Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

Anexo:
Conversión conexiones Estrella y Triangulo

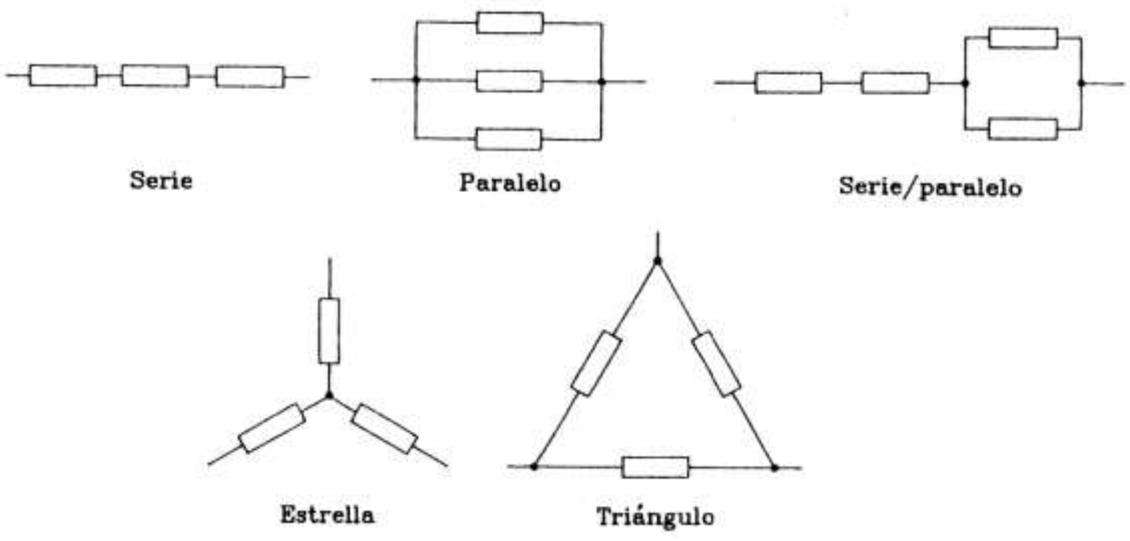
Asignatura : Máquinas e Instalaciones Eléctricas

Ingeniero Mario Marcelo Flores

Diversos Tipos de Conexión

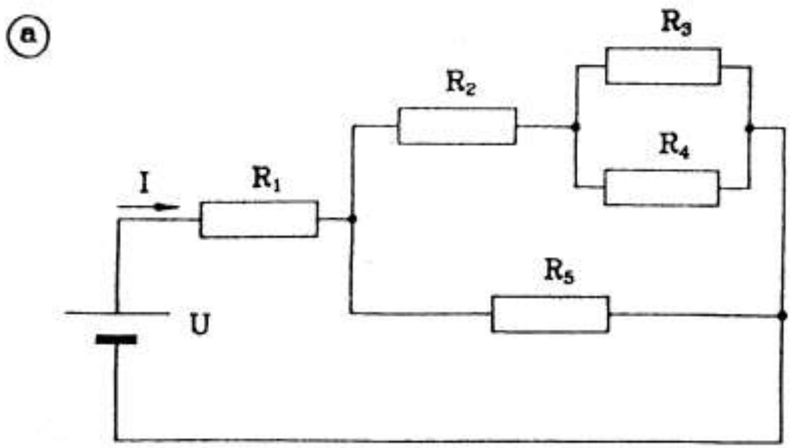
La forma externa de conectar los bornes de los aparatos eléctricos se llama **conexión**. Esto es válido tanto para los aparatos de maniobra y protección como para generadores y receptores, es decir, para cualquier elemento constitutivo de un circuito incluidas las interconexiones.

Hay muchos tipos de conexiones, siendo los principales: serie, paralelo, serie-paralelo, estrella, triángulo.



Conexión de Resistencias en Serie – Paralelo

Ejemplo Nº 3



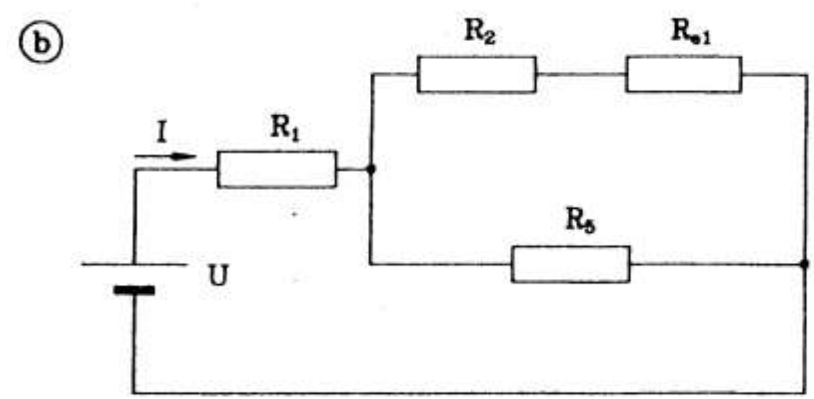
Solución:

R_3 y R_4 están en paralelo, siendo su resistencia equivalente R_{e1}:

$$R_{e1} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2\ \Omega$$

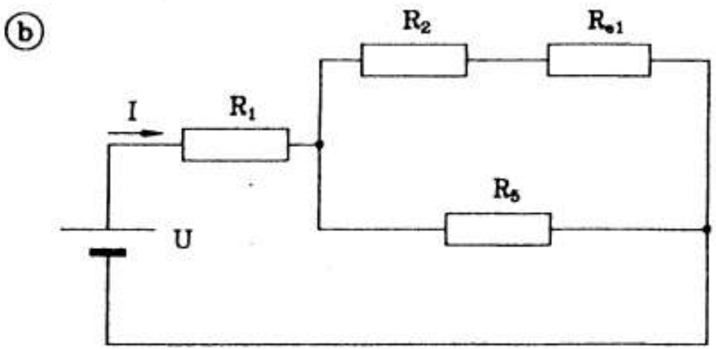
y nos queda el circuito representado en la Figura 3.7*b*.

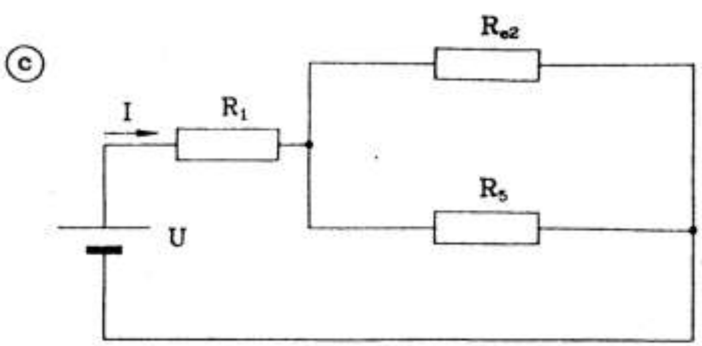
En el circuito de la Figura 3.7*a*, vamos a suponer que $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 6\ \Omega$, $R_4 = 3\ \Omega$ y $R_5 = 3\ \Omega$, y que el generador es de 108 V. Calcula la resistencia equivalente y la intensidad suministrada por el generador.

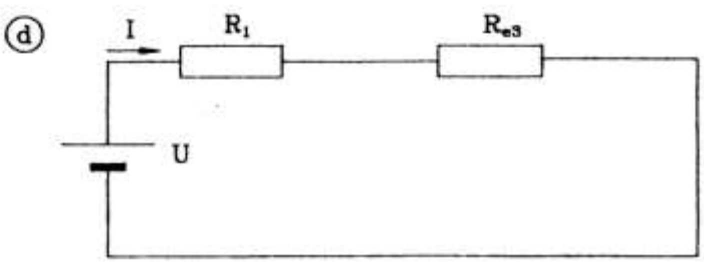


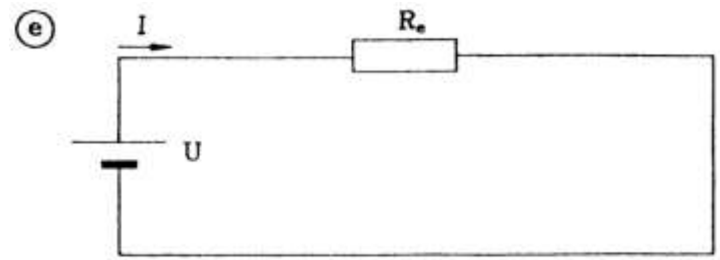
Conexión de Resistencias en Serie – Paralelo

Ejemplo Nº 3









Ahora R_2 y R_{e1} están en serie, siendo su resistencia equivalente R_{e2}

$$R_{e2} = R_2 + R_{e1} = 4 + 2 = 6\ \Omega$$

con lo que queda el circuito de la Figura 3.7*c*. A continuación vemos que R_{e2} y R_5 están en paralelo, siendo su resistencia equivalente R_{e3}:

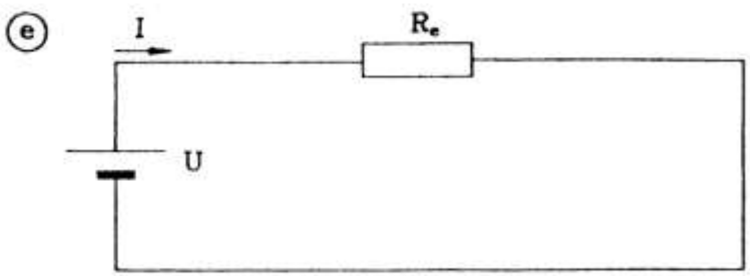
$$R_{e3} = \frac{R_{e2} \cdot R_5}{R_{e2} + R_5} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2\ \Omega$$

obteniéndose el circuito de la Figura 3.7*d*. Por último, la resistencia R_1 y R_{e3} están en serie, siendo su resistencia equivalente R_e (Fig. 3.7*e*):

$$R_e = R_{e3} + R_1 = 2 + 4 = 6\ \Omega$$

Conexión de Resistencias en Serie – Paralelo

Ejemplo Nº 3



En el **circuito serie-paralelo** *se cumple que la suma de las potencias parciales de cada resistencia es igual a la potencia total suministrada por el generador*. En el caso de *n* resistencias, se puede expresar de la siguiente forma

$$P_T = U \cdot I = \sum_{i=1}^{i=n} P_i$$

La intensidad suministrada por el generador será

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{108}{6} = 18 \text{ A}$$

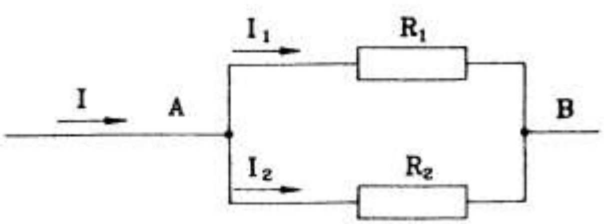
Reparto de Corrientes o Divisor de Corriente

El **reparto de corrientes** *que se produce en las ramas de una conexión en paralelo, es inversamente proporcional a las resistencias de las ramas*, dado que la tensión es común a todas ellas y que la intensidad, según la ley de Ohm, es $I = U/R$.

En el caso particular de dos resistencias R_1 y R_2, conectadas en paralelo (Fig. 3.8) y en el supuesto de conocer la intensidad total que circula por el circuito, no es necesario calcular la tensión aplicada ni la resistencia equivalente, para calcular la intensidad por cada resistencia. Veamos cómo.

Ya sabemos que

$$R_{ep} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



También se cumple que

$$U_{AB} = R_{ep} \cdot I$$
$$U_{AB} = R_1 \cdot I_1$$
$$U_{AB} = R_2 \cdot I_2$$

sustituyendo el valor de U_{AB} de la primera ecuación en las dos siguientes, nos queda

$$R_{ep} \cdot I = R_1 \cdot I_1$$
$$R_{ep} \cdot I = R_2 \cdot I_2$$

y despejando en estas dos ecuaciones las intensidades tenemos

$$I_1 = \frac{R_{ep} \cdot I}{R_1} = \frac{\dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I}{R_1} = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = \frac{R_{ep} \cdot I}{R_2} = \frac{\dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I}{R_2} = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Divisor de Tensión o Potenciómetro

Uno de los circuitos de resistencias más utilizado es el **divisor de tensión**. Se fundamenta en la posibilidad de obtener una tensión más reducida a partir de otra, mediante la conexión de resistencias en serie, como se puede ver en la Figura 3.10.

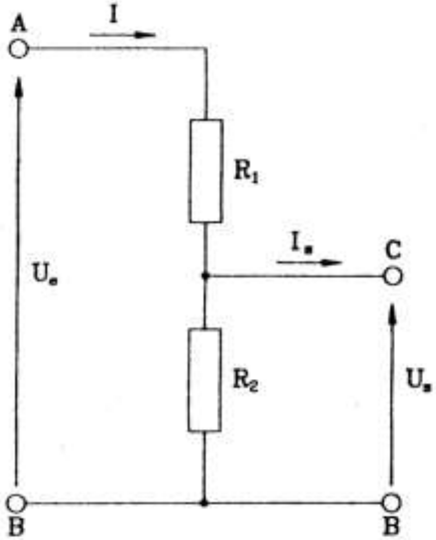
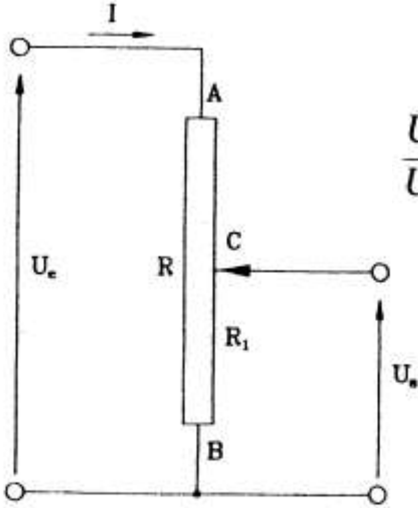


Figura 3.10. Divisor de tensión.

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{I \cdot R_2}{I \cdot (R_1 + R_2)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Si se sustituyen las dos resistencias R_1 y R_2 por una resistencia de cursor, se conecta la tensión de entrada U_e a los extremos de dicha resistencia y se toma la tensión de salida U_s entre uno de esos extremos y el cursor, se obtiene el circuito de la Figura 3.11, llamado montaje potenciométrico o simplemente **potenciómetro**. Este circuito permite obtener una tensión variable de salida U_s a partir de una tensión de entrada U_e, en función de la posición del cursor. Si la resistencia entre A y B es R y la resistencia entre C y B es R_1, la relación entre la tensión de salida y la tensión de entrada es



$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{I \cdot R_1}{I \cdot R} = \frac{R_1}{R}$$

Figura 3.11. Potenciómetro.

Conversión de conexión en triángulo en su conexión estrella equivalente

En los circuitos eléctricos es frecuente encontrar conexiones de resistencias que no se pueden resolver mediante los métodos vistos hasta este momento. Un caso de ese tipo es la conexión de resistencias en triángulo, como en la Figura 3.12.

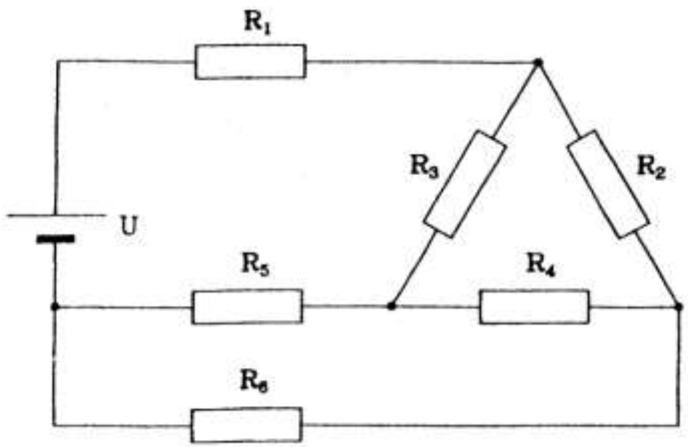


Figura 3.12. Circuito con resistencias conectadas en triángulo.

En este circuito no se pueden simplificar las resistencias R_2, R_3 y R_4, pues no están ni en serie ni en paralelo.

Sin embargo, sí podemos sustituir la red de resistencias en triángulo por una red equivalente de tres resistencias conectadas en estrella. Como podemos ver en la Figura 3.13, tenemos que R_1 y R_a han quedado conectadas en serie, R_5 y R_b han quedado conectadas en serie y R_6 y R_c también están conectadas en serie.

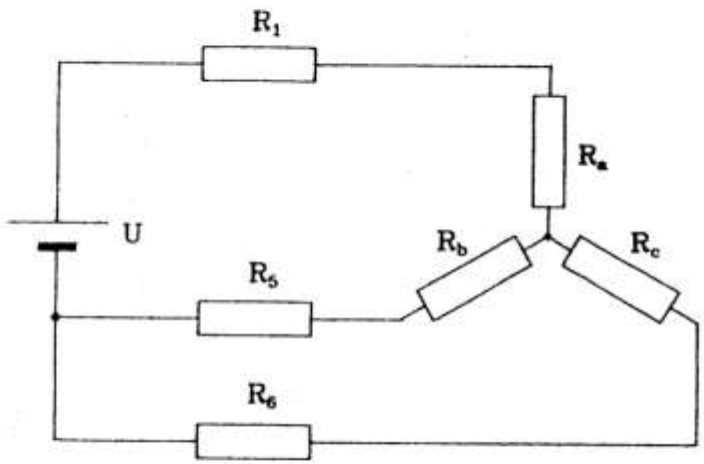


Figura 3.13. Circuito con resistencias conectadas en estrella.

Conversión de una conexión en triángulo en su conexión estrella equivalente

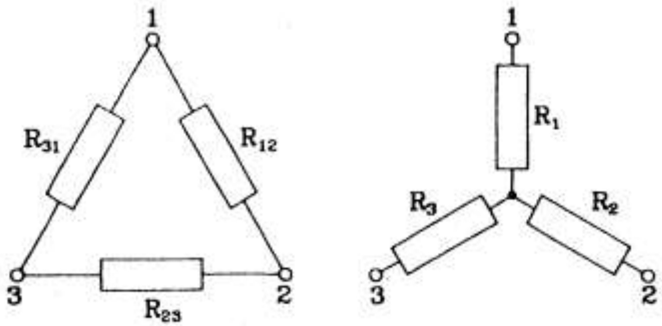


Figura 3.14. Conversión de una conexión triángulo a su estrella equivalente.

En la Figura 3.14 está representada una conexión de resistencias en triángulo, denominadas R_{12}, R_{23} y R_{31}, que están conectadas a los bornes o terminales denominados 1, 2 y 3. En la misma figura se representa una conexión de resistencias en estrella, denominadas R_1, R_2 y R_3, conectadas a los terminales denominados 1, 2 y 3. Vamos a ver qué valores de las resistencias R_1, R_2 y R_3 hacen que la mencionada conexión en estrella sea equivalente a la conexión en triángulo, por supuesto, vista desde los terminales 1, 2 y 3.

En estrella, si consideramos la resistencia entre los terminales 1 y 2, vemos que es

$$R_1 + R_2$$

En triángulo, la resistencia entre los mismos bornes 1 y 2 es R_{12} en paralelo con R_{31} y R_{23} que están en serie, es decir

$$\frac{R_{12} \cdot (R_{31} + R_{23})}{R_{12} + R_{31} + R_{23}}$$

$$\left.\begin{aligned}
R_1 + R_2 &= \frac{R_{12} \cdot (R_{31} + R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\
R_2 + R_3 &= \frac{R_{23} \cdot (R_{12} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\
R_3 + R_1 &= \frac{R_{31} \cdot (R_{23} + R_{12})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}
\end{aligned}\right\}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtienen las expresiones de R_1, R_2 y R_3, que hace a la conexión de resistencias en estrella equivalente a la conexión en triángulo.

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} \cdot R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Conversión de una conexión en estrella en su conexión triángulo equivalente

Si multiplicamos entre sí las ecuaciones de R1, R2 y R3 de la transformación ΔY, luego las sumamos entre sí, obtendremos la siguiente igualdad

$$R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1 = \\ = \frac{R_{12}^2 \cdot R_{23} \cdot R_{31} + R_{12} \cdot R_{23}^2 \cdot R_{31} + R_{12} \cdot R_{23} \cdot R_{31}^2}{(R_{12} + R_{23} + R_{31})^2}$$

Para simplificar la expresión, vamos a hacer que:

$$\sum R_0 = R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1$$

Sustituyendo esta última expresión en la primera ecuación y reagrupando el numerador, obtenemos:

$$\sum R_0 = \frac{R_{12} \cdot R_{23} \cdot R_{31} \cdot (R_{12} + R_{23} + R_{31})}{(R_{12} + R_{23} + R_{31})^2}$$

Despejando R_{12}, obtenemos:

$$R_{12} = \frac{\sum R_0 \cdot (R_{12} + R_{23} + R_{31})}{R_{23} \cdot R_{31}}$$

Si despejamos el producto $R_{23} . R_{31}$, de la expresión R_3 de la Transformación ΔY

$$R_{23} \cdot R_{31} = R_3 \cdot (R_{12} + R_{23} + R_{31})$$

Sustituyendo en la expresión de R_{12}

$$R_{12} = \frac{\sum R_0 \cdot (R_{12} + R_{23} + R_{31})}{R_3 \cdot (R_{12} + R_{23} + R_{31})}$$

Luego de simplificar, obtenemos:

$$R_{12} = \frac{\sum R_0}{R_3}$$

Procediendo de manera análoga con R_{23} y R_{31}, obtenemos:

$$R_{23} = \frac{\sum R_0}{R_1}$$

$$R_{31} = \frac{\sum R_0}{R_2}$$