025;10;25) F.INV(0,975;10;25)	F.INV(0,05;10;25)	F.INV.RT(0,05;10;25) F.INV(0,95;10;25)

Test shody rozptylů - příklad

Majitel rychlého občerstvení nabízí pečivo s masovou náplní. Rozhodující při výběru ohřívače je zajištění stability (malé variability) teploty náplně během přípravy. Model 2 byl dražší a čekaly se jeho příznivější vlastnosti. Tepelně byly zpracovány za stejných podmínek jednotlivé kusy pečiva, měřena teplota uvnitř náplně po určité době.

Model 1: $n_1 = 13$ $\quad \bar{x}_1 = 180{,}7$ $\quad s_1^2 = 8{,}354$

Model 2: $n_2 = 15$ $\quad \bar{x}_2 = 180{,}0$ $\quad s_2^2 = 2{,}367$

Testuje se $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ proti $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$, hladina významnosti $\alpha = 0{,}05$

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{8{,}354}{2{,}367} = 3{,}53$$

Kritický obor

$$W_\alpha = \left\{F : F > F_{1-0{,}05,\,13-1,\,15-1}\right\} = \text{F.INV}\left(0{,}95;12;14\right) = 2{,}53$$

Testové kritérium má hodnotu v oblasti zamítání nulové hypotézy. Model 2 má na hladině významnosti 0,05 statisticky významně nižší rozptyl teplot než model 1, doporučíme zakoupit model 2.

Test shody dvou průměrů – nepárový t – test

Sleduje se kvantitativní veličina X, která má přibližně normální rozdělení.

Výběr 1 o rozsahu n_1 z populace, kde rozdělení $X \sim N\left(\mu_1, \sigma_1^2\right)$

Výběr 2 o rozsahu n_2 z populace, kde rozdělení $X \sim N\left(\mu_2, \sigma_2^2\right)$

Oba výběry (vzorky) jsou navzájem nezávislé a získané prostým náhodným výběrem.

Populační parametry neznámé, budou odhadnuté z výběru.

Testuje se hypotéza o shodě středních hodnot obou populací, ze kterých byly vzorky vybrané.

Test hypotézy o shodě středních hodnot má dvě varianty, při shodných nebo neshodných populačních rozptylech.

Volba varianty t – testu na základě výsledku F – testu.

Nepárový t – test (shody dvou průměrů), neznámé rozptyly shodné

Rozptyly v populacích shodné $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma$ a neznámé.

Výběr 1: Rozsah n_1, odhad střední hodnoty $\bar{x}_1$ a rozptylu s_1^2.

Výběr 2: Rozsah n_2, odhad střední hodnoty $\bar{x}_2$, rozptylu s_2^2.

Test H_0: $\mu_1 = \mu_2$ proti H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$, zvolená hladina významnosti α.

Testové kritérium $T = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s \cdot \sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$, $s^2 = \dfrac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ odhad σ

T má při platnosti H_0 rozdělení t pro $df = n_1 + n_2 - 2$ stupňů volnosti.

Kritický obor a hodnota **p** testu H_0 proti H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ hladina významnosti α

$$W_\alpha = \left\{ t : |t| > t_{1-\alpha/2;df} \right\} = \left\{ t : t < t_{\alpha/2;df} \quad \text{nebo} \quad t > t_{1-\alpha/2;df} \right\}.$$

$p = 2\left[1 - F_{t-dist}\left(|t|\right)\right] = 2\int\limits_{|t|}^{+\infty} f_{t-dist}(x)\,dx$, $f_{t-dist}(x)$ hustota, $F_{t-dist}(t)$ distribuční funkce t–rozdělení pro $df = n_1 + n_2 - 2$.

Srovnání cen automobilů (stejné značky a podobného počtu ujetých km) dvou autobazarů. V náhodných výběrech stejného období zjištěné ceny.

Autobazar A: $n_1 = 36$ $\quad \bar{x}_1 = 169{,}417 \quad s_1^2 = 1442{,}99$

Autobazar B: $n_2 = 34$ $\quad \bar{x}_2 = 162{,}068 \quad s_2^2 = 1022{,}6$

Test shody rozptylů. H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ proti H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ zvolené $\alpha = 0{,}05$.
F = 1442,99/1022,6 = 1,411. $F_{0,975;df1;df2}$ = INV(0,975;35;33) 1,9886.
Nezamítá se H_0, použijeme nepárový t–test pro shodné rozptyly.

Test shody průměrů. H_0: $\mu_1 = \mu_2$ proti H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$, zvolené $\alpha = 0{,}05$.

$$s^2 = \frac{(36-1)1442{,}99 + (34-1)1022{,}6}{36+34-2} = 1238{,}9772 \cdot \quad t = \frac{169{,}417 - 162{,}068}{35{,}199 \cdot \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{34}}} = 0{,}873.$$

Kritická hodnota $t_{0,975;68}$ = T.INV(0,975;68) = 1,99547 > 0.873, H_0 nezamítáme.
p = 2T.DIST.RT(0,873;68) = 2 × 0,1929 ≐ 0,3857 > α = 0,05, proto H_0 nezamítáme.

Obě rozhodovací pravidla vedou ke stejnému závěru: H_0 nelze zamítnout.
Závěr: Rozdíl **mezi průměrnými cenami** mezi autobazary A a B nebyl prokázaný na hladině α = 0,05 (p = 0,3857).

Nepárový t – test, neshodné rozptyly (rozptyly neznámé)

Rozptyly v populacích neznámé a různé, $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (odhadují se z výběrů).

Výběr 1 o rozsahu n_1, odhad střední hodnoty $\overline{x}_1$, odhad rozptylu s_1^2.

Výběr 2 o rozsahu n_2, odhad střední hodnoty $\overline{x}_2$, rozptylu s_2^2.

Test H_0: $\mu_1 = \mu_2$ proti H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ na hladině významnosti α.

Testové kritérium T má při platnosti H_0 Studentovo t–rozdělení s přibližně d^1 stupni volnosti, které zaokrouhlíme dolů na nejbližší celé číslo $d^{(2)}$. Test Welchův (Welch's test):

$$T = \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}_1}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}, \quad d^1 = \frac{(s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2)^2}{\left[(s_1^2 / n_1)^2 / (n_1 - 1)\right] + \left[(s_2^2 / n_2)^2 / (n_2 - 1)\right]}.$$

Kritický obor a **p** testu H_0 proti H_1 na hladině významnosti α, kvantily t–rozdělení pro df = $d^{(2)}$

Pro dvoustrannou alternativu:

H_0 se zamítá, když $|t| > t_{1-\alpha/2;d^{(2)}}$, tedy $t < t_{\alpha/2;d^{(2)}}$ nebo $t > t_{1-\alpha/2;d^{(2)}}$,

přesná hodnota $p = 2\left[1 - F_{t-dist}\left(|t|\right)\right] = 2\int_{|t|}^{+\infty} f_{t-dist}\left(x\right)dx$

$f_{t-dist}(x)$ je hustota t–rozdělení při df = $d^{(2)}$ stupních volnosti.

Nepárový t-test, rozptyly neznámé, neshodné - příklad

Vyslovená je domněnka nižších cen v autobazaru C(3) než A(1). Náhodné výběry srovnatelných automobilů v určitém časovém období, cena v tis. Kč:

Autobazar A: $n_1 = 36$ $\quad \overline{x}_1 = 169{,}417 \quad s_1^2 = 1442{,}99$

Autobazar C: $n_3 = 36$ $\quad \overline{x}_3 = 148{,}594 \quad s_3^2 = 636{,}004$

Zvolíme $\alpha = 0{,}05$. Testu shody středních hodnot předchází test shody rozptylů.

Shoda rozptylů $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_3^2$ proti $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_3^2$, $\alpha = 0{,}05$, F = 1442,99/636,004 = 2,269.
Kritická hodnota $F_{0,975;35;35}$ = F.INV.RT(0,025;35;35) = 1,9611,
zamítáme H_0 o shodě rozptylů na hladině 0,05. Rozdíl rozptylů statisticky významný.
Počítáme t – test pro neshodné rozptyly.
Test $H_0: \mu_1 = \mu_3$ proti jednostranné $H_1: \mu_1 > \mu_3$ (viz domněnka), $\alpha = 0{,}05$

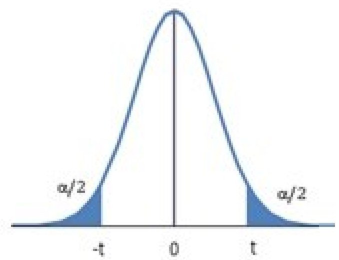
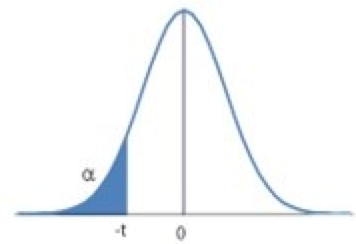
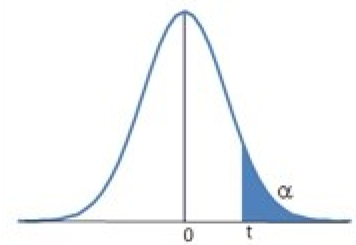
$$t = \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}_1}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{20{,}823}{7{,}599331} = 2{,}740 \qquad d^1 = \frac{(1442{,}99/36 + 636{,}004/36)^2}{(40{,}0831)^2/(36-1) + (17{,}6668)^2/(36-1)} \doteq$$

$d^{(2)} = 60$. Kritická hodnota $t_{0,95;60}$ = T.INV(0,95;60) = 1,67,
p = 1 – T.DIST(2,740;60) = 0,004039.

Obě rozhodovací pravidla mají stejný závěr: Zamítnout H_0, přijmout H_1.

Statisticky významný rozdíl cen mezi A a C je prokázaný na hladině 0,05 (p = 0,004).

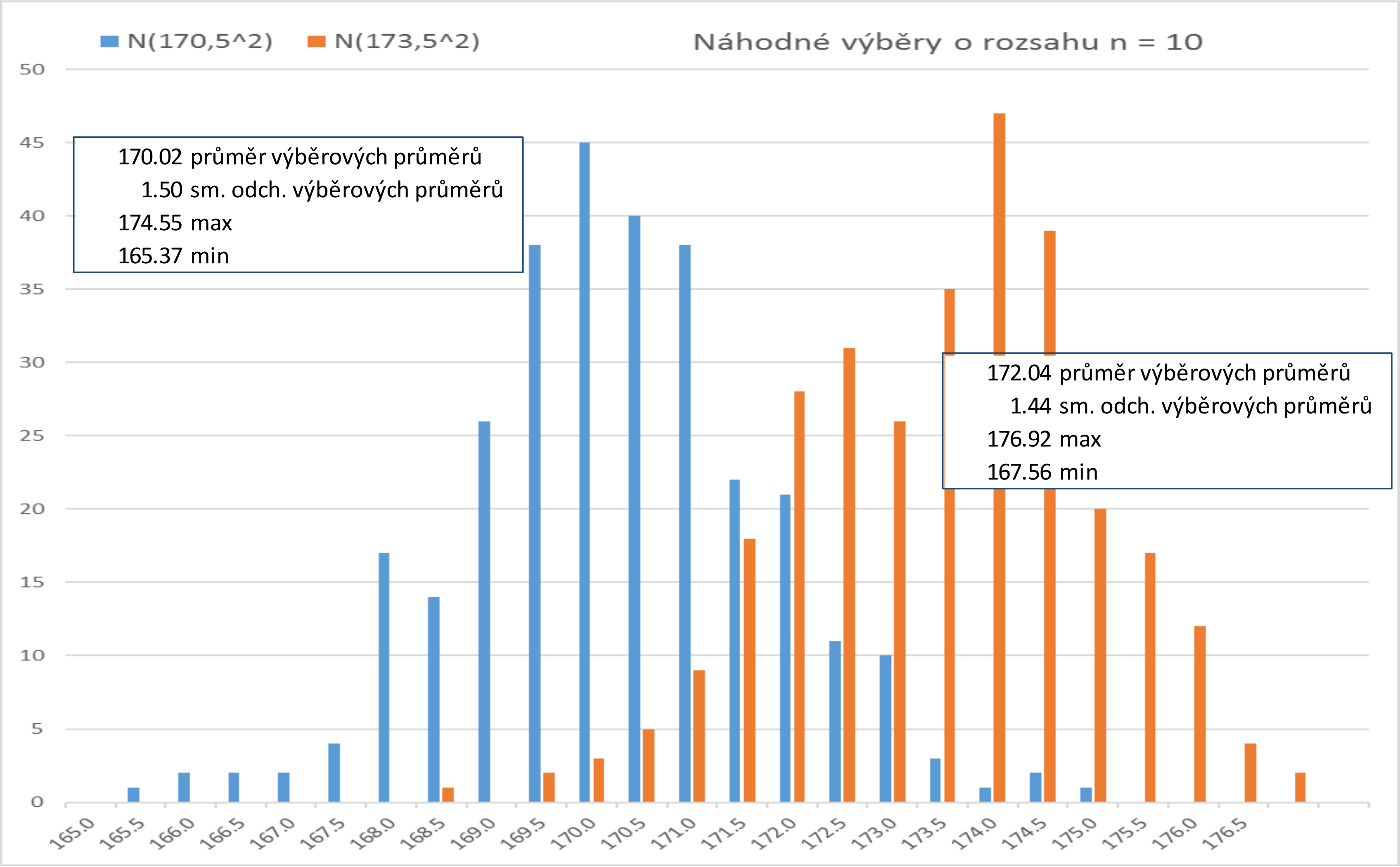
A4. Hypotéza o shodě středních hodnot – dva nezávislé výběry, populační rozptyly neznámé

H_0 a testové kritérium (TK)	$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	$H_1: \mu_1 < \mu_2$	$H_1: \mu_1 > \mu_2$
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ Při platnosti H_0 má TK Studentovo rozdělení pro dané (st.v.). Pro n > 100 rozdělení normální N(0,1), prakticky již pro (st.v.) > 30.			
Kritické hodnoty (KH) pro t – rozdělení	$-t = t_{\alpha/2;df}$ $t = t_{1-\alpha/2;df}$	$-t = t_{\alpha;df}$	$t = t_{1-\alpha;df}$

Příklad: Stanovení kritické hodnoty pro α = 0,05, df = 9, různé alternativy

	KH = ∓ 2,2621	KH = −1,8331	t = 1,8331
MsExcel od v. 2010	−t = T.INV(0,025;9) t = T.INV(0,975;9)	T.INV(0,05;9)	T.INV(0,95;9)
Normované normální rozdělení MsExcel od v. 2010	KH = ∓1,9600 NORMSINV(0,975) NORM.S.INV(0,975)	KH = − 1,6449 NORMSINV(0,05) NORM.S.INV(0,05)	KH = 1,6449 NORMSINV(0,95) NORM.S.INV(0,95)

Rozdělení (histogramy) a popisné statistiky (v rámečcích) pro300 výběrových průměrů ze dvou normálních rozdělení
s různou střední hodnotou a shodným rozptylem 25, směrodatnou odchylkou 5.



Testy hypotéz pro jeden výběr – simulace náhodných výběrů

https://lstat.kuleuven.be/newjava/vestac/

Příklad nastavení (settings)

Skutečný populační průměr: 172

Rozptyl (variance): 25

Hypotézy $H_0 : \mu = 172$

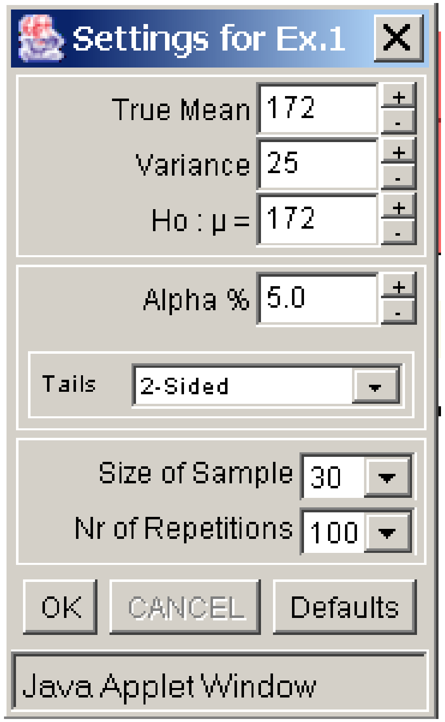
$H_1 : \mu \neq 172$

Hladina významnosti 0,05 (5,0 %)

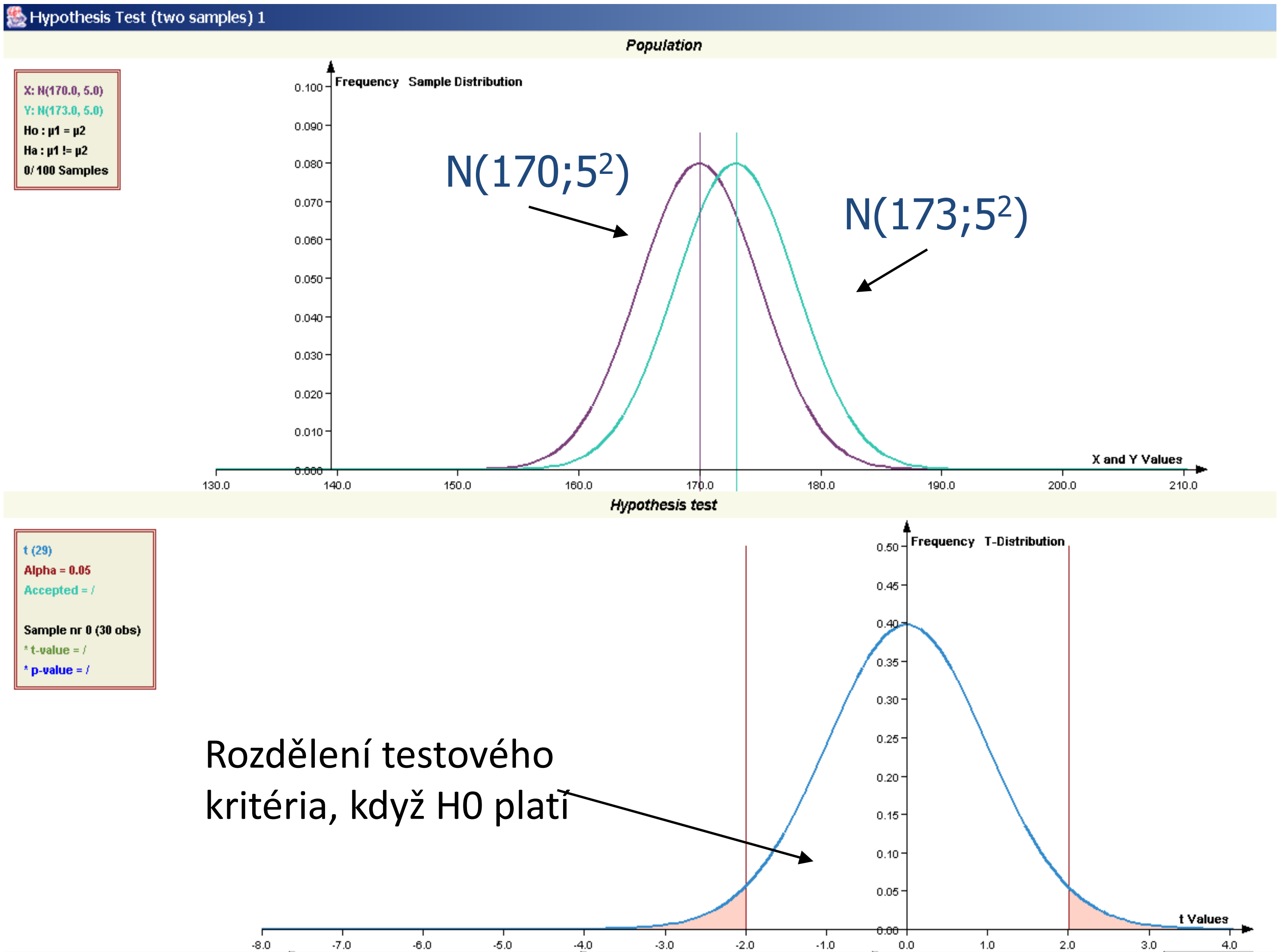
Dvoustranná alternativa (2-Sided)

Simulovat 100 výběrů o rozsahu 30

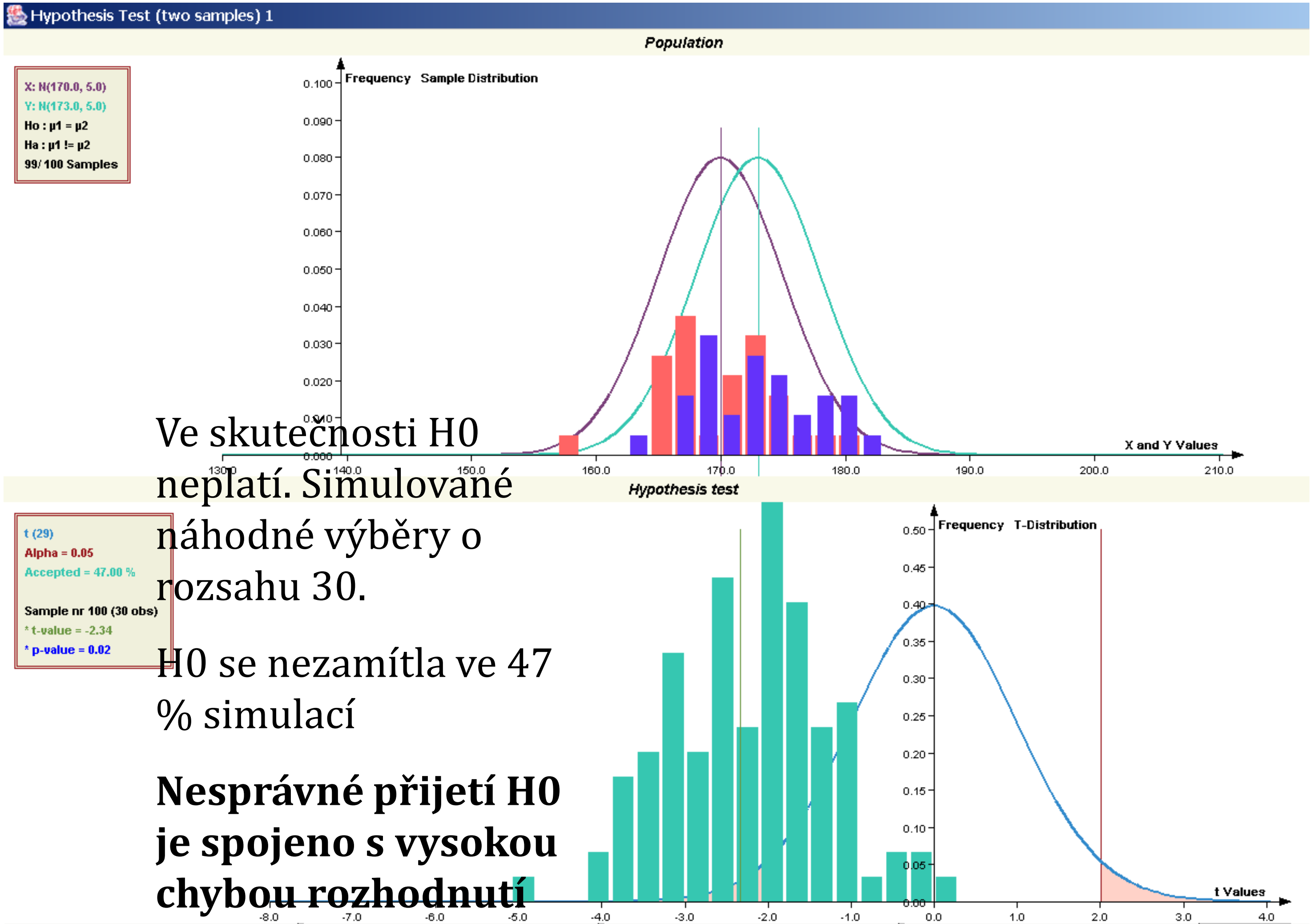
Pozn: Simulace výběrů z N(172;5²)



Hypotetická rozdělení – dvě populace
t-test, nezávislé vzorky, shoda rozptylů



100 simulací, n=30, alfa = 0,05

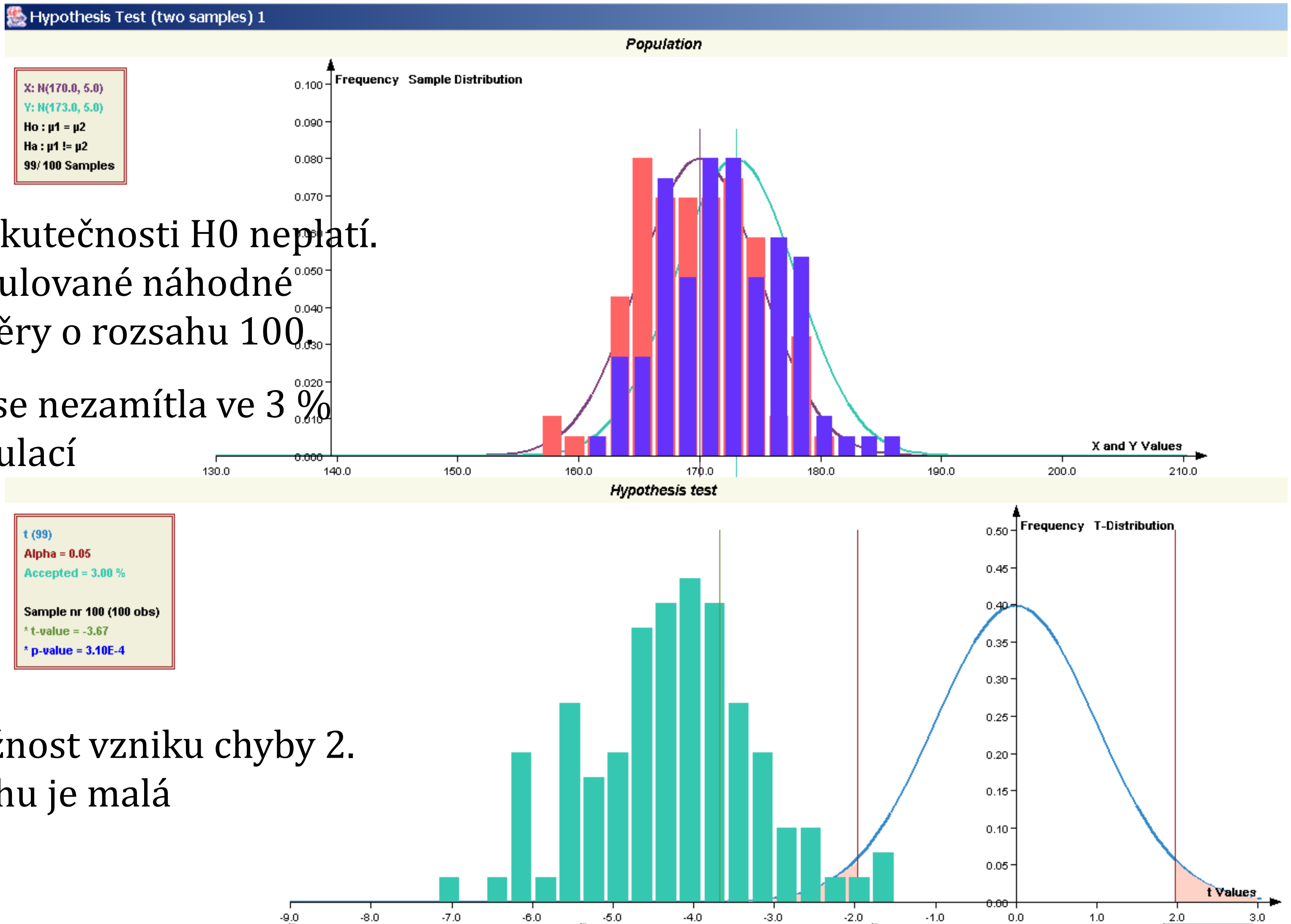


Ve skutečnosti H0 neplatí. Simulované náhodné výběry o rozsahu 30.

H0 se nezamítla ve 47 % simulací

Nesprávné přijetí H0 je spojeno s vysokou chybou rozhodnutí

100 simulací, n=100, alfa = 0,05



Ve skutečnosti H0 neplatí. Simulované náhodné výběry o rozsahu 100.

H0 se nezamítla ve 3 % simulací

Možnost vzniku chyby 2. druhu je malá

Testy hypotéz
Kvalitativní data – dva výběry nezávislé

Testy hypotéz – kvalitativní data

Kvalitativní data (binární proměnná)

Jeden výběr

- Test hypotézy o parametru binomického rozdělení
  (prezentace 2)

Dva výběry – nezávislé vzorky

- Test hypotézy o shodě dvou parametrů binomického rozdělení
  (nazývaný také test shody podílů)

Zde vysvětleny:

Limitní metody, které vycházejí z konvergence binomického rozdělení k normálnímu. Předpoklady – ověření.

Pokud nejsou splněny podmínky použití limitních metod, je nutné uvažovat přesné testy (vycházejí z binomického nebo jiného modelu rozdělení pravděpodobností)

Test shody dvou parametrů binomického rozdělení

Test označovaný jako test shody podílů

Dva nezávislé náhodné výběry dostatečně velkých rozsahů (zajištění platnosti limitní věty).

Sleduje se počet výskytů znaku (veličina s binomickým rozdělením).

Vzorek 1: Rozsah n_1, vybraný z populace s neznámým π_1,
zjištěno m_1 výskytů sledovaného alternativního znaku.
Vzorek 2: Rozsah n_2, vybraný z populace s neznámým π_2,
zjištěno m_2 výskytů sledovaného alternativního znaku.

Testuje se hypotéza $H_0 : \pi_1 = \pi_2$ proti alternativě $H_0 : \pi_1 \neq \pi_2$

Test na hladině významnosti α.

Odhady obou neznámých pravděpodobností jsou dány relativními četnostmi

$$p_1 = \frac{m_1}{n_1},\ p_2 = \frac{m_2}{n_2}$$

Test shody dvou parametrů binomického rozdělení (2)

Test hypotézy

$H_0: \pi_1 = \pi_2$ proti alternativě $H_0: \pi_1 \neq \pi_2$, hladina významnosti α.

Pokud jsou splněny předpoklady pro alespoň přibližnou platnost limitní věty, má testové kritérium U přibližně normované normální rozdělení.

$$U = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})}} \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}, \qquad \overline{p} = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}$$

p odhaduje společný podíl znaku v obou populacích, kdyby platila H_0.

Kritický obor testu H_0 proti oboustranné alternativě na hladině významnosti α určují kvantily rozdělení N(0,1):

$$W_\alpha = \left\{ u : u < u_{\alpha/2} \quad \text{nebo} \quad u > u_{1-\alpha/2} \right\}$$

Například pro α = 0,05 je kritická hodnota $u_{0,975}$ = 1,959964 ≐ 1,96.

Přesná pravděpodobnost (při dvoustranné alternativě):

$$p = 2 \cdot \left(1 - \Phi(u)\right) = 2 \cdot \left(1 - \int_{-\infty}^{u} f(x)\,dx\right) = 2\left(1 - \text{NORM.S.DIST}(u;1)\right).$$

Test shody dvou parametrů binomického rozdělení - Příklad

Výběrové šetření má odpovědět na otázku, zda zhoršení ekonomické situace je ve dvou věkových kategoriích pociťováno odlišně.
Náhodné výběry:
231 osob náhodně vybráno z populace 14-25letých, znak zhoršení uvedlo 54,
173 osob z populace 36-45letých, sledovaný znak vykázalo 49 osob.
Výběrové podíly p_1 = 54/231 = 0,234; p_2 = 49/173 = 0,283;

Test H_0: $\pi_1 = \pi_2$ proti H_1: $\pi_1 \neq \pi_2$, volíme α = 0,05

H_0 říká: Vzorky byly vybrány z populací se shodnými podíly osob, kterým se zhoršila ekonomická situace (pozorovaný rozdíl mezi výběrovými podíly je pouze nahodilý, způsobený výběrovou chybou).

Hodnota testového kritéria

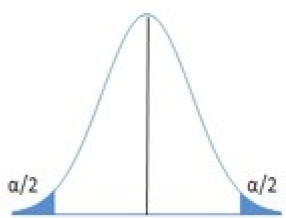
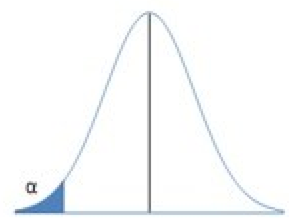
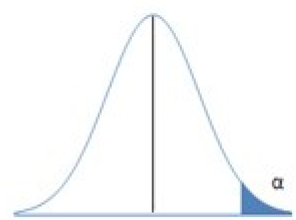
$$u = \frac{|0.234 - 0.281|}{\sqrt{0.255(1-0.255)}}\sqrt{\frac{231 \cdot 173}{231 + 173}} = 1.07$$

nedosahuje kritické hodnoty 1,96.
Nelze zamítnout H_0 na hladině významnosti 0,05,

p = 2*(1-NORM.S.DIST(1,07;1)) = 0.285 > 0,05
Na hladině významnosti 0,05 nebyl mezi oběma věkovými skupinami prokázaný statisticky významný rozdíl v podílech osob se sledovaným znakem.

Určení kritické hodnoty pro různé alternativní hypotézy
Pro jednostranné alternativy není v čitateli testového kritéria absolutní hodnota.

A5. Hypotéza o shodě parametrů binomického rozdělení – dva nezávislé výběry

$H_0 : \pi_1 = \pi_2$	$H_1 : \pi_1 \neq \pi_2$	$H_1 : \pi_1 < \pi_2$	$H_1 : \pi_1 > \pi_2$
Testové kritérium má při platnosti H_0 rozdělení $N(0,1)$ $u = \frac{\lvert p_1 - p_2 \rvert}{\sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})}} \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$ $p_1 = \frac{m_1}{n_1},\ p_2 = \frac{m_2}{n_2},\ \overline{p} = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}$			
	$\alpha = 0{,}05$	$\alpha = 0{,}05$	$\alpha = 0{,}05$
Ověření platnosti CLV: $np \geq 5,\ n(1-p) \geq 5.$ Kritické hodnoty pro N(0; 1) MsExcel od v. 2010	KH = ± 1,96 NORM.S.INV(0,975)	KH = – 1,6449 NORM.S.INV(0,05)	KH = 1,6449 NORM.S.INV(0,95)