Aula04

June 15, 2021

Aula 4 - Policy Evaluation

Bem-vindo ao notebook da nossa aula sobre a implementação das Bellman Equations para RL!

Neste notebook vamos realizar as implementações dos algoritmos numéricos para solução das Bellman equations.

O problema que vamos explorar é o exemplo apresentado na aula: *gridworld random-walk*. Neste problema temos a seguinte cenário: devemos encontrar o menor caminho para as extremidades de um grid 4x4 (posição (0,0) e posição (3,3)), como exemplificado na imagem.

Note que os estados (0,0) e (3,3) são estados terminais. Desta forma, não existem ações a serem tomadas a partir destes.

Quando o agente encontra uma borda, e executa um passo nesta direção, ele permanece na mesma célula. Por exemplo, ao atingir o estado (0,3), e se movimenta para a direita, ele permanece na célula (0,3).

O conjunto de possíveis estados, ou nosso conjunto S, são as posições no grid que o agente pode se posicionar:

[129]:
```
import numpy as np

S = [(0,0), (0,1), (0,2), (0,3),
     (1,0), (1,1), (1,2), (1,3),
     (2,0), (2,1), (2,2), (2,3),
     (3,0), (3,1), (3,2), (3,3)]
```

Devemos representar a função-valor para cada um dos estados durante o processo de avaliação da política.

Desta forma, organizamos V em uma matriz bi-dimensional com mesma estrutura do nosso grid de estados. Os valores de V são inicializados com zero.

[130]:
```
grid_size = 4

V = np.zeros((grid_size,grid_size))
V
```

[130]:
```
array([[0., 0., 0., 0.],
       [0., 0., 0., 0.],
       [0., 0., 0., 0.],
       [0., 0., 0., 0.]])
```

Para simplificar o entendimento do processo de otimização, considere que a recompensa $R = -1$ para todos os estados. Isso nos diz que queremos que o agente se movimente o mínimo possível para alcançar um dos estados terminais.

Também por simplicidade, consideramos $\gamma = 1$. A variável utilizada para controle da convergência do método é dada por $\theta = 0.001$

[131]:
```
r = -1
gamma = 1
theta = 0.001
```

0.0.1 Política

Ao final, a política é o que queremos de fato encontrar. Em problemas de RL, nosso foco é encontrar uma política ótima que possa ser usada para coordenar a movimentação do agente garantindo uma boa combinação de retornos de curto e longo prazo, sendo os compromissos de longo prazo mais interessantes de uma forma geral.

Nossa política π é inicialmente definida de maneira uniforme. Ou seja, para cada um dos estados $s \in S$, a política de movimentação associada será uma tupla que representa a probabilidade do agente se mover para uma das direções: cima, baixo, esquerda, direita. Guarde esta ordem que será importante para as implementações. Desta forma, temos uma chance de 25% do agente se locomover em cada uma destas direções.

Do ponto de vista computacional, teremos:

[132]:
```
pi = np.array([[(0.25,0.25,0.25,0.25), (0.25,0.25,0.25,0.25), (0.25,0.25,0.25,0.
↪25), (0.25,0.25,0.25,0.25)],
               [(0.25,0.25,0.25,0.25), (0.25,0.25,0.25,0.25), (0.25,0.25,0.25,0.
↪25), (0.25,0.25,0.25,0.25)],
               [(0.25,0.25,0.25,0.25), (0.25,0.25,0.25,0.25), (0.25,0.25,0.25,0.
↪25), (0.25,0.25,0.25,0.25)],
               [(0.25,0.25,0.25,0.25), (0.25,0.25,0.25,0.25), (0.25,0.25,0.25,0.
↪25), (0.25,0.25,0.25,0.25)]])
```

Vamos implementar uma função auxiliar para retornar as possíveis ações (no nosso caso, uma lista de estados) para um determinado `s_prime`.

[133]:
```
def get_actions(s_prime):
  up_0 = s_prime[0] - 1 if s_prime[0] - 1 >= 0 else s_prime[0]
  up_1 = s_prime[1]
```

```
    down_0 = s_prime[0] + 1 if s_prime[0] + 1 < grid_size else s_prime[0]
    down_1 = s_prime[1]

    left_0 = s_prime[0]
    left_1 = s_prime[1] - 1 if s_prime[1] - 1 >= 0 else s_prime[1]

    right_0 = s_prime[0]
    right_1 = s_prime[1] + 1 if s_prime[1] + 1 < grid_size else s_prime[1]

    return [(up_0, up_1), (down_0, down_1), (left_0, left_1), (right_0, right_1)]
```

[134]:
```
# Use esta célula para debugar o código e entender o comportamento de␣
↪`get_actions`.
s_prime = (0,0)
actions = get_actions(s_prime)
print(actions)

s_prime = (1,0)
actions = get_actions(s_prime)
print(actions)

s_prime = (3,0)
actions = get_actions(s_prime)
print(actions)
```

```
[(0, 0), (1, 0), (0, 0), (0, 1)]
[(0, 0), (2, 0), (1, 0), (1, 1)]
[(2, 0), (3, 0), (3, 0), (3, 1)]
```

1 Policy Evaluation

Vamos implementar a equação de Bellman no contexto da avaliação da política π. Nossa política π (no código, a matriz de tuplas `pi`), é nosso objetivo final de aprendizado.

Para entender o quão bom a política atual `pi` se porta diante das condições atuais do ambiente, implementaremos o algoritmo apresentado em aula (revise o pseudo-algoritmo da seção *Policy Evaluation & Policy Iteration*):

[135]:
```
def evaluate_policy(S, V, pi, gamma, theta):
    error = []
    while True:
        delta = 0
        V_prime = np.zeros((grid_size,grid_size))
        for s in S:
            # Desconsiderando valores para os estados terminais.
            if s == (0,0) or s == (3,3): continue
```

```
      V_prime[s] = bellman_update(V, pi, s, gamma)
      delta = max(delta, abs(V_prime[s] - V[s]))
    V = V_prime
    error.append(delta)
    if delta < theta:
      break
  return V, error
```

Agora é sua vez de implementar a atualização de Bellman.

Lembre-se da regra de atualização:

[136]:
```
# TAREFA DE IMPLEMENTAÇÃO
def bellman_update(V, pi, s, gamma):
    # INÍCIO DO CÓDIGO
    V_prime = 0.
    S_prime = get_actions(s)
    for a, k in enumerate(S_prime):
        V_prime += pi[a][k] * (r + (V[k]*gamma))
    # FIM DO CÓDIGO
    return V_prime
```

[137]:
```
# Célula de teste.
# Esperamos aqui os mesmos resultados apresentados nos slides.
# State Value-function para célula (0,1)
s_01 = (0,1)
test_01 = bellman_update(V, pi, s_01, gamma)
print(test_01)
assert test_01 == -1.0
```

```
-1.0
```

[138]:
```
# Célula de teste.
# Primeira iteração do algoritmo.
V = np.zeros((grid_size,grid_size))
V_prime = np.zeros((grid_size,grid_size))
for s in S:
  if s == (0,0) or s == (3,3): continue
  V_prime[s] = bellman_update(V, pi, s, gamma)
V = V_prime
print(V)
V_final_correct = np.array([[ 0., -1., -1., -1.],
                            [-1., -1., -1., -1.],
                            [-1., -1., -1., -1.],
                            [-1., -1., -1.,  0.]])
assert np.array_equal(V, V_final_correct)
```

```
# Segunda iterações do algoritmo.
V_prime = np.zeros((grid_size,grid_size))
for s in S:
  if s == (0,0) or s == (3,3): continue
  V_prime[s] = bellman_update(V, pi, s, gamma)
V = V_prime
print(V)
V_final_correct = np.array([[ 0., -1.75, -2., -2.],
                            [-1.75, -2., -2., -2.],
                            [-2., -2., -2., -1.75],
                            [-2., -2., -1.75,  0.]])
assert np.array_equal(V, V_final_correct)
```

```
[[ 0. -1. -1. -1.]
 [-1. -1. -1. -1.]
 [-1. -1. -1. -1.]
 [-1. -1. -1.  0.]]
[[ 0.   -1.75 -2.   -2.  ]
 [-1.75 -2.   -2.   -2.  ]
 [-2.   -2.   -2.   -1.75]
 [-2.   -2.   -1.75  0.  ]]
```

1.1 Evaluate Policy

Caso você tenha chegado até aqui sem maiores problemas, parabéns!

Agora vamos testar o algoritmo até o critério de convergência dada a política π.

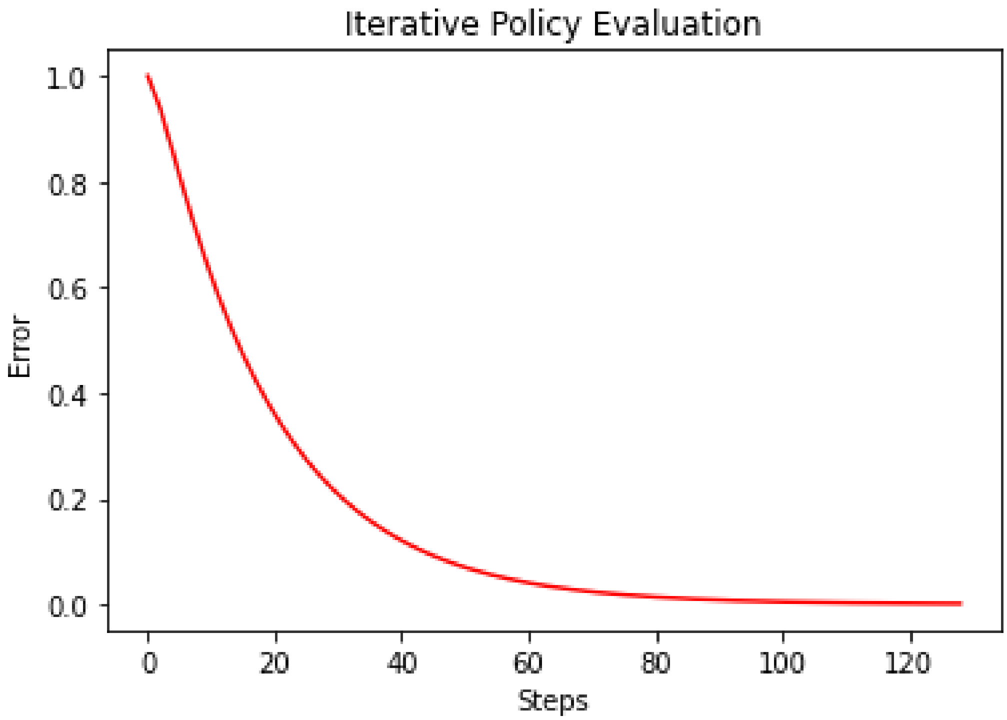
[139]:
```
V, error = evaluate_policy(S, V, pi, gamma, theta)
V = np.around(V)
print(V)
V_final_correct = np.array([[  0., -14., -20., -22.],
                            [-14., -18., -20., -20.],
                            [-20., -20., -18., -14.],
                            [-22., -20., -14.,   0.]])
assert np.array_equal(V, V_final_correct)
```

```
[[  0. -14. -20. -22.]
 [-14. -18. -20. -20.]
 [-20. -20. -18. -14.]
 [-22. -20. -14.   0.]]
```

[140]:
```
import matplotlib.pyplot as plt

# data to be plotted
x = np.arange(0,len(error))
y = error
```

```
# plotting
plt.title("Iterative Policy Evaluation")
plt.xlabel("Steps")
plt.ylabel("Error")
plt.plot(x, y, color ="red")
plt.show()
```



[ ]: